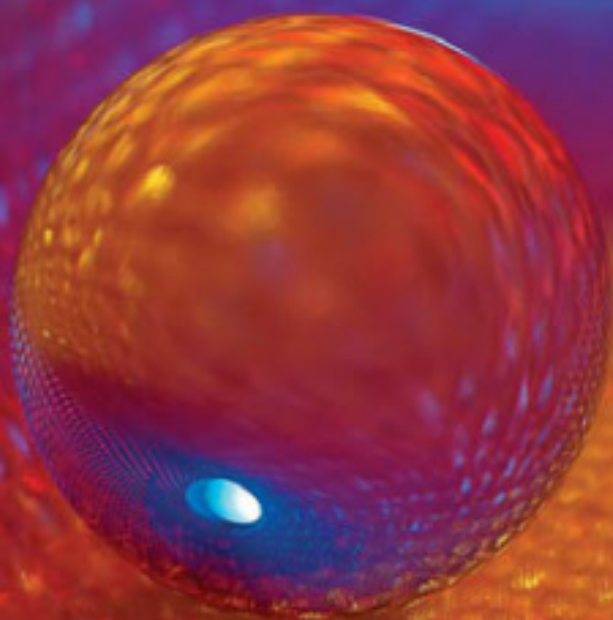


Álgebra

Elemental

RICHARD N. **AUFMANN** / JOANNE S. **LOCKWOOD**



8a. Ed.

OCTAVA EDICIÓN

Álgebra Elemental

Richard N. Aufmann

Palomar College

Joanne S. Lockwood

Nashua Community College

Traducción

María Guadalupe Meza y Staines

Martha Elsa Mauri Hernández

Traductoras profesionales

Revisión técnica

Iren Castillo Saldaña

José Cruz Ramos Báez

Academia de Matemáticas ECEE

Universidad Panamericana



Algebra Elemental

Richard N. Aufmann, Joanne S. Lockwood

**Presidente de Cengage Learning
Latinoamérica**

Fernando Valenzuela Migoya

**Director editorial, de producción y de
plataformas digitales para Latinoamérica**

Ricardo H. Rodríguez

Gerente de procesos para Latinoamérica

Claudia Islas Licona

Gerente de manufactura para Latinoamérica

Raúl D. Zendejas Espejel

Gerente editorial de contenidos en español

Pilar Hernández Santamarina

Gerente de proyectos especiales

Luciana Rabuffetti

Coordinador de manufactura

Rafael Pérez González

Editores

Javier Reyes Martínez

Gloria Luz Olguín Sarmiento

Diseño de portada

Lisa Henry

Imagen de portada

Kevin Towmey

Composición tipográfica

Gerardo Larios García

© D.R. 2013 por Cengage Learning Editores, S.A. de C.V.,
una Compañía de Cengage Learning, Inc.

Corporativo Santa Fe

Av. Santa Fe núm. 505, piso 12

Col. Cruz Manca, Santa Fe

C.P. 05349, México, D.F.

Cengage Learning® es una marca registrada
usada bajo permiso.

DERECHOS RESERVADOS. Ninguna parte de
este trabajo amparado por la Ley Federal del
Derecho de Autor, podrá ser reproducida,
transmitida, almacenada o utilizada en
cualquier forma o por cualquier medio, ya sea
gráfico, electrónico o mecánico, incluyendo,
pero sin limitarse a lo siguiente: fotocopiado,
reproducción, escaneo, digitalización,
grabación en audio, distribución en Internet,
distribución en redes de información o
almacenamiento y recopilación en sistemas
de información a excepción de lo permitido
en el Capítulo III, Artículo 27 de la Ley Federal
del Derecho de Autor, sin el consentimiento
por escrito de la Editorial.

Traducido del libro *Beginning Algebra, Eighth Edition*

Publicado en inglés por Brooks/Cole, una compañía de
Cengage Learning © 2013

ISBN: 978-1-111-57870-1

Datos para catalogación bibliográfica:

Richard N. Aufmann, Joanne S. Lockwood

Álgebra Elemental, 8a. Ed.

ISBN: 978-607-481-908-3

Visite nuestro sitio en:

<http://latinoamerica.cengage.com>

Contenido

Prefacio xi

Capítulo A **ASPIRA al éxito**

ASP-1

Este importante capítulo describe las habilidades de estudio empleadas por los estudiantes que han tenido éxito en este curso. El capítulo A cubre una amplia variedad de temas que se enfocan en lo que necesitas hacer para tener éxito en este curso. Incluye una guía completa del libro y la forma de aprovechar sus características para convertirte en un estudiante exitoso.

Capítulo 1 **Repaso previo al álgebra**

1

Examen de preparación 1

1.1 Introducción a los números enteros 2

- ➊ Relaciones de orden 2
- ➋ Opuestos y valor absoluto 4

1.2 Operaciones con números enteros 8

- ➊ Sumar números enteros 8
- ➋ Restar números enteros 10
- ➌ Multiplicar números enteros 11
- ➍ Dividir números enteros 12
- ➎ Problemas de aplicación 14

1.3 Números racionales 21

- ➊ Expresar como decimales los números racionales 21
- ➋ Multiplicar y dividir números racionales 22
- ➌ Sumar y restar números racionales 24
- ➍ Convertir entre porcentajes, fracciones y decimales 26

1.4 Exponentes y el orden o jerarquía de las operaciones 33

- ➊ Expresiones con exponentes 33
- ➋ El orden o jerarquía de las operaciones 35

1.5 Conceptos de geometría 39

- ➊ Medidas de ángulos 39
- ➋ Problemas de perímetro 41
- ➌ Problemas de área 43

Capítulo 1 Resumen	49
Capítulo 1 Ejercicios de repaso	53
Capítulo 1 Examen	55

Capítulo 2 Expresiones algebraicas

57

Examen de preparación 57

2.1 Evaluación de expresiones algebraicas 58

- 1 Evaluar expresiones algebraicas 58

2.2 Simplificación de expresiones algebraicas 63

- 1 Propiedades de los números reales 63
- 2 Simplificar expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la suma 66
- 3 Simplificar expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la multiplicación 67
- 4 Simplificar expresiones algebraicas utilizando la propiedad distributiva 68
- 5 Simplificar expresiones algebraicas generales 69

2.3 Convertir expresiones verbales en expresiones algebraicas 74

- 1 Convertir una expresión verbal en una expresión algebraica 74
- 2 Convertir una expresión verbal en una expresión algebraica y simplificar la expresión resultante 77
- 3 Convertir problemas de aplicación 77

Capítulo 2 Resumen 83

Capítulo 2 Ejercicios de repaso 85

Capítulo 2 Examen 87

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 88

Capítulo 3 Solución de ecuaciones y desigualdades

89

Examen de preparación 89

3.1 Introducción a las ecuaciones 90

- 1 Determinar si un número dado es una solución de una ecuación 90
- 2 Resolver ecuaciones de la forma $x + a = b$ 91
- 3 Resolver ecuaciones de la forma $ax = b$ 29

3.2 Aplicaciones de las ecuaciones de la forma $ax = b$ 97

- 1 Aplicaciones del porcentaje 97
- 2 Movimiento uniforme 102

3.3 Ecuaciones generales 109

- 1 Resolver ecuaciones de la forma $ax + b = c$ 109
- 2 Resolver ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$ 112
- 3 Resolver ecuaciones que contienen paréntesis 113
- 4 Resolver problemas de aplicación utilizando fórmulas 115

3.4 Desigualdades 123

- ➊ Resolver desigualdades utilizando la propiedad aditiva de las desigualdades 123
- ➋ Resolver desigualdades utilizando la propiedad multiplicativa de las desigualdades 125
- ➌ Resolver desigualdades generales 127

Capítulo 3 Resumen 133**Capítulo 3 Ejercicios de repaso 136****Capítulo 3 Examen 137****EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 138****Capítulo 4 Solución de ecuaciones y desigualdades: Aplicaciones****141****Examen de preparación 141****4.1 Conversión de expresiones en ecuaciones 142**

- ➊ Convertir una expresión en una ecuación y resolverla 142
- ➋ Problemas de aplicación 144

4.2 Problemas de geometría 150

- ➊ Problemas de perímetro 150
- ➋ Problemas que involucran ángulos formados por rectas que se intersectan 152
- ➌ Problemas que involucran los ángulos de un triángulo 155

4.3 Problemas de margen de utilidad y de descuento 163

- ➊ Problemas de margen de utilidad 163
- ➋ Problemas de descuento 164

4.4 Problemas de inversión 169

- ➊ Problemas de inversión 169

4.5 Problemas de mezcla 174

- ➊ Problemas de mezclas de ingredientes 174
- ➋ Problemas de porcentajes de mezcla 176

4.6 Problemas de movimiento uniforme 183

- ➊ Problemas de movimiento uniforme 183

4.7 Desigualdades 188

- ➊ Aplicaciones de las desigualdades 188

Capítulo 4 Resumen 193**Capítulo 4 Ejercicios de repaso 195****Capítulo 4 Examen 197****EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 198**

Capítulo 5 Ecuaciones y desigualdades lineales**201****Examen de preparación 201****5.1 El sistema de coordenadas rectangulares 202**

- ➊ Graficar los puntos en un sistema de coordenadas rectangulares 202
- ➋ Diagramas de dispersión 203
- ➌ Tasa de cambio promedio 205

5.2 Gráficas de rectas 214

- ➊ Determinar soluciones de ecuaciones lineales con dos variables 214
- ➋ Graficar ecuaciones de la forma $y = mx + b$ 216
- ➌ Graficar ecuaciones de la forma $Ax + By = C$ 218

5.3 Pendientes de recta 228

- ➊ Calcular la pendiente de una recta 228
- ➋ Graficar una recta utilizando la pendiente y la intersección con el eje y 234

5.4 Ecuaciones de rectas 242

- ➊ Encontrar la ecuación de una recta utilizando la ecuación $y = mx + b$ 242
- ➋ Encontrar la ecuación de una recta utilizando la forma punto-pendiente 243
- ➌ Encontrar la ecuación de una recta dados dos puntos 244

5.5 Funciones 249

- ➊ Introducción a las funciones 249
- ➋ Graficar funciones lineales 252

5.6 Graficación de desigualdades lineales 260

- ➊ Graficar desigualdades con dos variables 260

Capítulo 5 Resumen 265**Capítulo 5 Ejercicios de repaso 267****Capítulo 5 Examen 270****EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 272****Capítulo 6 Sistemas de ecuaciones lineales****275****Examen de preparación 275****6.1 Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico 276**

- ➊ Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico 276

6.2 Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución 283

- ➊ Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución 283

6.3 Solución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de suma y resta (o de eliminación) 288

- ➊ Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de suma y resta 288

6.4 Problemas de aplicación con dos variables 293

- ➊ Problemas con velocidad del viento y velocidad de una corriente 293
- ➋ Problemas de aplicación 295

Capítulo 6 Resumen 301**Capítulo 6 Ejercicios de repaso 303****Capítulo 6 Examen 305****EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 305****Capítulo 7 Polinomios****307****Examen de preparación 307****7.1 Suma y resta de polinomios 308**

- ➊ Sumar polinomios 308
- ➋ Restar polinomios 309

7.2 Multiplicación de monomios 313

- ➊ Multiplicar monomios 313
- ➋ Simplificar potencias de monomios 314

7.3 Multiplicación de polinomios 317

- ➊ Multiplicar un polinomio por un monomio 317
- ➋ Multiplicar dos polinomios 318
- ➌ Multiplicar dos binomios 318
- ➍ Multiplicar binomios que tienen productos especiales 319
- ➎ Problemas de aplicación 321

7.4 Exponentes con números enteros y notación científica 328

- ➊ Exponentes con números enteros 328
- ➋ Notación científica 332

7.5 División de polinomios 339

- ➊ Dividir un polinomio entre un monomio 339
- ➋ Dividir polinomios 340

Capítulo 7 Resumen 343**Capítulo 7 Ejercicios de repaso 345****Capítulo 7 Examen 347****EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 347**

Capítulo 8 Factorización**349****Examen de preparación 349****8.1 Factores comunes 350**

- ➊ Factorizar un monomio de un polinomio o factorización por un término común 350
- ➋ Factorizar por agrupamiento de términos 351

8.2 Factorización de polinomios de la forma $x^2 + bx + c$ 357

- ➊ Factorizar trinomios de la forma $x^2 + bx + c$ 357
- ➋ Factorizar completamente 359

8.3 Factorización de polinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ 363

- ➊ Factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ utilizando factores de prueba 363
- ➋ Factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ por agrupamiento de términos 367

8.4 Factorización especial 372

- ➊ Factorizar la diferencia de cuadrados y trinomios cuadrados perfectos 372

8.5 Factorizar completamente polinomios 378

- ➊ Factorizar completamente 378

8.6 Solución de ecuaciones 381

- ➊ Resolver ecuaciones por factorización 381
- ➋ Problemas de aplicación 383

Capítulo 8 Resumen 389**Capítulo 8 Ejercicios de repaso 390****Capítulo 8 Examen 391****EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 392****Capítulo 9 Expresiones racionales****395****Examen de preparación 395****9.1 Multiplicación y división de fracciones algebraicas 396**

- ➊ Simplificar fracciones algebraicas 396
- ➋ Multiplicar fracciones algebraicas 398
- ➌ Dividir fracciones algebraicas 399

9.2 Fracciones algebraicas en términos del mínimo común denominador (mcd) 405

- ➊ Encontrar el mínimo común múltiplo (mcm) de dos o más polinomios 405
- ➋ Expresar dos fracciones en términos del mínimo común denominador (mcd) 406

9.3 Suma y resta de fracciones algebraicas 410

- ➊ Sumar y restar fracciones algebraicas con el mismo denominador 410
- ➋ Sumar y restar fracciones algebraicas con denominadores diferentes 411

9.4 Fracciones complejas 418

- ➊ Simplificar fracciones complejas 418

- 9.5 Ecuaciones que contienen fracciones 423**
- ➊ Resolver ecuaciones que contienen fracciones 423
 - ➋ Resolver proporciones 425
 - ➌ Aplicaciones de las proporciones 427
 - ➍ Problemas que involucran triángulos semejantes 428
- 9.6 Variación 438**
- ➊ Problemas de variación directa e inversa 438
- 9.7 Ecuaciones literales 445**
- ➊ Resolver una ecuación literal para una de las variables 445
- 9.8 Problemas de aplicación 448**
- ➊ Problemas de trabajo 448
 - ➋ Problemas de movimiento uniforme 450
- Capítulo 9 Resumen 457**
- Capítulo 9 Ejercicios de repaso 460**
- Capítulo 9 Examen 462**
- EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 463**

Capítulo 10 Expresiones radicales

465

Examen de preparación 465

- 10.1 Introducción a las expresiones radicales 466**
- ➊ Simplificar expresiones radicales numéricas 466
 - ➋ Simplificar expresiones radicales algebraicas 468
- 10.2 Suma y resta de expresiones radicales 474**
- ➊ Sumar y restar expresiones radicales 474
- 10.3 Multiplicación y división de expresiones radicales 478**
- ➊ Multiplicar expresiones radicales 478
 - ➋ Dividir expresiones radicales 480
- 10.4 Solución de ecuaciones que contienen expresiones radicales 486**
- ➊ Resolver ecuaciones que contienen una o más expresiones radicales 486
 - ➋ Problemas de aplicación 488
- Capítulo 10 Resumen 495**
- Capítulo 10 Ejercicios de repaso 497**
- Capítulo 10 Examen 499**
- EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 500**

Capítulo 11 Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado**503****Examen de preparación 503****11.1 Solución de ecuaciones cuadráticas por factorización o por raíces 504****1** Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización 504**2** Resolver ecuaciones cuadráticas por raíces 505**11.2 Solución de ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado 511****1** Resolver ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado 511**11.3 Solución de ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula cuadrática 517****1** Resolver ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula cuadrática 517**11.4 Números complejos 523****1** Simplificar números complejos 523**2** Sumar y restar números complejos 525**3** Multiplicar números complejos 525**4** Dividir números complejos 527**5** Resolver ecuaciones cuadráticas con soluciones de números complejos 528**11.5 Graficación de ecuaciones cuadráticas con dos variables 536****1** Graficar una ecuación cuadrática de la forma $y = ax^2 + bx + c$ 536**11.6 Problemas de aplicación 543****1** Problemas de aplicación 543**Capítulo 11 Resumen 549****Capítulo 11 Ejercicios de repaso 551****Capítulo 11 Examen 554****EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS 555****EXAMEN FINAL 558****APÉNDICE 563**

Tabla de propiedades 563

Guía para el teclado de la TI-83 Plus y de la TI-84 Plus 565

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS DEL CAPÍTULO S1**RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS SELECCIONADOS A1****GLOSARIO G1****ÍNDICE ANALÍTICO I1****ÍNDICE DE APLICACIONES I9**

Prefacio

Entre las muchas preguntas que se hacen al iniciar el proceso de revisión de un libro de texto, la más importante es “¿Cómo podemos mejorar la experiencia de aprendizaje del estudiante?”. Encontramos respuestas a esta pregunta de diversas maneras, pero con mayor frecuencia al hablar con estudiantes y profesores, así como al evaluar la información escrita que recibimos de nuestros clientes. A medida que nos proponemos desarrollar esta octava edición, tenemos en cuenta la retroalimentación que recibimos; nuestra meta final será incrementar nuestro *enfoque en el estudiante*.

En la octava edición, como en ediciones anteriores, se han mantenido las características conocidas, como las secciones “Toma nota” y “Punto de interés”. También hemos conservado los Ejemplos prácticos y los Problemas adicionales, con soluciones desarrolladas de los problemas planteados en la parte final del libro. “Concéntrate en el éxito” es una sección nueva en esta edición, la cual aparece al inicio de cada capítulo. Esta sección ofrece consejos prácticos para mejorar los hábitos de estudio y el rendimiento en las pruebas y exámenes.

Otra de las novedades de la octava edición son los recuadros “Cómo se usa”, los cuales presentan escenarios del mundo real y demuestran la utilidad de los conceptos seleccionados. Los nuevos ejemplos “Concéntrate” ofrecen instrucciones detalladas sobre la solución de diversos problemas. Los ejercicios “En las noticias” son ejercicios de nuevas aplicaciones que aparecen en muchas de las series de ejercicios y se basan en datos y hechos de interés periodístico, y han sido extraídos de los acontecimientos actuales. Los recuadros de Definición/Conceptos clave han sido las características mejoradas en esta edición; ahora se incluyen ejemplos para mostrar cómo se traduce el caso general a casos específicos.

Confiamos en que las características nuevas y mejoradas de la octava edición ayudarán al estudiante a involucrarse con más éxito en el contenido. Al reducir la brecha entre lo concreto y lo abstracto, entre el mundo real y el teórico, los estudiantes deben ver que el dominio de las habilidades y temas presentados se encuentra más claramente dentro de su alcance y bien vale la pena el esfuerzo.

Lo nuevo en esta edición

- **NUEVO!** Se han revisado los capítulos introductorios y ahora incluyen el “Examen de preparación” y las secciones “Concéntrate en el éxito”.
- **NUEVO!** Nueva sección “Intenta resolver”, cuyas indicaciones se incluyen al final de cada Ejemplo/Problema par.
- **NUEVO** En cada capítulo se incorporan los recuadros “Cómo se usa”.
- **NUEVO!** Los ejemplos “Concéntrate” proporcionan instrucciones detalladas para la solución de problemas.
- **NUEVO!** Los ejercicios de “Revisión del concepto” se han añadido al inicio de cada conjunto de ejercicios.
- **NUEVO!** “En las noticias” las aplicaciones aparecen en muchas de las series de ejercicios al final de la sección.
- **NUEVO!** Los ejercicios de “Proyectos o actividades para trabajar en equipo” se incluyen al final de cada serie de ejercicios.
- Los recuadros Definición/Concepto clave se han mejorado con ejemplos.
- La serie de ejercicios revisados incluyen nuevas aplicaciones.
- La mejora de los Resúmenes del capítulo incluyen ahora una columna separada que contiene un número de objetivo, así como una página de referencia rápida.

Cambios en la organización

Con base en la retroalimentación que recibimos, se han realizado los siguientes cambios en la organización, con el fin de mejorar la eficacia del libro y mejorar la experiencia de aprendizaje del estudiante.

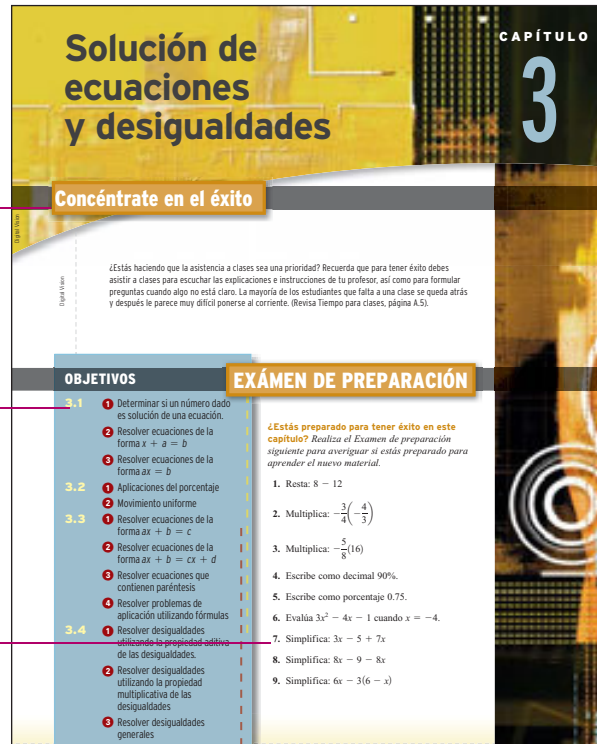
- Se ha reorganizado el capítulo 3. La sección 3.1 de la edición anterior, *Introducción a las ecuaciones*, se ha dividido en dos secciones, según lo sugerido por los revisores. Ahora los estudiantes tendrán la oportunidad de dominar la habilidad de solución de ecuaciones de la forma $ax = b$ en la sección 3.1 antes de resolver los problemas de porcentaje y los problemas de movimiento uniforme que requieren de esta habilidad en la sección 3.2.
 - 3.1 *Introducción a las ecuaciones*
 - 3.2 *Aplicaciones de las ecuaciones de la forma $ax = b$*
 - 3.3 *Ecuaciones generales*
 - 3.4 *Desigualdades*
- La octava edición incluye una mayor cobertura para la solución de una ecuación despejando los denominadores, incluyendo más ejercicios sobre este concepto dentro del conjunto de ejercicios de la sección 3.3. En dicha sección los estudiantes ahora advierten que la eliminación de los denominadores es un método para resolver las ecuaciones y que el proceso nunca se aplica a las expresiones.
- Se ha reorganizado el capítulo 4. Se ha eliminado el objetivo 4.2.2 de la edición anterior de *Problemas de monedas y billetes*. El objetivo 4.2.1 de la edición anterior, *Problemas de números enteros consecutivos*, se ha incorporado en el nuevo objetivo 4.1.1 *Convertir una expresión en una ecuación y resolverla*.
 - 4.1 *Convertir una expresión en una ecuación*
 - 4.2 *Problemas de geometría*
 - 4.3 *Problemas de margen y descuento*
 - 4.4 *Problemas de inversión*
 - 4.5 *Problemas de mezclas*
 - 4.6 *Problemas de movimiento uniforme*
 - 4.7 *Desigualdades*
- La sección 5.3, *Pendientes de las rectas*, incluye ahora el tema de las rectas perpendiculares en el sistema de coordenadas rectangulares. También en la sección 5.3, el planteamiento para graficar ecuaciones utilizando la pendiente y la intersección con el eje y ha cambiado para que al estudiante se le enseñe primero a moverse de arriba o hacia abajo de la intersección con el eje y , y después moverse hacia la derecha o la izquierda para trazar un segundo punto.
- La sección 8.4 de la edición anterior, *Factorización especial*, se ha dividido en dos secciones, ahora la sección 8.4 cubre las diferencias de factorización de dos cuadrados y trinomios cuadrados perfectos, así como la sección 8.5, está dedicada exclusivamente a la factorización de polinomios utilizando totalmente las técnicas presentadas en las primeras cuatro secciones.
 - 8.1 *Factores comunes*
 - 8.2 *Factorización de polinomios de la forma $x^2 + bx + c$*
 - 8.3 *Factorización de polinomios de la forma $ax^2 + bx + c$*
 - 8.4 *Factorización especial*
 - 8.5 *Factorización completa de polinomios*
 - 8.6 *Solución de ecuaciones*
- Se ha añadido al capítulo 9 una nueva sección sobre variación. La sección 9.6, *Variación*, abarca la directa y la inversa.
 - 9.1 *Multiplicar y dividir de expresiones racionales*
 - 9.2 *Expresar de fracciones en términos del mcd*
 - 9.3 *Sumar y restar de expresiones racionales*
 - 9.4 *Fracciones complejas*
 - 9.5 *Ecuaciones que contienen fracciones*
 - 9.6 *Variación*
 - 9.7 *Ecuaciones literales*
 - 9.8 *Problemas de aplicación*

Álgebra Elemental está organizado en torno a una jerarquía de OBJETIVOS cuidadosamente construida. Este enfoque “basado en objetivos” proporciona un entorno de aprendizaje integrado que permite que tanto el estudiante como el profesor encuentren fácilmente los recursos, como las herramientas de evaluación (tanto en el texto como en línea), videos, tutoriales y ejercicios adicionales.

¡NUEVO! CONCÉNTRATE EN EL ÉXITO aparece al principio de cada sección de introducción al capítulo. Estos consejos están diseñados para ayudarte a obtener el máximo provecho del libro y de tu tiempo a medida que avanzas en el curso y te prepara para las pruebas y exámenes.

Cada sección de introducción al capítulo describe los OBJETIVOS de aprendizaje que aparecen en cada sección. La lista de objetivos sirve como un recurso para guiarte en tu estudio y en la revisión de los temas.

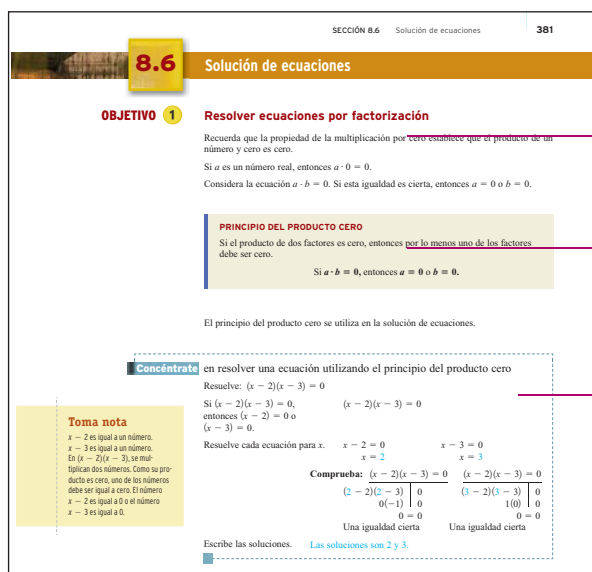
Resuelve cada EXÁMEN DE PREPARACIÓN para determinar cuáles temas puede ser que tengas que estudiar más detenidamente, con el fin de estar preparado para aprender el nuevo material.



En cada sección, los OBJETIVOS presentan cada nuevo tema de estudio.

¡NUEVO! Muchos de los recuadros de DEFINICIÓN/ CONCEPTOS CLAVE contienen ahora ejemplos que ilustran cómo se aplica cada definición o concepto clave.

¡NUEVO! Los recuadros CONCÉNTRATE advierten en torno al tipo específico de problema que debes dominar para tener éxito en los ejercicios de tarea o en un examen. Cada recuadro CONCÉNTRATE en el problema está acompañado de explicaciones detalladas para cada paso de la solución.



382

CAPÍTULO 8Factorización

Ejemplo 1

Resuelve: $2x^2 + x = 6$

Solución

$2x^2 + x - 6 = 0$
 $(2x - 3)(x + 2) = 0$
 $2x - 3 = 0$ $x + 2 = 0$
 $2x = 3$ $x = -2$
 $x = \frac{3}{2}$

Comprueba

$2x^2 + x = 6$
 $2(\frac{3}{2})^2 + \frac{3}{2} = 6$
 $2(\frac{9}{4}) + \frac{3}{2} = 6$
 $\frac{9}{2} + \frac{3}{2} = 6$
 $6 = 6$

$2x^2 + x = 6$
 $2(-2)^2 + (-2) = 6$
 $2 \cdot 4 - 2 = 6$
 $8 - 2 = 6$
 $6 = 6$

Las soluciones son $\frac{3}{2}$ y -2 .

Problema 1

Resuelve: $2x^2 - 50 = 0$

Solución

Revisa la página S19.

Intenta resolver el ejercicio 25, página 385.

- Esta ecuación es cuadrática.
- Escríbela en forma estándar.
- Factoriza el trinomio.
- Establece cada factor igual a cero (el principio del producto cero).
- Resuelve cada ecuación para x .

- Escribe las soluciones.

Los EJEMPLO/PROBLEMA pares coincidentes están diseñados para involucrarte de manera activa en el proceso de aprendizaje. Los Problemas se basan en los Ejemplos. Están vinculados de modo que puedas hacer fácilmente referencia a los pasos en el ejemplo de cómo trabajar con el problema que lo acompaña.

¡NUEVO! Ejercicios Intenta resolver que se sugiere realizar al final de cada Ejemplo/Problema par. Se elige un ejercicio similar al final de la sección. Al seguir las instrucciones, puedes aplicar inmediatamente las técnicas presentadas en los ejemplos resueltos de los ejercicios de tarea.

SECCIÓN 8.6

Problema 1

$2x^2 - 50 = 0$
 $2(x^2 - 25) = 0$
 $x^2 - 25 = 0$
 $(x + 5)(x - 5) = 0$
 $x + 5 = 0$ $x - 5 = 0$
 $x = -5$ $x = 5$

Las soluciones son -5 y 5 .

- Una ecuación cuadrática
- Factorización de 2.
- Divide cada lado entre 2.
- Factoriza.
- Establece cada factor igual a cero.

SOLUCIONES completas de los problemas se encuentran en un apéndice, al final del libro. Compara tu solución con la que se da en el apéndice para obtener retroalimentación y un refuerzo inmediato del concepto(s) en estudio.

Algebra Elemental contiene una AMPLIA VARIEDAD DE EJERCICIOS que promueven el desarrollo y mantenimiento de habilidades, desarrollo de conceptos, pensamiento crítico y solución de problemas.

¡NUEVO! Los ejercicios de REVISIÓN DEL CONCEPTO promueven la comprensión conceptual. La realización de estos ejercicios profundizará tu comprensión de los temas de la sección.

Los ejercicios de la sección PREPÁRATE aparecen en la mayoría de las series de ejercicios al final de la sección. Estos ejercicios proporcionan una práctica guiada y prueban tu comprensión de los conceptos subyacentes en una lección. Actúan como trampolín para el resto de los ejercicios del objetivo.

NUEVO! EN LAS NOTICIAS los ejercicios de aplicación te ayudarán a observar la utilidad de las matemáticas en nuestro mundo cotidiano. Dichos ejercicios se basan en la información obtenida de las fuentes de los medios de comunicación conocidos, como periódicos, revistas e Internet.

Los ejercicios PIENSA ACERCA DE promueven la comprensión conceptual. La realización de estos ejercicios profundizará tu comprensión del concepto en estudio.

SECCIÓN 5.5Funciones

255

5.5Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. Indica si la ecuación es una ecuación lineal. De ser así, escríbela en notación de función.

a. $y = -\frac{3}{2}x - 2$

b. $y = x + 1$

c. $y = x^2 + 5$

d. $y^2 = 3x + 6$

e. $y = 2x - 4$

f. $y = 6$

2. Las gráficas de $y = \frac{1}{2}x - 6$ y $f(x) = -\frac{1}{2}x$ son idénticas.

3. Para la relación graficada a la derecha, el dominio es $(-\frac{7}{2}, 1)$.

4. El valor de la función $\{(-3, 3), (-2, 2), (-1, 1), (0, 0)\}$ en -2 es $-\frac{7}{2}$.

Introducción a las funciones (Revisa las páginas 249–252).

PREPÁRATE

5. Una relación es un conjunto de (x, y) . El conjunto de primeras coordenadas de los pares ordenados se llama x .

6. a. El símbolo $f(x)$ se lee “ f de x ” o “El valor de f en x .” Es un símbolo para el número que la función f hace par con x .
b. El símbolo $f(3)$ es un símbolo para el número con el que la función hace par con 3 .
c. Si $f(x) = 4x - 1$, entonces $f(3) = 4(\underline{3}) - 1 = \underline{11}$. Esto significa que $(\underline{3}, \underline{11})$ es un par ordenado de la función f .

7. **Maratonistas** Revisa el recorte de noticias de la derecha. La tabla siguiente muestra las edades y los tiempos de llegada de los primeros ocho finalistas en el Manhattan Island Swim. Escribe una relación en la cual la primera coordenada es la edad de un nadador y la segunda su tiempo de llegada. ¿Es la relación una función?

Edades (en años)	35	45	38	24	47	51	35	48
Tiempos (en horas)	7.50	7.58	7.63	7.78	7.80	7.86	7.89	7.92

Edades (en años)	Grasas saturadas (en gramos)
1600	18
2000	20
2200	24
2500	25
2800	31

En las noticias

Los nadadores recorren la distancia

Vincentitis nadadores completaron el Manhattan Island Swim anual de la ciudad de Nueva York. Los nadadores inician en Battery Park City-South Cove y nadan 28.5 millas alrededor de la isla de Manhattan. El finalista en primer lugar, de 35 años de edad, nadó la distancia en 7 horas, 30 minutos y 15 segundos.

Fuente: www.nycswim.org

Para los ejercicios 9 y 10, utiliza los siguientes conjuntos. El conjunto A es el conjunto de todas las fechas del año (Enero 1, Enero 2, Enero 3, ...). El conjunto B es el conjunto de todas las personas del mundo.


9. **Salud** Una relación tiene un dominio A y un rango B . Cada par ordenado en la relación está en la forma (fecha, persona nacida en esa fecha). ¿Es esta relación una función?

10. **Salud** Una relación tiene un dominio B y un rango A . Cada par ordenado en la relación está en la forma (fecha, persona nacida en esa fecha). ¿Es esta relación una función?

¡NUEVO! Los iconos Intenta resolver se utilizan para vincular nuevamente los ejercicios a los ejemplos de la sección.

Escribe una ecuación y resuelve.

57. **Depreciación** Como resultado de la depreciación, el valor de un automóvil es ahora \$19,200. Esto es tres quintas partes de su valor original. Calcula el valor original del automóvil.

Los ejercicios APLICACIÓN DE CONCEPTOS pueden implicar una exploración más profunda y el análisis de temas, o pueden integrar los conceptos presentados anteriormente en el libro. Se incluyen ejercicios **Opcionales** en calculadora graficadora, que se denotan por .

Trabajar los ejercicios de aplicación que contienen DATOS REALES te preparará para utilizar la información del mundo real para responder preguntas y resolver problemas.

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

107. **Tarjetas de crédito** Lee el recorte de noticias de la derecha. La ecuación $N = 2.3\sqrt{S}$, donde S es un año que de un estudiante cursa en la universidad, puede utilizarse para determinar el número promedio de tarjetas de crédito para a , un estudiante de primer año, b , un estudiante de segundo año, c , un estudiante de tercer año y d , un estudiante de último año. Redondea a la décima más cercana.
108. **Seguridad vial** Los investigadores de accidentes de tránsito pueden calcular la velocidad S , en millas por hora, de un automóvil por la longitud de la marca de frenado mediante la fórmula $S = \sqrt{30fL}$, donde f es el coeficiente de fricción (que depende del tipo de superficie del camino) y L la longitud de la marca de frenado en pies. Supongamos que el coeficiente de fricción es 1.2 y la longitud de una marca de frenado 60 pies. Calcula la velocidad del automóvil a , como una expresión radical en su forma más simple y b , redondeada al número entero más cercano.
109. **Aviación** Es posible calcular de manera aproximada mediante la ecuación $d = 1.2\sqrt{h}$, la distancia que el piloto de un avión puede ver en el horizonte, donde d es la distancia hacia el horizonte en millas y h la altura del avión en pies. Para un piloto que vuela a una altura de 5000 pies, ¿cuál es la distancia hacia el horizonte? Redondea a la décima más cercana.
110. Dado que $f(x) = \sqrt{2x-1}$, encuentra cada una de las expresiones siguientes. Escribe tu respuesta en la forma más simple.
a. $f(1)$ b. $f(5)$ c. $f(14)$

En las noticias

Aumenta la deuda de tarjetas de crédito de los estudiantes

Al avanzar en la universidad, los estudiantes adquieren más tarjetas de crédito y acumulan deudas. El saldo promedio de una tarjeta de crédito de un estudiante de primer año es \$1585, de uno de segundo \$1581, de uno de tercero \$2090 y de uno de último año \$2864.

Fuente: Nalle Mae



Al resolver los EJERCICIOS DE REDACCIÓN mejorarás tus habilidades de comunicación conforme aumente tu comprensión de los conceptos matemáticos.

1 Aplicaciones del porcentaje (Revisa las páginas 97-101).

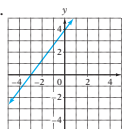
5. El empleado A tenía un sueldo anual de \$52,000, el empleado B de \$58,000 y el empleado C de \$56,000 antes de que a cada empleado le otorgaran un incremento de 5%. ¿Cuál de los tres empleados tiene ahora el sueldo anual más alto? Explica cómo llegaste a tu respuesta.
6. Cada uno de tres empleados percibía un sueldo anual de \$65,000 antes de que al empleado A le otorgaran un incremento de 3%, al empleado B uno de 6% y al empleado C uno de 4.5%. ¿Cuál de los tres empleados tiene ahora el sueldo anual más alto? Explica cómo llegaste a tu respuesta.

¡NUEVO! PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO aparecen al final de cada serie de ejercicios. Tu profesor puede asignarlos de forma individual o solicitar trabajarlos mediante actividades en equipo.

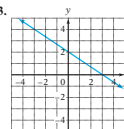
PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Por Ejercicios 82 to 85, (a) name the intersección con el eje x of the Grafica, (b) name the intersección con el eje y of the Grafica, (c) determine the slope of the line, y (d) Escribe the equation of the line in slope-intercept form.

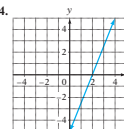
82.



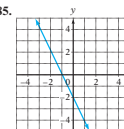
83.



84.



85.



Álgebra Elemental aborda diversos estilos de estudio, ofreciendo una GRAN VARIEDAD DE HERRAMIENTAS DE REPASO.

Al final de cada capítulo encontrarás un RESUMEN general de los TÉRMINOS CLAVE y REGLAS Y PROCEDIMIENTOS ESENCIALES presentados en este capítulo. Cada entrada incluye un nivel de referencia objetivo y una página de referencia para mostrar en qué parte del capítulo se introdujo el concepto. También se incluye un ejemplo que demuestra el concepto.

CAPÍTULO 3 Resumen		
Términos clave	Objetivo y referencia de página	Ejemplos
Una ecuación expresa la igualdad de dos expresiones matemáticas.	[3.1.1, p. 90]	$5(3x - 2) = 4x + 7$ es una ecuación.
Una solución de una ecuación es un número que, cuando se sustituye por la variable, resulta en una ecuación verdadera.	[3.1.1, p. 90]	1 es la solución de la ecuación $6x - 4 = 2$ debido a que $6(1) - 4 = 2$ es una ecuación verdadera.
Resolver una ecuación significa encontrar una solución de la misma. La meta es reescribir la ecuación en la forma variable = constante , debido a que la constante es la solución.	[3.1.2, p. 91]	La ecuación $x = -9$ está en la forma variable = constante . La constante, -9 , es la solución de la ecuación.
Una desigualdad es una expresión que contiene el símbolo $<$, $>$, \leq , \geq , $=$.	[3.4.1, p. 123]	$8x - 1 \geq 5x + 23$ is an inequality.
El conjunto solución de una desigualdad es un conjunto de números, cada elemento de los cuales, cuando se sustituye por la variable, resulta en una desigualdad cierta.	[3.4.1, p. 123]	El conjunto solución de $8x - 1 \geq 5x + 23$ es $x \geq 8$ debido a que cada número mayor o igual que 8, cuando se sustituye por la variable, resulta en una desigualdad cierta.
Reglas y procedimientos esenciales	Objetivo y referencia de página	Ejemplos
La propiedad de la suma de ecuaciones El mismo número o término variable se puede sumar a cada lado de una ecuación sin modificar la solución de la misma.	[3.1.2, p. 91]	$\begin{array}{r} x + 12 = -19 \\ x + 12 - 12 = -19 - 12 \\ x = -31 \end{array}$
La propiedad de la multiplicación de ecuaciones Cada lado de una ecuación se puede multiplicar por el mismo número diferente de cero sin modificar la solución de la misma.	[3.1.3, p. 93]	$\begin{array}{r} -6x = 24 \\ \frac{-6x}{-6} = \frac{24}{-6} \\ x = -4 \end{array}$

En los EJERCICIOS DE REPASO DEL CAPÍTULO, el orden en que los diferentes tipos de problemas se presentan es diferente del orden en el que se presentaron los temas en el capítulo. Las RESPUESTAS de estos ejercicios incluyen referencias a la sección de objetivos en la que se basan los ejercicios. Si necesitas más práctica, esto te ayudará a identificar rápidamente dónde acudir a revisar un concepto.

CAPÍTULO 3 Ejercicios de repaso		
1. ¿Es 3 una solución de $5x - 2 = 4x + 5$?	2. Resuelve: $x - 4 = 16$	
3. Resuelve: $8x = -56$	4. Resuelve: $5x - 6 = 29$	
5. Resuelve: $5x + 3 = 10x - 17$	6. Resuelve: $3(5x + 2) + 2 = 10x + 5(x - 1)$	
7. ¿Cuánto es 81% de 500?	8. ¿18 es 72% de qué número?	
9. ¿Qué porcentaje de 40 es 27?	10. Grafica: $x \leq -2$	
11. Resuelve y grafica el conjunto solución $x - 3 > -1$	12. Resuelve y grafica el conjunto solución $-3x < 12$	
13. Resuelve: $3x + 4 \geq -8$	14. Resuelve: $7x - 2(x + 3) \geq x + 10$	
15. ¿Es 2 una solución de $x^2 + 4x + 1 = 3x + 7$?	16. Resuelve: $4.6 = 2.1 + x$	
17. Resuelve: $\frac{x}{7} = -7$	18. Resuelve: $14 + 6x = 17$	
19. Resuelve: $12y - 1 = 3y + 2$	20. Resuelve: $x + 5(3x - 20) = 10(x - 4)$	
21. ¿Cuánto es 66 $\frac{2}{3}$ % de 24?	22. ¿60 es 48% de qué número?	
23. ¿Qué porcentaje es 0.5 de 3?	24. Resuelve y grafica el conjunto solución de $2 + x < -2$	
25. Resuelve y grafica el conjunto solución de $5x \leq -10$	26. Resuelve: $6x + 3(2x - 1) = -27$	
27. Resuelve: $a - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$	28. Resuelve: $\frac{3}{5}a = 12$	
29. Resuelve: $32 = 9x - 4 - 3x$	30. Resuelve: $-4[x + 3(x - 5)] = 3(8x + 20)$	
31. Resuelve: $4x - 12 < x + 24$	32. ¿Cuánto es $\frac{2}{3}$ % de 3000?	
33. Resuelve: $3x + 7 + 4x = 42$	34. Resuelve: $5x - 6 > 19$	

Cada EXAMEN DEL CAPÍTULO está diseñado para simular un examen típico de los conceptos estudiados en el capítulo. Las RESPUESTAS incluyen las referencias a los objetivos de la sección. También se proporciona una referencia a un Ejemplo, un Problema, o un recuadro de Concéntrate, que se refiere a un ejemplo desarrollado en el libro, que es similar a la pregunta del examen dado.

CAPÍTULO 3 Examen		
1. Resuelve: $\frac{3}{4}x = -9$	2. Resuelve: $6 - 5x = 5x + 11$	
3. Resuelve: $3x - 5 = -14$	4. ¿Es -2 una solución de $x^2 - 3x = 2x - 6$?	
5. Resuelve: $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$	6. Resuelve: $5x - 2(4x - 3) = 6x + 9$	
7. Resuelve: $7 - 4x = -13$	8. Resuelve: $11 - 4x = 2x + 8$	
9. Resuelve: $x - 3 = -8$	10. Resuelve: $3x - 2 = 5x + 8$	
11. Resuelve: $\frac{3}{8}x = 5$	12. Resuelve: $6x - 3(2 - 3x) = 4(2x - 7)$	
13. Resuelve: $6 - 2(5x - 8) = 3x - 4$	14. Resuelve: $9 - 3(2x - 5) = 12 + 5x$	
15. Resuelve: $3(2x - 5) = 8x - 9$	16. ¿Qué porcentaje de 16 es 20?	
17. ¿30% de qué es 12?	18. Grafica: $x > -2$	
19. Resuelve y grafica el conjunto solución de $-2 + x \leq -3$	20. Resuelve y grafica el conjunto solución de $\frac{3}{8}x > -\frac{3}{4}$	
21. Resuelve: $x + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$	22. Resuelve: $3(x - 7) \geq 5x - 12$	
23. Resuelve: $\frac{3}{8}x \leq 6$	24. Resuelve: $4x - 2(3 - 5x) \leq 6x + 10$	
25. Resuelve: $3(2x - 5) \geq 8x - 9$	26. Resuelve: $15 - 3(5x - 7) < 2(7 - 2x)$	
27. Resuelve: $-6x + 16 = -2x$	28. ¿Es 20 83 $\frac{1}{3}$ % de qué número?	
29. Resuelve y grafica el conjunto solución $\frac{2}{3}x \geq 2$	30. ¿Es 5 una solución de $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$?	

Ejercicios de repaso acumulativos aparecen al final de cada capítulo (inicia con el capítulo 2), y te ayudarán a reforzar las habilidades adquiridas previamente. Las RESPUESTAS incluyen las referencias a la sección de objetivos en los cuales se basan los ejercicios.

Ejercicios de repaso acumulativos

- Simplifica: $12 - 18 \div 3 \cdot (-2)^2$
- Evalúa $\frac{a-b}{a^2-c}$ cuando $a = -2$, $b = 3$, y $c = -4$.
- Simplifica: $4(2 - 3x) - 5(x - 4)$
- Resuelve: $2x - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$
- Resuelve: $3x - 2[x - 3(2 - 3x)] = x - 6$
- Escribe como fracción $\frac{6}{5}\%$.
- Utiliza el método de lista para escribir el conjunto de los números naturales menores que 9.
- Dado que $D = \{-23, -18, -4, 0, 5\}$, ¿qué elementos del conjunto de son mayores que -16 ?
- Resuelve: $8a - 3 \geq 5a - 6$
- Resuelve $4x - 5y = 15$ para y .
- Encuentra la solución representada por el par ordenado de $y = 3x - 1$ que corresponde a $x = -2$.
- Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(2, 3)$ y $(-2, 3)$.
- Calcula las intersecciones x y y para $5x + 2y = 20$.
- Encuentra la ecuación de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(3, 2)$ y tiene pendiente -1 .
- Grafica: $y = \frac{1}{2}x + 2$
- Grafica: $3x + y = 2$
- Grafica: $f(x) = -4x - 1$
- Grafica el conjunto solución $dex - y \leq 5$.

Después del último capítulo del libro, se incluye un EXAMEN FINAL, el cual está diseñado para simular un examen general que abarque todos los conceptos presentados en la obra. Las RESPUESTAS a las preguntas de los exámenes finales se proporcionan en el apéndice, al final del libro, e incluyen las secciones de objetivos en las cuales se basan las preguntas.

558 Examen final

Examen final

- Evalúa: $-|-3|$
- Resta: $-15 - (-12) - 3$
- Escribe $\frac{4}{5}$ como un porcentaje.
- Simplifica: $-2^4 \cdot (-2)^4$
- Simplifica: $-7 - \frac{12 - 15}{2 - (-1)} \cdot (-4)$
- Evalúa $\frac{a^2 - 3b}{2a - 2b}$ cuando $a = 3$ y $b = -2$.
- Simplifica: $6x - (-4y) - (-3x) + 2y$
- Multiplica: $(-15z)\left(\frac{2}{3}\right)$
- Simplifica: $-2[5 - 3(2x - 7) - 2x]$
- Resuelve: $20 = -\frac{2}{3}x$

Otras características clave

MÁRGENES Dentro de los márgenes se pueden encontrar las siguientes características.

Toma nota

La expresión $n(6 + n^3)$ debe tener paréntesis. Si escribimos $n \cdot 6 + n^3$, entonces por el orden de las operaciones, sólo el 6 se multiplica por n . Queremos que n se multiplique por el total de 6 y n^3 .

Los recuadros TOMA NOTA te advierten en cuanto a los conceptos que requieren atención especial.

Punto de interés

El astrónomo griego Ptolomeo comenzó utilizando ómicron, o, la primera letra de la palabra griega que significa "nada", como símbolo del cero en el año 150 a.C. Sin embargo, no fue sino hasta el siglo XIII que Fibonacci introdujo el 0 al mundo occidental como un marcador de posición en el que podríamos distinguir, por ejemplo, 45 de 405.

Los recuadros PUNTO DE INTERÉS, que mantienen relación con el tema objeto de discusión de estas cuestiones, pueden ser de naturaleza histórica o de interés general.

Cómo se usa

La suma de decimales positivos y negativos se utiliza en la optometría. Las dioptrías, que se utilizan para medir la intensidad de los lentes, se dan como decimales positivos o negativos: un lente con una dioptría negativa corrige la miopía y un lente con una dioptría positiva corrige la presbicia. Para corregir más de un aspecto de la visión de una persona, un optometrista diseña anteojos que combinan dos o más intensidades.

¡NUEVO! CÓMO SE USA. Estos recuadros se relacionan con el tema en discusión. Presentan escenarios del mundo real que muestran la utilidad de los conceptos seleccionados en el libro.



Para evaluar expresiones algebraicas se puede utilizar una calculadora graficadora. Cuando el valor de cada variable está almacenado en la memoria de la calculadora y se ingresa en la calculadora una expresión algebraica, la calculadora evalúa esa expresión para los valores almacenados en su memoria. Consulta el Apéndice para una descripción de los procedimientos para oprimir las teclas.

Aunque el libro no depende del uso de una calculadora, los recuadros de **TECNOLOGÍA** que se enfocan en la enseñanza de la calculadora incluyen los temas seleccionados. Dichos recuadros contienen consejos para el uso de una calculadora graficadora.

ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS

El enfoque del libro en la solución de problemas hace hincapié en la importancia de una estrategia bien definida. Las estrategias del modelo se presentan como guías para que a medida que intentes resolver el problema, al mismo tiempo te acompañe en cada ejemplo numerado.

EJEMPLO 2

● Durante un año reciente, casi 1.2 millones de perros o camadas se registraron en el American Kennel Club. La raza más popular fue el Labrador perdiguero, con 172,841 registrados. ¿Qué porcentaje de los registros fue de Labrador perdiguero? Redondea a la décima parte más cercana de un porcentaje. (Fuente: American Kennel Club).

Estrategia Para calcular el porcentaje, resuelve la ecuación básica del porcentaje utilizando $B = 1.2$ millones $= 1,200$ y $A = 172,841$. El porcentaje no es conocido.

Solución

$$\frac{P(1,200,000)}{1,200,000} = \frac{172,841}{1,200,000}$$

$P \approx 0.144$
 $P \approx 14.4\%$

• $B = 1,200,000$; $A = 172,841$
• **Divide entre 1,200,000** cada lado de la ecuación.
• **Reescribe el decimal como porcentaje.**
Aproximadamente 14.4% de los registros fue de Labrador perdiguero.

Problema 2 Un estudiante respondió correctamente a 72 de 80 preguntas en un examen. ¿Qué porcentaje de preguntas respondió correctamente?

Solución Revisa la página S5.

► Intenta resolver el ejercicio 43, página 105.

Recursos para el profesor

Este libro cuenta con una serie de complementos para el profesor, los cuales están en inglés y sólo se proporcionan a los docentes que adopten la presente obra como texto para sus cursos. Para mayor información, comuníquese a las oficinas de nuestros representantes o a las siguientes direcciones de correo electrónico:

Cengage Learning Mexico clientes@cengagelearning.com.mx
Cengage Learning America del Sur clcengage@andinet.com
Cengage Learning Caribe y Centroamérica grisel.colon@cengage.com

SUPLEMENTOS IMPRESOS

Edición del libro con notas para el instructor

(ISBN: 978-1-111-98944-6)

Este recurso incluye las soluciones de todos los problemas del libro, así como un apéndice que indica los problemas que pueden encontrarse en Enhanced WebAssign.

Manual de soluciones del instructor

(ISBN: 978-1-133-11223-5)

Autor: Rhoda Oden, *Gadsden State Community College*

Este manual proporciona las soluciones de todos los problemas del libro.

Cuaderno de recursos del instructor con apéndice

(ISBN: 978-1-133-11248-8)

Autor: María H. Andersen, Muskegon Community College, con Apéndices de Richard N. Aufmann, Palomar College, y Joanne S. Lockwood, Nashua Community College.

Cada sección del libro se analiza en las Guías de enseñanza de diseño exclusivo que contienen consejos, ejemplos, actividades, hojas de trabajo, gastos generales, evaluaciones y soluciones de todas las hojas de trabajo y actividades.

SUPLEMENTOS ELECTRÓNICOS

Videos específicos del libro

Autor: Dana Mosely

Estos videos específicos de instrucción ofrecen al estudiante refuerzo visual de los conceptos y las explicaciones. Los videos contienen un lenguaje fácil de entender, junto con los ejemplos detallados y los problemas de muestra. El formato flexible ofrece una gran versatilidad. Se puede acceder rápidamente a los temas, y las clases se pueden cubrir de forma autodidacta, ya sea en línea o de forma combinada. Incluyen subtítulos para sordos. Estos videos están disponibles a través de Enhanced WebAssign y CourseMate.

PowerLecture con Diploma® (ISBN: 978-1-133-11367-6)

Este CD-ROM proporciona herramientas multimedia dinámicas para la enseñanza. Puede crear, entregar y personalizar los exámenes (tanto impresos como en línea) en cuestión de minutos con los exámenes computarizados de Diploma presentando ecuaciones algorítmicas. El constructor del manual de soluciones en línea genera con facilidad conjuntos de soluciones para las tareas o exámenes. Hojas de prácticas, Primer día de clases con PowerPoint, el arte y las figuras del libro y un banco de exámenes en formato electrónico también se incluyen en este CD-ROM.

Syllabus Creator (incluido en PowerLecture)

Autores: Richard N. Aufmann y Joanne S. Lockwood

¡NUEVO! Escriba, edite y actualice con facilidad su syllabus con el Aufmann/Lockwood Syllabus Creator. Este software le permite crear su nuevo programa en varios pasos: primero seleccione los objetivos del curso requerido, y luego agregue la información de su contacto, información sobre los cursos, las expectativas del estudiante, la política de calificación, fechas y lugares de su curso, así como el curso en línea. Ahora tiene su syllabus!

Constructor de soluciones

Este instructor de base de datos en línea ofrece soluciones completas para todos los ejercicios en el libro, lo que le permite crear impresiones personalizadas, soluciones de seguridad (en formato PDF) que corresponden exactamente a los problemas que se le asignan en clase. Para obtener más información, visite www.cengage.com/solutionbuilder.

Enhanced WebAssign® (ISBN: 978-0-538-73810-1)

Enhanced WebAssign, exclusivamente a través de Cengage Learning, combina los contenidos excepcionales de matemáticas que usted conoce y ama con WebAssign, el solucionador de tareas en línea más poderoso. Enhanced WebAssign involucra al estudiante con una respuesta inmediata y un rico contenido tutorial. Los ebooks interactivos ayudan al estudiante a desarrollar una comprensión conceptual más profunda del material. Las actividades en línea pueden construirse mediante la selección de miles de problemas de texto específicos. Las actividades pueden complementarse con los problemas de cualquier libro de texto de Cengage Learning.

Enhanced WebAssign: Guía de inicio inteligente para el estudiante

(ISBN: 978-495-38479-3)

Autor: Cengage Learning

Enhanced WebAssign: Guía de inicio inteligente para el estudiante que ayuda a empezar a usar Enhanced WebAssign y así estudiar de manera más inteligente y mejorar el rendimiento en clase.

Tarjeta de acceso a Coursemate con ebook

(ISBN: 978-1-133-51019-2)

Tarjeta de acceso instantáneo para Coursemate con ebook

(ISBN: 978-1-133-51018-5)

Complemente su libro y el contenido del curso con materiales de estudio y práctica. El CourseMate de Desarrollo del Aprendizaje de Matemáticas de Cengage Learning proporciona conceptos de vida con aprendizaje, estudio y herramientas de preparación de exámenes interactivas que apoyan el libro impreso. Observe cómo mejora la comprensión del estudiante mientras su grupo trabaja con el libro impreso y un sitio web específico de libros de texto. El Coursemate de Desarrollo de Matemáticas va más allá del libro para ofrecerle lo que necesita!

Para acceder, visite CengageBrain.com

Agradecimientos

Los autores agradecen a quienes han revisado la séptima edición y ofrecido valiosas sugerencias.

Maria T. Alzugaray Rodriguez, *Suffolk County Community College*

Sheila Anderson, *Housatonic Community College*

Edie Carter, *Amarillo College*

Kamesh Casukhela, *Universidad Estatal de Ohio en Lima*

Jacqui Fields, *Wake Technical Community College*

Julie Fisher, *Austin Community College*

Shelly Hansen, *Mesa State College, Western Colorado Community College*

Gayathri Kambhampati, *Cloud County Community College, Campus Geary*

Brian Karasek, *South Mountain Community College*

Linda Kuroski, *Erie Community College City Campus*

Larry Musolino, *Leigh Carbon Community College*

Angela Stabley, *Portland Community College*

Rose Toering, *Kilian Community College*

Edward Watkins, *Florida State College at Jacksonville*

Annette Wiesner, *Universidad de Wisconsin, Parkside*

Un agradecimiento especial a Jean Birmingham por la edición del manuscrito y la revisión de las páginas; a Rhoda Oden por la elaboración de los manuales de soluciones, así como a Lauri Semarne por su trabajo para cuidar la precisión del texto. También agradecemos a las muchas personas que trabajan en Cengage Learning por llevar el manuscrito, desde el desarrollo hasta la producción, a su octava edición.

Concéntrate en el éxito

Este importante capítulo describe las habilidades de estudio empleadas por los estudiantes que han tenido éxito en este curso. El capítulo A cubre una amplia variedad de temas que se enfocan en lo que necesitas hacer para tener éxito en este curso. Incluye una guía completa del libro y la forma de aprovechar sus características para convertirte en un estudiante exitoso.

OBJETIVOS

A.1

- Prepárate
- Motívate
- Desarrollar una actitud hacia las matemáticas de “puedo hacerlo”
- Estrategias para el éxito
- Administración del tiempo
- Hábitos de los estudiantes exitosos

A.2

- Adoptar una perspectiva amplia
- Comprender la organización
- Utilizar el método interactivo
- Utilizar una estrategia para resolver los problemas de palabras
- Sobresalir en el examen

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este curso?

1. Lee este capítulo. Responde todas las preguntas. Anota tus respuestas.
2. Escribe el nombre de tu profesor.
3. Escribe el número del aula.
4. Escribe los días y los horarios de las reuniones del grupo.
5. Consigue tu libro de texto, una libreta y un bolígrafo o lápiz.
6. Sé un participante activo, no un observador pasivo.

A.1**Cómo tener éxito en este curso****PREPÁRATE**

Estamos comprometidos con tu éxito en el aprendizaje de las matemáticas y hemos desarrollado muchas herramientas y recursos para apoyarte a lo largo del camino.

¿QUIERES ALCANZAR LA EXCELENCIA EN ESTE CURSO?

Sigue leyendo para aprender acerca de las habilidades que necesitarás y la forma de utilizar mejor este libro para obtener los resultados que deseas.

Hemos escrito este libro en un estilo *interactivo*. Hablaremos de esto más adelante pero, en breve, esto significa que se supone que interactúes con él. ¡No lo leas simplemente! Trabaja con él. ¿Estás preparado? ¡Comencemos!

¿POR QUÉ ESTÁS TOMANDO ESTE CURSO?

¿Interactuaste con el libro, o simplemente leíste la última pregunta? Toma una hoja de papel y un bolígrafo o lápiz y responde a la pregunta. En realidad tendrás más éxito en matemáticas y en otros cursos que tomes si **participas activamente**. Ahora **interactúa**. Escribe una razón por la cual estás tomando este curso.

Por supuesto, no tenemos la menor idea de lo que acabas de escribir, pero la experiencia nos ha demostrado que muchos de ustedes escribieron algo así como “Debo tomarlo para graduarme”, o “Se requiere para mi especialización”. Esas razones son perfectamente válidas. Todos los profesores han tenido que tomar cursos que no estaban relacionados de manera directa con su especialización.

¿POR QUÉ QUIERES TENER ÉXITO EN ESTE CURSO?

Piensa en la razón por la cual quieres tener éxito en este curso. Elabora una lista de las razones aquí (¡en papel, no en tu mente!):

Una razón que tal vez has mencionado es que las habilidades matemáticas son importantes para tener éxito en la carrera que has elegido. Ésta ciertamente es una razón importante. Las siguientes son otras razones.

- Las matemáticas son una habilidad que aplica a todas las carreras, lo que ciertamente es un beneficio en nuestro mundo de requerimientos profesionales cambiantes. Una buena base matemática te puede permitir que hagas más fácilmente un cambio de carrera.
- Las matemáticas te pueden ayudar a desarrollar habilidades de pensamiento crítico, un atributo que desean todos los empleadores.
- Las matemáticas te pueden ayudar a ver las relaciones entre las ideas y a identificar los patrones.

Toma nota

La motivación por sí sola no conducirá al éxito. Por ejemplo, supongamos que a una persona que no sabe nadar la llevan en una lancha de remos a la mitad de un lago y la arrojan por la borda. Esa persona tiene mucha motivación para nadar, pero lo más probable es que se ahogue si nadie la ayuda. Para tener éxito, necesitarás motivación y aprendizaje.

MOTÍVATE

En este libro encontrarás muchos problemas reales, relacionados con deportes, dinero, automóviles, música y más. Esperamos que estos temas te ayuden a comprender la forma en la cual se utilizan las matemáticas en la vida cotidiana. Para desarrollar todas esas habilidades necesarias y comprender la forma en la cual las puedes aplicar en tu vida fuera de este curso, **motívate para aprender**.

Una de las razones por las cuales te preguntamos por qué estás tomando este curso fue proporcionarte motivación para que tengas éxito. Cuando existe una razón para hacer algo, es más fácil realizar la tarea. Comprendemos que tal vez no desees tomar este curso, pero para alcanzar la meta de tu carrera, éste es un paso necesario. Deja que la meta de tu carrera sea tu motivación para el éxito.

¡HAZ UN COMPROMISO CON EL ÉXITO!

Con la práctica mejorarás tus habilidades matemáticas. ¿Escéptico? Piensa cuando aprendiste a conducir un automóvil, a usar una patineta, a bailar, a pintar, a surfear o cualquier otro talento que ahora tienes. Tal vez te sentiste cohibido o preocupado porque pudieras fracasar. Pero con el tiempo y la práctica desarrollaste la habilidad.

Menciona una situación en la cual alcanzaste tu meta dedicando algún tiempo a practicar y perfeccionar tus habilidades (como aprender a tocar el piano o a jugar basquetbol):

No llegas a ser “hábil” en algo si lo haces una vez cada semana. La **práctica** es la espina dorsal de cualquier empresa exitosa, ¡incluidas las matemáticas!

DESARROLLAR UNA ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS DE “PUEDO HACERLO”

¡Puedes aprender matemáticas! Cuando aprendiste las habilidades que acabamos de mencionar, tal vez no las desempeñabas bien. Con la práctica, mejoraste; con la práctica, serás mejor en matemáticas. Mantente concentrado, motivado y comprometido con el éxito.

No podemos insistir suficiente en lo importante que es superar el síndrome de “No puedo aprender matemáticas”. Si escuchas las entrevistas de deportistas muy exitosos después de un desempeño particularmente malo, observarás que se enfocan en los aspectos positivos de lo que hicieron, no en los negativos. Los psicólogos del deporte alientan a los deportistas para que sean siempre positivos, a adoptar una actitud de “puedo hacerlo.” Desarrolla esta actitud hacia las matemáticas y tendrás éxito.

Modifica tu conversación acerca de las matemáticas. No digas “no puedo aprender matemáticas”, “odio las matemáticas” o “las matemáticas son muy difíciles”. Esos comentarios sólo te darán una excusa para fracasar. Tú no quieres fracasar y nosotros no queremos que fracases. Escribe ahora: **¡Puedo aprender matemáticas!**

ESTRATEGIAS PARA EL ÉXITO

PREPÁRATE PARA TRIUNFAR

Existen varias cosas que pueden ser inquietantes para ti cuando inicias un nuevo curso. Haz ahora una lista de esas cosas.

Las siguientes son algunas de las preocupaciones expresadas por nuestros estudiantes.

- **Matriculación**
¿Podré pagar la escuela?
- **Trabajo**
Debo trabajar. ¿Mi empresa me asignará un horario que me permita asistir a la escuela?
- **Ansiedad**
¿Tendré éxito?
- **Cuidado de los niños**
¿Qué haré con mis hijos cuando estoy en clase o cuando necesito estudiar?
- **Tiempo**
¿Podré encontrar el tiempo para asistir a clases y estudiar?
- **Metas del título**
¿Cuánto tiempo me llevará concluir la escuela y obtener mi título?

Todas estas preocupaciones son importantes y válidas. Cualesquiera que sean tus preocupaciones, reconócelas. Elige una ruta académica que se ajuste a tus necesidades. Asegúrate de que no te impida tener éxito.

SELECCIONA UN CURSO

Numerosas escuelas ofrecen exámenes de evaluación en matemáticas, los cuales valoran tus habilidades matemáticas actuales. No evalúan lo inteligente que eres, de manera que no te preocupes por tu calificación en el examen. Si no estás seguro acerca de dónde deberías empezar en el plan de estudios de matemáticas, esos exámenes te pueden mostrar en dónde empezar. Estarás mejor comenzando en un nivel que sea apropiado para ti, que empezar en una clase más avanzada y después renunciar debido a que no te puedes mantener en ese nivel. Renunciar a una clase es una pérdida de tiempo y dinero.

Si tienes dificultades con las matemáticas, evita los cursos breves que comprimen la clase en unas cuantas semanas. Si has tenido problemas con las matemáticas en el pasado, este entorno no te da tiempo para procesar los conceptos matemáticos. De manera similar, evita las clases que se imparten una vez por semana. La pausa entre las clases hace que sea difícil correlacionar entre los conceptos.

Las metas de algunas carreras requieren cierto número de cursos de matemáticas. Si esto es cierto en tu especialidad, trata de tomar un curso de matemáticas cada semestre hasta que completes los requerimientos. Piensa en ello de esta manera. Supongamos que estás tomando Francés I y después esperas dos semestres antes de tomar Francés II, puedes olvidar gran parte del material. Lo mismo sucede con las matemáticas. Debes mantener frescos los conceptos en tu mente.

ADMINISTRACIÓN DEL TIEMPO

Uno de los requerimientos más importantes para realizar cualquier tarea es reconocer la cantidad de tiempo que se llevará completar con éxito el trabajo. Antes de que una compañía constructora empiece a construir un rascacielos, la empresa pasa meses determinando cuánto tiempo se llevará cada fase de la construcción. Esto se hace de manera que los recursos se puedan asignar cuando sea apropiado. Por ejemplo, no tendría sentido programar a los electricistas para que instalen el cableado, mientras no se hayan levantado todos los muros.

¡ADMINISTRA TU TIEMPO!

Sabemos lo ocupado que estás fuera de la escuela. ¿Tienes un trabajo de tiempo completo o por horas? ¿Tienes hijos? ¿Visitas con frecuencia a tu familia? Haces deporte o participas en la orquesta o la compañía de teatro de la escuela? Puede resultar estresante

equilibrar todas las actividades y responsabilidades importantes en tu vida. El hecho de elaborar un plan de administración del tiempo te ayudará a programar el tiempo suficiente para hacer todo lo que necesitas. Comencemos.

En primer lugar, necesitas un calendario. Puedes utilizar un planificador diario, un calendario de un smartphone, o un calendario en línea, como los que ofrecen Google, MSN o Yahoo. Es mejor tener un calendario en el cual puedas anotar las actividades cotidianas y tener también una perspectiva semanal o mensual.

Empieza a llenar tu calendario ahora, incluso si eso significa detenerte aquí y encontrar uno. Algunas de las cosas que podrías incluir son:

- Las horas en que se reúnen los miembros de cada grupo
- Horas para conducir a y desde el trabajo o la escuela
- Tiempo de esparcimiento, un aspecto importante de un estilo de vida saludable
- Tiempo para estudiar. Planea por lo menos una hora de estudio por cada hora en el aula ¡Esto es un *mínimo*!
- Tiempo para comer
- Tu horario de trabajo
- Tiempo para actividades extracurriculares como deportes, clases de música, o trabajo voluntario
- Tiempo para la familia y los amigos
- Tiempo para dormir
- Tiempo para hacer ejercicio

En realidad esperamos que hayas hecho esto. De no ser así, por favor reconsidera. Una de las mejores vías hacia el éxito es comprender cuánto tiempo se requiere para tenerlo. Cuando completes tu calendario, si no te deja el tiempo suficiente para mantenerte física y emocionalmente saludable, vuelve a pensar en algunas de tus actividades escolares o profesionales. No queremos que pierdas tu trabajo a causa de que debes estudiar matemáticas ni que falles en matemáticas debido a tu trabajo.

Si las matemáticas son particularmente difíciles para ti, considera tomar menos unidades o materias durante el semestre que estudias matemáticas. Esto aplica igualmente a cualquier otro tema que encuentres difícil. No hay ninguna regla de que debas terminar la universidad en cuatro años. Eso es un mito, que ahora se ha descartado.

Ahora amplía tu calendario para todo el semestre. Muchas de las entradas se repetirán, como el tiempo para asistir a clases. En tu calendario ampliado incluye acontecimientos significativos que pueden alterar tu rutina normal. Esto podría incluir días festivos, salidas familiares, cumpleaños, aniversarios o eventos especiales como un concierto o un partido de fútbol. Además de esos eventos, asegúrate de incluir las fechas de los exámenes, la fecha del examen final y la fecha en que se deben entregar los proyectos o los documentos. Todos éstos son acontecimientos importantes del curso. El hecho de tenerlos en tu calendario te recordará que necesitas reservar tiempo para ellos.

TIEMPO PARA LAS CLASES

Para tener éxito, **asiste a clases**. Debes considerar tu compromiso de asistir a clases como algo tan serio como tu compromiso con tu trabajo o con asistir a una cita con un amigo entrañable. Es difícil exagerar la importancia de asistir a clases. Si faltas al trabajo, no te pagarán. Si faltas a clases no obtendrás el beneficio pleno del dinero gastado en tu colegiatura. Estás perdiendo dinero.

Si por alguna situación inevitable no puedes asistir a clases, averigua tan pronto como sea posible lo que se cubrió en la clase. Podrías:

- Pedirle a un amigo sus notas y preguntarle por la tarea.
- Ponerte en contacto con tu profesor y obtener la tarea. Faltar a una clase no es excusa para no estar preparado para la siguiente.
- Determinar si hay recursos en línea que puedas utilizar para ayudarte con los temas y conceptos que se discutieron en la clase a la que faltaste.

Es importante asistir a clases. Una vez que estés allí, **participa en la clase**. Mantente involucrado y activo. Cuando tu profesor te hace una pregunta, trata de responderla al menos mentalmente. Si tienes una pregunta, debes formularla. Tu profesor espera preguntas y quiere que comprendas el concepto que se está estudiando.

Toma nota

Sé realista acerca del tiempo que dispones. Una medida es que trabajar 10 horas a la semana es equivalente a tomar un curso de tres unidades. Si tu universidad considera que 15 unidades es una carga completa y tú estás trabajando 10 horas a la semana, deberías considerar tomar 12 unidades. Mientras más trabajes, menos unidades deberías tomar.

TIEMPO PARA LAS TAREAS

Además de asistir a clases, debes hacer tus **tareas**. Las tareas son la mejor forma de reforzar las ideas presentadas en la clase. Debes planear por lo menos de una a dos horas de tareas y estudio por cada hora que asistas a clases. Hemos tenido muchos estudiantes que nos dicen que de una a dos horas les parece mucho tiempo. Eso puede ser cierto, pero si quieres alcanzar tus metas, debes estar dispuesto a dedicar tiempo para tener éxito en este curso de matemáticas.

Debes programar tu tiempo para estudiar como si fuera tiempo para asistir a clases. Para hacerlo, escribe en dónde y cuándo estudias mejor. Por ejemplo, ¿estudias mejor en casa, en la biblioteca, en el centro de matemáticas, bajo un árbol, o en algún otro lugar? Algunos psicólogos que investigan las estrategias exitosas de estudio sugieren que, con el solo hecho de variar el lugar en donde estudias, puedes incrementar la eficacia de la sesión de estudio. Mientras consideras en dónde prefieres estudiar, piensa también en la hora del día durante la cual tu periodo de estudio será más productivo. Escribe tus ideas.

Lee lo que has escrito y asegúrate de que consistentemente puedas estar en tu entorno de estudio favorito a la hora que has seleccionado. El estudio y las tareas son extremadamente importantes. Así como no debes faltar a clases, **no faltes a tu tiempo de estudio**.

Antes de que abandonemos este tema importante, tenemos algunas sugerencias. De ser posible, establece una hora de estudio justo después de la clase. El material estará fresco en tu mente, y el repaso inmediato, junto con tu tarea, ayudarán a reforzar los conceptos que estás estudiando.

Si no puedes estudiar justo después de la clase, asegúrate de asignar algún tiempo *el día de la clase* para revisar las notas y comenzar la tarea. Mientras más tiempo esperes, más difícil es recordar algunos de los puntos importantes que se cubrieron durante la clase. Estudiar matemáticas en pequeñas partes, una hora al día (tal vez no lo suficiente para la mayoría de nosotros) todos los días, es mejor que varias horas en una sesión. Si estudias durante un periodo prolongado, desglosa tu sesión de un tema durante un tiempo y después cambia a otro tema. Trata de alternar entre cursos similares o relacionados. Por ejemplo, estudia matemáticas durante un tiempo, después ciencias y luego vuelve a las matemáticas. O bien, estudia historia durante un tiempo, después ciencias políticas y luego regresa a la historia.

Conoce a algunas personas en tu grupo y trata de **organizar un equipo de estudio**. El equipo puede reunirse dos o tres veces por semana. Durante esas reuniones podrían formularse preguntas unos a otros, prepararse para un examen, tratar de explicar un concepto a alguien más en el equipo, o solicitar ayuda sobre un tema que es difícil para ti.

Después de leer estas sugerencias, tal vez desees volver a pensar en dónde y cuándo estudias mejor. De ser así, hazlo ahora. Sin embargo, recuerda que lo importante es tu estilo individual. Elige lo que funciona para *ti* y apégate a ello.

HÁBITOS DE LOS ESTUDIANTES EXITOSOS

Existen varios hábitos que emplean los estudiantes exitosos. Los hábitos que has mencionado probablemente son las cosas que tú sabes que debes hacer para tener éxito.

La siguiente es una lista de algunas respuestas de estudiantes exitosos que hemos conocido.

- **Establece prioridades.** Durante el curso encontrarás muchas distracciones. No permitas que te impidan alcanzar tu meta.
- **Asume la responsabilidad.** Tu profesor, este libro, los tutores, los centros de matemáticas y otros recursos están allí para ayudarte a tener éxito. Sin embargo, en última instancia, tú debes elegir qué quieres aprender. Debes elegir el éxito.
- **Convive con estudiantes exitosos.** El éxito engendra éxito. Cuando trabajas y estudias con estudiantes exitosos, estás en un entorno que te ayudará a tener éxito. Busca personas que estén comprometidas con sus metas.
- **Estudia con regularidad.** Ya hemos mencionado esto antes, pero es muy importante como para no repetirlo.
- **Autoevalúate.** Una vez cada pocos días, elige ejercicios de las tareas previas y utilízalos para poner a prueba tu comprensión. Trata de realizar estos ejercicios sin recurrir a la ayuda de los ejemplos en el libro. Esas autoevaluaciones te ayudarán a tener la confianza de que puedes resolver ese tipo de problemas en un examen determinado durante la clase.
- **Prueba diferentes estrategias.** Si lees el libro y todavía experimentas dificultades para comprender un concepto, considera ir un paso más adelante. Ponte en contacto con el profesor o busca un tutor. Consulta otro libro. Sé activo y obtén la ayuda que necesitas.
- **Elabora flash cards.** Ésta es una de las estrategias en que no piensan algunos estudiantes. Las *flash cards* (tarjetas de memorización) son una parte muy importante en el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, tu profesor puede utilizar palabras o frases como *lineal*, *cuadrático*, *exponente*, *base*, *racional* y muchas otras. Si no conoces los significados de esas palabras, no comprenderás lo que se está estudiando.
- **Sigue avanzando.** Tu educación no es una carrera. La meta primordial es terminar. Tomar demasiadas clases y después dejar algunas no te lleva al fin con mayor rapidez. Toma sólo las clases que puedes administrar.

A.2

Cómo utilizar el libro para tener éxito en este curso

ADOPTAR UNA PERSPECTIVA AMPLIA

Uno de los principales recursos a los que tendrás acceso durante todo el curso es este libro. Lo hemos escrito teniéndote en mente, así como tu éxito. La siguiente es una guía de las características del libro que te ayudará a alcanzar el éxito.

En efecto, queremos que veas la perspectiva *realmente* amplia. Toma algunos minutos para leer la tabla de contenido. Puedes experimentar cierta ansiedad acerca de todos los nuevos conceptos que aprenderás. Trata de pensar en esto como una oportunidad excitante de aprender matemáticas. Ahora revisa todo el libro. Avanza rápidamente. No dediques más de unos segundos a cada página. Examina los títulos, las imágenes y los diagramas.

Lograr este punto de vista de la “perspectiva amplia” te ayudará a ver hacia dónde se dirige este curso. Para llegar a tu meta, es importante tener una idea de los pasos que necesitarás seguir a lo largo del camino.

Mientras revisas el libro, busca temas que te interesen. ¿Cuál es tu preferencia? ¿Las carreras? ¿El velerismo? ¿La televisión? ¿Los parques de diversiones? Busca el índice de aplicaciones al final del libro y extrae tres temas que te interesen. Escríbelos aquí.

COMPRENDER LA ORGANIZACIÓN

Revisa de nuevo la tabla de contenido. En este libro hay once capítulos. Verás que cada uno está dividido en secciones y que cada sección contiene varios objetivos de aprendizaje. Cada objetivo de aprendizaje está clasificado con un número del 1 al 5. Si sabes cómo está organizado este libro, eso te ayudará a localizar los temas y conceptos importantes que estás estudiando.

Antes de comenzar con uno nuevo, toma algunos minutos para leer la redacción de ese objetivo. Después hojear el material del objetivo. Observa en especial los términos o frases en **bold**, son conceptos importantes que necesitarás conocer a medida que avances en el curso. Estos términos son buenos candidatos para las *flash cards*. De ser posible, incluye un ejemplo del concepto en la *flash card*, como se muestra a la izquierda.

También verás conceptos y reglas importantes resaltados en recuadros. El siguiente es uno acerca de los exponentes. Estas reglas también son buenos candidatos para las *flash cards*.

Flash card

Regla para multiplicar expresiones con exponentes

Si m y n son números enteros, entonces $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

Ejemplos

$$x^4 \cdot x^7 = x^{4+7} = x^{11}$$

$$y \cdot y^5 = y^{1+5} = y^6$$

$$a^2 \cdot a^6 \cdot a = a^{2+6+1} = a^9$$

REGLA PARA MULTIPLICAR EXPRESIONES CON EXPONENTES

Si m y n son números enteros, entonces $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

EJEMPLOS

En cada ejemplo a continuación, estamos multiplicando dos expresiones con exponentes con la misma base. Simplifica la expresión mediante la suma de los exponentes.

$$1. \quad x^4 \cdot x^7 = x^{4+7} = x^{11}$$

$$2. \quad y \cdot y^5 = y^{1+5} = y^6$$

$$3. \quad a^2 \cdot a^6 \cdot a = a^{2+6+1} = a^9$$

Hojear la sección 3.1 del capítulo 3. Escribe los términos en **bold** y cualesquiera conceptos o reglas que se presenten en los recuadros.

UTILIZAR EL MÉTODO INTERACTIVO

Como antes mencionamos, este libro se basa en un enfoque interactivo. Queremos que te involucres activamente en el aprendizaje de las matemáticas y te hemos hecho muchas sugerencias para que “participes” con este libro.

Concéntrate Revisa la página 93. ¿Ves el recuadro denominado Concéntrate? Esta sección introduce un concepto (en este caso resolver una ecuación de la forma $ax = b$) e incluye una solución paso a paso del tipo de ejercicio que encontrarás en las tareas.

Concéntrate en resolver una ecuación de la forma $ax = b$

Resolver: $8x = 16$

La meta es reescribir la ecuación en la forma $variable = constante$.

Multiplica cada lado de la ecuación por el recíproco de 8. Esto es equivalente a dividir cada lado entre 8.

La solución es 2.

$$8x = 16$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$$

$$x = 2$$

La solución es 2.

Toma una hoja de papel y un lápiz y trabaja a medida que lees cuidadosamente el recuadro Concéntrate en. Cuando hayas terminado, escribe el problema y trata de resolverlo sin ver tus notas ni el libro. Al finalizar, comprueba tu respuesta. Si es correcta, estás preparado para seguir adelante.

Revisa el libro y encuentra tres casos de Concéntrate. Escribe aquí los conceptos mencionados en cada caso.

Ejemplo/Problema Para tener éxito en matemáticas, necesitarás práctica directa. Cuando te mostremos un ejemplo, resuélvelo justo al lado de nuestra solución. Utiliza los Ejemplo/Problema para adquirir la práctica que necesitas.

Revisa la página 94. Aquí se muestran el ejemplo y el problema 6.

EJEMPLO 6

Resuelve y comprueba: $4x = 6$

Solución

$$4x = 6$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{6}{4}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

- Divide cada lado de la ecuación entre 4, el cociente de x .
- Simplifica cada lado de la ecuación.

Comprobación

$$4x = 6$$

$$4\left(\frac{3}{2}\right) \quad 6$$

$$6 = 6$$

- Ésta es una ecuación verdadera. La solución se comprueba.

La solución es $\frac{3}{2}$.

Problema 6

Resuelve y comprueba: $6x = 10$

Solución

Revisa la página S5.

➡ Intenta resolver el ejercicio 93, página 96.

Verás que cada ejemplo está correctamente resuelto. Estudia el ejemplo trabajando cuidadosamente a lo largo de cada paso. Después trata de resolver el problema. Utiliza la solución en el ejemplo como un modelo para resolver el problema. Si te atorras, las soluciones de los problemas se proporcionan al final del libro. Hay un número de página que sigue directamente al problema, que muestra dónde puedes encontrar la solución totalmente desarrollada. Utiliza la solución para tener una idea del paso en el cual estás atorado. Después ¡vuelve a intentarlo!

Cuando hayas llegado a tu solución, comprueba otra vez tu trabajo comparándolo con la solución al final del libro. Regresa a la página S5 para ver la solución del problema 6.

Recuerda que en ocasiones hay más de una forma de resolver un problema. Pero tu respuesta siempre debe ser igual a la que hemos dado al final del libro. Si tienes preguntas acerca de si tu método siempre dará resultado, verifica con tu profesor.

Ahora observa el renglón que dice, “Intenta resolver el ejercicio 93, página 96”. Debes hacer el ejercicio de Inténtalo preparado para probar tu comprensión de los conceptos estudiados. Cuando hayas terminado el ejercicio, verifica tu respuesta con la que se da en la Sección de respuestas. Si tuviste una respuesta errónea, vuelve a intentarlo. Si sigues experimentando dificultades, solicita la ayuda de un amigo, un tutor o de tu profesor.

UTILIZAR UNA ESTRATEGIA PARA RESOLVER LOS PROBLEMAS DE PALABRAS


Aprender a resolver los problemas de palabras es una de las razones por las cuales estás estudiando matemáticas. Aquí es donde combinas todas las habilidades de pensamiento crítico que has aprendido para resolver problemas prácticos.

Trata de no sentirte intimidado por los problemas de palabras. Básicamente, lo que necesitarás es una estrategia para encontrar la ecuación que te ayudará a resolver el problema. Cuando estés frente a un problema de palabras, intenta lo siguiente:

- **Lee el problema.** Esto puede parecer obvio, pero nos referimos a realmente **leerlo**. No sólo lo examines. Lee el problema lenta y cuidadosamente.
- **Escribe lo que conoces y lo que desconoces.** Ahora que ya has leído el problema, regresa y escribe todo lo que conoces. Después, escribe lo que estás tratando de averiguar. Escríbelo, ¡no sólo pienses en ello! Sé tan específico como puedas. Por ejemplo, si te piden que calcules una distancia, no sólo escribas “Necesito calcular la distancia”. Sé específico y escribe “Necesito calcular la distancia entre la Tierra y la Luna”.
- **Piensa en un método para averiguar lo desconocido.** Por ejemplo, ¿existe una fórmula que relacione las cantidades conocidas y las desconocidas? Ciertamente, éste es el paso más difícil. Al final, deberás escribir una ecuación para resolverla.
- **Resuelve la ecuación.** Ten cuidado cuando resuelvas la ecuación. No tiene sentido llegar a este punto y después cometer por descuido un error. Lo desconocido en la mayoría de los problemas incluye una unidad. Una respuesta como 20 no significa mucho. ¿Son 20 pies, 20 dólares, 20 millas por hora, o algo más?
- **Comprueba tu solución.** Ahora que ya tienes una respuesta, regresa al problema y pregúntate si tiene sentido. Este paso es importante. Por ejemplo, si, según tu respuesta, el costo de un automóvil es \$2.51, sabes que algo resultó mal.

En este libro la solución de cada problema de palabras se desglosa en dos pasos: **estrategia** y **solución**. La estrategia consiste en los primeros tres pasos discutidos antes. La solución son los dos últimos. El siguiente es un ejemplo de la página 99 del libro. Debido a que todavía no has estudiado los conceptos involucrados en el problema, tal vez no lo puedas resolver. Sin embargo, observa los detalles proporcionados en la estrategia. Cuando resuelvas el problema siguiendo un ejemplo, asegúrate de incluir tu propia estrategia.

EJEMPLO 2

 Durante un año reciente, casi 1.2 millones de perros o camadas fueron registrados en el American Kennel Club. La raza más popular fue el Labrador perdiguero, con 172,841 registrados. ¿Cuál fue el porcentaje de registros de labradores? Redondea a la décima más cercana de un porcentaje. (*Fuente: American Kennel Club.*)

Estrategia

Para calcular el porcentaje, resuelve la ecuación básica del porcentaje utilizando $B = 1.2$ millones $= 1,200,000$ y $A = 172,841$, el porcentaje es desconocido.

Solución

$$\begin{aligned} PB &= A \\ P(1,200,000) &= 172,841 \\ \frac{P(1,200,000)}{1,200,000} &= \frac{172,841}{1,200,000} \\ P &\approx 0.144 \\ P &\approx 14.4\% \end{aligned}$$

- $B = 1,200,000$; $A = 172,841$
- **Divide cada lado de la ecuación entre 1,200,000.**
- **Reescribe el decimal como porcentaje.**

Aproximadamente 14.4% de los registros fue de Labradores perdigueros.

Problema 2

Un estudiante respondió correctamente 72 de las 80 preguntas en un examen. ¿Qué porcentaje de las preguntas respondió correctamente?

Solución

Revisa la página S5.

Cuando hayas terminado de estudiar una sección, **realiza los ejercicios que tu profesor ha seleccionado**. Las matemáticas no son un deporte de espectadores. Debes practicar todos los días. Cumple tus deberes escolares y no te quedes atrás.

SOBRESALIR EN EL EXAMEN

Este libro posee varias características que te ayudarán a prepararte para el examen. Cuando estés haciendo tu tarea, regresa a cada tarea previa del capítulo actual y vuelve a resolver dos ejercicios. Es correcto, sólo *dos* ejercicios. Te sorprenderá ver lo mucho mejor preparado que estarás para un examen si haces esto.

Los siguientes son algunos auxiliares adicionales para ayudarte a **sobresalir en el examen**.

Resumen del capítulo Una vez que hayas concluido un capítulo, revisa el Resumen del capítulo. Este resumen está dividido en dos secciones; Términos clave y Reglas y procedimientos esenciales. Revisa la página 133 para ver el Resumen del capítulo 3. Dicho resumen muestra todos los temas importantes que se cubren en el capítulo. ¿Ves la referencia después de cada tema? Esta referencia te muestra el objetivo y la página en la que puedes encontrar más información sobre el concepto.

Escribe un término clave y una regla o procedimiento esencial. Explica el significado de la referencia 3.1.1, página 90.

Ejercicios de repaso del capítulo Revisa la página 136 para ver los Ejercicios de repaso del capítulo 3. Cuando resuelvas los ejercicios de repaso, concédete una oportunidad importante para poner a prueba tu comprensión del capítulo. La respuesta a cada ejercicio de repaso se da al final del libro, junto con el objetivo con el cual se relaciona la pregunta. Cuando hayas terminado con los ejercicios de repaso del capítulo, comprueba tus respuestas. Si tuviste problemas con cualquiera de las preguntas, puedes volver a estudiar los objetivos y resolver algunos de los ejercicios en esos objetivos para ayuda adicional.

Revisa la Sección de respuestas al final del libro. Busca las respuestas de los Ejercicios de repaso del capítulo 3. Escribe la respuesta del ejercicio 34. ¿Cuál es el significado de la referencia 3.4.3?

Examen del capítulo El Examen de cada capítulo se encuentra después de los Ejercicios de repaso del capítulo y se puede utilizar como apoyo en la preparación de tu examen. La respuesta de cada pregunta del examen se proporciona al final del libro, junto con una referencia al objetivo y a la sección Concéntrate, Ejemplo o Problema con los que se relaciona la pregunta. Piensa en esas pruebas como “prácticas” para tus exámenes en el aula. Realiza el examen en un lugar tranquilo y trata de trabajar en él en la misma cantidad de tiempo que te permitirán para tu examen real.

Los auxiliares que hemos mencionado antes te ayudarán a prepararte para un examen. Debes comenzar tu repaso *por lo menos* dos días antes del examen, tres días es mejor. Estos auxiliares te ayudarán a prepararte para ello.

Las siguientes son algunas sugerencias que puedes intentar mientras presentas el examen real.

- **Trata de relajarte.** Sabemos que las situaciones de exámenes presentan que algunos estudiantes se sientan bastante nerviosos o ansiosos. Estos sentimientos son normales. Trata de mantenerte en calma y concentrado en lo que sabes. Si te has preparado como lo hemos sugerido, las respuestas te empezarán a llegar.
- **Revisa el examen.** Ten una sensación amplia de la perspectiva.
- **Lee cuidadosamente las instrucciones.** Asegúrate de responder cada pregunta en forma completa.
- **Trabaja primero en los problemas que son más fáciles para ti.** Esto te ayudará en tu confianza y a reducir la sensación de nerviosismo que pudieras experimentar.

¡PREPARADO, ADELANTE, LOGRA EL ÉXITO!

Para tener éxito, se necesita trabajo y compromiso arduo ¡pero sabemos que lo puedes hacer! Desempeñarte bien en matemáticas es sólo uno de los pasos que seguirás en tu camino hacia el éxito. Buena suerte. Te deseamos lo mejor.

Repaso previo al álgebra

Concéntrate en el éxito

¿Has leído *Aspira al éxito*? Esa sección describe las habilidades de estudio que utilizan los estudiantes que han tenido éxito en sus cursos de matemáticas. Además te ofrece sugerencias sobre la forma de mantenerte motivado, de administrar tu tiempo y de prepararte para los exámenes. También incluye una guía completa para el libro y la forma de utilizar sus características para tener éxito en este curso. *Aspira al éxito* comienza en la página ASP-1.

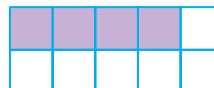
OBJETIVOS

- 1.1
 - 1 Relaciones de orden
 - 2 Opuestos y valor absoluto
- 1.2
 - 1 Sumar números enteros
 - 2 Restar números enteros
 - 3 Multiplicar números enteros
 - 4 Dividir números enteros
 - 5 Problemas de aplicación
- 1.3
 - 1 Expresar como decimales los números racionales
 - 2 Multiplicar y dividir números racionales
 - 3 Sumar y restar números racionales
 - 4 Convertir entre porcentajes, fracciones y decimales
- 1.4
 - 1 Expresiones con exponentes
 - 2 El orden o jerarquía de las operaciones
- 1.5
 - 1 Medidas de ángulos
 - 2 Problemas de perímetro
 - 3 Problemas de área

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. ¿Qué es 127.1649 redondeado a la centésima más cercana?
2. Suma: $49,147 + 596$
3. Resta: $5004 - 487$
4. Multiplica: 407×28
5. Divide: $456 \div 19$
6. ¿Cuál es el número más pequeño en el cual tanto 8 como 12 se dividen igualmente?
7. ¿Cuál es el número más grande que divide igualmente tanto 16 como 20?
8. Sin utilizar el 1, expresa 21 como un producto de dos números naturales.
9. Representa como una fracción la parte sombreada de la figura.



1.1

Introducción a los números enteros

OBJETIVO 1

Relaciones de orden

Parece que una característica humana es agrupar objetos similares. Por ejemplo, un botánico asigna plantas con características similares a grupos llamados especies.

Los matemáticos asignan objetos con propiedades similares a grupos llamados conjuntos. Un **conjunto** es una colección de objetos. Los objetos en un conjunto se llaman **elementos** del conjunto.

El método de escribir conjuntos por **extensión** o **enumeración** incluye una lista de los elementos entre llaves. El conjunto de secciones dentro de una orquesta se expresa {metales, percusión, cuerdas, maderas}.

Cuando se enumeran los elementos de un conjunto, cada elemento se enumera sólo una vez. Por ejemplo, si la lista de números 1, 2, 3, 2, 3 se colocara en un conjunto, el conjunto sería $\{1, 2, 3\}$.

Los números que utilizamos para contar objetos, como el número de estudiantes en un aula o el número de personas que viven en un edificio de apartamentos, son los números naturales.

Número naturales = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$

Los tres puntos suspensivos significan que la lista de números naturales continúa interminablemente y que no hay un número natural más grande.

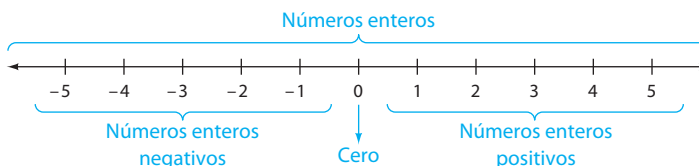
Aunque existe cierto debate en cuanto a la inclusión del 0 dentro de los números naturales, los matemáticos de mayor renombre lo consideran dentro. El número cero se utiliza para describir datos como el número de personas que han corrido una milla en dos minutos y el número de estudiantes en Providence College que son menores de 10 años. Así, los números naturales son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... incluido el cero.

Números naturales = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

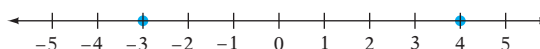
Los números naturales no proporcionan todos los números que son útiles en las aplicaciones. Por ejemplo, un meteorólogo necesita números inferiores a cero.

Números enteros = $\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Cada número entero se puede mostrar en una recta numérica. Los números enteros en la recta numérica a la izquierda de cero se llaman **números enteros negativos**. Los enteros a la derecha de cero se llaman **números enteros positivos** o números naturales. El cero es un número entero que no es positivo ni negativo.



La **gráfica de un número entero** se muestra al colocar un punto grueso en la recta numérica directamente arriba del número. Las gráficas de -3 y 4 se muestran en la recta numérica siguiente.



Considera los siguientes enunciados.

El *quarterback* lanzó el balón y el receptor *lo* atrapó.

Un estudiante compró una computadora y *la* usó para redactar documentos de inglés y de historia.

Punto de interés

El astrónomo griego Ptolomeo comenzó utilizando ómicron, o, la primera letra de la palabra griega que significa "nada", como símbolo del cero en el año 150 a.C. Sin embargo, no fue sino hasta el siglo XIII que Fibonacci introdujo el 0 al mundo occidental como un marcador de posición en el que podríamos distinguir, por ejemplo, 45 de 405.

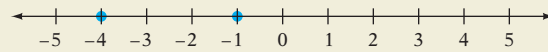
En el primer enunciado, *lo* se utiliza para significar el balón; en el segundo enunciado, *la* significa la computadora. En el lenguaje, las palabras *lo* o *la* se pueden referir a muchos objetos diferentes. De manera similar, en matemáticas, una letra del alfabeto se puede utilizar para significar un número. Una letra así se llama una **variable**. Las variables se emplean en la siguiente definición de los símbolos de desigualdad.

DEFINICIÓN DE LOS SÍMBOLOS DE DESIGUALDAD

Si a y b son dos números y a está a la izquierda de b en la recta numérica, entonces a **es menor que** b . Esto se expresa como $a < b$.

EJEMPLOS

1. $-4 < -1$ 4 negativo **es menor que** 1 negativo.



2. $-16 < -6$ 16 negativo **es menor que** 6 negativo.

Si a y b son dos números y a está a la derecha de b en la recta numérica, entonces a **es mayor que** b . Esto se expresa como $a > b$.

EJEMPLOS

3. $5 > 0$ Cinco **es mayor que** 0.



4. $-3 > -8$ 3 negativo **es mayor que** 8 negativo.

También hay símbolos de desigualdad para **es menor o igual que** (\leq) y **es mayor o igual que** (\geq).

$$7 \leq 15 \quad 7 \text{ es menor o igual que } 15.$$

Esto es verdadero
porque $7 < 15$

$$6 \leq 6 \quad 6 \text{ es menor o igual que } 6.$$

Esto es verdadero
porque $6 = 6$.

EJEMPLO 1

Utiliza el método por extensión o enumeración para escribir el conjunto de enteros negativos mayores o iguales que -6 .

Solución $A = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1\}$

- Un conjunto se designa con una letra mayúscula.
- El método por extensión o enumeración encierra entre llaves una lista de elementos.

Problema 1

Utiliza el método por extensión o enumeración para escribir el conjunto de números enteros positivos menores que 5.

Solución Revisa la página S1.

➡ Intenta resolver el ejercicio 33, página 6.

EJEMPLO 2

Dado que $A = \{-6, -2, 0\}$, ¿cuáles elementos del conjunto A son menores o iguales que -2 ?

Solución $-6 < -2$

- Encuentra la relación de orden entre cada elemento del conjunto A y -2 .

$$-2 = -2$$

$$0 > -2$$

Los elementos -6 y -2 son menores o iguales que -2 .

Problema 2 Dado que $B = \{-5, -1, 5\}$, ¿cuáles elementos del conjunto B son mayores que -1 ?

Solución Revisa la página S1.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 6.

OBJETIVO 2

Opuestos y valor absoluto

Los números que están a la misma distancia de cero en la recta numérica, pero en lados opuestos de éste, son **números opuestos** u **opuestos**. El opuesto de un número también se llama su **inverso aditivo**.

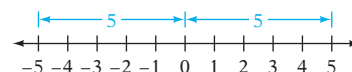
El opuesto o inverso aditivo de 5 es -5 .

El opuesto o inverso aditivo de -5 es 5 .

El signo negativo se puede leer como “el opuesto de”.

$$-(2) = -2 \quad \text{El opuesto de 2 es } -2.$$

$$-(-2) = 2 \quad \text{El opuesto de } -2 \text{ es } 2.$$



EJEMPLO 3

Encuentra el número opuesto. **A.** 6 **B.** -51

Solución

A. El opuesto de 6 es -6 .

B. El opuesto de -51 es 51 .

Problema 3

Encuentra el número opuesto. **A.** -9 **B.** 62

Solución

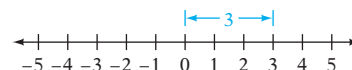
Revisa la página S1.

➡ Intenta resolver el ejercicio 53, página 7.

El **valor absoluto** de un número es su distancia desde cero en la recta numérica. Por consiguiente, el valor absoluto de un número es un número positivo o cero. El símbolo del valor absoluto es dos barras verticales, $| |$.

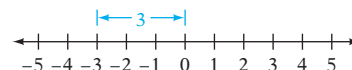
La distancia de 0 a 3 es 3. Por consiguiente, el valor absoluto de 3 es 3.

$$|3| = 3$$



La distancia de 0 a -3 es 3. Por consiguiente, el valor absoluto de -3 es 3.

$$|-3| = 3$$



Punto de interés

La definición de *valor absoluto* que se da en el cuadro está escrita en lo que se llama estilo retórico. Es decir, está escrita sin utilizar variables. Así es como se escribían todas las matemáticas antes del Renacimiento. Durante ese periodo, del siglo XIV al siglo XVI, se desarrolló la idea de expresar simbólicamente una variable. En términos de ese simbolismo, la definición de valor absoluto es

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un número positivo es el número mismo. El valor absoluto de cero es cero. El valor absoluto de un número negativo es el opuesto del número negativo.

EJEMPLOS

1. $|6| = 6$

2. $|0| = 0$

3. $|-6| = 6$

EJEMPLO 4Evalúa. **A.** $|-4|$ **B.** $-|-10|$ **Solución**

A. $|-4| = 4$

B. $-|-10| = -10$

- El símbolo del valor absoluto no afecta al signo negativo frente al símbolo del valor absoluto. Puedes leer $-|-10|$ como “el opuesto del valor absoluto de 10 negativo”.

Problema 4Evalúa. **A.** $|-5|$ **B.** $-|-9|$ **Solución**

Revisa la página S1.

 Intenta resolver el ejercicio 71, página 7.



1.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Determina si la expresión es siempre verdadera, en ocasiones verdadera, o nunca verdadera.

1. El valor absoluto de un número es positivo.
2. El valor absoluto de un número es negativo.
3. Si x es un número entero, entonces $|x| > -2$.
4. El opuesto de un número es un número positivo.
5. Clasifica cada número como un número entero positivo, un número entero negativo o ninguno.
 - a. -12
 - b. 18
 - c. -7
 - d. 0
 - e. $\frac{3}{4}$
 - f. 365
6. Coloca en el espacio seleccionado el símbolo correcto, $<$ o $>$.
 - a. 0 _____ cualquier número positivo.
 - b. 0 _____ cualquier número negativo.

1 Relaciones de orden (Revisa las páginas 2-4).

7.  ¿En qué forma difieren los números enteros de los números naturales?
8.  Explica la diferencia entre los símbolos $<$ y \leq .

PREPÁRATE

9. La desigualdad $-5 < -1$ se lee “cinco negativo _____ uno negativo”.
10. La desigualdad $0 \geq -4$ se lee “cero _____ cuatro negativo”.

Coloca entre los números el símbolo correcto, $<$ o $>$.

- | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| 11. -2 -5 | 12. -6 -1 | 13. -16 1 | 14. -2 13 |
| 15. 3 -7 | 16. 5 -6 | 17. 0 -3 | 18. 8 0 |
| 19. -42 27 | 20. -36 49 | 21. 21 -34 | 22. 53 -46 |
| 23. -27 -39 | 24. -51 -20 | 25. -131 101 | 26. 127 -150 |

27. Un número n está a la derecha del número 5 en la recta numérica. ¿Cuál de los siguientes es verdadero?
 i) n es positivo. ii) n es negativo. iii) n es 0.
 iv) n puede ser positivo, negativo, o 0.
28. Un número n está a la izquierda del número 5 en la recta numérica. ¿Cuál de los siguientes es verdadero?
 i) n es positivo. ii) n es negativo. iii) n es 0.
 iv) n puede ser positivo, negativo, o 0.
29. ¿Las desigualdades $6 \geq 1$ y $1 \leq 6$ expresan la misma relación de orden?
30. Utiliza el símbolo de desigualdad " \leq " para reescribir la relación de orden expresada por la desigualdad $-2 \geq -5$.

Utiliza el método por extensión o enumeración para escribir el conjunto.

31. los números naturales menores que 9
32. los números naturales menores o iguales que 6

33. los números enteros positivos menores o iguales que 8

35. los números enteros negativos mayores que -7

Resuelve.

37. Dado que $A = \{-7, 0, 2, 5\}$, ¿cuáles elementos del conjunto A son mayores que 2?

39. Dado que $D = \{-23, -18, -8, 0\}$, ¿cuáles elementos del conjunto D son menores que -8 ?

41. Dado que $E = \{-35, -13, 21, 37\}$, ¿cuáles elementos del conjunto E son mayores que -10 ?

43. Dado que $B = \{-52, -46, 0, 39, 58\}$, ¿cuáles elementos del conjunto B son menores o iguales que 0?

45. Dado que $C = \{-23, -17, 0, 4, 29\}$, ¿cuáles elementos del conjunto C son mayores o iguales que -17 ?

47. Dado que el conjunto A es los números enteros positivos menores que 10, ¿cuáles elementos del conjunto A son mayores o iguales que 5?

49. Dado que el conjunto D es los números enteros negativos mayores o iguales que -10 , ¿cuáles elementos del conjunto D son menores que -4 ?

34. los números enteros positivos menores que 4

36. los números enteros negativos mayores o iguales que -5

38. Dado que $B = \{-8, 0, 7, 15\}$, ¿cuáles elementos del conjunto B son mayores que 10?

40. Dado que $C = \{-33, -24, -10, 0\}$, ¿cuáles elementos del conjunto C son menores que -10 ?

42. Dado que $F = \{-27, -14, 14, 27\}$, ¿cuáles elementos del conjunto F son mayores que -15 ?

44. Dado que $A = \{-12, -9, 0, 12, 34\}$, ¿cuáles elementos del conjunto A son mayores o iguales que 0?

46. Dado que $D = \{-31, -12, 0, 11, 45\}$, ¿cuáles elementos del conjunto D son menores o iguales que -12 ?

48. Dado que el conjunto B son los números enteros positivos menores o iguales que 12, ¿cuáles elementos del conjunto B son mayores que 6?

50. Dado que el conjunto C es los números enteros negativos mayores que -8 , ¿cuáles elementos del conjunto C son menores o iguales que -3 ?

2 Opuestos y valor absoluto (Revisa las páginas 4-5).

PREPÁRATE

51. La ecuación $|-5| = 5$ se lee "el ? del cinco negativo es cinco".

52. Expresa en símbolos la expresión "el opuesto del nueve negativo es nueve".

Encuentra el número opuesto.

53. 22 54. 45 55. -31 56. -88
 57. -168 58. -97 59. 630 60. 450

Evalúa.

61. $-(-18)$ 62. $-(-30)$ 63. $-(49)$ 64. $-(67)$
 65. $|16|$ 66. $|19|$ 67. $|-12|$ 68. $|-22|$
 69. $-|29|$ 70. $-|20|$ 71. $-|-14|$ 72. $-|-18|$
 73. $-|0|$ 74. $|-30|$ 75. $-|34|$ 76. $-|-45|$

Resuelve.

77. Dado que $A = \{-8, -5, -2, 1, 3\}$, encuentra
 a. el opuesto de cada elemento del conjunto A .
 b. el valor absoluto de cada elemento del conjunto A .
 78. Dado que $B = \{-11, -7, -3, 1, 5\}$, encuentra
 a. el opuesto de cada elemento del conjunto B .
 b. el valor absoluto de cada elemento del conjunto B .

79.  ¿Verdadero o falso? El valor absoluto de un número negativo n es mayor que n .

80. Un número n es positivo. Con el fin de hacer que la expresión " $|n| \text{ ? } n$ " sea verdadera, ¿qué símbolo debe reemplazar al signo de interrogación?
 i) $>$ ii) $<$ iii) \leq iv) $=$


Coloca entre los dos números el símbolo correcto, $<$ o $>$.

81. $|-83|$ $|58|$ 82. $|22|$ $|-19|$ 83. $|43|$ $|-52|$ 84. $|-71|$ $|-92|$
 85. $|-68|$ $|-42|$ 86. $|12|$ $|-31|$ 87. $|-45|$ $|-61|$ 88. $|-28|$ $|43|$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Escribe los números dados ordenándolos de menor a mayor.

89. $|-5|$, 6 , $-|-8|$, -19 90. -4 , $|-15|$, $-|-7|$, 0
 91. $-(-3)$, -22 , $|-25|$, $|-14|$ 92. $-|-26|$, $-(-8)$, $|-17|$, $-(5)$

 **Meteorología** Un meteorólogo puede reportar una temperatura de viento helado. Ésta es la temperatura equivalente, incluidos los efectos del viento y la temperatura que una persona sentiría en condiciones de aire en calma. La tabla siguiente proporciona la temperatura de viento helado para varias velocidades y temperaturas del viento. Por ejemplo, cuando la temperatura es 5°F y el viento está soplando a 15 mph, la temperatura de viento helado es -13°F . Utiliza esta tabla para los ejercicios 93 y 94.

Velocidad del viento (en mph)	Factores del viento helado														
	Lectura del termómetro (en grados Fahrenheit)														
	25	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-45
5	19	13	7	1	-5	-11	-16	-22	-28	-34	-40	-46	-52	-57	-63
10	15	9	3	-4	-10	-16	-22	-28	-35	-41	-47	-53	-59	-66	-72
15	13	6	0	-7	-13	-19	-26	-32	-39	-45	-51	-58	-64	-71	-77
20	11	4	-2	-9	-15	-22	-29	-35	-42	-48	-55	-61	-68	-74	-81
25	9	3	-4	-11	-17	-24	-31	-37	-44	-51	-58	-64	-71	-78	-84
30	8	1	-5	-12	-19	-26	-33	-39	-46	-53	-60	-67	-73	-80	-87
35	7	0	-7	-14	-21	-27	-34	-41	-48	-55	-62	-69	-76	-82	-89
40	6	-1	-8	-15	-22	-29	-36	-43	-50	-57	-64	-71	-78	-84	-91
45	5	-2	-9	-16	-23	-30	-37	-44	-51	-58	-65	-72	-79	-86	-93

93. ¿Cuál de las siguientes condiciones del clima se siente más fría?
- una temperatura de 5°F con un viento de 20 mph o una temperatura de -10°F con un viento de 15 mph
 - una temperatura de -25°F con un viento de 10 mph o una temperatura de -15°F con un viento de 20 mph
94. ¿Cuál de las siguientes condiciones de clima se siente más cálida?
- una temperatura de 5°F con un viento de 25 mph o una temperatura de 10°F con un viento de 10 mph
 - una temperatura de -5°F con un viento de 10 mph o una temperatura de -15°F con un viento de 5 mph

Completa.

95. En la recta numérica, los dos puntos que son cuatro unidades desde 0 son ? y ?.
96. En la recta numérica, los dos puntos que son seis unidades desde 0 son ? y ?.
97. En la recta numérica, los dos puntos que son siete unidades desde 4 son ? y ?.
98. En la recta numérica, los dos puntos que son cinco unidades desde -3 son ? y ?.
99. Si a es un número positivo, entonces $-a$ es un número ?.
100. Si a es un número negativo, entonces $-a$ es un número ?.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

101. Localiza en una recta numérica los números -5 y 3 . Utiliza la gráfica para explicar por qué -5 es menor que 3 y por qué 3 es mayor que -5 .
102. Localiza en una recta numérica los números 1 y -2 . Utiliza la gráfica para explicar por qué 1 es mayor que -2 y por qué -2 es menor que 1 .

Convierte y evalúa.

103. El opuesto del inverso aditivo de 7
104. El valor absoluto del opuesto de -8
105. El opuesto del valor absoluto de 8
106. El valor absoluto del inverso aditivo de -6

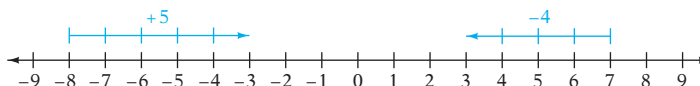
1.2

Operaciones con números enteros

OBJETIVO 1

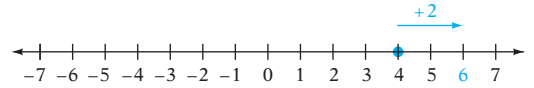
Sumar números enteros

Un número se puede representar por una flecha en cualquier parte a lo largo de la recta numérica. Un número positivo está representado por una flecha que apunta hacia la derecha y un número negativo está representado por una flecha que apunta hacia la izquierda. El tamaño del número está representado por el largo de la flecha.

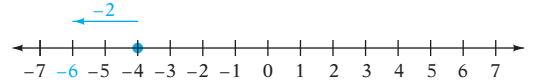


Sumar es el proceso de encontrar el total de dos números. Los números que se están sumando se llaman **sumandos**. El total se llama la **suma**. La suma de enteros se puede mostrar en la recta numérica. Para sumar dos enteros, encuentra el número en la recta numérica correspondiente al primer sumando. A partir de ese punto, traza una flecha representando el segundo sumando. La suma es el número directamente debajo de la punta.

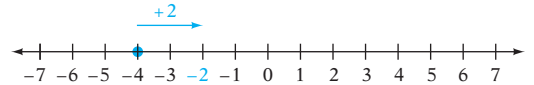
$$4 + 2 = 6$$



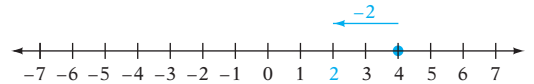
$$-4 + (-2) = -6$$



$$-4 + 2 = -2$$



$$4 + (-2) = 2$$



El patrón para la suma que se muestra en las rectas numéricas anteriores se resume en las siguientes reglas para sumar enteros.

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

Números enteros con el mismo signo

Para sumar dos números con el mismo signo, suma los valores absolutos de los números. Después añade el signo de los sumandos.

EJEMPLOS

$$1. \quad 2 + 8 = 10$$

$$2. \quad -2 + (-8) = -10$$

Números enteros con signos diferentes

Para sumar dos números con signos diferentes, encuentra el valor absoluto de cada número. Después resta el menor de esos valores absolutos del mayor. Añade el signo de número con el valor absoluto mayor.

EJEMPLOS

$$3. \quad -2 + 8 = 6$$

$$4. \quad 2 + (-8) = -6$$

EJEMPLO 1

Suma. A. $162 + (-247)$ B. $-14 + (-47)$
C. $-4 + (-6) + (-8) + 9$

Solución A. $162 + (-247) = -85$

B. $-14 + (-47) = -61$

- Los signos son diferentes. Resta los valores absolutos de los números ($247 - 162$). Añade el signo del número con el valor absoluto mayor.
- Los signos son los mismos. Suma los valores absolutos de los números ($14 + 47$). Añade el signo de los sumandos.

$$\begin{aligned} \text{C. } -4 + (-6) + (-8) + 9 \\ = -10 + (-8) + 9 \\ = -18 + 9 \\ = -9 \end{aligned}$$

- Para sumar más de dos números, suma los dos primeros números. Después súmale el tercero. Continúa hasta que se hayan sumado todos los números.

Problema 1 Suma.

$$\begin{aligned} \text{A. } -162 + 98 \quad \text{B. } -154 + (-37) \\ \text{C. } -36 + 17 + (-21) \end{aligned}$$

Solución Revisa la página S1.

► Intenta resolver el ejercicio 25, página 15.

OBJETIVO 2

Restar números enteros

Restar es el proceso de encontrar la diferencia entre dos números. La resta de un número entero se define como la suma del número entero opuesto.

Resta $8 - 3$ utilizando la suma del opuesto.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Resta} \rightarrow & \text{Suma del opuesto} & & & & & \\ \uparrow & & & & & & \downarrow \\ 8 & - & (+3) & = & 8 & + & (-3) & = & 5 \\ & & \uparrow & & & & \uparrow & & \\ & & \text{Opuestos} & & & & & & \end{array}$$

RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

Para restar un número entero de otro, suma el opuesto del segundo número entero al primer número entero.

EJEMPLOS

	primer número	—	segundo número	=	primer número	+	el opuesto del segundo número	=
1.	40	—	60	=	40	+	(-60)	= -20
2.	-40	—	60	=	-40	+	(-60)	= -100
3.	-40	—	(-60)	=	-40	+	60	= 20
4.	40	—	(-60)	=	40	+	60	= 100

EJEMPLO 2

Resta: $-12 - 8$

$$\begin{aligned} \text{Solución} \quad -12 - 8 &= -12 + (-8) \\ &= -20 \end{aligned}$$

- Reescribe la resta como suma del opuesto.
- Suma.

Problema 2 Resta: $-8 - 14$

Solución Revisa la página S1.

► Intenta resolver el ejercicio 43, página 15.

EJEMPLO 3Resta: $-8 - 30 - (-12) - 7 - (-14)$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 &-8 - 30 - (-12) - 7 - (-14) \\
 &= -8 + (-30) + 12 + (-7) + 14 \\
 &= -38 + 12 + (-7) + 14 \\
 &= -26 + (-7) + 14 \\
 &= -33 + 14 \\
 &= -19
 \end{aligned}$$

- Reescribe cada resta como suma del opuesto.
- Suma los dos primeros números. Después súmale el tercer número. Sigue hasta que hayas sumado todos los números.

Problema 3Resta: $4 - (-3) - 12 - (-7) - 20$ **Solución**

Revisa las páginas S1.

➡ Intenta resolver el ejercicio 53, página 15.

OBJETIVO 3**Multiplicar números enteros**

Multiplicar es el proceso de encontrar el producto de dos números.

Se utilizan varios símbolos diferentes para indicar la multiplicación. Los números que se multiplicarán se llaman **factores**; por ejemplo, 3 y 2 son factores en cada uno de los ejemplos a la derecha. El resultado se llama el **producto**. Observa que cuando se utilizan paréntesis y no hay un símbolo de operaciones aritméticas, la operación es una multiplicación.

Cuando 5 se multiplica por una secuencia de números enteros decrecientes, cada producto disminuye 5.

El patrón desarrollado puede continuar de manera que 5 se multiplique por una secuencia de números negativos. Los productos resultantes deben ser negativos con el fin de mantener el patrón de disminuir 5.

$$\begin{aligned}
 3 \times 2 &= 6 \\
 3 \cdot 2 &= 6 \\
 (3)(2) &= 6 \\
 3(2) &= 6 \\
 (3)2 &= 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5)(3) &= 15 \\
 (5)(2) &= 10 \\
 (5)(1) &= 5 \\
 (5)(0) &= 0 \\
 (5)(-1) &= -5 \\
 (5)(-2) &= -10 \\
 (5)(-3) &= -15 \\
 (5)(-4) &= -20
 \end{aligned}$$

Esto ilustra que **el producto de un número positivo y un número negativo es negativo.**

Cuando -5 se multiplica por una secuencia decreciente de números enteros, cada producto se incrementa 5.

El patrón desarrollado puede continuar de manera que -5 se multiplique por una secuencia de números negativos. Los productos resultantes deben ser positivos con el fin de mantener el patrón de incrementar 5.

$$\begin{aligned}
 (-5)(3) &= -15 \\
 (-5)(2) &= -10 \\
 (-5)(1) &= -5 \\
 (-5)(0) &= 0 \\
 (-5)(-1) &= 5 \\
 (-5)(-2) &= 10 \\
 (-5)(-3) &= 15 \\
 (-5)(-4) &= 20
 \end{aligned}$$

Esto ilustra que **el producto de dos números negativos es positivo.**

El patrón para la multiplicación se resume en las siguientes reglas para multiplicar números enteros.

Punto de interés

La cruz \times fue utilizada como símbolo de multiplicación por primera vez en 1631 en un libro titulado *La clave de las matemáticas*. En ese mismo año, otro libro, *La práctica del arte del análisis*, agregó el uso de un punto para indicar multiplicación.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS**Números enteros con el mismo signo**

Para multiplicar dos números con el mismo signo, multiplica los valores absolutos de los números. El producto es positivo.

EJEMPLO

1. $4 \cdot 8 = 32$

2. $(-4)(-8) = 32$

Números enteros con signos diferentes

Para multiplicar dos números con signos diferentes, multiplica los valores absolutos de los números. El producto es negativo.

EJEMPLOS

3. $-4 \cdot 8 = -32$

4. $(4)(-8) = -32$

EJEMPLO 4

Multiplica. A. $-42 \cdot 62$ B. $2(-3)(-5)(-7)$

Solución

A. $-42 \cdot 62$
 $= -2604$

B. $2(-3)(-5)(-7)$
 $= -6(-5)(-7)$
 $= 30(-7)$
 $= -210$

• Los signos son diferentes. El producto es negativo.

• Para multiplicar más de dos números, multiplica los dos primeros. Después multiplica el producto por el tercer número. Continúa hasta que hayas multiplicado todos los números.

Problema 4 Multiplica. A. $-38 \cdot 51$ B. $-7(-8)(9)(-2)$

Solución

Revisa la página S1.

➡ Intenta resolver el ejercicio 83, página 16.

OBJETIVO 4**Dividir números enteros**

Para cada problema de división, hay un problema de multiplicación relacionado.

División: $\frac{8}{2} = 4$ Multiplicación relacionada: $4 \cdot 2 = 8$

Este hecho se puede utilizar para ilustrar las reglas para dividir números con signo.

El cociente de dos números con el mismo signo es positivo.

$$\frac{12}{3} = 4 \text{ porque } 4 \cdot 3 = 12.$$

$$\frac{-12}{-3} = 4 \text{ porque } 4(-3) = -12.$$

El cociente de dos números con signo diferente es negativo.

$$\frac{12}{-3} = -4 \text{ porque } -4(-3) = 12.$$

$$\frac{-12}{3} = -4 \text{ porque } -4 \cdot 3 = -12.$$

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS**Números enteros con el mismo signo**

Para dividir dos números con el mismo signo, divide los valores absolutos de los números. El cociente es positivo.

EJEMPLOS

$$1. 30 \div 6 = 5 \qquad 2. (-30) \div (-6) = 5$$

Números enteros son signos diferentes

Para dividir dos números con signos diferentes, divide los valores absolutos de los números. El cociente es negativo.

EJEMPLOS

$$3. (-30) \div 6 = -5 \qquad 4. 30 \div (-6) = -5$$

Observa que $\frac{-12}{3} = -4$, $\frac{12}{-3} = -4$ y $-\frac{12}{3} = -4$. Esto sugiere la siguiente regla.

Si a y b son dos números enteros, y $b \neq 0$, entonces $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$.

Lee $b \neq 0$ como “ b no es igual a 0”. La razón por la cual el denominador no debe ser igual a 0 se explica en la siguiente discusión de 0 y 1 en la división.

CERO Y UNO EN LA DIVISIÓN

Cero dividido entre cualquier número distinto de cero es cero. $\frac{0}{a} = 0, a \neq 0$ porque $0 \cdot a = 0$.

Cualquier número distinto de cero dividido entre sí mismo es 1. $\frac{a}{a} = 1, a \neq 0$ porque $1 \cdot a = a$.

Cualquier número dividido entre 1 es el mismo número. $\frac{a}{1} = a$ porque $a \cdot 1 = a$.

La división entre cero no está definida. $\frac{4}{0} = ?$ $? \times 0 = 4$
No hay un número cuyo producto con cero sea 4.

EJEMPLOS

$$1. \frac{0}{7} = 0 \qquad 2. \frac{-2}{-2} = 1$$

$$3. \frac{-9}{1} = -9 \qquad 4. \frac{8}{0} \text{ no está definida.}$$

EJEMPLO 5

Divide. A. $(-120) \div (-8)$ B. $\frac{95}{-5}$ C. $-\frac{81}{3}$

Solución

A. $(-120) \div (-8) = 15$

B. $\frac{95}{-5} = -19$

C. $-\frac{81}{3} = -(-27) = 27$

- Los dos números tienen el mismo signo. El cociente es positivo.
- Los dos números tienen diferentes signos. El cociente es negativo.

Problema 5

Divide. A. $(-135) \div (-9)$ B. $\frac{84}{-6}$ C. $-\frac{36}{-12}$

Solución

Revisa la página S1.

OBJETIVO 5**Problemas de aplicación**

En muchos cursos tu calificación depende del *promedio* de todas las calificaciones de tus exámenes. El promedio lo calculas al sumar las calificaciones de todos tus exámenes y después dividir ese resultado entre el número de exámenes. Los expertos en estadística llaman a este promedio **media aritmética**. Además de su aplicación para determinar el promedio de las calificaciones de tus exámenes, la media aritmética se utiliza en muchas otras situaciones.

EJEMPLO 6

Las temperaturas bajas diarias en grados Celsius, durante una semana, se registraron como sigue: -8° , 2° , 0° , -7° , 1° , 6° , -1° . Calcula la temperatura promedio diaria durante la semana.

Estrategia

Para calcular la temperatura baja promedio diaria:

- Suma las lecturas de las siete temperaturas.
- Divide la suma entre 7.

Solución

$$\begin{aligned}
 & -8 + 2 + 0 + (-7) + 1 + 6 + (-1) \\
 &= -6 + 0 + (-7) + 1 + 6 + (-1) \\
 &= -6 + (-7) + 1 + 6 + (-1) \\
 &= -13 + 1 + 6 + (-1) \\
 &= -12 + 6 + (-1) \\
 &= -6 + (-1) \\
 &= -7 \\
 &-7 \div 7 = -1
 \end{aligned}$$

La temperatura baja promedio diaria fue -1°C .

Problema 6

Las temperaturas altas diarias en grados Celsius, durante una semana, se registraron como sigue: -5° , -6° , 3° , 0° , -4° , -7° , -2° . Calcula la temperatura promedio diaria durante la semana.

Solución

Revisa la página S1.

► Intenta resolver el ejercicio 135, página 18.

1.2 Ejercicios**REVISIÓN DE CONCEPTOS**

Indica si la expresión es siempre verdadera, en ocasiones verdadera, o nunca verdadera.

1. La suma de dos números enteros es más grande que los números enteros que se están sumando.
2. La suma de dos números enteros, diferentes de cero, con el mismo signo, es positiva.
3. El cociente de dos números enteros con diferentes signos es negativo.
4. Para encontrar el opuesto de un número, multiplica el número por -1 .
5. Si x es un número entero y $4x = 0$, entonces $x = 0$.

Determina si cada signo de “-” es un signo de menos o un signo negativo.

6. $2 - (-7)$

7. $-6 - 1$

8. $-4 - (-3)$

1 Sumar números enteros (Revisa las páginas 8-10).

9. Explica cómo sumar dos números enteros con el mismo signo.

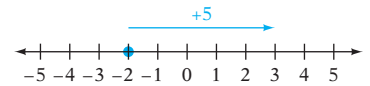
10. Explica cómo sumar dos números enteros con diferentes signos.

PREPÁRATE

11. En la ecuación de suma $8 + (-3) = 5$, los sumandos son ? y ?, y la suma es ?.

12. Utiliza el diagrama de la derecha para completar esta ecuación de suma:

? + ? = ?.



Suma.

13. $-3 + (-8)$

14. $-12 + (-1)$

15. $-4 + (-5)$

16. $-12 + (-12)$

17. $6 + (-9)$

18. $4 + (-9)$

19. $-6 + 7$

20. $-12 + 6$

21. $2 + (-3) + (-4)$

22. $7 + (-2) + (-8)$

23. $-3 + (-12) + (-15)$

24. $9 + (-6) + (-16)$

25. $-17 + (-3) + 29$

26. $13 + 62 + (-38)$

27. $-3 + (-8) + 12$

28. $-27 + (-42) + (-18)$

29. $13 + (-22) + 4 + (-5)$

30. $-14 + (-3) + 7 + (-6)$

Resuelve los ejercicios 31 y 32 sin determinar realmente las sumas.

31. ¿La suma de $812 + (-537)$ es positiva o negativa?

32. ¿La suma de -57 y -31 es positiva o negativa?

2 Restar números enteros (Revisa las páginas 10-11).

33. Explica el significado de las palabras *menos* y *negativo*.

34. Explica cómo reescribir $6 - (-9)$ como una suma del opuesto.

PREPÁRATE

35. $-10 - 4 = -10 + \underline{?}$
 $= \underline{?}$

• Reescribe la resta como suma del opuesto.

• Suma.

36. $8 - (-5) = 8 + \underline{?}$
 $= \underline{?}$

• Reescribe la resta como suma del opuesto.

• Suma.

Resta.

37. $16 - 8$

38. $12 - 3$

39. $7 - 14$

40. $7 - (-2)$

41. $3 - (-4)$

42. $-6 - (-3)$

43. $-4 - (-2)$

44. $6 - (-12)$

45. $-12 - 16$

46. $-4 - 3 - 2$

47. $4 - 5 - 12$

48. $12 - (-7) - 8$

49. $-12 - (-3) - (-15)$


50. $4 - 12 - (-8)$

51. $13 - 7 - 15$

52. $-6 + 19 - (-31)$

53. $-30 - (-65) - 29 - 4$

54. $42 - (-82) - 65 - 7$

 Resuelve los ejercicios 55 y 56 sin determinar realmente la diferencia.

55. ¿La diferencia $-25 - 52$ es positiva o negativa?

56. ¿La diferencia 8 menos -5 es positiva o negativa?

3 Multiplicar números enteros (Revisa las páginas 11-12).

57.  Nombra la operación en cada expresión. Justifica tu respuesta.

- a. $8(-7)$ b. $8 - 7$ c. $8 - (-7)$
 d. $-xy$ e. $x(-y)$ f. $-x - y$

58.  Nombra la operación en cada expresión. Justifica tu respuesta.

- a. $(4)(-6)$ b. $4 - (6)$ c. $4 - (-6)$
 d. $-ab$ e. $a(-b)$ f. $-a - b$

PREPÁRATE

59. En la ecuación $(-10)(7) = -70$, los factores son ? y ?, y el producto es ?.

60. En la ecuación $15(-3) = -45$, el 15 y -3 se llaman ?, y -45 se llama ?.

61. Para el producto $(-4)(-12)$, los signos de los factores son los mismos. El signo del producto es ?. El producto es ?.

62. Para el producto $(10)(-10)$, los signos de los factores son diferentes. El signo del producto es ?. El producto es ?.

Multiplica.

63. $14 \cdot 3$

64. $62 \cdot 9$

65. $5(-4)$

66. $4(-7)$

67. $-8(2)$

68. $-9(3)$

69. $(-5)(-5)$

70. $(-3)(-6)$

71. $(-7)(0)$

72. $-32 \cdot 4$

73. $-24 \cdot 3$

74. $19(-7)$

75. $6(-17)$

76. $-8(-26)$

77. $-4(-35)$


78. $-5(23)$

79. $5 \cdot 7(-2)$

80. $8(-6)(-1)$

81. $(-9)(-9)(2)$

82. $-8(-7)(-4)$


 83. $-5(8)(-3)$

84. $(-6)(5)(7)$

85. $-1(4)(-9)$

86. $6(-3)(-2)$

87.  ¿El producto de tres números enteros negativos es positivo o negativo?

88.  ¿El producto de cuatro números positivos y tres números negativos es positivo o negativo?

4 Dividir números enteros (Revisa las páginas 12-13).

PREPÁRATE

89. Escribe la expresión de división $\frac{-15}{3}$ utilizando el símbolo de división:

? \div ?.

90. Escribe la expresión de división $8 \div (-4)$ como una fracción: $\frac{?}{?}$.

El cociente es ?.

Escribe el problema de multiplicación relacionado.

91. $\frac{-36}{-12} = 3$

92. $\frac{28}{-7} = -4$

93. $\frac{-55}{11} = -5$

94. $\frac{-20}{-10} = 2$

Divide.

95. $12 \div (-6)$

96. $18 \div (-3)$

97. $(-72) \div (-9)$

98. $(-64) \div (-8)$

99. $0 \div (-6)$

100. $-49 \div 0$

101. $45 \div (-5)$

102. $-24 \div 4$

103. $-36 \div 4$

104. $-56 \div 7$

105. $-81 \div (-9)$

106. $-40 \div (-5)$

107. $72 \div (-3)$

108. $44 \div (-4)$

➡ 109. $-60 \div 5$

110. $144 \div 9$

111. $78 \div (-6)$

112. $84 \div (-7)$

113. $-72 \div 4$


114. $-80 \div 5$

115. $-114 \div (-6)$

116. $-128 \div 4$

117. $-130 \div (-5)$

118. $(-280) \div 8$


 Realiza los ejercicios 119 y 120 sin utilizar una calculadora.

119. Determina si el cociente $-\frac{520}{-13}$ es positivo o negativo.


120. Determina si cada cociente es positivo, negativo, cero o no está definido.

a. $-61 \div 0$ b. $0 \div 85$ c. $-172 \div (-4)$ d. $-96 \div 4$

5 Problemas de aplicación (Revisa la página 14).

121.  A las 2.00 p.m., la temperatura era de 85 °F. Para las 10.00 p.m., la temperatura había bajado 20 °F. ¿Qué expresión se puede utilizar para calcular la temperatura, en grados Fahrenheit, a las 10.00 p.m.?

i) $85 + 20$ ii) $85 - 20$ iii) $20 - 85$ iv) $85 \div 20$


122.  Después de tres exámenes, el promedio de un estudiante era 82. Después del cuarto examen, su promedio era 84. ¿La calificación del estudiante en el cuarto examen fue más alta o más baja de 82?


123. **Temperatura** Calcula la temperatura después de un aumento de 9 °C desde -6 °C.

124. **Temperatura** Calcula la temperatura después de un aumento de 7 °C desde -18 °C.

125. **Temperatura** La temperatura alta durante el día fue de 10 °C. La temperatura baja fue de -4 °C. Calcula la diferencia entre las temperaturas alta y baja durante el día.

126. **Temperatura** La temperatura baja durante el día fue de -2 °C. La temperatura alta fue de 11 °C. Calcula la diferencia entre las temperaturas alta y baja durante el día.

127.  **Química** La temperatura a la cual hierve el mercurio es 360 °C. El mercurio se congela a -39 °C. Calcula la diferencia entre la temperatura a la cual hierve y a la que se congela el mercurio.

128.  **Química** La temperatura a la cual hierve el radón es -62 °C. El radón se congela a -71 °C. Calcula la diferencia entre la temperatura a la cual hierve y a la que se congela el radón.

Geografía La elevación, o altura, de los lugares en la Tierra se mide en relación con el nivel del mar o el nivel promedio de la superficie del océano. La siguiente tabla muestra la altura por encima del nivel del mar como un número positivo y la profundidad más abajo del nivel del mar como un número negativo. *(Fuente: Information Please Almanac)*

Continente	Elevación más alta (en metros)		Elevación más baja (en metros)	
África	Monte Kilimanjaro	5895	Lago Assal	−156
Asia	Monte Everest	8850	Mar Muerto	−411
Europa	Monte Elbrus	5642	Mar Caspio	−28
América del Norte	Monte Denali	6194	Valle de la Muerte	−86
América del Sur	Monte Aconcagua	6960	Península Valdés	−40



© Peter Arnold, Inc./Alamy

Monte Aconcagua

129. Utiliza la tabla para encontrar la diferencia en la elevación entre el Monte Elbrus y el Mar Caspio.
130. Utiliza la tabla para encontrar la diferencia en la elevación entre el Monte Aconcagua y la Península Valdés.
131. Utiliza la tabla para encontrar la diferencia en la elevación entre el Monte Kilimanjaro y el Lago Assal.
132. Utiliza la tabla para encontrar la diferencia en la elevación entre el Monte Denali y el Valle de la Muerte.
133. Utiliza la tabla para encontrar la diferencia en la elevación entre el Monte Everest y el Mar Muerto.
134. **Temperatura** La fecha del recorte de noticias de la derecha es 2 de abril de 2010.
- a. Calcula la diferencia entre las temperaturas alta y baja en Estados Unidos en ese día.

b. ¿Cuál fue la diferencia entre las temperaturas alta y baja en los 40 estados contiguos ese día?
- ➡ 135. **Temperatura** Las temperaturas bajas diarias en grados Celsius, durante una semana, se registraron como sigue: 4° , -5° , 8° , 0° , -9° , -11° , -8° . Calcula la temperatura baja promedio diaria para la semana.
136. **Temperatura** Las temperaturas altas diarias en grados Celsius, durante una semana, se registraron como sigue: -8° , -9° , 6° , 7° , -2° , -14° , -1° . Calcula la temperatura alta promedio para la semana.
137. **Temperatura** El 22 de enero de 1943, la temperatura en Spearfish, Dakota del Sur, aumentó de -4°F a 45°F en dos minutos. ¿Cuántos grados aumentó la temperatura durante esos dos minutos?
138. **Temperatura** En un periodo de 24 horas en enero de 1916, la temperatura en Browning, Montana, bajó de 44°F a -56°F . ¿Cuántos grados bajó la temperatura durante ese tiempo?

- Aviación** La tabla de la derecha muestra las temperaturas promedio de diferentes altitudes de crucero para los aviones. Utiliza la tabla para los ejercicios 139 y 140.
139. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura promedio a 12 000 pies y la temperatura promedio a 40 000 pies?
140. ¿Qué tanto más fría es la temperatura promedio a 30 000 pies que a 20 000 pies?

En las noticias

Estados Unidos
experimenta
temperaturas
extremas

La temperatura más alta en Estados Unidos hoy fue 93°F , registrada en Laredo, Texas. En el otro extremo estuvo Buckland, Alaska, que registró la temperatura más baja en todo Estados Unidos, de -14°F . La temperatura más baja en Estados Unidos contigua fue de -7°F , registrada en Lake Yellowstone, Wyoming.

Fuente: National Weather Service

Altitud del crucero (en pies)	Temperatura promedio (en $^\circ\text{F}$)
12,000	16
20,000	−12
30,000	−48
40,000	−70
50,000	−70

- 141. Puntuaciones de golf** En el golf, la anotación de un jugador en un hoyo es 0 si completa el hoyo en un *par*. **Par** es el número de golpes en los cuales un golfista debe completar un hoyo. Las anotaciones se dan tanto como un número total de golpes dados en todos los hoyos y como un valor relativo al par, como -4 (“4 bajo par”) o $+2$ (“2 sobre par”).

En 2010, las anotaciones diarias de Phil Mickelson en el Masters Tournament fueron -5 , -1 , -5 y -5 . Su total de -16 se calcula al sumar los cuatro números. Utiliza la tabla siguiente para determinar los totales de otros jugadores en el mismo torneo.

Jugador	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Total
Lee Westwood	-5	-3	-4	-1	
Anthony Kim	-4	-2	$+1$	-7	
K.J. Choi	-5	-1	-2	-3	

En las noticias

Mickelson gana el blazer verde

En el Masters Tournament de este año, Phil Mickelson ganó su tercer título Masters por tres tiros sobre el subcampeón Lee Westwood.

Fuente: www.masters.com



Phil Mickelson

David W. Linderker/Shutterstock.com

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Simplifica.

142. $|-7 + 12|$

143. $|13 - (-4)|$

144. $|-13 - (-2)|$

145. $|18 - 21|$

Suponiendo que el patrón continúe, determina los tres siguientes números en el patrón.

146. $-7, -11, -15, -19, \dots$

147. $16, 11, 6, 1, \dots$

148. $7, -14, 28, -56, \dots$

149. $1024, -256, 64, \dots$

Resuelve.

- 150.** 32,844 es divisible entre 3. Reordenando los dígitos, encuentra el número más grande posible que todavía sea divisible entre 3.

- 151.** 4563 no es divisible entre 4. Reordenando los dígitos, encuentra el número más grande posible que no sea divisible entre 4.

- 152.** ¿Cuántos números de tres dígitos de la forma 8_4 son divisibles entre 3?

En cada ejercicio, determina cuál expresión es falsa.

153. a. $|3 + 4| = |3| + |4|$ **b.** $|3 - 4| = |3| - |4|$ **c.** $|4 + 3| = |4| + |3|$ **d.** $|4 - 3| = |4| - |3|$

154. a. $|5 + 2| = |5| + |2|$ **b.** $|5 - 2| = |5| - |2|$ **c.** $|2 + 5| = |2| + |5|$ **d.** $|2 - 5| = |2| - |5|$

Determina cuál expresión es verdadera para todos los números reales.

155. a. $|x + y| \leq |x| + |y|$ **b.** $|x + y| = |x| + |y|$ **c.** $|x + y| \geq |x| + |y|$

156. a. $\|x| - |y| \leq |x| - |y|$ **b.** $\|x| - |y| = |x| - |y|$ **c.** $\|x| - |y| \geq |x| - |y|$

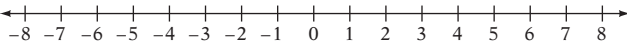
- 157.** Si $-4x$ es igual a un número entero positivo, ¿ x es un número entero positivo o negativo? Explica.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

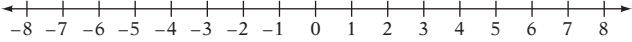
- 158.** ¿La diferencia entre dos números enteros es siempre más pequeña que cualquiera de los números enteros? De no ser así, proporciona un ejemplo para el cual la diferencia entre dos números enteros es mayor que cualquiera de los enteros.

Ilustra en la recta numérica cada una de las siguientes sumas.

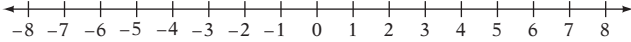
159. $-4 + 3 = -1$



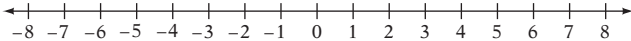
160. $-5 + 8 = 3$



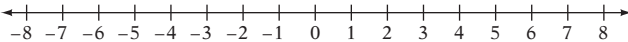
161. $2 + (-7) = -5$



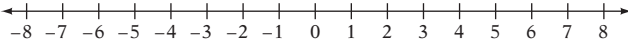
162. $1 + (-6) = -5$



163. $-3 + (-4) = -7$



164. $-2 + (-5) = -7$





165. Hay un número de modelos para la suma de números enteros. Utilizar flechas sobre la recta numérica es sólo uno de ellos. Otro modelo es verificar la cuenta. Si hay un saldo de \$25 en una cuenta de cheques y hay un cheque expedido por \$30, la cuenta estará sobregirada por \$5 (-5).

Un modelo alternativo utiliza dos colores de fichas de plástico, digamos azul para el positivo y rojo para el negativo y la idea de que un par azul/rojo es igual a cero. Para sumar $-8 + 3$, coloca ocho fichas rojas y 3 fichas azules en un círculo. Forma tantos pares de fichas rojas y azules como sea posible y elimina los pares de la región. Hay 5 fichas rojas restantes, o -5 .

Para modelar $(-8) + (-3)$, coloca 8 fichas rojas en la región y después 3 rojas más. No hay pares de fichas rojas y azules, de manera que hay 11 fichas rojas. Por consiguiente, la respuesta es -11 .

Utiliza el modelo anterior para modelar $-7 + 4$, $-2 + 6$ y $-5 + (-3)$.

166.  Inventa tres problemas de suma, de manera que cada problema involucre un sumando positivo y uno negativo, y que cada problema tenga la suma de -3 . Después formula una estrategia para escribir estos problemas.

167.  Inventa tres problemas de resta, de manera que cada problema involucre un número negativo menos un número negativo, y que cada problema tenga una diferencia de -8 . Después formula una estrategia para escribir estos problemas.

1.3

Números racionales

OBJETIVO 1

Expresar como decimales los números racionales

Punto de interés

Desde una época tan antigua como 630 d.C., el matemático indio Brahmagupta escribía una fracción como un número arriba de otro, separado por un espacio. El matemático árabe Al Hassar (alrededor de 1050 d.C.) fue el primero en mostrar una fracción con la barra horizontal separando el numerador y el denominador.

Un **número racional** es el cociente de dos números enteros. Por consiguiente, un número racional es un número que se puede escribir en la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y b es diferente de cero. Un número racional escrito de esta manera se llama comúnmente una **fracción**.

$\frac{a}{1} \leftarrow$ un número entero
 $\frac{a}{b} \leftarrow$ un número entero diferente de cero

$\frac{2}{3}, \frac{-4}{9}, \frac{18}{-5}, \frac{4}{1}$ } Números racionales

$$5 = \frac{5}{1} \quad -3 = \frac{-3}{1}$$

Debido a que un número entero se puede escribir como el cociente del número entero y 1, cada número entero es un número racional.

tres décimas $0.3 = \frac{3}{10}$

Un número escrito en **notación decimal** también es un número racional.

treinta y cinco centésimas $0.35 = \frac{35}{100}$

cuatro décimas negativas $-0.4 = -\frac{4}{10}$

Un número racional escrito como una fracción se puede escribir en notación decimal.

Toma nota

La barra de la fracción se puede leer "dividido entre"

$$\frac{5}{8} = 5 \div 8$$

Observa que el número que divide al numerador entre el denominador resulta en un residuo de 0. El decimal 0.625 es un resultado en forma decimal.

EJEMPLO 1

Expresa como decimal $\frac{5}{8}$.

Solución

$\frac{0.625}{8 \overline{)5.000}}$ \leftarrow Esto se llama **resultado en forma decimal**.

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 8 \overline{)5.000} \\ \underline{-48} \\ 20 \\ \underline{-16} \\ 40 \\ \underline{-40} \\ 0 \end{array} \leftarrow \text{El residuo es cero.}$$

$$\frac{5}{8} = 0.625$$

Problema 1

Expresa como decimal $\frac{4}{25}$.

Solución

Revisa la página S1.

 Intenta resolver el ejercicio 13, página 29.

EJEMPLO 2Expresa como decimal $\frac{4}{11}$.**Solución**0.3636... ← Esto se llama **decimal periódico**.

$$\begin{array}{r} 11 \overline{)4.0000} \\ -33 \\ \hline 70 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 70 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -33 \\ \hline 40 \end{array}$$

← El residuo nunca es cero.

$$\frac{4}{11} = 0.\overline{36}$$

← La barra arriba de los dígitos 3 y 6 se utiliza para indicar que estos dígitos se repiten.

Problema 2Expresa como decimal $\frac{4}{9}$. Coloca una barra sobre los dígitos del decimal periódico.**Solución**

Revisa la página S1.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 21, página 29.*

Los números racionales se pueden expresar como fracciones, por ejemplo $-\frac{6}{7}$ o $\frac{8}{3}$, en las cuales el numerador y el denominador son números enteros. Pero cada número racional también se puede escribir como un decimal periódico (por ejemplo, 0.25767676...) o como resultado en forma decimal (por ejemplo, 1.73). Esto se ilustró en los ejemplos 1 y 2.

Los números que no se pueden escribir como decimal periódico o como resultado en forma decimal se llaman números irracionales. Por ejemplo, 2.45445444544445... es un número irracional. Dos ejemplos son $\sqrt{2}$ y π .

$$\sqrt{2} = 1.414213562... \quad \pi = 3.141592654...$$

Los tres puntos significan que los dígitos continúan interminablemente, sin que sean periódicos o últimos. Aun cuando no podemos escribir un decimal que sea exactamente igual a $\sqrt{2}$ o a π , podemos dar una aproximación de esos números. El símbolo \approx se lee “aproximadamente igual a”. A continuación se muestran $\sqrt{2}$ redondeada a la milésima más cercana y π redondeado a la centésima más cercana.

$$\sqrt{2} \approx 1.414 \quad \pi \approx 3.14$$

Los números racionales y los números irracionales tomados juntos se llaman **números reales**.

OBJETIVO**2****Multiplicar y dividir números racionales**

Las reglas de los signos para multiplicar y dividir números enteros aplican a la multiplicación y la división de números racionales.

El producto de dos fracciones es el producto de los numeradores dividido entre el producto de los denominadores.

Una fracción está en su **forma más simple** cuando el numerador y el denominador no tienen factores comunes distintos de 1. La fracción $\frac{3}{8}$ está en su forma más simple debido a que 3 y 8 no tienen factores comunes distintos de uno. La fracción $\frac{15}{50}$ no está en su forma más simple debido a que el numerador y el denominador tienen un factor común de 5. Para escribir $\frac{15}{50}$ en su forma más simple, divide el numerador y el denominador entre el factor común 5.

$$\frac{15}{50} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot 5 \cdot 2} = \frac{3}{10}$$

Después de multiplicar dos fracciones, expresa el producto en su forma más simple, como se muestra en el ejemplo 3.

EJEMPLO 3 Multiplica: $\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{17}$

Solución

$$\begin{aligned}\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{17} &= \frac{3 \cdot 12}{8 \cdot 17} \\ &= \frac{3 \cdot \overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{2}} \cdot 3}{2 \cdot \underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}} \cdot 17} \\ &= \frac{9}{34}\end{aligned}$$

- Multiplica los numeradores. Multiplica los denominadores.
- Escribe los factores primos de cada factor. Divide entre los factores comunes.
- Multiplica los números restantes en el numerador. Multiplica los números restantes en el denominador.

Problema 3 Multiplica: $-\frac{7}{12} \cdot \frac{9}{14}$

Solución Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 39, página 29.

Toma nota

El método para dividir fracciones en ocasiones se expresa "Para dividir fracciones, se invierte el divisor y se multiplica". Invertir el divisor significa escribir su recíproco.

El **recíproco** de una fracción es la fracción con el numerador y el denominador invertidos. Por ejemplo, el recíproco de $\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{2}$, y el recíproco de $-\frac{5}{4}$ es $-\frac{4}{5}$. Para dividir fracciones, multiplica el dividendo por el recíproco del divisor.

EJEMPLO 4 Divide: $\frac{3}{10} \div \left(-\frac{18}{25}\right)$

Solución

$$\begin{aligned}\frac{3}{10} \div \left(-\frac{18}{25}\right) &= -\left(\frac{3}{10} \div \frac{18}{25}\right) \\ &= -\left(\frac{3}{10} \cdot \frac{25}{18}\right) \\ &= -\left(\frac{3 \cdot 25}{10 \cdot 18}\right) \\ &= -\left(\frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}} \cdot 5}{2 \cdot \underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot 3}\right) \\ &= -\frac{5}{12}\end{aligned}$$

- Los signos son diferentes. El cociente es negativo.
- Cambia la división a multiplicación e invierte el divisor.
- Multiplica los numeradores. Multiplica los denominadores.

Problema 4 Divide: $-\frac{3}{8} \div \left(-\frac{5}{12}\right)$

Solución Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 29.

Para multiplicar decimales, hazlo igual que en la multiplicación de números enteros. Escribe el punto decimal en el producto, de manera que el número de posiciones decimales en el producto sea igual a la suma de las posiciones decimales en los factores.

EJEMPLO 5Multiplica: $(-6.89)(0.00035)$ **Solución**

$$\begin{array}{r}
 6.89 \quad 2 \text{ posiciones decimales} \\
 \times 0.00035 \quad 5 \text{ posiciones decimales} \\
 \hline
 3445 \\
 2067 \\
 \hline
 0.0024115 \quad 7 \text{ posiciones decimales} \\
 (-6.89)(0.00035) = -0.0024115
 \end{array}$$

• Multiplica los valores absolutos.

• Los signos son diferentes. El producto es negativo.

Problema 5Multiplica: $(-5.44)(3.8)$ **Solución**

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 51, página 29.

Para dividir decimales, mueve el punto decimal en el divisor para hacer que sea un número entero. Mueve el punto decimal el mismo número de posiciones hacia la derecha en el dividendo. Coloca el punto decimal en el cociente, directamente arriba del punto decimal en el dividendo. Después divide como en la división de números enteros.

Toma nota

Mover el punto decimal en el numerador y el denominador es lo mismo que multiplicar por el mismo número el numerador y el denominador. Para el problema de la derecha, tenemos

$$\begin{aligned}
 -0.394 \div 1.7 &= -\frac{0.394}{1.7} \\
 &= -\frac{0.394}{1.7} \cdot \frac{10}{10} \\
 &= -\frac{3.94}{17}
 \end{aligned}$$

EJEMPLO 6Divide: $-0.394 \div 1.7$. Redondea a la centésima más cercana.**Solución**

$$1.7 \overline{)0.3940}$$

• Mueve el punto decimal una posición hacia la derecha en el divisor y en el dividendo. Coloca el punto decimal en el cociente.

$$\begin{array}{r}
 0.231 \approx 0.23 \\
 17 \overline{)03.940} \\
 \underline{-34} \\
 54 \\
 \underline{-51} \\
 30 \\
 \underline{-17} \\
 13
 \end{array}$$

• El símbolo \approx se utiliza para indicar que el cociente es un valor aproximado que se ha redondeado.

$$-0.394 \div 1.7 \approx -0.23$$

• Los signos son diferentes. El cociente es negativo.

Problema 6Divide $1.32 \div 0.27$. Redondea a la décima más cercana.**Solución**

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 57, página 30.

OBJETIVO 3**Sumar y restar números racionales**

Las reglas del signo para sumar números enteros aplican a la suma de números racionales.

Para sumar o restar números racionales escritos como fracciones, primero reescribe las fracciones como fracciones equivalentes con un común denominador. Un común denominador es el **mínimo común múltiplo (mcm)** de los denominadores. El mcm de los denominadores también se llama **común denominador**.

Toma nota

Puedes encontrar el mcm al multiplicar los denominadores y después dividirlos entre el máximo factor común de los dos denominadores. En el caso de 6 y 10, $6 \cdot 10 = 60$. Ahora divide entre 2 el máximo factor común de 6 y 10.

$$60 \div 2 = 30$$

En forma alterna, puedes utilizar como común denominador el producto de los denominadores, que en este caso es 60. Expresa cada fracción con un denominador de 60. Suma las fracciones. Después simplifica la suma.

$$\begin{aligned} -\frac{5}{6} + \frac{3}{10} &= -\frac{50}{60} + \frac{18}{60} \\ &= \frac{-50 + 18}{60} \\ &= \frac{-32}{60} \\ &= -\frac{8}{15} \end{aligned}$$

EJEMPLO 7

Suma: $-\frac{5}{6} + \frac{3}{10}$

Solución

Factores primos de 6 y 10:

$$6 = 2 \cdot 3 \quad 10 = 2 \cdot 5$$

$$\text{mcm} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$-\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = -\frac{25}{30} + \frac{9}{30}$$

$$= \frac{-25 + 9}{30}$$

$$= \frac{-16}{30}$$

$$= -\frac{8}{15}$$

- Encuentra el mcm de los denominadores 6 y 10.

- Reescribe las fracciones como fracciones equivalentes, utilizando el mcm de los denominadores como el común denominador.

- Suma los numeradores y coloca la suma arriba del común denominador.

- Escribe la respuesta en su forma más simple.

Problema 7

Resta: $\frac{5}{9} - \frac{11}{12}$

Solución

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 67, página 30.

Los números $-\frac{8}{15}$, $\frac{-8}{15}$ y $\frac{8}{-15}$ representan todos el mismo número racional. Observa que en el ejemplo 7 escribimos la respuesta como $-\frac{8}{15}$, con el signo negativo enfrente de la fracción. En este libro, ésta es la forma en la cual escribiremos las respuestas que son fracciones negativas.

EJEMPLO 8

Simplifica: $-\frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{5}{8}$

Solución

$$-\frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{5}{8} = -\frac{18}{24} + \frac{4}{24} - \frac{15}{24}$$

$$= \frac{-18}{24} + \frac{4}{24} + \frac{-15}{24}$$

$$= \frac{-18 + 4 + (-15)}{24}$$

$$= \frac{-29}{24}$$

$$= -\frac{29}{24}$$

- El mcm de 4, 6 y 8 es 24.

- Suma los numeradores y coloca la suma encima del común denominador.

Problema 8

Simplifica: $-\frac{7}{8} - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}$

Solución

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 81, página 30.

Cómo se usa

La suma de decimales positivos y negativos se utiliza en la optometría. Las dioptrías, que se utilizan para medir la intensidad de los lentes, se dan como decimales positivos o negativos: un lente con una dioptría negativa corrige la miopía y un lente con una dioptría positiva corrige la presbicia. Para corregir más de un aspecto de la visión de una persona, un optometrista diseña anteojos que combinan dos o más intensidades.

Observa que dejamos la respuesta al ejemplo 8 como la fracción impropia $-\frac{29}{24}$ en lugar de escribirla como el número mixto $-1\frac{5}{24}$. En este libro, normalmente dejamos las respuestas como fracciones impropias y no las cambiamos a números mixtos.

Para sumar o restar decimales, expresa los números de manera que los puntos decimales estén en una línea vertical. Después procede igual que en la suma o resta de números enteros. Escribe el punto decimal en la respuesta, directamente debajo de los puntos decimales en el problema.

EJEMPLO 9

Suma: $14.02 + 137.6 + 9.852$

Solución

$$\begin{array}{r} 14.02 \\ 137.6 \\ + 9.852 \\ \hline 161.472 \end{array}$$

• Escribe los decimales de manera que los puntos decimales estén en una línea vertical.

• Escribe el punto decimal de la suma directamente debajo de los puntos decimales en el problema.

Problema 9

Suma: $3.097 + 4.9 + 3.09$

Solución

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 93, página 30.

EJEMPLO 10

Suma: $-114.039 + 84.76$

Solución

$$\begin{array}{r} 114.039 \\ - 84.76 \\ \hline 29.279 \\ -114.039 + 84.76 \\ = -29.279 \end{array}$$

• Los signos son diferentes. Resta el valor absoluto del número con el valor absoluto menor del valor absoluto del número con el valor absoluto mayor.

• Añade el signo del número con el valor absoluto mayor.

Problema 10

Resta: $16.127 - 67.91$

Solución

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 91, página 30.

OBJETIVO 4

Convertir entre porcentajes, fracciones y decimales

“Una tasa de crecimiento de la población de 3%”, “el descuento de un fabricante de 25%” y “un incremento de 8% en la remuneración” son ejemplos típicos de las muchas formas en las cuales se utiliza el porcentaje en problemas de aplicación. **Porcentaje** significa “partes de cada 100”. Por consiguiente, 27% significa 27 partes de 100.

En los problemas de aplicación que implican un porcentaje, por lo general es necesario ya sea reescribir el porcentaje como fracción o como decimal, o bien, reescribir como porcentaje una fracción o un decimal.

Para escribir 27% como fracción, elimina el signo de porcentaje y multiplica por $\frac{1}{100}$.

$$27\% = 27\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{27}{100}$$

Para escribir un porcentaje como decimal, elimina el signo de porcentaje y multiplica por 0.01.

Para escribir 33% como decimal, elimina el signo de porcentaje y multiplica por 0.01.

$$33\% = 33(0.01) = 0.33$$

Recorre el punto decimal dos posiciones hacia la izquierda y elimina el signo de porcentaje.

Observa que $100\% = 1$.

$$100\% = 100(0.01) = 1$$

EJEMPLO 11

Escribe 130% como fracción y como decimal.

Solución $130\% = 130\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{130}{100} = 1\frac{3}{10}$

$$130\% = 130(0.01) = 1.30$$

- Para escribir un porcentaje como fracción, elimina el signo de porcentaje y multiplica por $\frac{1}{100}$.
- Para escribir un porcentaje como decimal, elimina el signo de porcentaje y multiplica por 0.01.

Problema 11

Escribe 125% como fracción y como decimal.

Solución Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 111, página 31.

EJEMPLO 12Escribe como fracción $33\frac{1}{3}\%$.

Solución $33\frac{1}{3}\% = 33\frac{1}{3}\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{100}{3}\left(\frac{1}{100}\right)$

$$= \frac{1}{3}$$

- Escribe el número mixto $33\frac{1}{3}$ como la fracción impropia $\frac{100}{3}$.

Problema 12Escribe como fracción $16\frac{2}{3}\%$.

Solución Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 123, página 31.

EJEMPLO 13

Escribe como decimal 0.25%.

Solución $0.25\% = 0.25(0.01) = 0.0025$

- Elimina el signo de porcentaje y multiplica por 0.01.

Problema 13

Escribe como decimal 6.08%.

Solución Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 135, página 31.

Una fracción o un decimal se pueden escribir como porcentaje multiplicando por 100%. Recuerda que $100\% = 1$ y que la multiplicación de un número por 1 no cambia el valor del número.

Para escribir $\frac{5}{8}$ como porcentaje,
multiplica por 100%.

$$\frac{5}{8} = \frac{5}{8}(100\%) = \frac{500}{8}\% = 62.5\% \text{ o } 62\frac{1}{2}\%$$

Para escribir 0.82 como porcentaje,
multiplica por 100%.

$$0.82 = 0.82(100\%) = 82\%$$

Recorre dos posiciones hacia la derecha el punto decimal. Después escribe el signo de porcentaje.

EJEMPLO 14

Expresa como porcentaje. A. 0.027 B. 1.34

Solución

$$\text{A. } 0.027 = 0.027(100\%) = 2.7\%$$

$$\text{B. } 1.34 = 1.34(100\%) = 134\%$$

• Para expresar como porcentaje una fracción, multiplica por 100%.

Problema 14

Expresa como porcentaje. A. 0.043 B. 2.57

Solución

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 143, página 31.

EJEMPLO 15Expresa como porcentaje $\frac{5}{6}$. Redondea a la décima más cercana de un porcentaje.**Solución**

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6}(100\%) = \frac{500}{6}\% \approx 83.3\%$$

• Para expresar como porcentaje una fracción, multiplica por 100%.

Problema 15Expresa como porcentaje $\frac{5}{9}$. Redondea a la décima más cercana de un porcentaje.**Solución**

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 155, página 31.

EJEMPLO 16Expresa como porcentaje $\frac{7}{16}$. Expresa el residuo como fracción.**Solución**

$$\frac{7}{16} = \frac{7}{16}(100\%) = \frac{700}{16}\% = 43\frac{3}{4}\%$$

• Multiplica la fracción por 100%.

Problema 16Expresa como porcentaje $\frac{9}{16}$. Expresa el residuo como fracción.**Solución**

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 161, página 31.

1.3 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Determina si la expresión es siempre verdadera, en ocasiones verdadera o nunca verdadera.

1. Para multiplicar dos fracciones, primero debes reescribir las fracciones como fracciones equivalentes con un común denominador.
2. Un número racional se puede escribir como resultado en forma decimal.
3. Un número irracional es un número real.
4. 37%, 0.37 y $\frac{37}{100}$ son tres números que tienen el mismo valor.
5. Para escribir como porcentaje un decimal, multiplica el decimal por $\frac{1}{100}$.
6. -12 es un ejemplo de un número que es tanto un número entero como un número racional.


1 Expresar como decimales los números racionales (Revisa las páginas 21-22).

PREPÁRATE

7. Para escribir $\frac{2}{3}$ como decimal, divide ? entre ?. El cociente es 0.6666..., que es un decimal ?.
8. Un número como 0.7474474447444..., cuya representación decimal no es finita ni periódica, es un ejemplo de un número ?.

Expresa como decimal. Coloca una barra sobre los dígitos periódicos de un decimal periódico.

- | | | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|---------------------|---------------------|
| 9. $\frac{1}{3}$ | 10. $\frac{2}{3}$ | 11. $\frac{1}{4}$ | 12. $\frac{3}{4}$ | ➡ 13. $\frac{2}{5}$ |
| 14. $\frac{4}{5}$ | 15. $\frac{1}{6}$ | 16. $\frac{5}{6}$ | 17. $\frac{1}{8}$ | 18. $\frac{7}{8}$ |
| 19. $\frac{2}{9}$ | 20. $\frac{8}{9}$ | ➡ 21. $\frac{5}{11}$ | 22. $\frac{10}{11}$ | 23. $\frac{7}{12}$ |
| 24. $\frac{11}{12}$ | 25. $\frac{4}{15}$ | 26. $\frac{8}{15}$ | 27. $\frac{7}{16}$ | 28. $\frac{15}{16}$ |
| 29. $\frac{6}{25}$ | 30. $\frac{14}{25}$ | 31. $\frac{9}{40}$ | 32. $\frac{21}{40}$ | 33. $\frac{15}{22}$ |

34.  ¿ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ es un número racional o uno irracional?

2 Multiplicar y dividir números racionales (Revisa las páginas 22-24).

PREPÁRATE

35. El producto de 1.726 y -8.4 tendrá ? posiciones decimales.
36. El recíproco de $\frac{4}{9}$ es ?. Para encontrar el cociente $-\frac{2}{3} \div \frac{4}{9}$, calcula el producto $-\frac{2}{3} \cdot$?. El cociente $-\frac{2}{3} \div \frac{4}{9}$ es ?.

Simplifica.

- | | | |
|--|--|--|
| 37. $\frac{1}{2} \left(-\frac{3}{4} \right)$ | 38. $-\frac{2}{9} \left(-\frac{3}{14} \right)$ | ➡ 39. $\left(-\frac{3}{8} \right) \left(-\frac{4}{15} \right)$ |
| 40. $\frac{5}{8} \left(-\frac{7}{12} \right) \frac{16}{25}$ | 41. $\left(\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{3}{4} \right) \left(-\frac{5}{8} \right)$ | 42. $\left(\frac{5}{12} \right) \left(-\frac{8}{15} \right) \left(-\frac{1}{3} \right)$ |
| 43. $\frac{3}{8} \div \frac{1}{4}$ | 44. $\frac{5}{6} \div \left(-\frac{3}{4} \right)$ | ➡ 45. $-\frac{5}{12} \div \frac{15}{32}$ |
| 46. $\frac{1}{8} \div \left(-\frac{5}{12} \right)$ | 47. $-\frac{4}{9} \div \left(-\frac{2}{3} \right)$ | 48. $-\frac{6}{11} \div \frac{4}{9}$ |
| 49. $(1.2)(3.47)$ | 50. $(-0.8)(6.2)$ | ➡ 51. $(-1.89)(-2.3)$ |
| 52. $(6.9)(-4.2)$ | 53. $(1.06)(-3.8)$ | 54. $(-2.7)(-3.5)$ |

55.  Determina si cada producto o cociente es positivo o negativo. No simplifiques.

- a. $\left(-\frac{11}{12} \right) \left(-\frac{5}{4} \right) \left(-\frac{1}{2} \right)$
- b. $-1.572 \div -8.4$

Simplifica. Redondea a la centésima más cercana.

56. $-24.7 \div 0.09$

57. $-1.27 \div (-1.7)$

58. $9.07 \div (-3.5)$

59. $-354.2086 \div 0.1719$

3 Sumar y restar números racionales (Revisa las páginas 24-26).

PREPÁRATE

60. El mínimo común múltiplo de los denominadores de las fracciones $\frac{5}{8}$, $-\frac{1}{6}$ y $\frac{2}{9}$ es $\frac{?}{?}$.

61. Expresa la fracción $\frac{3}{14}$ como una fracción equivalente con el denominador 28:
 $\frac{3}{14} = \frac{?}{28}$.

Simplifica.

62. $\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$

63. $-\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

64. $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$

65. $-\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

66. $-\frac{5}{12} - \frac{3}{8}$

67. $-\frac{5}{6} - \frac{5}{9}$

68. $-\frac{6}{13} + \frac{17}{26}$

69. $-\frac{7}{12} + \frac{5}{8}$

70. $-\frac{5}{8} - \left(-\frac{11}{12}\right)$

71. $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{2}{9}$

72. $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

73. $-\frac{3}{8} - \frac{5}{12} - \frac{3}{16}$

74. $-\frac{5}{16} + \frac{3}{4} - \frac{7}{8}$

75. $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} - \left(-\frac{1}{4}\right)$

76. $\frac{3}{4} - \left(-\frac{7}{12}\right) - \frac{7}{8}$

77. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

78. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{5}{6}$

79. $\frac{5}{16} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2}$

80. $\frac{5}{8} - \left(-\frac{5}{12}\right) + \frac{1}{3}$

81. $\frac{1}{8} - \frac{11}{12} + \frac{1}{2}$

82. $-\frac{7}{9} + \frac{14}{15} + \frac{8}{21}$

83. $1.09 + 6.2$

84. $-32.1 - 6.7$

85. $5.13 - 8.179$

86. $-13.092 + 6.9$

87. $2.54 - 3.6$

88. $5.43 + 7.925$

89. $-16.92 - 6.925$

90. $-3.87 + 8.546$

91. $6.9027 - 17.692$

92. $2.09 - 6.72 - 5.4$

93. $16.4 + 3.09 - 7.93$

94. $-18.39 + 4.9 - 23.7$

95. $19 - (-3.72) - 82.75$

96. $-3.07 - (-2.97) - 17.4$

97. $-3.09 - 4.6 - 27.3$

 Resuelve los ejercicios 98 y 99 sin determinar realmente las sumas y las diferencias.

98. Indica si cada suma o diferencia es positiva o negativa.

a. $\frac{1}{5} - \frac{1}{2}$

b. $-21.765 + 15.1$

c. $0.837 + (-0.24)$

d. $-\frac{3}{4} + \frac{9}{10}$

99. Estima cada suma al número entero más cercano.

a. $\frac{7}{8} + \frac{4}{5}$

b. $\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)$



c. $-0.125 + 1.25$

d. $-1.3 + 0.2$

4 Convertir entre porcentajes, fracciones y decimales (Revisa las páginas 26-28).

100.  a. Explica cómo convertir una fracción en porcentaje.

b. Explica cómo convertir un porcentaje en una fracción.

101.  a. Explica cómo convertir un decimal en porcentaje.
b. Explica cómo convertir un porcentaje en decimal.
102.  Explica por qué la multiplicación de un número por 100% no cambia el valor del número.

PREPÁRATE

103. Para escribir 80% como fracción, elimina el signo de porcentaje y multiplica por ?: $80\% = 80 \cdot \frac{?}{100} = \frac{?}{100}$.

104. Para escribir 68% como decimal, elimina el signo de porcentaje y multiplica por ?: $68\% = 68 \cdot \frac{?}{100} = \frac{?}{100}$.

105. Para escribir $\frac{3}{10}$ como porcentaje, multiplica por ?:

$$\frac{3}{10} = \frac{3}{10} \cdot \frac{?}{?} = \frac{?}{?}$$

106. Para escribir 1.25 como porcentaje, multiplica por ?:

$$1.25 = 1.25 \cdot \frac{?}{100} = \frac{?}{100}$$

Expresa como fracciones y como decimales.

107. 75%

108. 40%

109. 50%

110. 10%

➡ 111. 64%

112. 88%

113. 175%

114. 160%

115. 19%

116. 87%

117. 5%

118. 2%

119. 450%

120. 380%

121. 8%

122. 4%

Expresa como fracción.

➡ 123. $11\frac{1}{9}\%$

124. $37\frac{1}{2}\%$

125. $31\frac{1}{4}\%$

126. $66\frac{2}{3}\%$

127. $\frac{1}{2}\%$

128. $5\frac{3}{4}\%$

129. $6\frac{1}{4}\%$

130. $83\frac{1}{3}\%$

Expresa como decimal.

131. 7.3%

132. 9.1%

133. 15.8%

134. 0.3%

➡ 135. 9.15%

136. 121.2%

137. 18.23%

138. 0.15%

Expresa como porcentaje.

139. 0.15

140. 0.37

141. 0.05

142. 0.02

➡ 143. 0.175

144. 0.125

145. 1.15

146. 2.142

147. 0.008

148. 0.004

149. 0.065

150. 0.083

Expresa como porcentaje. Redondea a la décima más cercana de un porcentaje.

151. $\frac{27}{50}$

152. $\frac{83}{100}$

153. $\frac{1}{3}$

154. $\frac{3}{8}$

➡ 155. $\frac{4}{9}$

156. $\frac{9}{20}$

157. $2\frac{1}{2}$

158. $1\frac{2}{7}$

Expresa como porcentaje. Expresa el residuo como fracción.

159. $\frac{3}{8}$

160. $\frac{3}{16}$

➡ 161. $\frac{5}{14}$


162. $\frac{4}{7}$

163. $1\frac{1}{4}$

164. $2\frac{5}{8}$

165. $1\frac{5}{9}$

166. $1\frac{13}{16}$

 Resuelve los ejercicios 167 y 168 sin determinar realmente el porcentaje.

167. ¿ $\frac{4}{3}$ representa un número mayor o menor que 100%?

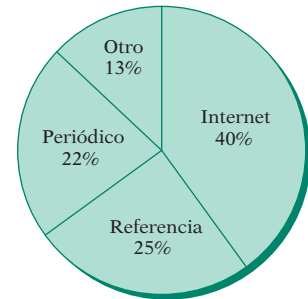
168. ¿0.055 representa un número mayor que 1% o menor que 1%?

Empleo La gráfica de la derecha muestra las respuestas de una encuesta que preguntaba a los participantes, “¿Cómo encontró su empleo más reciente?”. Utiliza la gráfica para los ejercicios 169 a 171.

169. ¿Qué fracción de los participantes encontraron en Internet sus empleos más recientes?

170. ¿Qué fracción de los participantes encontraron sus empleos más recientes por medio de una referencia?

171. ¿Más o menos una cuarta parte de los participantes encontraron sus empleos más recientes por medio de un anuncio en el periódico?



¿Cómo fue que encontró su empleo actual?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Clasifica cada uno de los siguientes números como un número natural, un número entero, un número entero positivo, un número entero negativo, un número racional, un número irracional o un número real. Menciona todos los que apliquen.

172. -1

173. 28

174. $-\frac{9}{34}$

175. -7.707

176. $5.2\overline{6}$

177. $0.171771777\dots$

Resuelve.

178. Calcula el promedio de $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{4}$.

179.  **Temperatura** La fecha del recorte de noticias de la derecha es 26 de marzo de 2010.

a. Calcula la diferencia entre las temperaturas Fahrenheit extremas.


b. Calcula la diferencia entre las temperaturas Celsius extremas.

En las noticias

Los lugares fríos y cálidos del mundo

La temperatura más cálida esta semana fue de 112.1°F (44.5°C), registrada en Nawabshah, Pakistán, mientras que la temperatura más fría fue de -87.9°F (-66.6°C), registrada en la estación de investigación Vostok de Rusia en el Antártico.

Fuente: www.earthweek.com

 **Gobierno** La tabla a la derecha muestra el superávit o el déficit, en miles de millones de dólares, para años seleccionados desde 1955 hasta 2010. Un signo negativo (–) indica un déficit. Utiliza esta tabla para los ejercicios 180 al 184. (Fuente: Oficina de Administración y Presupuesto de Estados Unidos.)

180. ¿En cuál de los años listados fue mayor el déficit?




181. Calcula la diferencia entre los déficits de 1980 y 1985.

182. Calcula la diferencia entre el superávit en 1960 y el déficit en 1955.

183. ¿Cuántas veces fue mayor el déficit en 1985 que en 1975? Redondea al número positivo más cercano.

184. ¿Cuál fue el déficit promedio por trimestre, en millones de dólares, para el año 1970?

Año	Superávit o déficit del presupuesto federal (en miles de millones de dólares)	Año	Superávit o déficit del presupuesto federal (en miles de millones de dólares)
1955	–2.993	1995	–163.952
1960	0.301	2000	236.241
1965	–1.411	2005	–318.346
1970	–2.842	2006	–248.181
1975	–53.242	2007	–160.701
1980	–73.830	2008	–458.555
1985	–212.308	2009	–1412.686
1990	–221.036	2010	–1294.131

185.  **Temperatura** Observa el recuadro de noticias de la derecha. ¿Cuál es la temperatura promedio normal en el noreste en febrero?
186. Supongamos que x representa el precio de un automóvil. Si el impuesto sobre ventas es 6% del precio, expresa en términos de x el total del precio del automóvil y del impuesto sobre ventas.
187. Supongamos que x representa el precio de un traje. Si el traje está en venta a un precio de descuento de 30%, expresa en términos de x el precio del traje después del descuento.
188.  En tus propias palabras, define **a.** un número racional, **b.** un número irracional y **c.** un número real.
189.  Explica por qué necesitas un mínimo común denominador cuando sumas dos fracciones y por qué no lo necesitas cuando multiplicas dos fracciones.

En las noticias**Temperaturas cerca de lo normal en el noreste**

Este año las temperaturas en febrero promediaron cerca de lo normal en el noreste. La temperatura promedio de la región fue de -3.2°C , que es 0.4°C arriba de lo normal.

Fuente: *National Climatic Data Center*

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

190. Utiliza una calculadora para determinar las representaciones decimales de $\frac{17}{99}$, $\frac{45}{99}$ y $\frac{73}{99}$. Haz una conjetura acerca de la representación decimal de $\frac{83}{99}$. ¿Tu conjetura da resultado para $\frac{33}{99}$? ¿Y para $\frac{1}{99}$?
191. Un cubo mágico es aquel en el cual los números en cada fila, columna y diagonal suman el mismo número. Completa el cubo mágico de la derecha.
- | | | |
|---------------|---------------|----------------|
| $\frac{2}{3}$ | | |
| | $\frac{1}{6}$ | $\frac{5}{6}$ |
| | | $-\frac{1}{3}$ |
192. Encuentra tres números naturales a , b y c de manera que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ sea un número natural.
193. Cuando se suman dos números naturales, es posible que la suma sea menor que cualquier sumando, mayor que cualquier sumando, o un número entre los dos sumandos. Proporciona ejemplos de cada una de estas ocurrencias.

1.4**Exponentes y el orden o jerarquía de las operaciones****OBJETIVO 1****Expresiones con exponentes**

La multiplicación repetida del mismo factor se puede escribir utilizando un exponente.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{base}}}{2^5} \leftarrow \text{exponente} \quad a \cdot a \cdot a \cdot a = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{base}}}{a^4} \leftarrow \text{exponente}$$

El **exponente** indica cuantas veces el factor, llamado la **base**, ocurre en la multiplicación. La multiplicación $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ está en **forma factorizada**. La expresión con exponente 2^5 está en **forma exponencial**.

Punto de interés

René Descartes fue el primer matemático en utilizar de manera recurrente la notación exponencial, como se utiliza hoy. Sin embargo, por alguna razón desconocida, él siempre utilizó xx para x^2 .

2^1 se lee “la primera potencia de dos”, o sólo “dos”

—————→ Por lo general el exponente 1 no se escribe.

2^2 se lee “la segunda potencia de dos” o “dos al cuadrado”.

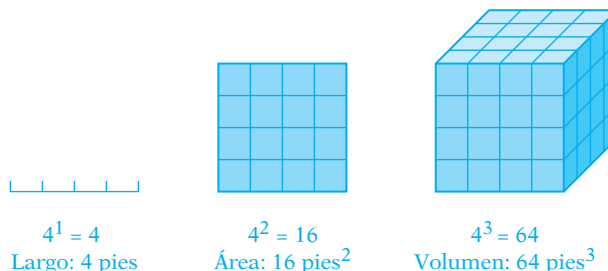
2^3 se lee “la tercera potencia de dos” o “dos al cubo”.

2^4 se lee “la cuarta potencia de dos”.

2^5 se lee “la quinta potencia de dos”.

a^5 se lee “la quinta potencia de a ”.

Existe una interpretación geométrica de las tres primeras potencias de los números naturales.



Para evaluar una expresión con exponentes, escribimos cada factor tantas veces como lo indique el exponente. Después se multiplica.

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

$$2^3 \cdot 3^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3) = 8 \cdot 9 = 72$$

EJEMPLO 1

Evalúa $(-4)^2$ y -4^2 .

Solución

$$(-4)^2 = (-4)(-4) = 16$$

$$-4^2 = -(4 \cdot 4) = -16$$

- El -4 se calcula al cuadrado sólo cuando el signo negativo está dentro del paréntesis. En $(-4)^2$, estamos determinando el cuadrado de -4 ; en -4^2 , estamos buscando el opuesto de 4^2 .

Problema 1

Evalúa $(-5)^3$ y -5^3 .

Solución

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 13, página 37.

EJEMPLO 2

Evalúa $(-2)^4$ y $(-2)^5$.

Solución

$$\begin{aligned}
 (-2)^4 &= (-2)(-2)(-2)(-2) & (-2)^5 &= (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) \\
 &= 4(-2)(-2) & &= 4(-2)(-2)(-2) \\
 &= -8(-2) & &= -8(-2)(-2) \\
 &= 16 & &= 16(-2) \\
 & & &= -32
 \end{aligned}$$

Problema 2

Evalúa $(-3)^3$ y $(-3)^4$.

Solución

Revisa la página S2.

➡ Intenta resolver el ejercicio 15, página 37.


Toma nota

El producto de un número par de factores negativos es positivo. El producto de un número non de factores negativos es negativo.

EJEMPLO 3 Evalúa $(-3)^2 \cdot 2^3$ y $(-\frac{2}{3})^3$.

Solución $(-3)^2 \cdot 2^3 = (-3)(-3) \cdot (2)(2)(2) = 9 \cdot 8 = 72$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = -\frac{8}{27}$$

Problema 3 Evalúa $(3^3)(-2)^3$ y $(-\frac{2}{5})^2$.**Solución** Revisa la página S2.
 Intenta resolver el ejercicio 31, página 37.
OBJETIVO 2 El orden o jerarquía de las operacionesEvalúa $2 + 3 \cdot 5$.

En este problema hay dos operaciones aritméticas, suma y multiplicación. Las operaciones se podrían realizar en órdenes diferentes.

Suma primero.	$\underbrace{2 + 3} \cdot 5$	Multiplica primero.	$2 + \underbrace{3 \cdot 5}$
Después multiplica.	$\underbrace{5 \cdot 5}_{25}$	Después suma.	$\underbrace{2 + 15}_{17}$

Con el fin de impedir que haya más de una respuesta al mismo problema, se ha establecido un orden de las operaciones.

EL ORDEN O JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

Paso 1 Realiza las operaciones dentro de símbolos de agrupación. Los **símbolos de agrupación** son paréntesis $()$, corchetes $[]$, símbolos de valor absoluto $||$ y la barra de fracción.

Paso 2 Simplifica las expresiones con exponentes.

Paso 3 Realiza la multiplicación y la división según ocurren de izquierda a derecha.

Paso 4 Realiza la suma y la resta según ocurren de izquierda a derecha.

EJEMPLO

	$6 + 5(1 - 2)^4$
Realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación (Paso 1).	$= 6 + 5(-1)^4$
Simplifica las expresiones con exponentes (Paso 2).	$= 6 + 5(1)$
Realiza de izquierda a derecha la multiplicación y la división (Paso 3).	$= 6 + 5$
Realiza de izquierda a derecha la suma y la resta (Paso 4).	$= 11$

EJEMPLO 4 Simplifica: $12 - 24(8 - 5) \div 2^2$

Solución

$$\begin{aligned}
 12 - 24(8 - 5) \div 2^2 &= 12 - 24(3) \div 2^2 \\
 &= 12 - 24(3) \div 4 \\
 &= 12 - 72 \div 4 \\
 &= 12 - 18 \\
 &= -6
 \end{aligned}$$

- Realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación.
- Simplifica las expresiones con exponentes.
- Realiza la multiplicación y la división según ocurren de izquierda a derecha.
- Realiza la suma y la resta según ocurren de izquierda a derecha.

Problema 4 Simplifica: $36 \div (8 - 5)^2 - (-3)^2 \cdot 2$

Solución Revisa la página S2.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 41, página 38.*

Uno o más de los pasos que se muestran en el ejemplo 4 pueden no ser necesarios para simplificar una expresión. En ese caso, procede con el siguiente paso en el orden de las operaciones.

EJEMPLO 5

Simplifica: $\frac{4 + 8}{2 + 1} - |3 - 1| + 2$

Solución

$$\frac{4 + 8}{2 + 1} - |3 - 1| + 2$$

$$= \frac{12}{3} - |2| + 2$$

$$= \frac{12}{3} - 2 + 2$$

$$= 4 - 2 + 2$$

$$= 2 + 2$$

$$= 4$$

- Realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación (arriba y abajo de la barra de la fracción y dentro del símbolo del valor absoluto).

- Encuentra el valor absoluto de 2.

- Realiza la multiplicación y la división según ocurren de izquierda a derecha.

- Realiza la suma y la resta según ocurren de izquierda a derecha.

Problema 5 Simplifica: $27 \div 3^2 + (-3)^2 \cdot 4$

Solución Revisa la página S2.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 49, página 38.*

Cuando una expresión tiene símbolos de agrupación dentro de símbolos de agrupación, realiza primero las operaciones dentro de los símbolos de agrupación *internos* siguiendo los pasos 2, 3 y 4 del orden de las operaciones. Después realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación *externos*, siguiendo en secuencia los pasos 2, 3 y 4.

EJEMPLO 6

Simplifica: $6 \div [4 - (6 - 8)] + 2^2$

Solución

$$6 \div [4 - (6 - 8)] + 2^2$$

$$= 6 \div [4 - (-2)] + 2^2$$

$$= 6 \div 6 + 2^2$$

$$= 6 \div 6 + 4$$

$$= 1 + 4$$

$$= 5$$

- Realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación internos.

- Realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación externos.

- Simplifica las expresiones con exponentes.

- Realiza la multiplicación y la división.

- Realiza la suma y la resta.

Problema 6 Simplifica: $4 - 3[4 - 2(6 - 3)] \div 2$

Solución Revisa la página S3.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 51, página 38.*

1.4 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Reescribe cada expresión como una expresión con exponentes.

1. nueve a la quinta potencia
2. y a la cuarta potencia
3. siete a la n potencia
4. $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

5. $(-5)^2$, -5^2 y $-(5)^2$ representan todas el mismo número.
6. La expresión 9^4 está en forma exponencial.
7. Evaluar la expresión $6 + 7 \cdot 10$ significa determinar a qué es igual un número.
8. El orden o jerarquía de las operaciones se utiliza para números naturales, números enteros, números racionales y números reales.

1 Expresiones con exponentes (Revisa las páginas 33-35).

PREPÁRATE

9. En la expresión $(-5)^2$, -5 se llama el ? y 2 se llama el ?. Para evaluar $(-5)^2$, calcula el producto $(\text{ ? })(\text{ ? }) = \text{ ? }$.
10. La expresión 4^3 se lee “la ? potencia de ?” o “cuatro ?”. Para evaluar 4^3 , calcula el producto $(\text{ ? })(\text{ ? })(\text{ ? }) = \text{ ? }$.



Evalúa.

- | | | | |
|--|---|--------------------------------|--------------------------------|
| 11. 6^2 | 12. 7^4 | 13. -7^2 | 14. -4^3 |
| 15. $(-3)^2$ | 16. $(-2)^3$ | 17. $(-3)^4$ | 18. $(-5)^3$ |
| 19. $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ | 20. $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$ | 21. $(0.3)^2$ | 22. $(1.5)^3$ |
| 23. $2^2 \cdot (-3)$ | 24. $3^4 \cdot (-5)$ | 25. $2^3 \cdot 3^3 \cdot (-4)$ | 26. $4^2 \cdot 3^2 \cdot (-7)$ |
| 27. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 3^3$ | 28. $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 8$ | 29. $(0.3)^3 \cdot 2^3$ | 30. $(0.5)^2 \cdot 3^3$ |
| 31. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 3^3$ | 32. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 2^3 \cdot (-4)$ | | |

 Resuelve los ejercicios 33 y 34 sin encontrar realmente los productos.

33. ¿La quinta potencia de dieciocho negativo es positiva o negativa?
34. ¿El producto $-(3^2)(-5^3)$ es positivo o negativo?

2 El orden o jerarquía de las operaciones (Revisa las páginas 35-36).

35.  ¿Por qué necesitamos un orden de las operaciones?
36.  Describe cada paso del orden de las operaciones.

PREPÁRATE37. Simplifica: $2(3^3)$

$$2(3^3) = 2(\underline{\quad? \quad})$$

$$= \underline{\quad? \quad}$$

- Simplifica las expresiones con exponentes.
- Realiza la multiplicación y la división.

38. Simplifica: $3 - 5(6 - 8)^2$

$$3 - 5(6 - 8)^2 = 3 - 5(\underline{\quad? \quad})^2$$

$$= 3 - 5(\underline{\quad? \quad})$$

$$= 3 - \underline{\quad? \quad}$$

$$= \underline{\quad? \quad}$$

- Realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación.
- Simplifica las expresiones con exponentes.
- Realiza la multiplicación y la división.
- Realiza la suma y la resta.

Simplifica utilizando el orden de las operaciones.

39. $4 - 8 \div 2$

40. $3 \cdot 2^2 - 3$

41. $2(3 - 4) - (-3)^2$

42. $16 - 32 \div 2^3$

43. $24 - 18 \div 3 + 2$

44. $8 - (-3)^2 - (-2)$

45. $16 + 15 \div (-5) - 2$

46. $14 - 2^2 - |4 - 7|$

47. $3 - 2[8 - (3 - 2)]$

48. $-2^2 + 4[16 \div (3 - 5)]$

49. $6 + \frac{16 - 4}{2^2 + 2} - 2$

50. $24 \div \frac{3^2}{8 - 5} - (-5)$

51. $96 \div 2[12 + (6 - 2)] - 3^3$

52. $4 \cdot [16 - (7 - 1)] \div 10$

53. $16 \div 2 - 4^2 - (-3)^2$

54. $18 \div |9 - 2^3| + (-3)$

55. $16 - 3(8 - 3)^2 \div 5$

56. $4(-8) \div [2(7 - 3)^2]$

57. $\frac{(-10) + (-2)}{6^2 - 30} \div |2 - 4|$


58. $16 - 4 \cdot \frac{3^3 - 7}{2^3 + 2} - (-2)^2$

59. $0.3(1.7 - 4.8) + (1.2)^2$


60. $(1.65 - 1.05)^2 \div 0.4 + 0.8$

61. $\frac{3}{8} \div \left| \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \right|$

62. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \div \frac{3}{5}$

63.  ¿Cuál expresión es equivalente a $9 - 2^2(1 - 5)$?

- i) $7^2(-4)$ ii) $5(-4)$ iii) $9 - 4(-4)$ iv) $9 + 4(-4)$

64.  ¿Cuál expresión es equivalente a $15 + 15 \div 3 - 4^2$?

- i) $30 \div 3 - 16$ ii) $15 + 5 - 16$ iii) $15 + 5 + 16$ iv) $15 + 15 \div (-1)^2$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS65.  Utilizando el orden de las operaciones, describe cómo simplificar el ejercicio 55.Coloca entre los dos números el símbolo correcto, $<$ o $>$.

66. $(0.9)^3$ 1^5

67. $(-3)^3$ $(-2)^5$

68. $(-1.1)^2$ $(0.9)^2$

69. **Computadoras** Una computadora con un procesador Intel Core i7 puede procesar aproximadamente 76,400 millones de instrucciones por segundo. Al segundo más cercano, ¿cuántos segundos se necesitarían para que esta computadora realizara 10^{12} operaciones?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

70. ¿En cuál columna está el número un millón, en la columna A, en la B o en la C?

A	B	C
1	8	27
64	125	216
.	.	.
.	.	.
.	.	.

71. Encuentra un número racional, r , que satisfaga la condición.

a. $r^2 < r$ b. $r^2 = r$ c. $r^2 > r$

72. La suma de dos números naturales es 41. Cada uno de los dos números es el cuadrado de un número natural. Encuentra los dos números.

Determina los dígitos uno cuando se evalúa la expresión.

73. 34^{202}

74. 23^{502}

75. 27^{622}



76. **Calculadoras** ¿Tu calculadora utiliza el orden de las operaciones? Para averiguarlo, intenta resolver este problema:

$$2 + 4 \cdot 7$$

Si tu respuesta es 30, entonces la calculadora utiliza el orden de las operaciones. Si tu respuesta es 42, no emplea ese orden.

Incluso si tu calculadora no utiliza el orden de las operaciones, aun así puedes evaluar correctamente las expresiones numéricas. Las teclas de paréntesis $()$ y $)$ se utilizan para este propósito.

Recuerda que $2 + 4 \cdot 7$ significa $2 + (4 \cdot 7)$ debido a que la multiplicación se debe realizar antes de la suma.

Evalúa.

a. $3 \cdot (15 - 2 \cdot 3) - 36 \div 3$

b. $4 \cdot 2^2 - (12 + 24 \div 6) - 5$

1.5

Conceptos de geometría

OBJETIVO 1

Medidas de ángulos

La palabra *geometría* proviene de las palabras griegas “tierra” (*geo*) y “medida”. El propósito original de la geometría era medir la tierra. Hoy la geometría se utiliza en muchas disciplinas, como física, biología, geología, arquitectura, arte y astronomía.

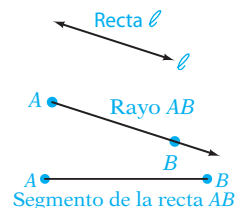
Los siguientes son algunos conceptos geométricos básicos.

Un **plano** es una superficie plana como la cubierta de una mesa que se extiende indefinidamente. Las figuras que se encuentran totalmente en un plano se llaman **figuras del plano**.



El **espacio** se extiende en todas direcciones. Los objetos en el espacio, como una pelota de béisbol, una casa o un árbol, se llaman **sólidos**.

Una **recta** se extiende indefinidamente en dos direcciones en un plano. Una recta no tiene ancho.



Un **rayo** empieza en un punto y se extiende indefinidamente en una dirección.

Un **segmento de recta** es parte de una recta y tiene dos puntos finales. El segmento de la recta AB está designado por sus dos puntos finales.

Toma nota

Cuando se utilizan tres letras para nombrar un ángulo, el vértice es siempre la letra de en medio. También nos podríamos referir al ángulo de la derecha como $\angle CAB$.

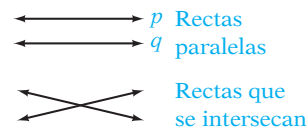
Punto de interés

Los babilonios eligieron 360° para la medida de una rotación completa, probablemente debido a que sabían que hay 365 días en un año y el número más cercano a 365 con muchos divisores es 360.

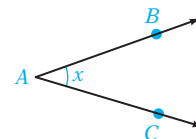
Cómo se usa

En geografía, la latitud de un punto en la Tierra es realmente la medida de un ángulo con su vértice en el centro de la Tierra. El complemento de este ángulo se llama *colatitud* del punto. Los astrónomos pueden emplear colatitudes para determinar cuáles estrellas son siempre visibles en una latitud determinada y cuáles nunca son visibles en esa latitud.

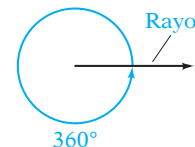
Las rectas en un plano pueden ser paralelas o intersectarse. Las **rectas paralelas** nunca se tocan. La distancia entre las rectas paralelas en un plano es siempre la misma. Escribimos $p \parallel q$ para indicar que la recta p es paralela a la línea q . Las **rectas que se intersectan** se cruzan en un punto en el plano.



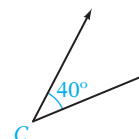
Un **ángulo** se forma cuando dos rectas empiezan desde el mismo punto. Los rayos AB y AC empiezan desde el mismo punto A . El punto en el cual se unen los rayos se llama el **vértice** del ángulo. El símbolo \angle se emplea para nombrar un ángulo. Podemos referirnos al ángulo de la derecha como $\angle A$, $\angle BAC$, o $\angle x$.



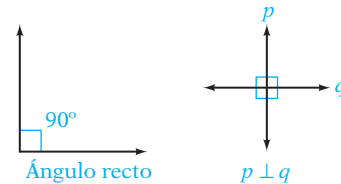
Un ángulo se puede medir en **grados**. El símbolo del grado es $^\circ$. Un rayo que rota una revolución sobre su punto inicial crea un ángulo de 360° .



La medida de un ángulo se simboliza por $m\angle$. Por ejemplo, $m\angle C = 40^\circ$. Lee esto como “la medida del ángulo C es 40° ”.



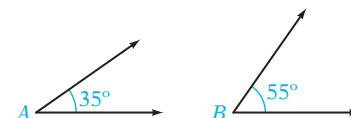
Un cuarto de una revolución es un cuarto de 360° , o 90° . Un ángulo de 90° se llama **ángulo recto**. El símbolo \square se utiliza para representar un ángulo recto. Las **rectas perpendiculares** son rectas que se intersectan formando ángulos rectos. Escribimos $p \perp q$ para indicar que la recta p es perpendicular a la recta q .



Los **ángulos complementarios** son dos ángulos cuya suma es 90° .

$$m\angle A + m\angle B = 35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$$

$\angle A$ y $\angle B$ son ángulos complementarios.

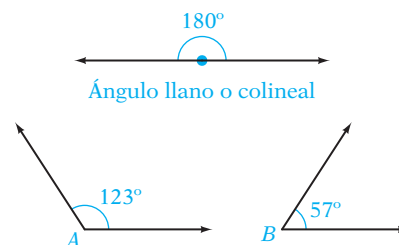


La mitad de una revolución es la mitad de 360° , o 180° . Un ángulo de 180° se llama **ángulo llano o colineal**.

Los **ángulos suplementarios** son dos ángulos cuya suma es 180° .

$$m\angle A + m\angle B = 123^\circ + 57^\circ = 180^\circ$$

$\angle A$ y $\angle B$ son ángulos suplementarios.



EJEMPLO 1

Encuentra el complemento de 39° .

Solución

Para encontrar el complemento de 39° , resta 39° de 90° .

$$90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$$

51° es el complemento de 39° .

Problema 1

Encuentra el complemento de 87° .

Solución

Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 13, página 45.

EJEMPLO 2 Encuentra el suplemento de 122° .

Solución Para encontrar el suplemento de 122° , resta 122° de 180° .
 $180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$
 58° es el suplemento de 122° .

Problema 2 Encuentra el suplemento de 87° .**Solución** Revisa la página S3.

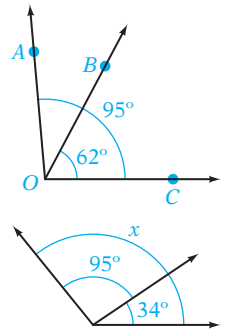
➡ Intenta resolver el ejercicio 19, página 45.

EJEMPLO 3 Para la figura a la derecha, calcula $m\angle AOB$.

Solución $m\angle AOB$ es la diferencia entre $m\angle AOC$ y $m\angle BOC$.
 $m\angle AOB = 95^\circ - 62^\circ = 33^\circ$
 $m\angle AOB = 33^\circ$

Problema 3 Para la figura a la derecha, calcula $m\angle x$.**Solución** Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 27, página 46.

**OBJETIVO 2****Problemas de perímetro**

El **perímetro** es la distancia alrededor de una figura plana. El perímetro se utiliza en la compra de cercas para un patio, madera para el marco de una ventana y canalones para la lluvia alrededor de una casa. El perímetro de una figura plana es la suma de los largos de los lados de la figura. A continuación se proporcionan las fórmulas para cuatro figuras geométricas comunes.

Un **triángulo** es una figura plana de tres lados.

$$\text{Perímetro} = \text{lado 1} + \text{lado 2} + \text{lado 3}$$

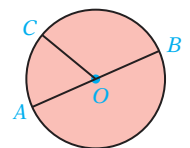
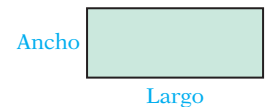
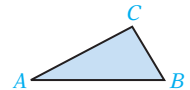
Un **triángulo isósceles** tiene dos lados del mismo largo.Un **triángulo equilátero** tiene los tres lados del mismo largo.Un **paralelogramo** es una figura plana de cuatro lados con los lados opuestos paralelos.Un **rectángulo** es un paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos.

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot \text{largo} + 2 \cdot \text{ancho}$$

Un **cuadrado** es un rectángulo con cuatro lados iguales.

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot \text{lado}$$

Un **círculo** es una figura plana en la cual todos los puntos se encuentran a la misma distancia del punto O , el **centro del círculo**. El **diámetro** de un círculo es el segmento de una línea a través del círculo que pasa por el centro. El **radio** de un círculo es el segmento de una recta desde el centro del círculo hasta un punto en el círculo. OC es un radio del círculo a la derecha. El perímetro de un círculo se llama **circunferencia**.



$$\text{Diámetro} = 2 \cdot \text{radio} \quad \text{o} \quad \text{Radio} = \frac{1}{2} \cdot \text{diámetro}$$

$$\text{Circunferencia} = 2 \cdot \pi \cdot \text{radio} \quad \text{o} \quad \text{Circunferencia} = \pi \cdot \text{diámetro}$$

en donde $\pi \approx 3.14$ o $\frac{22}{7}$.

Para calcular el radio de un círculo, dado que el diámetro del círculo es 25 cm, utiliza la ecuación anterior que proporciona el radio de un círculo en términos del diámetro.

$$\begin{aligned} \text{Radio} &= \frac{1}{2} \cdot \text{diámetro} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 25 = 12.5 \end{aligned}$$

El radio es 12.5 cm.

EJEMPLO 4

Calcula el perímetro de un rectángulo con un ancho de 6 pies y un largo de 18 pies.

$$\begin{aligned} \text{Solución} \quad \text{Perímetro} &= 2 \cdot \text{largo} + 2 \cdot \text{ancho} \\ &= 2 \cdot 18 \text{ pies} + 2 \cdot 6 \text{ pies} \\ &= 36 \text{ pies} + 12 \text{ pies} = 48 \text{ pies} \end{aligned}$$

El perímetro es 48 pies.

Problema 4

Calcula el perímetro de un cuadrado que tiene un lado de 4.2 m de largo.

Solución Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 33, página 46.

EJEMPLO 5

Calcula la circunferencia de un círculo con un radio de 23 cm. Utiliza 3.14 para π .

$$\begin{aligned} \text{Solución} \quad \text{Circunferencia} &= 2 \cdot \pi \cdot \text{radio} \\ &\approx 2 \cdot 3.14 \cdot 23 \text{ cm} \\ &\approx 144.44 \text{ cm} \end{aligned}$$

La circunferencia es 144.44 cm.

Problema 5

Calcula la circunferencia de un círculo con un diámetro de 5 pulgadas. Utiliza 3.14 para π .

Solución Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 41, página 46.

EJEMPLO 6

Una cerca de cadena de eslabones cuesta \$6.37 por pie. ¿Cuánto costará cercar un campo de juego rectangular que tiene 108 pies de ancho y 195 pies de largo?

Estrategia

Para calcular el costo de la cerca:

- Calcula el perímetro del campo de juego.
- Multiplica el perímetro por el costo por pie de cerca.

Solución

$$\begin{aligned} \text{Perímetro} &= 2 \cdot \text{largo} + 2 \cdot \text{ancho} \\ &= 2 \cdot 195 \text{ pies} + 2 \cdot 108 \text{ pies} \\ &= 390 \text{ pies} + 216 \text{ pies} = 606 \text{ pies} \\ \text{Costo} &= 606 \times \$6.37 = \$3\,860.22 \end{aligned}$$

El costo es \$3 860.22.

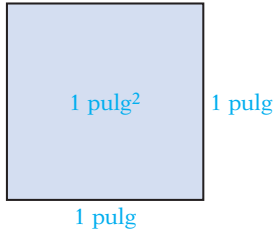
Problema 6 Se está instalando una tira de metal alrededor de una mesa circular que tiene un diámetro de 36 pulgadas. Si el costo por pie de la tira de metal es \$3.21, calcula el costo para la tira de metal. Utiliza 3.14 para π . Redondea al centavo más cercano.

Solución Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 46.

OBJETIVO 3

Problemas de área



El **área** es una medida de la cantidad de superficie en una región. El área se utiliza para describir el tamaño de una alfombra, una granja, una casa o un parque nacional.

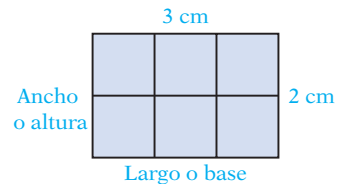
El área se mide en unidades cuadradas.

Un cuadrado que tiene 1 pulgada de cada lado tiene un área de 1 pulgada cuadrada, que se escribe 1 pulgada².

Las áreas de las figuras geométricas comunes se proporcionan por las siguientes fórmulas.

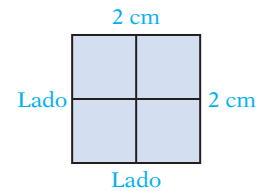
Rectángulo

$$\begin{aligned}\text{Área} &= \text{largo} \cdot \text{ancho} \\ &= 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \\ &= 6 \text{ cm}^2\end{aligned}$$



Cuadrado

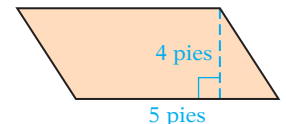
$$\begin{aligned}\text{Área} &= \text{lado} \cdot \text{lado} \\ &= 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \\ &= 4 \text{ cm}^2\end{aligned}$$



Paralelogramo

La **base de un paralelogramo** es uno de los lados paralelos. La **altura de un paralelogramo** es la distancia entre la base y el lado paralelo opuesto. Es perpendicular a la base.

$$\begin{aligned}\text{Área} &= \text{base} \cdot \text{altura} \\ &= 5 \text{ pies} \cdot 4 \text{ pies} \\ &= 20 \text{ pies}^2\end{aligned}$$



Círculo

$$\begin{aligned}\text{Área} &= \pi(\text{radio})^2 \\ &\approx 3.14(4 \text{ pulgadas})^2 = 50.24 \text{ pulg}^2\end{aligned}$$

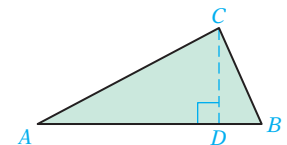


Triángulo

Para el triángulo de la derecha, la **base del triángulo** es AB ; la **altura del triángulo** es CD . Observa que la altura es perpendicular a la base.

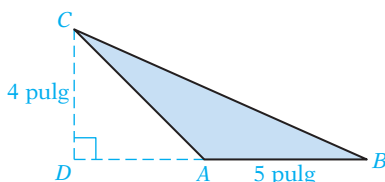
Para el triángulo de la izquierda,

$$\begin{aligned}\text{Área} &= \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altura} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ pulgadas} \cdot 4 \text{ pulgadas} = 10 \text{ pulg}^2\end{aligned}$$



Toma nota

La altura de un triángulo siempre es perpendicular a la base. En ocasiones es necesario extender la base, de manera que se pueda trazar un segmento de una recta perpendicular. La extensión no es parte de la base.



EJEMPLO 7

Calcula el área de un rectángulo cuyo largo es 8 pulgadas y cuyo ancho es 6 pulgadas.

Solución $\text{Área} = \text{largo} \cdot \text{ancho}$
 $= 8 \text{ pulgadas} \cdot 6 \text{ pulgadas} = 48 \text{ pulgadas}^2$
El área es 48 pulgadas².

Problema 7 Calcula el área de un triángulo cuya base es 5 pies y cuya altura es 3 pies.

Solución Revisa la página S3.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 51, página 47.*

EJEMPLO 8

Calcula el área de un círculo cuyo diámetro es de 5 cm. Utiliza 3.14 para π .

Solución $\text{Radio} = \frac{1}{2} \cdot \text{diámetro}$
 $= \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ cm} = 2.5 \text{ cm}$
 $\text{Área} = \pi \cdot (\text{radio})^2$
 $\approx 3.14(2.5 \text{ cm})^2 = 19.625 \text{ cm}^2$
El área es 19.625 cm².

Problema 8 Calcula el área de un círculo cuyo radio es 6 pulgadas. Utiliza 3.14 para π .

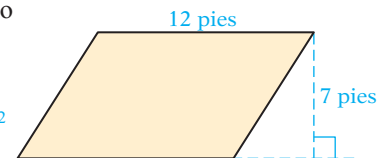
Solución Revisa la página S3.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 55, página 47.*

EJEMPLO 9

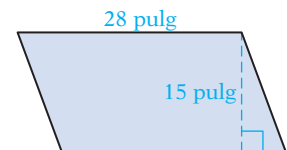
Calcula el área del paralelogramo que se muestra a la derecha.

Solución $\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$
 $= 12 \text{ pies} \cdot 7 \text{ pies} = 84 \text{ pies}^2$
El área es 84 pies².



Problema 9 Calcula el área del paralelogramo que se muestra a la derecha.

Solución Revisa la página S3.



➡ *Intenta resolver el ejercicio 53, página 47.*

EJEMPLO 10

Para conservar el agua durante una sequía, el Departamento de aguas de la ciudad está ofreciendo a los propietarios de casas un descuento en su factura del agua de \$1.27 por pie cuadrado de césped que eliminen del patio y se reemplace con plantas resistentes a la sequía. ¿Qué descuento recibiría el propietario de una casa que reemplazó un área rectangular de césped que tiene 15 pies de ancho y 25 pies de largo?

Estrategia Para calcular el monto del descuento:
 ► Calcula el área del césped reemplazado.
 ► Multiplica el área por el descuento por pie cuadrado.

Solución $\text{Área} = \text{largo} \cdot \text{ancho}$
 $= 25 \text{ pies} \cdot 15 \text{ pies} = 375 \text{ pies}^2$
 $\text{Descuento} = 375 \cdot \$1.27 = \$476.25$

El descuento es \$476.25.

Problema 10

Un decorador de interiores está eligiendo entre las alfombras para el vestíbulo. Una alfombra de nylon cuesta \$3.25 por pie cuadrado y una de lana \$5.93 por pie cuadrado. Si las dimensiones de la alfombra serán de 4 por 15 pies, ¿qué tanto más costosa será la alfombra de lana que la de nylon?

Solución

Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 67, página 47.

1.5 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS


Indica si la expresión es verdadera o falsa.


1. Las rectas perpendiculares forman cuatro ángulos de 90° .
2. La suma de las medidas de dos ángulos rectos es 360° .
3. Cada cuadrado es un paralelogramo.
4. El perímetro se mide en unidades cuadradas.
5. ¿Un ángulo cuya medida es 58° es menor o mayor que un ángulo recto?
6. ¿Un ángulo cuya medida es 123° es menor o mayor que un ángulo recto?

1 Medidas de ángulos (Revisa las páginas 39-41).

PREPÁRATE

7. Si $\angle A$ y $\angle B$ son ángulos complementarios, entonces $m\angle A + m\angle B = \underline{\quad? \quad}$.
8. Si $\angle C$ y $\angle D$ son ángulos suplementarios, entonces $m\angle C + m\angle D = \underline{\quad? \quad}$.
9. Si $\angle E$ es un ángulo recto, entonces $m\angle E = \underline{\quad? \quad}$.
10. Si $\angle F$ es un ángulo llano, entonces $m\angle F = \underline{\quad? \quad}$.

11.  Cuando la hora es las 3 en un reloj análogo, ¿la medida del ángulo más pequeño entre las manecillas del reloj es mayor o menor que 120° ?

12.  En una hora, ¿la manecilla de la hora en un reloj análogo viaja a través de cuántos grados?

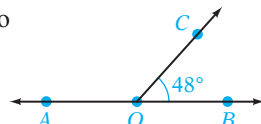
- ➡ 13. Encuentra el complemento de un ángulo de 62° .

15. Encuentra el suplemento de un ángulo de 48° .

17. Encuentra el complemento de un ángulo de 7° .

- ➡ 19. Encuentra el suplemento de un ángulo de 89° .

21. El ángulo AOB es un ángulo llano. Calcula $m\angle AOC$.



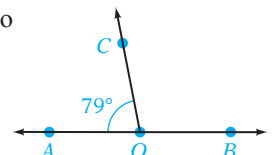
14. Encuentra el complemento de un ángulo de 13° .

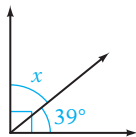
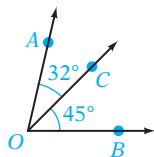
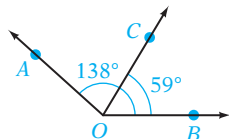
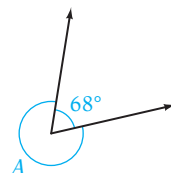
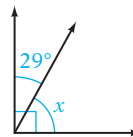
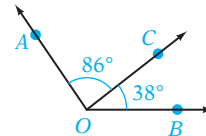
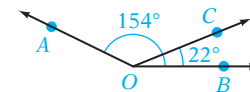
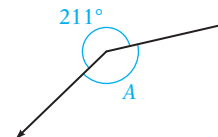
16. Encuentra el suplemento de un ángulo de 106° .

18. Encuentra el complemento de un ángulo de 76° .

20. Encuentra el suplemento de un ángulo de 21° .

22. El ángulo AOB es un ángulo llano. Calcula $m\angle COB$.





23. Calcula $m\angle x$.25. Calcula $m\angle AOB$.► 27. Calcula $m\angle AOC$.29. Calcula $m\angle A$.24. Calcula $m\angle x$.26. Calcula $m\angle AOB$.28. Calcula $m\angle AOC$.30. Calcula $m\angle A$.

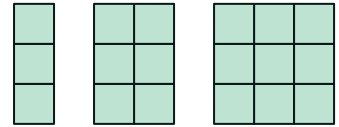
2 Problemas de perímetro (Revisa las páginas 41-43).

PREPÁRATE

31. Una figura plana que tiene tres lados se llama ____?
32. El nombre de un paralelogramo en el cual todos los ángulos son de la misma medida es un ____?
- 33. Calcula el perímetro de un triángulo con lados de 2.51 cm, 4.08 cm y 3.12 cm.
35. Calcula el perímetro de un rectángulo cuyo largo es 4 pies 8 pulgadas y ancho 2 pies 5 pulgadas.
37. Calcula el perímetro de un cuadrado cuyo lado es 13 pulgadas.
39. Calcula la circunferencia de un círculo cuyo radio es 21 cm. Utiliza 3.14 para π .
- 41. Calcula la circunferencia de un círculo cuyo diámetro es 1.2 m. Utiliza 3.14 para π .
34. Calcula el perímetro de un triángulo con lados de 4 pies 5 pulgadas, 5 pies 3 pulgadas y 6 pies 11 pulgadas.
36. Calcula el perímetro de un rectángulo cuyas dimensiones son 5 por 8 m.
38. Calcula el perímetro de un cuadrado cuyo lado es de 34 cm.
40. Calcula la circunferencia de un círculo cuyo radio es 3.4 m. Utiliza 3.14 para π .
42. Calcula la circunferencia de un círculo cuyo diámetro es 15 pulgadas. Utiliza 3.14 para π .
43. **Arte** El marco de madera para un lienzo de arte cuesta \$4.81 por pie. ¿Cuánto costaría el marco de madera para una pintura rectangular que mide 3 por 5 pies?
44. **Cerámica** Se está instalando un mosaico decorativo en el borde de una pared cuadrada detrás de una estufa. Si un lado del cuadrado mide 5 pies y el costo de instalar el mosaico es de \$4.86 por pie, calcula el costo de instalar el borde decorativo.
- 45. **Costura** Para evitar que se deshile, se está colocando un ribete en la parte exterior de una alfombra circular cuyo radio es de 3 pies. Si el ribete cuesta \$1.05 por pie, calcula el costo del ribete. Utiliza 3.14 para π .
46. **Jardinería** Un sistema de irrigación por goteo se instala alrededor de un jardín de flores circular que tiene 4 pies de diámetro. Si el sistema de irrigación cuesta \$2.46 por pie, calcula el costo de instalar el sistema de irrigación alrededor del jardín de flores. Utiliza 3.14 para π .








47.  En el patrón a la derecha, el largo de un lado de un cuadrado es 1 unidad. Si el patrón se continuara, ¿cuál sería el perímetro de la octava figura en el patrón?
48.  ¿Cuál tiene el perímetro más grande, un cuadrado cuyo lado es de 1 pie, o un rectángulo que tiene un largo de 2 pulgadas y un ancho de 1 pulgada?



3 Problemas de área (Revisa las páginas 43-45).

PREPÁRATE

49. La fórmula para el área de un rectángulo es $\text{Área} = \text{largo} \cdot \underline{\quad ? \quad}$.
50. La fórmula para el área de un paralelogramo es $\text{Área} = \text{base} \cdot \underline{\quad ? \quad}$.

51.  Calcula el área de un rectángulo que mide 4 por 8 pies.
52. Calcula el área de un rectángulo que mide 3.4 por 5.6 centímetros.
53.  Calcula el área de un paralelogramo cuya altura es de 14 cm y cuya base es de 27 cm.
54. Calcula el área de un paralelogramo cuya altura es 7 pies y cuya base es 18 pies.
55.  Calcula el área de un círculo cuyo radio es de 4 pulgadas. Utiliza 3.14 para π .
56. Calcula el área de un círculo cuyo radio es 8.2 metros. Utiliza 3.14 para π .
57. Calcula el área de un cuadrado cuyo lado mide 4.1 metros.
58. Calcula el área de un cuadrado cuyo lado mide 5 yardas.
59. Calcula el área de un triángulo cuya altura es 7 cm y cuya base es 15 cm.
60. Calcula el área de un triángulo cuya altura es 8 pulgadas y cuya base es 13 pulgadas.
61. Calcula el área de un círculo cuyo diámetro es de 17 pulgadas. Utiliza 3.14 para π .
62. Calcula el área de un círculo cuyo diámetro es 3.6 m. Utiliza 3.14 para π .
63.  **Diseño de interiores** Revisa el recorte de noticias de la derecha. ¿Cuál sería el costo de alfombrar todo el espacio de las habitaciones si la alfombra costara \$36 por yarda cuadrada?
64. **Jardinería** Un arquitecto paisajista recomienda 0.1 galón de agua al día por cada pie cuadrado de césped. ¿Cuántos galones de agua se utilizarían por día en un área de césped rectangular que mide 33 por 42 pies?
65. **Diseño de interiores** Un lado de una habitación cuadrada mide 18 pies. ¿Cuántas yardas cuadradas de alfombra son necesarias para alfombrar la habitación. *Sugerencia:* $1 \text{ yarda}^2 = 9 \text{ pies}^2$.
66. **Carpintería** Un diseño circular de entarimado de madera para una mesa de comedor cuesta \$35 por pie cuadrado para construirla. Si el radio del diseño es de 15 pulgadas, calcula el costo de construir el diseño. Utiliza 3.14 para π . Redondea al dólar más cercano. *Sugerencia:* $144 \text{ pulg}^2 = 1 \text{ pie}^2$.
67.  **Diseño de interiores** Una ventana circular de vidrio de color cuesta \$48 por pie cuadrado para construirla. Si el diámetro de la ventana es 4 pies, calcula el costo de construir la ventana. Redondea al dólar más cercano.



INDRANIL MUKHERJEE/AFP/Getty Images

En las noticias

Una casa de mil millones de dólares construida en Mumbai

La primera casa de mil millones de dólares es un rascacielos de 27 pisos en el centro de Mumbai, India (antes conocida como Bombay). Tiene 550 pies de altura con 400,000 pies cuadrados de espacio habitable.

Fuente: Forbes.com

68. **Construcción** El costo de enyesar las paredes de una habitación rectangular que tiene 18 pies de largo, 14 pies de ancho y 8 pies de altura es de \$2.56 por pie cuadrado. Si no se enyesan 125 pies² debido a las puertas y las ventanas, calcula el costo de enyesar la habitación.

69. **Conservación** Revisa el recorte de noticias de la derecha. La reserva natural en Sankuru tiene aproximadamente el tamaño de Massachussets. Considera que Massachussets es un rectángulo con un largo de 150 millas y un ancho de 70 millas. Utiliza estas dimensiones para aproximar el área de la reserva en el Congo.



Ronald van der Beek/Shutterstock.com

En las noticias

Se establece un santuario de animales

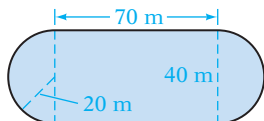
El gobierno de la República del Congo en África ha dedicado una vasta extensión de tierra en la Provincia Sankuru para utilizarla como una reserva natural. Será un santuario para elefantes; 11 especies de primates, incluyendo los bonobos; y el okapi, un pariente de cuello corto de la jirafa. Los okapis están en la lista de especies en peligro.

Fuente: www.time.com

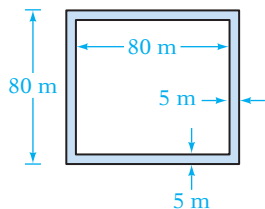
70. Si tanto el largo como el ancho de un rectángulo se duplican, ¿cuántas veces más grande es el área del rectángulo resultante?
71. Un rectángulo tiene un perímetro de 20 unidades, ¿qué dimensiones resultarán en un rectángulo con la mayor área posible? Considera sólo dimensiones de enteros positivos.

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

72. Calcula el perímetro y el área de la figura. Utiliza 3.14 para π .



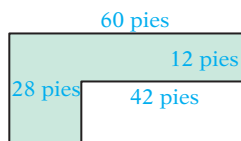
74. Calcula el perímetro externo y el área de la parte sombreada de la figura.



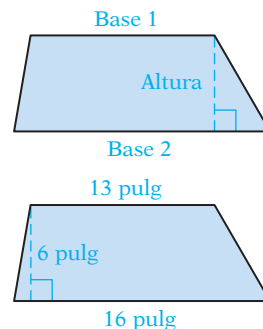
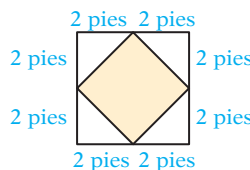
76. Un trapecioide es una figura plana de cuatro lados con dos lados paralelos. El área de un trapecioide está dada por $\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot \text{altura} (\text{base 1} + \text{base 2})$. Observa la figura de la derecha.

- Calcula el área de un trapecioide para el cual la base 1 es 5 pulgadas, la base 2 8 pulgadas y la altura 6 pulgadas.
- Calcula el área del trapecioide que se muestra a la derecha.


73. Calcula el perímetro y el área de la figura.

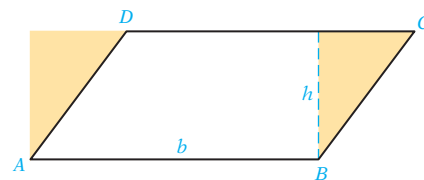


75. Calcula el área de la parte sombreada de la figura.

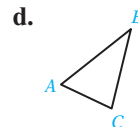
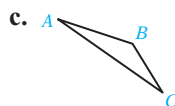
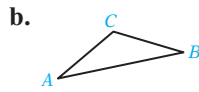
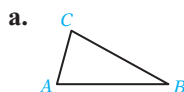


PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

77.  Traza el paralelogramo $ABCD$ o uno similar a él. Recorta a lo largo de la línea punteada para formar el triángulo sombreado. Desliza el triángulo, de manera que el lado inclinado corresponda al lado inclinado del paralelogramo, como se muestra. Explica en qué forma demuestra esto que el área de un paralelogramo es el producto de la base y la altura.



78. Para cada uno de los triángulos, la base es AB . Traza la altura.



CAPÍTULO 1 Resumen

Términos clave

Un **conjunto** es una colección de objetos. Los objetos en el conjunto se llaman **elementos** del conjunto. El **método por extensión o enumeración** de escribir conjuntos encierra entre llaves una lista de los elementos.

El conjunto de los **números naturales** es $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$. El conjunto de los **números enteros** es $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$. $\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. Los números enteros a la izquierda del cero en la recta numérica son **números enteros negativos**. Los números enteros a la derecha del cero son **números enteros positivos**.

La **gráfica de un número entero** se muestra con un punto grueso en la recta numérica, directamente arriba del número entero.

Objetivo y referencia de página

[1.1.1, p. 2]*

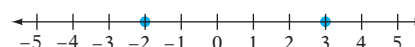
[1.1.1, p. 2]

[1.1.1, p. 2]

Ejemplos

El conjunto de los números naturales pares menores de 10 se expresa $A = \{2, 4, 6, 8\}$. Los elementos en este conjunto son los números 2, 4, 6 y 8.

Las gráficas de -2 y 3 se muestran abajo en la recta numérica.



*Los números entre corchetes se refieren al objetivo en donde se introducen primero la palabra clave o la regla o procedimiento esencial. Por ejemplo, la referencia [1.1.1] significa Capítulo 1, Sección 1, Objetivo 1. Esta notación se utilizará en todos los Resúmenes de los capítulos a lo largo del libro.

Un número a **es menor que** otro número b , escrito $a < b$ si a está a la izquierda de b en la recta numérica. Un número a **es mayor que** otro número b , escrito $a > b$, si a está a la derecha de b en la recta numérica. El símbolo \leq significa que **es menor o igual que**. El símbolo \geq significa que **es mayor o igual que**.

Los números que están a la misma distancia de cero en la recta numérica, pero en lados opuestos a cero, son **números opuestos** u **opuestos**. El opuesto de un número también se llama su **inverso aditivo**.

El **valor absoluto** de un número es su distancia de cero en la recta numérica. El valor absoluto de un número es positivo o cero.

Un **número racional** es un número que se puede escribir en la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y $b \neq 0$. Un número racional escrito en esta forma se llama una **fracción**. Un número racional también se puede escribir como un decimal periódico o como resultado en forma decimal. Los números que no se pueden escribir, ya sea como decimal periódico o como resultado en forma decimal, se llaman **números irracionales**. Los números racionales y los irracionales en conjunto conforman los **números reales**.

Cuando se reescriben fracciones como fracciones equivalentes con un común denominador, el **mínimo común denominador (mcd)** es el mínimo común múltiplo de los denominadores.

Porcentaje significa “partes de cada 100”.

Un **exponente** indica cuántas veces el factor, llamado la **base**, ocurre en la multiplicación. Por ejemplo, $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. La expresión 3^4 está en **forma exponencial**. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ está en **forma factorizada**.

Un **plano** es una superficie plana que se extiende indefinidamente. Una **recta** se extiende indefinidamente en dos direcciones en un plano. Un **rayo** empieza en un punto y se extiende indefinidamente en una dirección. Un **segmento de recta** es una parte de una recta que tiene dos puntos finales.

Las rectas en un plano pueden ser paralelas o intersectarse. Las **rectas paralelas** nunca se encuentran. La distancia entre las rectas paralelas en un plano es siempre la misma. Las **rectas que se intersectan** se cruzan en un punto en el plano.

[1.1.1, p. 3]

$$-9 < 7$$

$$4 > -5$$

[1.1.2, p. 4]

5 y -5 son opuestos.

[1.1.2, p. 4]

$$|-12| = 12$$

$$-|7| = -7$$

[1.3.1, pp. 21–22]

$\frac{3}{8}$, $-\frac{9}{11}$ y $\frac{4}{1}$ son números racionales.

$2.636363636363\dots$, o $2.\overline{63}$, son decimales periódicos.

3.75 es un resultado en forma decimal.

π , $\sqrt{2}$ y $2.1711711171117\dots$ son números irracionales.

$\frac{3}{8}$, $-\frac{9}{11}$, $\frac{4}{1}$, π , $\sqrt{2}$ y $2.1711711171117\dots$ son números reales.

[1.3.3, p. 24]

El mcd de las fracciones $\frac{3}{8}$ y $\frac{7}{20}$ es 40.

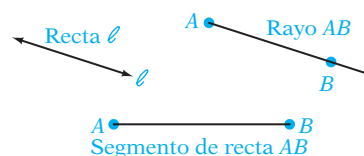
[1.3.4, p. 26]

63% significa 63 de 100 partes iguales.

[1.4.1, p. 33]

4^3 es una expresión con exponente en la cual 4 es la base y 3 es el exponente.
 $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

[1.5.1, p. 39]



[1.5.1, p. 40]



Un **ángulo** se forma cuando dos rayos parten desde el mismo punto. El punto en el cual se unen los rayos se llama el **vértice** del ángulo. Un ángulo se puede medir en **grados**. La medida del ángulo se simboliza por $m\angle$.

Un **ángulo recto** tiene una medida de 90° . Las **rectas perpendiculares** son rectas que se intersecan y que forman ángulos rectos. Los **ángulos complementarios** son dos ángulos cuya suma es 90° . Un **ángulo llano o colineal** tiene una medida de 180° . Los **ángulos suplementarios** son dos ángulos cuya suma es 180° .

Un **círculo** es una figura plana en la cual todos los puntos están a la misma distancia de O , el **centro** del círculo. El **diámetro** de un círculo es un segmento de recta que pasa por el centro. El **radio** es un segmento de recta desde el centro hasta un punto en el círculo. El perímetro de un círculo se llama **circunferencia**.

Reglas y procedimientos esenciales

Para sumar dos números enteros con el mismo signo, suma los valores absolutos de los números. Después añade el signo de los sumandos.

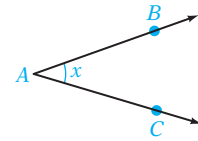
Para sumar dos números enteros con diferentes signos, encuentra el valor absoluto de cada número. Después resta el menor de esos valores absolutos del mayor. Añade el signo del número con el valor absoluto más grande.

Para restar un número entero de otro, suma el opuesto del segundo número entero al primer número entero.

Para multiplicar dos números enteros con el mismo signo, multiplica el valor absoluto de los números. El producto es positivo.

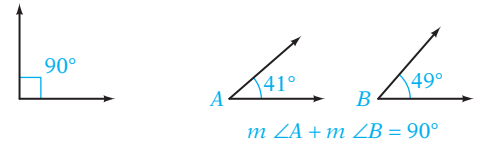
Para multiplicar dos números enteros con diferente signo, multiplica los valores absolutos de los números. El producto es negativo.

[1.5.1, p. 40]

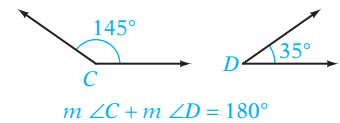


Este ángulo se puede nombrar $\angle A$, $\angle BAC$, $\angle CAB$ o $\angle x$.

[1.5.1, p. 40]

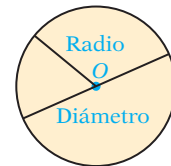


$\angle A$ y $\angle B$ son ángulos complementarios.



$\angle C$ y $\angle D$ son ángulos suplementarios.

[1.5.2, p. 41]



Objetivo y referencia de página

Ejemplos

[1.2.1, p. 9]

$$9 + 3 = 12$$

$$-9 + (-3) = -12$$

[1.2.1, p. 9]

$$9 + (-3) = 6$$

$$-9 + 3 = -6$$

[1.2.2, p. 10]

$$6 - 11 = 6 + (-11) = -5$$

$$-2 - (-8) = -2 + 8 = 6$$

[1.2.3, p. 12]

$$3(5) = 15$$

$$(-3)(-5) = 15$$

[1.2.3, p. 12]

$$-3(5) = -15$$

$$3(-5) = -15$$

Para dividir dos números enteros con el mismo signo, divide los valores absolutos de los números. El cociente es positivo.

[1.2.4, p. 13]

$$14 \div 2 = 7$$

$$-14 \div (-2) = 7$$

Para dividir dos enteros con diferente signo, divide los valores absolutos de los números. El cociente es negativo.

[1.2.4, p. 13]

$$14 \div (-2) = -7$$

$$-14 \div 2 = -7$$

Cero y uno en la división

[1.2.4, p. 13]

$$\frac{0}{a} = 0, a \neq 0$$

La división entre cero no está definida.

$$\frac{a}{a} = 1, a \neq 0$$

$$\frac{a}{1} = a$$

$$\frac{0}{3} = 0$$

$\frac{9}{0}$ no está definida.

$$\frac{-2}{-2} = 1$$

$$\frac{-6}{1} = -6$$

Para convertir un porcentaje a decimal, elimina el signo de porcentaje y multiplica por 0.01.

[1.3.4, p. 26]

$$85\% = 85(0.01) = 0.85$$

Para convertir un porcentaje a fracción, elimina el signo de porcentaje y multiplica por $\frac{1}{100}$.

[1.3.4, p. 26]

$$25\% = 25 \cdot \frac{1}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Para convertir a porcentaje un decimal o una fracción, multiplica por 100%.

[1.3.4, p. 27]

$$0.5 = 0.5(100\%) = 50\%$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \cdot 100\% = \frac{300}{8}\% = 37.5\%$$

El orden de las operaciones

[1.4.2, p. 35]

Paso 1 Realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación.

Paso 2 Simplifica las expresiones con exponentes.

Paso 3 Realiza la multiplicación y la división según ocurren de izquierda a derecha.

Paso 4 Realiza la suma y la resta según ocurren de izquierda a derecha.

$$16 \div (-2)^3 + (7 - 12)$$

$$= 16 \div (-2)^3 + (-5)$$

$$= 16 \div (-8) + (-5)$$

$$= -2 + (-5)$$

$$= -7$$

$$\text{Diámetro} = 2 \cdot \text{radio}$$

[1.5.2, p. 42]

$$\text{Radio} = \frac{1}{2} \cdot \text{diámetro}$$

Calcula el diámetro de un círculo cuyo radio es 10 pulgadas.

$$\text{Diámetro} = 2 \cdot \text{radio}$$

$$= 2(10 \text{ pulgadas}) = 20 \text{ pulgadas}$$

Perímetro es la distancia alrededor de una figura plana.

[1.5.2, p. 41]

Triángulo:

$$\text{Perímetro} = \text{lado 1} + \text{lado 2} + \text{lado 3}$$

Rectángulo:

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot \text{largo} + 2 \cdot \text{ancho}$$

Cuadrado:

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot \text{lado}$$

Círculo: Circunferencia = $2 \cdot \pi \cdot \text{radio}$
Circunferencia = $\pi \cdot \text{diámetro}$

Calcula el perímetro de un rectángulo cuyo ancho es 12 m y cuyo largo es 15 m.

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 15 \text{ m} + 2 \cdot 12 \text{ m} = 54 \text{ m}$$

Calcula la circunferencia de un círculo cuyo radio es 3 pulgadas. Utiliza 3.14 para π .

$$\text{Circunferencia} = 2 \cdot \pi \cdot 3 \text{ pulgadas} \approx 18.84 \text{ pulgadas.}$$

El **área** es una medida de la superficie en una región.

[1.5.3, p. 43]

Triángulo: $\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altura}$

Rectángulo: $\text{Área} = \text{largo} \cdot \text{ancho}$

Cuadrado: $\text{Área} = \text{lado} \cdot \text{lado}$

Paralelogramo: $\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$

Círculo: $\text{Área} = \pi \cdot (\text{radio})^2$

Calcula el área de un triángulo cuya base es 13 m y cuya altura es 11 m.

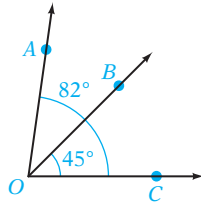
$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 13 \text{ m} \cdot 11 \text{ m} = 71.5 \text{ m}^2$$

Calcula el área de un círculo cuyo radio es 9 cm.

$$\text{Área} = \pi \cdot (9 \text{ cm})^2 \approx 254.34 \text{ cm}^2$$

CAPÍTULO 1 Ejercicios de repaso

1. Utiliza el método por extensión o enumeración para escribir el conjunto de los números naturales menores que 7.
2. Expresa como porcentaje $\frac{5}{8}$.
3. Evalúa: $-|-4|$
4. Resta: $16 - (-30) - 42$
5. Calcula el área de un triángulo cuya base es 4 cm y cuya altura es 9 cm.
6. Expresa como decimal $\frac{7}{9}$. Coloca una barra arriba de los dígitos periódicos del decimal.
7. Simplifica: $(6.02)(-0.89)$
8. Simplifica: $\frac{-10 + 2}{2 + (-4)} \div 2 + 6$
9. Encuentra el opuesto de -4 .
10. Resta: $16 - 30$
11. Expresa como porcentaje 0.672.
12. Expresa como fracción $79\frac{1}{2}\%$.
13. Divide: $-72 \div 8$
14. Expresa como decimal $\frac{17}{20}$.
15. Divide: $\frac{5}{12} \div \left(-\frac{5}{6}\right)$
16. Simplifica: $3^2 - 4 + 20 \div 5$
17. Calcula $m\angle AOB$ para la figura de la derecha.
18. Suma: $-22 + 14 + (-8)$
19. Multiplica: $(-5)(-6)(3)$
20. Resta: $6.039 - 12.92$
21. Dado que $A = \{-5, -3, 0\}$, ¿cuáles elementos del conjunto A son menores o iguales que -3 ?
22. Expresa como decimal 7%.
23. Evalúa: $\frac{3}{4} \cdot (4)^2$
24. Coloca entre los dos números el símbolo correcto, $<$ o $>$.
 $-2 \quad -40$
25. Suma: $13 + (-16)$
26. Encuentra el complemento de un ángulo de 56° .
27. Suma: $-\frac{2}{5} + \frac{7}{15}$
28. Evalúa: $(-3^3) \cdot 2^2$
29. Expresa como porcentaje $2\frac{7}{9}$. Redondea a la décima más cercana de un porcentaje.
30. Expresa como decimal 240%.
31. Calcula el suplemento de un ángulo de 28° .
32. Divide: $96 \div (-12)$
33. Calcula el área de un círculo cuyo diámetro es 6 m. Utiliza 3.14 para π .
34. Simplifica: $2^3 \div 4 - 2(2 - 7)$
35. Evalúa: $|-3|$
36. Expresa como porcentaje $1\frac{2}{3}$. Expresa el residuo como fracción.
37. Dado que $C = \{-12, -8, -1, 7\}$, encuentra
a. el opuesto de cada elemento del conjunto C .
b. el valor absoluto de cada elemento del conjunto C .
38. Expresa como decimal $\frac{7}{11}$. Coloca una barra arriba de los dígitos periódicos del decimal.
39. Divide: $0.2654 \div (-0.023)$. Redondea a la décima más cercana.
40. Simplifica: $(7 - 2)^2 - 5 - 3 \cdot 4$



41. Suma: $-12 + 8 + (-4)$

43. Dado que $D = \{-24, -17, -9, 0, 4\}$, ¿qué elementos del conjunto D son mayores que -19 ?

45. Evalúa: $-4^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$

47. Evalúa: $-|17|$

49. Multiplica: $\left(\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{8}\right)$

51. Calcula el perímetro de un rectángulo cuyo largo es 12 pulgadas y cuyo ancho es 10 pulgadas.

53. Expresa como porcentaje 0.075.

55. Suma: $14 + (-18) + 6 + (-20)$

57. Simplifica: $2^3 - 7 + 16 \div (-3 + 5)$

59. Divide: $-128 \div (-8)$

61. Evalúa: $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 9^2$

63. Multiplica: $5(-2)(10)(-3)$
escribir el conjunto de números enteros negativos mayores que -4 .65. **Jardinería** Una compañía de jardinería está proponiendo reemplazar un lecho de flores rectangular que mide 8 por 12 pies con césped que cuesta \$2.51 por pie cuadrado. Calcula el costo de reemplazar con césped el lecho de flores.66. **Temperatura** Calcula la temperatura después de un aumento de 14°C desde -6°C .67. **Temperatura** Las temperaturas bajas diarias en grados Celsius, para un periodo de tres días, se registraron como sigue: -8° , 7° , -5° . Calcula la temperatura baja promedio para el periodo de tres días.68. **Temperatura** Utiliza la tabla para encontrar la diferencia entre la temperatura alta récord y la temperatura baja récord para enero en Bismarck, Dakota del Norte.**Bismarck, Dakota del Norte**

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ag	Sept	Oct	Nov	Dic
Alta récord	63 °F (2002)	69 °F (1992)	81 °F (2007)	93 °F (1992)	102 °F (1934)	111 °F (2002)	114 °F (1936)	109 °F (1941)	105 °F (1959)	95 °F (1963)	79 °F (1999)	66 °F (1939)
Baja récord	-45 °F (1916)	-45 °F (1936)	-36 °F (1897)	-12 °F (1975)	13 °F (1907)	30 °F (1969)	32 °F (1884)	32 °F (1911)	10 °F (1876)	-10 °F (1991)	-30 °F (1985)	-43 °F (1967)

Fuente: www.weather.com

42. Suma: $-\frac{5}{8} + \frac{1}{6}$

44. Expresa como porcentaje 0.002.

46. Suma: $-1.329 + 4.89$

48. Resta: $-5 - 22 - (-13) - 19 - (-6)$

50. Coloca entre los dos números el símbolo correcto, $<$ o $>$.

$-43 \quad -34$

52. Evalúa: $(-2)^3 \cdot 4^2$

54. Expresa como porcentaje $\frac{19}{35}$. Expresa el residuo como fracción.

56. Multiplica: $-4(-8)(12)(0)$

58. Simplifica: $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{8}$

60. Coloca entre los dos números el símbolo correcto, $<$ o $>$.

$-57 \quad 28$

62. Suma: $-7 + (-3) + (-12) + 16$

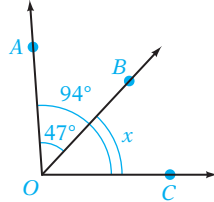
64. Utiliza el método por extensión o enumeración para

69. **Temperatura** Calcula la temperatura después de un aumento de 7°C desde -13°C .70. **Temperatura** La temperatura en la superficie de Venus es 480°C . La temperatura en la superficie de Plutón es -234°C . Calcula la diferencia entre las temperaturas en la superficie de Venus y de Plutón.

CAPÍTULO 1 Examen

1. Expresa como fracción 55%.

3. Calcula $m\angle x$ para la figura de la derecha.



5. Multiplica: $\frac{3}{4} \left(-\frac{2}{21} \right)$

7. Evalúa: $\left(-\frac{2}{3} \right)^3 \cdot 3^2$

9. Emplea el método por extensión o enumeración para escribir el conjunto de los números enteros positivos menores que o iguales a 6.

11. Evalúa: $|-29|$

13. Resta: $-\frac{4}{9} - \frac{5}{6}$

15. Simplifica: $8 + \frac{12 - 4}{3^2 - 1} - 6$

17. Expresa como porcentaje $\frac{3}{13}$. Redondea a la décima más cercana de un porcentaje.

19. Resta: $13 - (-5) - 4$

21. Multiplica: $(-0.9)(2.7)$

23. Evalúa: $2^2 \cdot (-4)^2 \cdot 10$

25. Calcula la circunferencia de un círculo cuyo diámetro es de 27 pulgadas. Emplea 3.14 para π .

27. Expresa como porcentaje $\frac{16}{23}$. Expresa el residuo como fracción.

29. Multiplica: $-4(8)(-5)$

2. Dado que $B = \{-8, -6, -4, -2\}$, ¿cuáles elementos del conjunto B son menores que -5 ?

4. Expresa como decimal $\frac{3}{20}$.

6. Divide: $-75 \div 5$

8. Suma: $-7 + (-3) + 12$

10. Expresa como porcentaje 1.59.

12. Coloca entre los dos números el símbolo correcto, $<$ o $>$.

$$-47 \quad -68$$

14. Calcula el área de un paralelogramo cuya base es 10 cm y cuya altura es 9 cm.

16. Divide: $-\frac{5}{8} \div \left(-\frac{3}{4} \right)$

18. Expresa como decimal 6.2%.

20. Expresa como decimal $\frac{13}{30}$. Coloca una barra encima de los dígitos periódicos del decimal.


22. Encuentra el complemento de un ángulo de 28° .

24. Evalúa: $-|-34|$

26. Dado $A = \{-17, -6, 5, 9\}$, encuentra
 a. El opuesto de cada elemento del conjunto A .
 b. El valor absoluto de cada elemento del conjunto A .

28. Suma: $-18.354 + 6.97$

30. Simplifica: $9(-4) \div [2(8 - 5)^2]$

31. **Temperatura** Calcula la temperatura después de un aumento de $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ desde $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$.
32.  **Temperatura** Utiliza la tabla para calcular el promedio de las temperaturas bajas récord en Fairbanks, Alaska, para los cuatro primeros meses del año.



Mancel Jancovic/Shutterstock.com

Fairbanks, Alaska

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ag	Sep	Oct	Nov	Dic
Alta récord	50 °F (1981)	47 °F (1987)	56 °F (1994)	74 °F (1960)	89 °F (1960)	96 °F (1969)	94 °F (1975)	93 °F (1994)	84 °F (1957)	65 °F (1969)	49 °F (1997)	44 °F (1985)
Baja récord	-61 °F (1969)	-58 °F (1993)	-49 °F (1956)	-24 °F (1986)	-1 °F (1964)	30 °F (1950)	35 °F (1959)	27 °F (1987)	3 °F (1992)	-27 °F (1975)	-46 °F (1990)	-62 °F (1961)

Fuente: www.weather.com

33. **Recreación** El Departamento de recreación de una ciudad está cercando un campo de juego que mide 150 por 200 pies con una nueva cerca que cuesta \$6.52 por pie. Calcula el costo de la nueva cerca.

Expresiones algebraicas

Concéntrate en el éxito

¿Has formado un grupo de estudio o eres parte de uno? Recuerda que un grupo de estudio puede ser una excelente forma de mantenerte concentrado en tener éxito en este curso. Se pueden apoyar unos a otros, pedir ayuda y a menudo apoyar en las tareas y prepararse juntos para los exámenes. (Revisa la sección Tiempo para las tareas, página ASP-6).

OBJETIVOS

- 2.1**
 - 1 Evaluar expresiones algebraicas
- 2.2**
 - 1 Propiedades de los números reales
 - 2 Simplificar expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la suma
 - 3 Simplificar expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la multiplicación
 - 4 Simplificar expresiones algebraicas utilizando la propiedad distributiva
 - 5 Simplificar expresiones algebraicas generales
- 2.3**
 - 1 Convertir una expresión verbal en una expresión algebraica
 - 2 Convertir una expresión verbal en una expresión algebraica y simplificar la expresión resultante
 - 3 Convertir problemas de aplicación

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Resta: $-12 - (-15)$
2. Divide: $-36 \div (-9)$
3. Suma: $-\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$
4. ¿Cuál es el recíproco de $-\frac{9}{4}$?
5. Divide: $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{2}\right)$
6. Evalúa: -2^4
7. Evalúa: $\left(\frac{2}{3}\right)^3$
8. Evalúa: $3 \cdot 4^2$
9. Evalúa: $7 - 2 \cdot 3$
10. Evalúa: $5 - 7(3 - 2^2)$

2.1

Evaluación de expresiones algebraicas

OBJETIVO 1

Evaluar expresiones algebraicas

Punto de interés

Los manuscritos históricos indican que las matemáticas tienen por lo menos 4000 años de antigüedad. Sin embargo, fue hace sólo 400 años cuando los matemáticos empezaron a utilizar variables para representar números. La idea de que una letra puede representar un número fue un punto de partida crítico en las matemáticas.

Cómo se usa

Escribe "convertir" en un cuadro de búsqueda de un navegador de Internet y puedes obtener sugerencias como "convertir kilogramos a libras", "convertir euros a dólares", o "convertir Celsius a Fahrenheit". Los sitios web que hacen conversiones evalúan las expresiones algebraicas incorporadas en ellas. Un sitio que convierte kilogramos a libras utiliza una expresión algebraica similar a $2.2K$ y la evalúa por un valor de K que tú ingresas.

A menudo hablamos de una cantidad sin conocer su valor exacto, como el precio del oro el próximo mes, el precio de un automóvil nuevo el próximo año, o la colegiatura para el próximo semestre. En álgebra se utiliza una letra del alfabeto para representar una cantidad que es desconocida o una que puede cambiar. La letra se llama **variable**. Una expresión que contiene una o más variables se llama **expresión algebraica**.

A la derecha se muestra una expresión algebraica. La expresión se puede reescribir expresando la resta como la suma del opuesto.

$$3x^2 - 5y + 2xy - x - 7$$

$$3x^2 + (-5y) + 2xy + (-x) + (-7)$$

5 términos

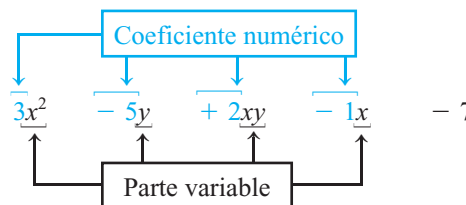
$$\underbrace{3x^2 - 5y + 2xy - x}_{\text{Términos variables}} \quad \underbrace{- 7}_{\text{Término constante}}$$

Observa que la expresión tiene cinco sumandos. Los **términos** de una expresión algebraica son los sumandos de la expresión. La expresión tiene cinco términos.

Los términos $3x^2$, $-5y$, $2xy$ y $-x$ son **términos variables**.

El término -7 es un **término constante**, o simplemente una **constante**.

El término de cada variable se compone de un **coeficiente numérico** y una **parte variable** (la variable o variables y sus exponentes).



Cuando el coeficiente es 1 o -1 , el 1 por lo general no se escribe ($x = 1x$ y $-x = -1x$).

EJEMPLO 1

Nombra los términos variables de la expresión $2a^2 - 5a + 7$.

Solución $2a^2, -5a$

Problema 1

Nombra el término constante de la expresión $6n^2 + 3n - 4$.

Solución Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 9, página 60.

El reemplazo de la variable o variables en una expresión algebraica con números y después la simplificación de la expresión numérica resultante se llama **evaluación de la expresión algebraica**.

EJEMPLO 2

Evalúa $ab - b^2$ cuando $a = 2$ y $b = -3$.

Solución

$$\begin{aligned} & ab - b^2 \\ & 2(-3) - (-3)^2 \\ & = 2(-3) - 9 \\ & = -6 - 9 \\ & = -15 \end{aligned}$$

- Reemplaza cada variable en la expresión con el número que representa.
- Utiliza el orden de las operaciones para simplificar la expresión numérica resultante.

Problema 2 Evalúa $2xy + y^2$ cuando $x = -4$ y $y = 2$.

Solución Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 35, página 61.

EJEMPLO 3

Evalúa $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$ cuando $a = 3$ y $b = -4$.

Solución

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b}$$

$$\frac{(3)^2 - (-4)^2}{3 - (-4)}$$

$$= \frac{9 - 16}{3 - (-4)}$$

$$= \frac{-7}{7} = -1$$

- Reemplaza cada variable en la expresión con el número que representa.

- Utiliza el orden de las operaciones para simplificar la expresión numérica resultante.

Problema 3 Evalúa $\frac{a^2 + b^2}{a + b}$ cuando $a = 5$ y $b = -3$.

Solución Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 37, página 61.

EJEMPLO 4

Evalúa $x^2 - 3(x - y) - z^2$ cuando $x = 2$, $y = -1$ y $z = 3$.

Solución

$$x^2 - 3(x - y) - z^2$$

$$(2)^2 - 3[2 - (-1)] - (3)^2$$

$$= (2)^2 - 3(3) - (3)^2$$

$$= 4 - 3(3) - 9$$

$$= 4 - 9 - 9$$

$$= -5 - 9 = -14$$

- Reemplaza cada variable en la expresión con el número que representa.

- Utiliza el orden de las operaciones para simplificar la expresión numérica resultante.

Problema 4 Evalúa $x^3 - 2(x + y) + z^2$ cuando $x = 2$, $y = -4$ y $z = -3$.

Solución Revisa la página S3.

➡ Intenta resolver el ejercicio 47, página 61.

EJEMPLO 5

El diámetro de la base de un cilindro recto es 5 cm. La altura del cilindro es 8.5 cm. Calcula el volumen del cilindro. Redondea a la décima más cercana.

Solución

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi(2.5)^2(8.5)$$

$$V = \pi(6.25)(8.5)$$

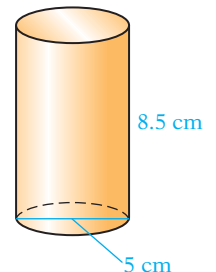
$$V \approx 166.9$$

- Utiliza la fórmula para el volumen de un cilindro circular recto.

- $r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}(5) = 2.5$

- Utiliza la tecla π en tu calculadora para determinar el valor de π .

El volumen es aproximadamente 166.9 cm^3 .



Toma nota

Para su referencia, las fórmulas geométricas se encuentran en la parte de final de este libro.

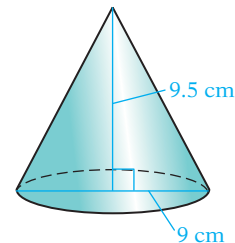
Problema 5

El diámetro de la base de un cono circular recto es de 9 cm. La altura del cono es de 9.5 cm. Calcula el volumen del cono. Redondea a la décima más cercana.

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 73, página 62.



Para evaluar expresiones algebraicas se puede utilizar una calculadora graficadora. Cuando el valor de cada variable está almacenado en la memoria de la calculadora y se ingresa en la calculadora una expresión algebraica, la calculadora evalúa esa expresión para los valores almacenados en su memoria. Consulta el Apéndice para una descripción de los procedimientos para utilizar las teclas.

2.1 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

Indica si la expresión es siempre verdadera, en ocasiones verdadera o nunca verdadera.

1. La expresión $3x^2$ es una expresión algebraica.
2. En la expresión $8y^3 - 4y$, los términos son $8y^3$ y $4y$.
3. Para la expresión x^5 , el valor de x es 1.
4. El orden de las operaciones se utiliza en la evaluación de una expresión algebraica.
5. El resultado de evaluar una expresión algebraica es un solo número.

1 Evaluar expresiones algebraicas (Revisa las páginas 58-60).

PREPÁRATE

6. Para identificar los términos de la expresión algebraica $3x^2 - 4x - 7$, escribe primero la resta como suma del opuesto $3x^2 + (\text{?}) + (\text{?})$. Los términos de $3x^2 - 4x - 7$ son ? , ? y ? .

7. Evalúa $mn^2 - m$ cuando $m = -2$ y $n = 5$.

$$mn^2 - m = (-2)(5)^2 - (-2)$$

$$= (-2)(\text{?}) - (-2)$$

$$= \text{?} - (-2)$$

$$= -50 + \text{?}$$

$$= \text{?}$$

• Reemplaza m con ? y n con ? .

• Simplifica la expresión con exponentes.

• Multiplica.

• Escribe la resta como suma del opuesto.

• Suma.

Nombra los términos de la expresión algebraica. Después subraya el término constante.

8. $2x^2 + 5x - 8$

➡ 9. $-3n^2 - 4n + 7$

10. $6 - a^4$

Nombra los términos variables de la expresión. Después subraya la parte variable de cada término.

11. $9b^2 - 4ab + a^2$

12. $7x^2y + 6xy^2 + 10$

13. $5 - 8n - 3n^2$


Nombra los coeficientes de los términos variables.

14. $x^2 - 9x + 2$

15. $12a^2 - 8ab - b^2$

16. $n^3 - 4n^2 - n + 9$

17.  ¿Cuál es el significado de la frase “evalúa una expresión algebraica”?

18.  ¿Cuál es la diferencia entre el significado de “el valor de la variable” y “el valor de la expresión algebraica”?

Evalúa la expresión algebraica cuando $a = 2$, $b = 3$ y $c = -4$.

19. $3a + 2b$

20. $a - 2c$

21. $-a^2$

22. $2c^2$

23. $-3a + 4b$

24. $3b - 3c$

25. $b^2 - 3$

26. $-3c + 4$

27. $16 \div (2c)$

28. $6b \div (-a)$

29. $bc \div (2a)$


30. $-2ab \div c$

31. $a^2 - b^2$


32. $b^2 - c^2$

33. $(a + b)^2$

34. $b^2 - 4ac$

 35. $2a - (c + a)^2$

36. $(b - a)^2 + 4c$

 37. $b^2 - \frac{ac}{8}$

38. $\frac{5ab}{6} - 3cb$

39. $(b - 2a)^2 + bc$

Evalúa la expresión algebraica cuando $a = -2$, $b = 4$, $c = -1$ y $d = 3$.

40. $\frac{b + c}{d}$

41. $\frac{d - b}{c}$


42. $\frac{2d + b}{-a}$

43. $\frac{b + 2d}{b}$

44. $\frac{b - d}{c - a}$

45. $\frac{2c - d}{-ad}$

46. $(b + d)^2 - 4a$

 47. $(d - a)^2 - 3c$

48. $(d - a)^2 \div 5$

49. $(b - c)^2 \div 5$

50. $b^2 - 2b + 4$

51. $a^2 - 5a - 6$

52. $\frac{bd}{a} \div c$

53. $\frac{2ac}{b} \div (-c)$

54. $2(b + c) - 2a$

55. $3(b - a) - bc$

56. $\frac{b - 2a}{bc^2 - d}$

57. $\frac{b^2 - a}{ad + 3c}$

58. $\frac{1}{3}d^2 - \frac{3}{8}b^2$

59. $\frac{5}{8}a^4 - c^2$

60. $\frac{-4bc}{2a - b}$

61. $\frac{abc}{b - d}$

62. $a^3 - 3a^2 + a$

63. $d^3 - 3d - 9$

64. $3dc - (4c)^2$

Evalúa la expresión algebraica cuando $a = 2.7$, $b = -1.6$ y $c = -0.8$.

65. $c^2 - ab$


66. $(a + b)^2 - c$

67. $\frac{b^3}{c} - 4a$

 Sin utilizar calculadora, resuelve los ejercicios 68 y 69.

68. Si $\frac{b+c}{abc}$ se evalúa cuando $a = -25$, $b = 67$ y $c = -82$, ¿el resultado será positivo?
69. Una esfera tiene un radio de 2 cm.
- ¿El volumen exacto de la esfera puede ser $V \text{ cm}^3$, donde V es un número entero?
 - ¿El volumen exacto de la esfera puede ser $V \text{ cm}^2$, donde V es un número irracional?

Resuelve. Redondea a la décima más cercana.

70. **Geometría** Calcula el volumen de una esfera que tiene un radio de 8.5 cm.
71. **Geometría** Calcula el volumen de un cilindro circular recto que tiene un radio de 1.25 pulgadas y una altura de 5.25 pulgadas.
72. **Geometría** El radio de la base de un cilindro circular recto es 3.75 pies. La altura del cilindro es 9.5 pies. Calcula el área de la superficie del cilindro.
-  73. **Geometría** El largo de una base de un trapecioide es 17.5 cm y el largo de la otra base es 10.25 cm. La altura es 6.75 cm. ¿Cuál es el área del trapecioide?
74. **Geometría** Un cono circular recto tiene una altura de 2.75 pulgadas. El diámetro de la base es 1 pulgada. Calcula el volumen del cono.
75. **Geometría** Un cilindro circular recto tiene una altura de 12.6 m. El diámetro de la base es 7 m. Calcula el volumen del cilindro.
76. El valor de z es el valor de $a^2 - 2a$ cuando $a = -3$. Encuentra el valor de z^2 .
77. El valor de a es el valor de $3x^2 - 4x - 5$ cuando $x = -2$. Encuentra el valor de $3a - 4$.
78. El valor de c es el valor de $a^2 + b^2$ cuando $a = 2$ y $b = -2$. Encuentra el valor de $c^2 - 4$.
79. El valor de d es el valor de $3w^2 - 2v$ cuando $w = -1$ y $v = 3$. Encuentra el valor de $d^2 - 4d$.

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Evalúa la expresión algebraica cuando $a = -2$ y $b = -3$.

80. $|2a + 3b|$

81. $|-4ab|$

82. $|5a - b|$

Evalúa las siguientes expresiones algebraicas cuando $x = 2$, $y = 3$ y $z = -2$.

83. $3^x - x^3$

84. $2^y - y^2$

85. z^y

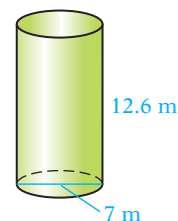
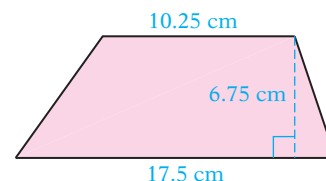
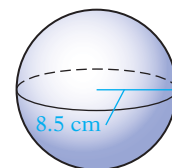
86. z^x

87. $x^x - y^y$

88. $y^{(x^2)}$

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

89. Para cada una de las siguientes determina el primer número natural x , mayor que 2, para el cual la segunda expresión es más grande que la primera. Sobre la base de tus respuestas, realiza una conjetura que parezca ser verdadera acerca de las expresiones x^n y n^x , en donde $n = 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ y x es un número natural mayor que 2.
- $x^3, 3^x$
 - $x^4, 4^x$
 - $x^5, 5^x$
 - $x^6, 6^x$



Resuelve los ejercicios 90 a 93. Después de cada ejercicio, evalúa la expresión algebraica para un valor de la variable que proporcionas.

90. Un colegio profesional técnico le cobra a cada estudiante una cuota de actividades de \$100, la cual se agrega al costo de la colegiatura. Supongamos que T representa la colegiatura. Escribe una expresión algebraica que represente la cuenta final después de que se ha agregado la cuota de actividades del estudiante.
91. El profesor de una clase de sociología está calificando sobre una curva el primer examen. La calificación registrada de cada examen se calcula al sumar 8 puntos a la calificación obtenida en el examen. Supongamos que G representa la calificación obtenida en un examen. Escribe una expresión algebraica que represente la calificación registrada del examen.
92. El entrenador de basquetbol en una escuela secundaria debe ordenar chaquetas para el equipo. El precio de una chaqueta es \$34. Supongamos que N representa el número de jugadores en el equipo. Escribe una expresión algebraica que represente el costo total de las chaquetas para el equipo.
93. Tienes una sobrina quien es 16 años menor que tú. Supongamos que A representa tu edad. Escribe una expresión algebraica que represente la edad de tu sobrina.

2.2

Simplificación de expresiones algebraicas

OBJETIVO 1

Propiedades de los números reales

Las propiedades de los números reales describen las formas en las cuales se pueden hacer operaciones sobre números. Las siguientes son algunas de las propiedades de los números reales descritas en forma algebraica y en palabras. Se proporciona un ejemplo de cada una.

PROPIEDAD CONMUTATIVA DE LA SUMA

Si a y b son números reales, entonces $a + b = b + a$.

Dos términos se pueden sumar en cualquier orden; la suma es la misma.

EJEMPLO

$$4 + 3 = 7 \quad \text{y} \quad 3 + 4 = 7$$

PROPIEDAD CONMUTATIVA DE LA MULTIPLICACIÓN

Si a y b son números reales, entonces $a \cdot b = b \cdot a$.

Dos factores se pueden multiplicar en cualquier orden; el producto es el mismo.

EJEMPLO

$$(5)(-2) = -10 \quad \text{y} \quad (-2)(5) = -10$$

PROPIEDAD ASOCIATIVA DE LA SUMA

Si a , b y c son números reales, entonces $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Cuando se suman tres o más términos, éstos se pueden agrupar (con paréntesis, por ejemplo) en cualquier orden; la suma es la misma.

EJEMPLO

$$2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9 \quad \text{y} \quad (2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$$

PROPIEDAD ASOCIATIVA DE LA MULTIPLICACIÓN

Si a , b y c son números reales, entonces $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Cuando se multiplican tres o más factores, éstos se pueden agrupar en cualquier orden; el producto es el mismo.

EJEMPLO

$$(-3 \cdot 4) \cdot 5 = -12 \cdot 5 = -60 \quad \text{y} \quad -3 \cdot (4 \cdot 5) = -3 \cdot 20 = -60$$

PROPIEDAD DEL NEUTRO ADITIVO

Si a es un número real, entonces $a + 0 = a$ y $0 + a = a$.

La suma de un término y cero es el término.

EJEMPLO

$$4 + 0 = 4 \quad \text{y} \quad 0 + 4 = 4$$

PROPIEDAD DE LA MULTIPLICACIÓN POR CERO

Si a es un número real, entonces $a \cdot 0 = 0$ y $0 \cdot a = 0$.

El producto de un término y cero es cero.

EJEMPLO

$$(5)0 = 0 \quad \text{y} \quad 0(5) = 0$$

PROPIEDAD DEL NEUTRO MULTIPLICATIVO

Si a es un número real, entonces $a \cdot 1 = a$ y $1 \cdot a = a$.

El producto de un término y 1 es el término.

EJEMPLO

$$6 \cdot 1 = 6 \quad \text{y} \quad 1 \cdot 6 = 6$$

PROPIEDAD DEL INVERSO ADITIVO

Si a es un número real, entonces $a + (-a) = 0$ y $(-a) + a = 0$.

La suma de un número y su inverso aditivo (u opuesto) es cero.

EJEMPLO

$$8 + (-8) = 0 \quad \text{y} \quad (-8) + 8 = 0$$

PROPIEDAD DEL INVERSO MULTIPLICATIVO

Si a es un número real y $a \neq 0$, entonces $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ y $\frac{1}{a} \cdot a = 1$.

El producto de un número y su recíproco es 1.

EJEMPLO

$$7 \cdot \frac{1}{7} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{1}{7} \cdot 7 = 1$$

$\frac{1}{a}$ es el **recíproco** de a . $\frac{1}{a}$ también se llama el **inverso multiplicativo** de a .

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

Si a , b y c son números reales, entonces $a(b + c) = ab + ac$ o $(b + c)a = ba + ca$.

Por la propiedad distributiva, el término fuera de los paréntesis se multiplica por cada término dentro de éstos.

EJEMPLO

$$\begin{array}{ll} 2(3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 & (4 + 5)2 = 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 \\ 2 \cdot 7 = 6 + 8 & (9)2 = 8 + 10 \\ 14 = 14 & 18 = 18 \end{array}$$

EJEMPLO 1

Completa la expresión utilizando la propiedad conmutativa de la multiplicación.

$$(6)(5) = (?) (6)$$

Solución

$$(6)(5) = (5)(6)$$

- La propiedad conmutativa de la multiplicación expresa que $a \cdot b = b \cdot a$.

Problema 1

Completa la expresión utilizando la propiedad del inverso aditivo.

$$7 + ? = 0$$

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 70.

EJEMPLO 2

Identifica la propiedad que justifica la expresión.

$$2(8 + 5) = 16 + 10$$

Solución

La propiedad distributiva

- La propiedad distributiva declara que $a(b + c) = ab + ac$.

Problema 2

Identifica la propiedad que justifica la expresión.

$$5 + (13 + 7) = (5 + 13) + 7$$

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 31, página 70.

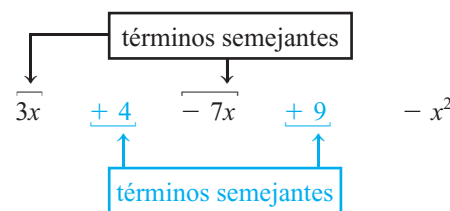
OBJETIVO 2**Simplificar expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la suma**

Los **términos semejantes** de una expresión algebraica son términos con las mismas partes variables. Los términos $3x$ y $-7x$ son términos semejantes.

Los términos constantes son términos semejantes. 4 y 9 son términos semejantes.

Los términos $3x^2$ y $4x$ no son términos semejantes debido a que $x^2 = x \cdot x$ y por consiguiente las partes variables no son iguales.

Los siguientes son algunos ejemplos más.

**Términos no semejantes** $8x$ y $3y$ $7x$ y $9x^2$ $6ab$ y $-5a$ **Términos semejantes** $8x$ y $3x$ $7x$ y $9x$ $6a$ y $-5a$ **Términos semejantes** $8y$ y $3y$ $7x^2$ y $9x^2$ $6ab$ y $-5ab$

Para **combinar o simplificar términos semejantes**, utiliza la propiedad distributiva $ba + ca = (b + c)a$ para sumar los coeficientes.

$$2x + 3x = (2 + 3)x = 5x$$

EJEMPLO 3

Simplifica.

A. $-2y + 3y$

B. $5x - 11x$

Solución

A. $-2y + 3y$

$$= (-2 + 3)y$$

$$= 1y$$

$$= y$$

B. $5x - 11x$

$$= [5 + (-11)]x$$

$$= -6x$$

- Utiliza la propiedad distributiva $ba + ca = (b + c)a$.
- Suma los coeficientes.
- Utiliza la propiedad del neutro multiplicativo.

- Utiliza la propiedad distributiva $ba + ca = (b + c)a$.
- Suma los coeficientes.

Problema 3

Simplifica.

A. $9x + 6x$

B. $-4y - 7y$

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 43, página 71.

Al simplificar expresiones más complicadas, utiliza las propiedades de la suma.

La propiedad conmutativa de la suma se puede utilizar cuando sumamos dos términos semejantes. Los términos se pueden sumar en cualquier orden. La suma es la misma.

$$\begin{aligned} 2x + (-4x) &= -4x + 2x \\ [2 + (-4)]x &= (-4 + 2)x \\ -2x &= -2x \end{aligned}$$

La propiedad asociativa de la suma se utiliza cuando se suman tres o más términos. Los términos se pueden agrupar en cualquier orden. La suma es la misma.

$$\begin{aligned} 3x + 5x + 9x &= (3x + 5x) + 9x = 3x + (5x + 9x) \\ 8x + 9x &= 3x + 14x \\ 17x &= 17x \end{aligned}$$

Por la propiedad del neutro aditivo, la suma de un término y cero es el término.

$$5x + 0 = 0 + 5x = 5x$$

Por la propiedad del inverso aditivo, la suma de un término y su inverso aditivo es cero.

$$7x + (-7x) = -7x + 7x = 0$$

EJEMPLO 4

Simplifica. **A.** $8x + 3y - 8x$ **B.** $4x^2 + 5x - 6x^2 - 2x$

Solución

A. $8x + 3y - 8x$

$$= 3y + 8x - 8x$$

$$= 3y + (8x - 8x)$$

$$= 3y + 0$$

$$= 3y$$

B. $4x^2 + 5x - 6x^2 - 2x$

$$= 4x^2 - 6x^2 + 5x - 2x$$

$$= (4x^2 - 6x^2) + (5x - 2x)$$

$$= -2x^2 + 3x$$

- Utiliza la propiedad conmutativa de la suma para reordenar los términos.
- Utiliza la propiedad asociativa de la suma para agrupar los términos semejantes.
- Utiliza la propiedad del inverso aditivo.
- Utiliza la propiedad del neutro aditivo.

- Utiliza la propiedad conmutativa de la suma para reordenar los términos.
- Utiliza la propiedad asociativa de la suma para agrupar los términos semejantes.
- Simplifica los términos semejantes.

Problema 4

Simplifica. **A.** $3a - 2b + 5a$ **B.** $x^2 - 7 + 9x^2 - 14$

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 67, página 71.

OBJETIVO 3**Simplificar expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la multiplicación**

Las propiedades de la multiplicación se utilizan para simplificar expresiones algebraicas.

La propiedad asociativa se utiliza cuando se multiplican tres o más factores. $2(3x) = (2 \cdot 3)x = 6x$

La propiedad conmutativa se puede utilizar para modificar el orden en el cual se multiplican los factores. $(3x) \cdot 2 = 2 \cdot (3x) = 6x$

Por la propiedad del neutro multiplicativo, el producto de un término y 1 es el término. $(8x)(1) = (1)(8x) = 8x$

Por la propiedad inversa de la multiplicación, el producto de un término y su recíproco es 1. $5x \cdot \frac{1}{5x} = \frac{1}{5x} \cdot 5x = 1, x \neq 0$

EJEMPLO 5Simplifica. A. $2(-x)$

B. $\frac{3}{2}\left(\frac{2x}{3}\right)$ C. $(16x)2$

Solución

$$\begin{aligned} \text{A. } 2(-x) &= 2(-1 \cdot x) \\ &= [2 \cdot (-1)]x \\ &= -2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } \frac{3}{2}\left(\frac{2x}{3}\right) &= \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}x\right) \\ &= \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}\right)x \\ &= 1x \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C. } (16x)2 &= 2(16x) \\ &= (2 \cdot 16)x \\ &= 32x \end{aligned}$$

- $-x = -1x = -1 \cdot x$
- Utiliza la propiedad asociativa de la multiplicación para agrupar los factores.
- Multiplica.
- Observa que $\frac{2x}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{1} = \frac{2}{3}x$.
- Utiliza la propiedad asociativa de la multiplicación para agrupar los factores.
- Utiliza la propiedad inversa de la multiplicación.
- Utiliza la propiedad del neutro multiplicativo.
- Utiliza la propiedad conmutativa de la multiplicación para reordenar los factores.
- Utiliza la propiedad asociativa de la multiplicación para agrupar los factores.
- Multiplica.

Problema 5Simplifica. A. $-7(-2a)$

B. $-\frac{5}{6}(-30y^2)$ C. $(-5x)(-2)$

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 97, página 72.

OBJETIVO 4**Simplificar expresiones algebraicas utilizando la propiedad distributiva**

La propiedad distributiva se utiliza para eliminar los paréntesis de la expresión algebraica.

$$\begin{aligned} 3(2x - 5) &= 3(2x) - 3(5) \\ &= 6x - 15 \end{aligned}$$

Una extensión de la propiedad distributiva se utiliza cuando una expresión contiene más de dos términos.

$$\begin{aligned} 4(x^2 + 6x - 1) &= 4(x^2) + 4(6x) - 4(1) \\ &= 4x^2 + 24x - 4 \end{aligned}$$

EJEMPLO 6Simplifica. A. $-3(5 + x)$

B. $-(2x - 4)$

C. $(2y - 6)2$ D. $5(3x + 7y - z)$

Solución

$$\begin{aligned} \text{A. } -3(5 + x) &= -3(5) + (-3)x \\ &= -15 - 3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } -(2x - 4) &= -1(2x - 4) \\ &= -1(2x) - (-1)(4) \\ &= -2x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C. } (2y - 6)2 &= (2y)(2) - (6)(2) \\ &= 4y - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D. } 5(3x + 7y - z) &= 5(3x) + 5(7y) - 5(z) \\ &= 15x + 35y - 5z \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva.
- Multiplica.
- Así como $-x = -1x$, $-(2x - 4) = -1(2x - 4)$.
- Utiliza la propiedad distributiva.
- Nota: cuando un signo negativo precede inmediatamente a los paréntesis, elimina éstos y cambia el signo de cada término dentro de los paréntesis.
- Utiliza la propiedad distributiva. $(b + c)a = ba + ca$.
- Utiliza la propiedad distributiva.

Problema 6 Simplifica. A. $7(4 + 2y)$ B. $-(5x - 12)$
 C. $(3a - 1)5$ D. $-3(6a^2 - 8a + 9)$

Solución Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 133, página 72.

OBJETIVO 5

Simplificar expresiones algebraicas generales

Cuando simplifiques expresiones algebraicas, utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis y corchetes utilizados como símbolos de agrupación.

EJEMPLO 7 Simplifica: $4(x - y) - 2(-3x + 6y)$

Solución $4(x - y) - 2(-3x + 6y)$
 $= 4x - 4y + 6x - 12y$
 $= 10x - 16y$

- Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.
- Simplifica los términos semejantes.

Problema 7 Simplifica: $7(x - 2y) - 3(-x - 2y)$

Solución Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 161, página 73.

EJEMPLO 8 Simplifica: $2x - 3[2x - 3(x + 7)]$

Solución $2x - 3[2x - 3(x + 7)]$
 $= 2x - 3[2x - 3x - 21]$
 $= 2x - 3[-x - 21]$
 $= 2x + 3x + 63$
 $= 5x + 63$

- Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los símbolos de agrupación internos.
- Simplifica los términos semejantes dentro de los símbolos de agrupación.
- Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los corchetes.
- Simplifica los términos semejantes.

Problema 8 Simplifica: $3y - 2[x - 4(2 - 3y)]$

Solución Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 167, página 73.

2.2 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

- ¿Cuáles de los siguientes pares de términos son términos semejantes?
 i) $4a$ y $4b$ ii) $8z^3$ y $8z^2$ iii) $6ab$ y $3a$ iv) $-5c^2$ y $6c^2$
- Determina el inverso aditivo de cada uno de los siguientes.
 a. $4xy$ b. $-6b^2$ c. $-cd$

Determina si cada una de las siguientes expresiones matemáticas es verdadera. En cada caso, menciona cuál propiedad respalda tu respuesta.

- $-4y \cdot 1 = -4y$
- $(6x) \cdot 2 = 2 \cdot (6x)$

$$5. 5 \cdot \frac{1}{5} = 5$$

$$6. 3(4x) = (3 \cdot 4)x$$

Determina si la expresión es verdadera o falsa.

7. Los términos x y x^2 son términos semejantes porque ambos tienen coeficiente 1.
8. Para sumar términos semejantes, suma los coeficientes; la parte variable permanece sin cambio.

1 Propiedades de los números reales (Revisa las páginas 63-66).

PREPÁRATE

9. El hecho de que dos términos se puedan sumar en cualquier orden se llama propiedad _____ de la suma.
10. El hecho de que tres o más factores se puedan multiplicar agrupándolos en cualquier orden se llama propiedad _____ de la multiplicación.
11. La propiedad del inverso multiplicativo indica que el producto de un número y su _____ es 1.
12. La propiedad del inverso aditivo indica que la suma de un número y su _____ es cero.

Utiliza la propiedad dada para completar la expresión.



- | | |
|--|--|
| 13. La propiedad conmutativa de la multiplicación:
$2 \cdot 5 = 5 \cdot ?$ | 14. La propiedad conmutativa de la suma:
$9 + 17 = ? + 9$ |
| 15. La propiedad asociativa de la multiplicación:
$(4 \cdot 5) \cdot 6 = 4 \cdot (? \cdot 6)$ | 16. La propiedad asociativa de la suma:
$(4 + 5) + 6 = ? + (5 + 6)$ |
| ➡ 17. La propiedad distributiva: $2(4 + 3) = 8 + ?$ | 18. La propiedad del neutro aditivo: $? + 0 = -7$ |
| 19. La propiedad del inverso aditivo: $8 + ? = 0$ | 20. La propiedad del inverso multiplicativo: $\frac{1}{-5}(-5) = ?$ |
| 21. La propiedad del neutro multiplicativo: $? \cdot 1 = -4$ | 22. La propiedad de la multiplicación por cero: $12 \cdot ? = 0$ |

Identifica la propiedad que justifica la expresión.

- | | |
|---|---|
| 23. $-7 + 7 = 0$ | 24. $(-8)\left(-\frac{1}{8}\right) = 1$ |
| 25. $23 + 19 = 19 + 23$ | 26. $-21 + 0 = -21$ |
| 27. $2 + (6 + 14) = (2 + 6) + 14$ | 28. $(-3 + 9)8 = -24 + 72$ |
| 29. $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$ | 30. $-32(0) = 0$ |
| ➡ 31. $(4 \cdot 3) \cdot 5 = 4 \cdot (3 \cdot 5)$ | 32. $\frac{1}{4}(1) = \frac{1}{4}$ |

2 Simplificar expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la suma

(Revisa las páginas 66-67).

33.  ¿Qué son los *términos semejantes*? Proporciona un ejemplo de dos términos semejantes y un ejemplo de dos términos que no son semejantes.
34.  Explica el significado de la frase “simplifica una expresión algebraica”.
35. ¿Cuáles de los siguientes son términos semejantes? $3x$, $3x^2$, $5x$, $5xy$
36. ¿Cuáles de los siguientes son términos semejantes? $-7a$, $-7b$, $-4a$, $-7a^2$

PREPÁRATE

37. Simplifica $5a - 8a$ combinando los términos semejantes.

$$\begin{aligned} 5a - 8a &= 5a + \underline{\quad?} \\ &= [5 + (-8)]a \\ &= \underline{\quad?} a \end{aligned}$$

- Escribe la resta como suma del opuesto.
- Utiliza la propiedad $\underline{\quad?}$ $ba + ca = (b + c)a$.
- Suma los coeficientes.

38. Simplifica $6xy - 6x + 7xy$ combinando los términos semejantes.

$$\begin{aligned} 6xy - 6x + 7xy &= 6xy + 7xy - 6x \\ &= (6 + 7)(\underline{\quad?}) - 6x \\ &= \underline{\quad?} - 6x \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad $\underline{\quad?}$ de la suma para reordenar los términos.
- Utiliza la propiedad distributiva $ba + ca = (b + c)a$.
- Suma los coeficientes.

Simplifica.

39. $6x + 8x$

40. $12x + 13x$

41. $9a - 4a$

42. $12a - 3a$

43. $4y - 10y$

44. $8y - 6y$

45. $-3b - 7$

46. $-12y - 3$

47. $-12a + 17a$

48. $-3a + 12a$

49. $5ab - 7ab$

50. $9ab - 3ab$

51. $-12xy + 17xy$

52. $-15xy + 3xy$

53. $-3ab + 3ab$

54. $-7ab + 7ab$

55. $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x$

56. $-\frac{2}{5}y + \frac{3}{10}y$

57. $\frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{12}x^2$

58. $\frac{2}{3}y^2 - \frac{4}{9}y^2$

59. $3x + 5x + 3x$

60. $8x + 5x + 7x$

61. $5a - 3a + 5a$

62. $10a - 17a + 3a$

63. $-5x^2 - 12x^2 + 3x^2$

64. $-y^2 - 8y^2 + 7y^2$

65. $7x - 8x + 3y$

66. $8y - 10x + 8x$

67. $7x - 3y + 10x$

68. $8y + 8x - 8y$

69. $3a - 7b - 5a + b$

70. $-5b + 7a - 7b + 12a$

71. $3x - 8y - 10x + 4x$

72. $3y - 12x - 7y + 2y$

73. $x^2 - 7x - 5x^2 + 5x$

74. $3x^2 + 5x - 10x^2 - 10x$

75. Indica si el número dado será positivo, negativo o cero después de que se simplifica la expresión algebraica $15a^2 - 12a + 7 - 21a^2 + 29a - 7$.

a. el coeficiente de a^2

b. el coeficiente de a

c. el término constante

76. ¿Cuáles expresiones son equivalentes a $-10x - 10y - 10y - 10x$?

i) 0 ii) $-20y$ iii) $-20x$ iv) $-20x - 20y$ v) $-20y - 20x$

3 Simplificar expresiones algebraicas utilizando las propiedades de la multiplicación (Revisa las páginas 67-68).

PREPÁRATE

77. Simplifica: $4(-12x)$

$$\begin{aligned} 4(-12x) &= [4(-12)]x \\ &= \underline{\quad?} \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedades $\underline{\quad?}$ de la multiplicación para agrupar los factores.
- Multiplica.


78. Simplifica: $\left(\frac{1}{2}a^2\right)\left(-\frac{3}{2}\right)$


$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}a^2\right)\left(-\frac{3}{2}\right) &= (\underline{\quad?})\left(\frac{1}{2}a^2\right) \\ &= \left(-\frac{3}{2} \cdot \underline{\quad?}\right)a^2 \\ &= \underline{\quad?}a^2 \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad conmutativa de la multiplicación para reordenar los factores.
- Utiliza la propiedad asociativa de la multiplicación para agrupar los factores.
- Multiplica.

Simplifica.

79. $4(3x)$ 80. $12(5x)$ 81. $-3(7a)$ 82. $-2(5a)$
 83. $-2(-3y)$ 84. $-5(-6y)$ 85. $(4x)2$ 86. $(6x)12$
 87. $(3a)(-2)$ 88. $(7a)(-4)$ 89. $(-3b)(-4)$ 90. $(-12b)(-9)$
 91. $-5(3x^2)$ 92. $-8(7x^2)$ 93. $\frac{1}{3}(3x^2)$ 94. $\frac{1}{5}(5a)$
 95. $\frac{1}{8}(8x)$ 96. $-\frac{1}{4}(-4a)$ ➡ 97. $-\frac{1}{7}(-7n)$ 98. $\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{3x}{4}\right)$
 99. $\left(\frac{5}{12}\right)\frac{12x}{5}$ 100. $(-6y)\left(-\frac{1}{6}\right)$ 101. $(-10n)\left(-\frac{1}{10}\right)$ 102. $\frac{1}{3}(9x)$
 103. $\frac{1}{7}(14x)$ 104. $-\frac{1}{5}(10x)$ 105. $-\frac{1}{8}(16x)$ 106. $-\frac{2}{3}(12a^2)$
 107. $-\frac{5}{8}(24a^2)$ 108. $-\frac{1}{2}(-16y)$ 109. $-\frac{3}{4}(-8y)$ 110. $(16y)\left(\frac{1}{4}\right)$
 111. $(33y)\left(\frac{1}{11}\right)$ 112. $(-6x)\left(\frac{1}{3}\right)$ 113. $(-10x)\left(\frac{1}{5}\right)$ 114. $(-8a)\left(-\frac{3}{4}\right)$

115.  Después de que se multiplica $\frac{2}{7}x^2$ por una fracción propia, ¿el coeficiente de x^2 es mayor o menor que 1?


116.  Después de multiplicar $-152m$ por un número entero, ¿el coeficiente de m es mayor o menor que cero?


4 Simplificar expresiones algebraicas utilizando la propiedad distributiva

(Revisa las páginas 68-69).

Simplifica.

117. $2(4x - 3)$ 118. $5(2x - 7)$ 119. $-2(a + 7)$ 120. $-5(a + 16)$
 121. $-3(2y - 8)$ 122. $-5(3y - 7)$ 123. $-(x + 2)$ 124. $-(x + 7)$
 125. $(5 - 3b)7$ 126. $(10 - 7b)2$ 127. $-3(3 - 5x)$ 128. $-5(7 - 10x)$
 129. $3(5x^2 + 2x)$ 130. $6(3x^2 + 2x)$ 131. $-2(-y + 9)$ 132. $-5(-2x + 7)$
 ➡ 133. $(-3x - 6)5$ 134. $(-2x + 7)7$ 135. $2(-3x^2 - 14)$ 136. $5(-6x^2 - 3)$
 137. $-3(2y^2 - 7)$ 138. $-8(3y^2 - 12)$ 139. $3(x^2 + 2x - 6)$
 140. $4(x^2 - 3x + 5)$ 141. $-2(y^2 - 2y + 4)$ 142. $-3(y^2 - 3y - 7)$
 143. $2(-a^2 - 2a + 3)$ 144. $4(-3a^2 - 5a + 7)$ 145. $-5(-2x^2 - 3x + 7)$
 146. $-3(-4x^2 + 3x - 4)$ 147. $-(3a^2 + 5a - 4)$ 148. $-(8b^2 - 6b + 9)$

149.  Después de que la expresión $17x - 31$ se multiplica por un número entero negativo, ¿el término constante es positivo o negativo?

150.  La expresión $5x - 8xy + 7y$ se multiplica por un número entero positivo. ¿Cuántos términos variables tiene la expresión resultante?

5 Simplificar expresiones algebraicas generales (Revisa la página 69).

PREPÁRATE

151. Cuando se simplifica $4(3a - 7) + 2(a - 3)$, el primer paso es utilizar la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis:

$$4(3a - 7) + 2(a - 3) = (\text{?})a - \text{?} + (\text{?})a - \text{?}$$

152. Cuando se simplifica $12m - (m - 3)$, el primer paso es eliminar los paréntesis y cambiar el signo de cada término dentro de ellos.

$$12m - \text{?} + \text{?}$$

Simplifica.

153. $4x - 2(3x + 8)$

154. $6a - (5a + 7)$

155. $9 - 3(4y + 6)$


156. $10 - 2(11x - 3)$

157. $5n - (7 - 2n)$

158. $8 - (12 + 4y)$

159. $3(x + 2) - 5(x - 7)$

160. $2(x - 4) - 4(x + 2)$

 **161.** $3(a - b) - 4(a + b)$


162. $2(a + 2b) - (a - 3b)$

163. $4[x - 2(x - 3)]$

164. $2[x + 2(x + 7)]$

165. $-3[2x - (x + 7)]$

166. $-2[3x - (5x - 2)]$

 **167.** $2x - 3[x - 2(4 - x)]$

168. $-7x + 3[x - 7(3 - 2x)]$

169. $2x + 3(x - 2y) + 5(3x - 7y)$

170. $5y - 2(y - 3x) + 2(7x - y)$

171.  ¿Cuál expresión es equivalente a $12 - 7(y - 9)$?

i) $5(y - 9)$

ii) $12 - 7y - 63$

iii) $12 - 7y + 63$

iv) $12 - 7y - 9$

172.  ¿Cuál expresión es equivalente a $7[3b + 5(b - 6)]$?

i) $7[3b + 5b - 6]$

ii) $7[3b + 5b - 30]$

iii) $7[3b + 5b + 6]$

iv) $7[8b - 6]$


APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Completa.

173. Un número que no tiene un recíproco es ?.

174. Un número que tiene su propio recíproco es ?.

175. El inverso aditivo de $a - b$ es ?.

176.  Proporciona ejemplos de dos operaciones que ocurren en la experiencia cotidiana y que no son conmutativas (por ejemplo, ponerse los calcetines y después los zapatos).

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

177. Indica si la expresión es verdadera o falsa. Si es falsa, proporciona un ejemplo que la ilustre.

- La división es una operación conmutativa.
- La división es una operación asociativa.
- La resta es una operación asociativa.
- La resta es una operación conmutativa.
- La suma es una operación conmutativa.

178. Define una operación \otimes como $a \otimes b = (a \cdot b) - (a + b)$.

Por ejemplo, $7 \otimes 5 = (7 \cdot 5) - (7 + 5) = 35 - 12 = 23$.

- ¿ \otimes es una operación conmutativa? Argumenta tu respuesta.
- ¿ \otimes es una operación asociativa? Argumenta tu respuesta.

La gráfica a continuación es una tabla de sumar. Utilízala para resolver a continuación los ejercicios 179 a 185.

+	Δ	\ddagger	\diamond
Δ	\ddagger	\diamond	Δ
\ddagger	\diamond	Δ	\ddagger
\diamond	Δ	\ddagger	\diamond

179. Calcula la suma de Δ y \ddagger .
180. ¿Qué es \diamond más \diamond ?
181. En nuestro sistema numérico, el cero se puede sumar a cualquier número sin alterar dicho número; el cero se llama **identidad aditiva**. ¿Cuál es la identidad aditiva para el sistema en la gráfica anterior? Explica.
182. ¿La propiedad conmutativa de la suma aplica a este sistema? Explica tu respuesta.
183. ¿A qué es igual $-\Delta$ (el opuesto de Δ)? Explica tu respuesta.
184. ¿A qué es igual $-\ddagger$ (el opuesto de \ddagger)? Explica tu respuesta.
185. Simplifica $-\Delta + \ddagger - \diamond$. Explica cómo llegaste a tu respuesta.
186. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son equivalentes?
- $2x + 4(2x + 1)$
 - $x - (4 - 9x) + 8$
 - $7(x - 4) - 3(2x + 6)$
 - $3(2x + 8) + 4(x - 5)$
 - $6 - 2[x + (3x - 4)] + 2(9x - 5)$

2.3

Convertir expresiones verbales en expresiones algebraicas

OBJETIVO 1

Convertir una expresión verbal en una expresión algebraica

Una de las principales habilidades requeridas en las matemáticas aplicadas es la habilidad para convertir una expresión verbal en una expresión algebraica. Eso requiere reconocer las frases verbales que se convierten en operaciones matemáticas. La siguiente es una lista parcial de las frases utilizadas para indicar las diferentes operaciones matemáticas.

PALABRAS O FRASES PARA LA SUMA

sumado a	6 sumado a y	$y + 6$
más que	8 más que x	$x + 8$
la suma de	la suma de x y z	$x + z$
incrementado por	t incrementada por 9	$t + 9$
el total de	el total de 5 y d	$5 + d$
más	b más 17	$b + 17$

Punto de interés

La forma en la cual son representadas las expresiones ha cambiado a lo largo del tiempo. Las siguientes son algunas expresiones que tal vez aparecieron a principios del siglo xvi.

R p. 9 por $x + 9$. El símbolo **R** se utilizaba para una variable a la primera potencia. El símbolo **p.** se utilizaba para más.

R m. 3 por $x - 3$. Una vez más, el símbolo **R** se utilizaba para la variable. El símbolo **m.** se utilizaba para menos.

El cuadrado de una variable estaba designado por **Q** y el cubo por **C**. La expresión $x^3 + x^2$ se escribía **C p. Q**.

PALABRAS O FRASES PARA LA RESTA

menos	x menos 2	$x - 2$
menor que	7 menor que t	$t - 7$
menos	7 menos t	$7 - t$
restado de	5 restado de d	$d - 5$
disminuido por	m disminuido por 3	$m - 3$
la diferencia entre	la diferencia entre y y 4	$y - 4$

PALABRAS O FRASES PARA LA MULTIPLICACIÓN

por	10 por x	$10t$
de	una mitad de x	$\frac{1}{2}x$
el producto de	el producto de y y z	yz
multiplicado por	b multiplicado por 11	$11b$
al doble	n al doble	$2n$

FRASES PARA LA DIVISIÓN

dividido entre	x dividido entre 12	$\frac{x}{12}$
el cociente de	el cociente de y y z	$\frac{y}{z}$
la razón de	la razón de t con 9	$\frac{t}{9}$

FRASES PARA LA POTENCIA

el cuadrado de	el cuadrado de x	x^2
el cubo de	el cubo de a	a^3

La conversión de una frase que contiene la palabra *suma*, *diferencia*, *producto* o *cociente* en ocasiones puede causar problemas. En los ejemplos a la derecha, observa en dónde está colocado el símbolo de la operación.

la suma de x y y	$+$	$x + y$
la diferencia entre x y y	$-$	$x - y$
el producto de x y y	\cdot	$x \cdot y$
el cociente de x y y	\div	$\frac{x}{y}$

EJEMPLO 1

Convierte en una expresión algebraica.

- A. el total de cinco veces b y c
- B. el cociente de ocho menos que n y catorce
- C. trece más que la suma de siete y el cuadrado de x

SoluciónA. el total de cinco veces b y c

$$5b + c$$

B. el cociente de ocho menos que n y catorce.

$$\frac{n - 8}{14}$$

C. trece más que la suma de siete y el cuadrado de x

$$(7 + x^2) + 13$$

- Identifica las palabras que indican operaciones matemáticas.
- Utiliza las operaciones para escribir la expresión algebraica.
- Identifica las palabras que indican operaciones matemáticas.
- Utiliza las operaciones para escribir la expresión algebraica.

Problema 1

Convierte en una expresión algebraica.

- A. dieciocho menos que el cubo de x
 B. y disminuida por la suma de z y nueve
 C. la diferencia entre q y la suma de r y t

Solución

Revisa la página S4.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 21, página 79.*

En la mayoría de las aplicaciones que implica convertir frases en expresiones algebraicas, no se proporciona la variable que se utilizará. Para convertir esas frases, se debe asignar una variable a una cantidad desconocida antes de que se pueda escribir la expresión algebraica.

Toma nota

La expresión $n(6 + n^3)$ debe tener paréntesis. Si escribimos $n \cdot 6 + n^3$, entonces por el orden de las operaciones, sólo el 6 se multiplica por n . Queremos que n se multiplique por el total de 6 y n^3 .

EJEMPLO 2

Convierte en una expresión algebraica “un número multiplicado por el total de seis y el cubo del número”.

Soluciónel número desconocido: n el cubo del número: n^3 el total de seis y el cubo del número: $6 + n^3$

$$n(6 + n^3)$$

- Asigna una variable a una de las cantidades desconocidas.
- Utiliza la variable asignada para escribir una expresión para cualquier otra cantidad desconocida.
- Utiliza la variable asignada para escribir la expresión algebraica.

Problema 2

Convierte en una expresión algebraica “un número sumado al producto de cinco y el cuadrado del número”.

Solución

Revisa la página S4.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 47, página 79.***EJEMPLO 3**

Convierte en una expresión algebraica “el cociente de dos veces un número y la diferencia entre el número y veinte”.

Soluciónel número desconocido: n el doble del número: $2n$ la diferencia entre el número y veinte: $n - 20$

$$\frac{2n}{n - 20}$$

Problema 3

Convierte en una expresión algebraica “el producto de tres y la suma del siete y el doble de un número”.

Solución

Revisa la página S4.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 49, página 79.*

OBJETIVO 2**Convertir una expresión verbal en una expresión algebraica y simplificar la expresión resultante**

Después de convertir una expresión verbal en una expresión algebraica, simplifica esta última utilizando las propiedades de los números reales.

EJEMPLO 4

Convierte y simplifica “el total de cuatro veces un número desconocido y el doble de la diferencia entre el número y ocho”.

Solución

el número desconocido: n

cuatro veces el número

desconocido: $4n$

el doble de la diferencia entre el número y ocho: $2(n - 8)$

$$4n + 2(n - 8)$$

$$= 4n + 2n - 16$$

$$= 6n - 16$$

- Asigna una variable a una de las cantidades desconocidas.

- Utiliza la variable asignada para escribir una expresión para cualquier otra cantidad desconocida.

- Utiliza la variable asignada para escribir la expresión algebraica.

- Simplifica la expresión algebraica.

Problema 4

Convierte y simplifica “un número menos la diferencia entre el doble del número y diecisiete”.

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 65, página 80.

EJEMPLO 5

Convierte y simplifica “la diferencia entre cinco octavos de un número y dos terceras partes del mismo número”.

Solución

el número desconocido: n

cinco octavos del número: $\frac{5}{8}n$

dos terceras partes del número: $\frac{2}{3}n$

$$\frac{5}{8}n - \frac{2}{3}n$$

$$= \frac{15}{24}n - \frac{16}{24}n$$

$$= -\frac{1}{24}n$$

- Asigna una variable a una de las cantidades desconocidas.

- Utiliza la variable asignada para escribir una expresión para cualquier otra cantidad desconocida.

- Utiliza la variable asignada para escribir la expresión algebraica.

- Simplifica la expresión algebraica.

Problema 5

Convierte y simplifica “la suma de tres cuartas partes de un número y una quinta parte del mismo número”.

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 71, página 80.

OBJETIVO 3**Convertir problemas de aplicación**

Muchas de las aplicaciones matemáticas requieren que identifiques una cantidad desconocida, le asignes una variable a dicha cantidad y después trates de expresar otra cantidad desconocida en términos de esa variable.

Supongamos que sabemos que la suma de dos números es 10 y que uno de los dos números es 4. Podemos encontrar el otro número al restar 4 de 10.

un número: 4
otro número: $10 - 4 = 6$
Los dos números son 4 y 6.

Ahora supongamos que sabemos que la suma de dos números es 10, no conocemos ninguno de los números y queremos expresar *ambos* números en términos de la *misma* variable.

Supongamos que un número es x . Una vez más podemos encontrar el otro número al restar x de 10.

un número: x
otro número: $10 - x$
Los dos números son x y $10 - x$.

Observa que la suma de x y $10 - x$ es 10.

$$x + (10 - x) = x + 10 - x = 10$$

Toma nota

En el ejemplo 6 se puede utilizar cualquier variable. Por ejemplo, si el ancho es y , entonces el largo es $y + 20$.

EJEMPLO 6

El largo de una piscina es 20 pies más largo que el ancho. Expresa el largo de la piscina en términos del ancho.

Solución

el ancho de la piscina: W
el largo es 20 más que el ancho: $W + 20$

- Asigna una variable al ancho de la piscina.
- Expresa el largo de la piscina en términos de W .

Problema 6

A una computadora vieja le lleva el doble de tiempo procesar una serie de datos que a un modelo más nuevo. Expresa la cantidad de tiempo que le lleva a la computadora más vieja procesar los datos en términos del tiempo que le lleva al modelo más nuevo.

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 101, página 82.

EJEMPLO 7

Un inversionista dividió \$5000 entre dos cuentas, una en un fondo de inversión y la otra en un fondo del mercado de dinero. Utiliza una variable para expresar las cantidades invertidas en cada cuenta.

Solución

la cantidad invertida en el fondo de inversión: x
la cantidad invertida en el fondo del mercado de dinero: $5000 - x$

- Asigna una variable a la cantidad invertida en una cuenta.
- Expresa en términos de x la cantidad de dinero invertida en la otra cuenta.

Problema 7

La cuerda de una guitarra de 6 pies de largo fue cortada en dos trozos. Utiliza una variable para expresar el largo de los dos trozos.

Solución

Revisa la página S4.

➡ Intenta resolver el ejercicio 105, página 82.

Toma nota

En el ejemplo 7 también es correcto asignar la variable al monto en el fondo del mercado de dinero. Así, el monto en el fondo de inversión es $5000 - x$.

2.3 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

Determina si la expresión es verdadera o falsa.

1. “Cinco menos n ” se puede convertir como “ $5 - n$ ”.
2. Una expresión algebraica contiene un signo de igual.

3. Si la suma de dos números es 12 y uno de los números es x , entonces el otro número se puede expresar como $x - 12$.
4. Las palabras *total* y *veces* indican una multiplicación.
5. Las palabras *cociente* y *razón* indican una división.

1 Convertir una expresión verbal en una expresión algebraica (Revisa las páginas 74-76).



PREPÁRATE

Para cada frase, identifica las palabras que indican operaciones matemáticas.

6. la suma de siete y veces m tres
7. doce menos el cociente de x y dos negativo
8. el total de diez y quince dividido entre un número
9. veinte restado del producto de ocho y el cubo de un número

Convierte en una expresión algebraica.

- | | |
|--|---|
| 10. d menos que diecinueve | 11. la suma de seis y c |
| 12. r disminuido por doce | 13. w incrementado por cincuenta y cinco |
| 14. a multiplicado por veintiocho | 15. y añadido a dieciséis |
| 16. cinco veces la diferencia entre n y siete | 17. treinta menos que el cuadrado de b |
| 18. y menos el producto de tres y y | 19. la suma de cuatro quintas partes de m y dieciocho |
| 20. el producto de seis negativo y b | ➡ 21. nueve incrementado por el cociente de t y cinco |
| 22. cuatro dividido entre la diferencia entre p y seis | 23. el producto de siete y el total de r y ocho |
| 24. el cociente de nueve menos x y el doble de x | 25. el producto de a y la suma de a y trece |
| 26. veintiuno menos el producto de s y cuatro negativo | 27. catorce más que la mitad del cuadrado de z |
| 28. la razón de ocho más d a d | 29. el total de nueve veces los cubos de m y el cuadrado de m |
| 30. tres octavos de la suma de t y quince | 31. s disminuido por el cociente de s y dos |
| 32. w incrementada por el cociente de siete y w | 33. la diferencia entre el cuadrado de c y el total de c y catorce |
| 34. d incrementada por la diferencia entre dieciséis por d y tres | 35. el producto de ocho y el total de b y cinco |
| 36. un número dividido entre diecinueve | 37. trece menos un número |
| 38. cuarenta más que un número | 39. tres séptimos de un número |
| 40. el cuadrado de la diferencia entre un número y noventa | 41. el cociente del doble de un número y cinco |
| 42. ocho restado del producto de quince y un número | 43. el producto de un número y diez más que el número |
| 44. catorce sumado al producto de siete y un número | 45. el cociente de tres y el total de cuatro y un número |
| 46. el cociente de doce y la suma de un número y dos | ➡ 47. la suma del cuadrado de un número y tres veces el número |
| 48. un número disminuido por la diferencia entre el cubo de un número y diez | ➡ 49. cuatro menos que el producto de siete y el cuadrado de un número |
| 50. ochenta disminuido por el producto de trece y un número | 51. el cubo de un número disminuido por el producto de doce y el número |

52.  ¿Cuál(es) de las siguientes frases se convierte(n) en la expresión algebraica $25n^2 - 9$?
- la diferencia entre nueve y el producto de veinticinco y el cuadrado de un número
 - nueve restado del cuadrado de veinticinco y un número
 - nueve menos que el producto de veinticinco y el cuadrado de un número
53.  ¿Cuál(es) de las siguientes frases se convierte(n) en la expresión algebraica $32 - \frac{a}{7}$?
- la diferencia entre treinta y dos y el cociente de un número y siete
 - treinta y dos disminuido por el cociente de un número y siete
 - treinta y dos menos la razón de un número con siete

2 Convertir una expresión verbal en una expresión algebraica y simplificar la expresión resultante (Revisa la página 77).

PREPÁRATE

54. La frase “el total de la mitad de un número y tres cuartas partes del número” se puede convertir como $(\frac{?}{?})n + (\frac{?}{?})n$. Esta expresión se simplifica a $\frac{?}{?}$.
55. La frase “la diferencia entre doce veces un número y quince veces el número” se puede convertir como $(\frac{?}{?})n - (\frac{?}{?})n$. Esta expresión se simplifica a $\frac{?}{?}$.

Convierte en una expresión algebraica. Después simplifica la expresión.

- | | |
|---|--|
| 56. un número incrementado por el total del número y diez | 57. un número sumado al producto de cinco y el número |
| 58. un número disminuido por la diferencia entre nueve y el número | 59. ocho más que la suma de un número y once |
| 60. un número menos la suma del número y catorce | 61. cuatro más que el total de un número y nueve |
| 62. el doble de la suma de tres veces un número y cuarenta | 63. siete veces el producto de cinco y un número |
| 64. dieciséis multiplicado por la cuarta parte de un número | 65. el total de diecisiete veces un número y el doble del número |
| 66. la diferencia entre nueve veces un número y el doble del número | 67. un número más el producto del número y doce |
| 68. diecinueve más que la diferencia entre un número y cinco | 69. tres veces la suma del cuadrado de un número y cuatro |
| 70. un número restado del producto del número y siete | 71. tres cuartos de la suma de dieciséis por un número y cuatro |
| 72. la diferencia entre catorce veces un número y el producto del número y siete | 73. dieciséis disminuido por la suma de un número y nueve |
| 74. once restado de la diferencia entre ocho y un número | 75. seis veces el total de un número y ocho |
| 76. cuatro veces la suma de un número y veinte | 77. siete menos la suma de un número y dos |
| 78. tres menos la suma de un número y diez | 79. un tercio de la suma de un número y seis veces el número |
| 80. el doble del cociente de cuatro veces un número y ocho | 81. doce más que un número sumado a la diferencia entre el número y seis |
| 82. un número más cuatro sumado a la diferencia entre tres y el doble del número | 83. la suma de un número y nueve sumada a la diferencia entre el número y veinte |
| 84. siete incrementado por un número sumado a dos veces la diferencia entre el número y dos | |

3 Convertir problemas de aplicación (Revisa las páginas 77-78).

PREPÁRATE

85. La suma de dos números es 25. Para expresar ambos números en términos de la misma variable, supongamos que x es un número. Entonces el otro número es ____?
86. El largo de un rectángulo es cinco veces el ancho. Para expresar el largo y el ancho en términos de la misma variable, supongamos que W es el ancho. Entonces el largo es ____?
87. El ancho de un rectángulo es la mitad del largo. Para expresar el largo y el ancho en términos de la misma variable, supongamos que L es el largo. Entonces el ancho es ____?
88. La factura de un electricista es de \$195 para materiales y \$75 por hora de trabajo. Para expresar la cantidad total de la factura en términos del número de horas de trabajo, supongamos que h es el número de horas de mano de obra. Entonces el costo del trabajo es ____?, de manera que la cantidad total de los materiales y la mano de obra es ____?

Escribe una expresión algebraica.

89. La suma de dos números es 18. Expresa los dos números en términos de la misma variable.
90. La suma de dos números es 20. Expresa los dos números en términos de la misma variable.
91. **Astronomía** El diámetro de la luna de Saturno Rhea, es de 253 millas más que el diámetro de la luna de Saturno Dione. Expresa el diámetro de Rhea en términos del diámetro de Dione. (Fuente: NASA.)
92. **Nivel de ruido** El nivel de ruido de la sirena de una ambulancia es 10 decibeles más intenso que el de la bocina de un automóvil. Expresa el nivel de ruido de la sirena de una ambulancia en términos del nivel de ruido de la bocina de un automóvil. (Fuente: League for the Hard of Hearing.)
93. **Genética** El genoma humano contiene 11,000 genes más que el genoma de la ascáride. Expresa el número de genes en el genoma humano en términos del número de genes en el genoma de la ascáride. (Fuente: Celera, investigación de USA TODAY.)
94. **Giras de bandas de rock** Revisa el recorte de noticias a la derecha. Expresa las ventas de boletos para los conciertos de Bruce Springteen y de E Street Band en términos de las ventas de boletos de U2.
95. **Exploración del espacio** Una encuesta en *USA Today* reportó que casi tres cuartas partes de los estadounidenses piensan que se debería gastar dinero en la exploración de Marte. Expresa el número de estadounidenses que piensan que se debería gastar dinero en la exploración de Marte en términos del número total de estadounidenses.
96. **Biología** Según la American Podiatric Medical Association, los huesos en tu pie dan razón de una cuarta parte de todos los huesos en tu cuerpo. Expresa el número de huesos en tu pie en términos del número de huesos en tu cuerpo.
97. **Deportes** En fútbol americano, el número de puntos otorgados por una anotación es tres veces el número de puntos otorgados por un *safety*. Expresa el número de puntos otorgados por una anotación en términos del número de puntos otorgados por un *safety*.
98. **Colegios profesionales técnicos** Según el National Center for Education Statistics, 46% de los estudiantes universitarios estadounidenses asistió a universidades de dos años. Expresa el número de estudiantes universitarios estadounidenses que asistieron a universidades de dos años en términos del número de estudiantes universitarios estadounidenses.



Sightseeing Archive/Getty Images

En las noticias

Los conciertos de U2 encabezan los rankings anuales en América del Norte

La banda irlandesa de rock U2 presentó los conciertos más populares en el circuito de América del Norte este año. Bruce Springteen y la E Street Band ocuparon el segundo lugar, con \$28.5 millones menos en ventas de boletos.

Fuente: new.music.yahoo.com

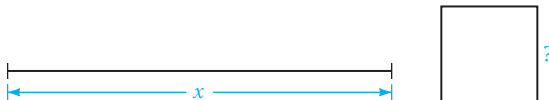


Lester V. Bergman/Corbis

99. **Deportes de las Grandes Ligas** Revisa el recorte de noticias a la derecha. Expresa la asistencia a los principales juegos de las Grandes Ligas de Béisbol en términos de la asistencia a los principales juegos de basketbol.
100. **Geometría** El largo de un rectángulo es 5 metros más que el ancho. Expresa el largo del rectángulo en términos del ancho.
101. **Geometría** En un triángulo, la medida del ángulo más pequeño es 10 grados menor que la mitad de la medida del ángulo más grande. Expresa la medida del ángulo más pequeño en términos de la medida del ángulo más grande.
102. **Salarios** A un empleado le pagan \$1172 a la semana más \$38 por cada hora de tiempo extra que labore. Expresa el salario semanal del empleado en términos del número de horas laboradas de tiempo extra.
103. **Facturación** Una factura de reparación de un automóvil es de \$238 por las refacciones y \$89 por cada hora de mano de obra. Expresa el importe de la factura de reparación en términos del número de horas laboradas.
104. **Deportes** Una driza de 12 pies de largo está cortada en dos trozos. Utiliza la misma variable para expresar el largo de las dos partes.
105. **Monedas** Una alcancía contiene treinta y cinco monedas de cinco y diez centavos. Utiliza la misma variable para expresar el número de monedas de cinco centavos y el número de monedas de diez centavos en la alcancía.
106. **Viajes** Dos automóviles viajan en direcciones opuestas a velocidades diferentes. Dos horas después, los automóviles están a 200 millas de distancia. Expresa la distancia recorrida por el automóvil más rápido en términos de la distancia recorrida por el automóvil más lento.

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

107. **Química** La fórmula química de la glucosa (azúcar) es $C_6H_{12}O_6$. Esta fórmula significa que en cada molécula de glucosa hay doce átomos de hidrógeno, seis átomos de carbono y seis átomos de oxígeno. Si x representa el número de átomos de oxígeno en una libra de azúcar, expresa en términos de x el número de átomos de hidrógeno en la libra de azúcar.
108. **Trabajo de metal** Un cable cuyo largo se da como x pulgadas se dobla en un cuadrado. Expresa en términos de x el largo de un lado del cuadrado.



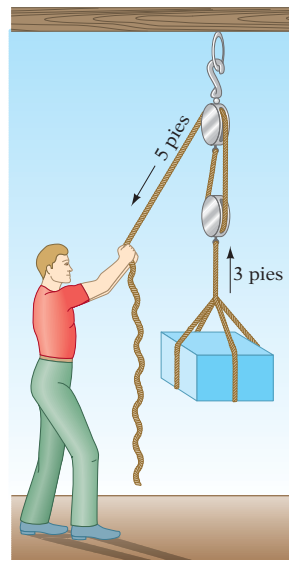
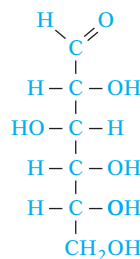
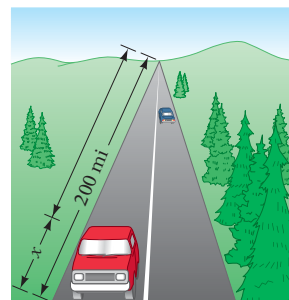
109. **Poleas** Un sistema de aparejo de poleas está diseñado de tal manera que, al tirar de un extremo de una cuerda de cinco pies, se moverá un peso en el otro extremo a una distancia de tres pies. Si x representa la distancia en que se tira de la cuerda, expresa en términos de x la distancia que se mueve el peso.
110. **Convierte en frases** las expresiones $5x + 8$ y $5(x + 8)$.
111. **En tus propias palabras**, explica cómo se utilizan las variables.
112. **Explica las similitudes y las diferencias** entre las expresiones “la diferencia entre x y 5” y “5 menos que x ”.

En las noticias

Más de 70 millones asistieron a los juegos de béisbol de las Grandes Ligas

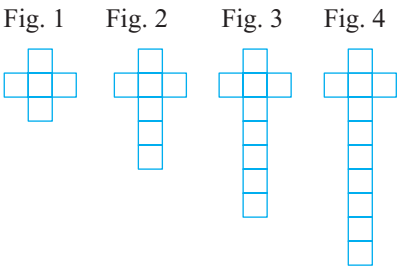
Entre los deportes de las ligas mayores, la asistencia a los juegos de béisbol de las Grandes Ligas superó la asistencia a otros eventos deportivos. Cincuenta millones más de personas asistieron a los juegos de béisbol que las que asistieron a los juegos de basketbol. La asistencia a los juegos de futbol americano y de hockey fue todavía menor que la asistencia a los juegos de basketbol.

Fuente: Time, 28 de diciembre de 2009-4 de enero de 2010



PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

- 113. Escribe cinco frases que se conviertan en la expresión $p + 8$.
- 114. Escribe cuatro frases que se conviertan en la expresión $d - 16$.
- 115. Escribe tres frases que se conviertan en la expresión $4c$.
- 116. Escribe tres frases que se conviertan en la expresión $\frac{v}{5}$.
- 117. Observa las siguientes figuras.



a. Busca un patrón. Completa la tabla siguiente.

Número de figura	Número de azulejos

b. Describe el número de azulejos en la figura n -ésima.

CAPÍTULO 2 Resumen

Términos clave

Una **variable** es una letra que se utiliza para representar una cantidad que es desconocida o que puede cambiar. Una **expresión algebraica** es una expresión que contiene una o más variables.

Los **términos de una expresión algebraica** son los sumandos de la expresión. Cada término es un **término variable** o un **término constante**.

Objetivo y referencia de página

[2.1.1, p. 58]

[2.1.1, p. 58]

Ejemplos

$5x - 4y + 7z$ es una expresión algebraica. Contiene las variables x , y y z .

La expresión $4a^2 - 6b^3 + 7$ tiene tres términos: $4a^2$, $-6b^3$ y 7 . De éstos, $4a^2$ y $-6b^3$ son términos variables. 7 es un término constante.

Un **término variable** se compone de un **coeficiente** y una **parte variable**.

[2.1.1, p. 58]

El reemplazo con números de las variables en una expresión algebraica y después la simplificación de la expresión numérica se llama **evaluación de la expresión algebraica**.

[2.1.1, p. 58]

Los **términos semejantes** de una expresión algebraica son términos con la misma parte variable. (Debido a que $x^2 = x \cdot x$, x^2 y x no son términos semejantes.) Los términos constantes son términos semejantes.

[2.2.2, p. 66]

El **inverso aditivo** de un número es el opuesto del número.

[2.2.1, p. 65]

El **inverso multiplicativo** de un número es el recíproco del número.

[2.2.1, p. 65]

Para la expresión $8p^4r$, 8 es el coeficiente y p^4r es la parte variable.

Para evaluar $a^2 - 2b$ cuando $a = -3$ y $b = 5$, simplifica la expresión $(-3)^2 - 2(5)$.

$$(-3)^2 - 2(5) = 9 - 10 = -1$$

Para la expresión $2st - 3t + 9s - 11st$, los términos $2st$ y $-11st$ son términos semejantes.

Para la expresión $5x + 8 - 6x + 7 - 4x^2$, los términos $5x$ y $-6x$ son términos semejantes. Los términos constantes 8 y 7 son términos semejantes.

El inverso aditivo de 8 es -8 .
El inverso aditivo de -15 es 15.

El inverso multiplicativo de $\frac{3}{8}$ es $\frac{8}{3}$.

Reglas y procedimientos esenciales

Objetivo y referencia de página

Ejemplos

Propiedad conmutativa de la suma

Si a y b son números reales, entonces $a + b = b + a$.

[2.2.1, p. 63]

$$5 + 2 = 7 \quad y \quad 2 + 5 = 7$$

Propiedad conmutativa de la multiplicación

Si a y b son números reales, entonces $ab = ba$.

[2.2.1, p. 63]

$$6(-3) = -18 \quad y \quad -3(6) = -18$$

Propiedad asociativa de la suma

Si a , b y c son números reales, entonces $(a + b) + c = a + (b + c)$.

[2.2.1, p. 64]

$$\begin{aligned} -1 + (4 + 7) &= -1 + 11 = 10 \\ (-1 + 4) + 7 &= 3 + 7 = 10 \end{aligned}$$

Propiedad asociativa de la multiplicación

Si a , b y c son números reales, entonces $(ab)c = a(bc)$.

[2.2.1, p. 64]

$$\begin{aligned} (-2 \cdot 5) \cdot 3 &= -10 \cdot 3 = -30 \\ -2 \cdot (5 \cdot 3) &= -2 \cdot 15 = -30 \end{aligned}$$

Propiedad del neutro aditivo

Si a es un número real, entonces $a + 0 = 0 + a = a$.

[2.2.1, p. 64]

$$9 + 0 = 9 \quad 0 + 9 = 9$$

Propiedad de la multiplicación por cero

Si a es un número real, entonces $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

[2.2.1, p. 64]

$$-8(0) = 0 \quad 0(-8) = 0$$

Propiedad del neutro multiplicativo

Si a es un número real, entonces $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$.

[2.2.1, p. 64]

$$7 \cdot 1 = 7 \quad 1 \cdot 7 = 7$$

Propiedad del inverso aditivo

Si a es un número real, entonces $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

[2.2.1, p. 65]

$$4 + (-4) = 0 \quad -4 + 4 = 0$$

Propiedad del inverso multiplicativo

Si a es un número real y $a \neq 0$, entonces

$$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1.$$

Propiedad distributiva

Si a , b y c son números reales, entonces
 $a(b + c) = ab + ac$.

Para **combinar o simplificar términos semejantes**, utiliza la propiedad distributiva
 $ba + ca = (b + c)a$ para sumar los coeficientes.

Las propiedades de los números reales

se utilizan para simplificar expresiones algebraicas

Convertir expresiones verbales en expresiones algebraicas

requiere el reconocimiento de las frases verbales que se convierten en operaciones matemáticas.

[2.2.1, p. 65]

[2.2.1, p. 65]

[2.2.2, p. 66]

[2.2.2–2.2.5,
pp. 66–69]

[2.3.1–2.3.3,
pp. 74–78]

$$6 \cdot \frac{1}{6} = 1 \quad \frac{1}{6} \cdot 6 = 1$$

$$5(x + 3) = 5 \cdot x + 5 \cdot 3 \\ = 5x + 15$$

$$\text{Simplifica: } 6x - 11x \\ 6x - 11x = [6 + (-11)]x \\ = -5x$$

$$\text{Simplifica: } 5(x - y) - 3(-2x + 4y) \\ 5(x - y) - 3(-2x + 4y) \\ = 5x - 5y + 6x - 12y \\ = 11x - 17y$$

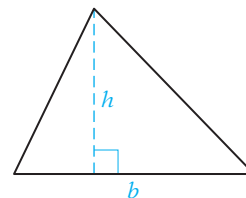
$$\text{Simplifica: } 3x - 2[x + 4(x - 6)] \\ 3x - 2[x + 4(x - 6)] \\ = 3x - 2[x + 4x - 24] \\ = 3x - 2[5x - 24] \\ = 3x - 10x + 48 \\ = -7x + 48$$

$$\text{Convierte y simplifica "doce sumado a la suma de ocho y un número".} \\ (8 + x) + 12 = 8 + x + 12 \\ = x + 20$$


CAPÍTULO 2 Ejercicios de repaso

1. Simplifica: $-7y^2 + 6y^2 - (-2y^2)$
2. Simplifica: $(12x)\left(\frac{1}{4}\right)$
3. Simplifica: $\frac{2}{3}(-15a)$
4. Simplifica: $-2(2x - 4)$
5. Simplifica: $5(2x + 4) - 3(x - 6)$
6. Evalúa $a^2 - 3b$ cuando $a = 2$ y $b = -4$.
7. Completa la expresión utilizando la propiedad del inverso aditivo
 $-9 + ? = 0$
8. Simplifica: $-4(-9y)$
9. Simplifica: $-2(-3y + 9)$
10. Simplifica: $3[2x - 3(x - 2y)] + 3y$
11. Simplifica: $-4(2x^2 - 3y^2)$
12. Simplifica: $3x - 5x + 7x$
13. Evalúa $b^2 - 3ab$ cuando $a = 3$ y $b = -2$.
14. Simplifica: $\frac{1}{5}(10x)$
15. Simplifica: $5(3 - 7b)$
16. Simplifica: $2x + 3[4 - (3x - 7)]$
17. Identifica la propiedad que justifica la expresión.
 $-4(3) = 3(-4)$
18. Simplifica: $3(8 - 2x)$

19. Simplifica: $-2x^2 - (-3x^2) + 4x^2$
20. Simplifica: $-3x - 2(2x - 7)$
21. Simplifica: $-3(3y^2 - 3y - 7)$
22. Simplifica: $-2[x - 2(x - y)] + 5y$
23. Evalúa $\frac{-2ab}{2b - a}$ cuando $a = -4$ y $b = 6$
24. Simplifica: $(-3)(-12y)$
25. Simplifica: $4(3x - 2) - 7(x + 5)$
26. Simplifica: $(16x)\left(\frac{1}{8}\right)$
27. Simplifica: $-3(2x^2 - 7y^2)$
28. Evalúa $3(a - c) - 2ab$ cuando $a = 2$, $b = 3$ y $c = -4$
29. Simplifica: $2x - 3(x - 2)$
30. Simplifica: $2a - (-3b) - 7a - 5b$
31. Simplifica: $-5(2x^2 - 3x + 6)$
32. Simplifica: $3x - 7y - 12x$
33. Simplifica: $\frac{1}{2}(12a)$
34. Simplifica: $2x + 3[x - 2(4 - 2x)]$
35. Simplifica: $3x + (-12y) - 5x - (-7y)$
36. Simplifica: $\left(-\frac{5}{6}\right)(-36b)$
37. Completa la expresión utilizando la propiedad distributiva.
 $(6 + 3)7 = 42 + ?$
38. Simplifica: $4x^2 + 9x - 6x^2 - 5x$
39. Simplifica: $-\frac{3}{8}(16x^2)$
40. Simplifica: $-3[2x - (7x - 9)]$
41. Simplifica: $-(8a^2 - 3b^2)$
42. Identifica la propiedad que justifica la expresión.
 $-32(0) = 0$
43. Convierte en una expresión algebraica “ b disminuido por el producto de siete y b ”.
44. Convierte en una expresión algebraica “la suma de un número y dos veces el cuadrado del número”.
45. Convierte en una expresión algebraica “tres menos el cociente de seis y un número”.
46. Convierte en una expresión algebraica “diez dividido entre la diferencia de y y dos”.
47. Convierte y simplifica “ocho veces el cociente del doble de un número y dieciséis”.
48. Convierte y simplifica “el producto de cuatro y la suma de dos y cinco veces un número”.
49. **Geometría** El largo de la base de un triángulo es de 15 pulgadas más que su altura. Expresa el largo de la base del triángulo en términos de su altura.
50. **Mezclas** Un comerciante de café preparó 20 libras de una mezcla utilizando sólo granos de café moca de java y granos de café expreso. Utiliza la misma variable para expresar las cantidades de granos moca de java y expreso en la mezcla de café.




CAPÍTULO 2 Examen

1. Simplifica: $(9y)4$
2. Simplifica: $7x + 5y - 3x - 8y$
3. Simplifica: $8n - (6 - 2n)$
4. Evalúa $3ab - (2a)^2$ cuando $a = -2$ y $b = -3$
5. Identifica la propiedad que justifica la expresión. $\frac{3}{8}(1) = \frac{3}{8}$
6. Simplifica: $-4(-x + 10)$
7. Simplifica: $\frac{2}{3}x^2 - \frac{7}{12}x^2$
8. Simplifica: $(-10x)\left(-\frac{2}{5}\right)$
9. Simplifica: $(-4y^2 + 8)6$
10. Completa la expresión utilizando la propiedad del inverso aditivo.
 $-19 + ? = 0$
11. Evalúa $\frac{-3ab}{2a + b}$ cuando $a = -1$ y $b = 4$
12. Simplifica: $5(x + y) - 8(x - y)$
13. Simplifica: $6b - 9b + 4b$
14. Simplifica: $13(6a)$
15. Simplifica: $3(x^2 - 5x + 4)$
16. Evalúa $4(b - a) + bc$ cuando $a = 2$, $b = -3$ y $c = 4$
17. Simplifica: $6x - 3(y - 7x) + 2(5x - y)$
18. Convierte en una expresión algebraica “el cociente de ocho más que n y diecisiete”.
19. Convierte en una expresión algebraica “la diferencia entre la suma de a y b y el cuadrado de b ”.
20. Convierte en una expresión algebraica “la suma del cuadrado de un número y el producto del número y once”.
21. Convierte y simplifica “veinte veces la suma de un número y nueve”.
22. Convierte y simplifica “dos más que un número sumado a la diferencia entre el número y tres”.
23. Convierte y simplifica “un número menos el producto de un cuarto y el doble del número”.
24.  **Astronomía** La distancia de Neptuno al Sol es treinta veces la distancia de la Tierra al Sol. Expresa la distancia de Neptuno al Sol en términos de la distancia de la Tierra al Sol.
25. **Carpintería** Una tabla de nueve pies es cortada en dos trozos de diferentes largos. Utiliza la misma variable para expresar los largos de los dos trozos.



Ejercicios de repaso acumulativos

1. Suma: $-4 + 7 + (-10)$
2. Resta: $-16 - (-25) - 4$
3. Multiplica: $(-2)(3)(-4)$
4. Divide: $(-60) \div 12$
5. Escribe como decimal $1\frac{1}{4}$.
6. Escribe 60% como fracción y como decimal.
7. Utiliza el método por extensión o enumeración para escribir el conjunto de los números enteros negativos mayores o iguales que -4 .
8. Escribe como porcentaje $\frac{2}{25}$.
9. Resta: $\frac{7}{12} - \frac{11}{16} - \left(-\frac{1}{3}\right)$
10. Divide: $\frac{5}{12} \div \left(\frac{3}{2}\right)$
11. Multiplica: $\left(-\frac{9}{16}\right)\left(\frac{8}{27}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)$
12. Simplifica: $-3^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3$
13. Simplifica: $-2^5 \div (3 - 5)^2 - (-3)$
14. Simplifica: $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{8} - \frac{11}{12}\right)$
15. Evalúa $a - 3b^2$ cuando $a = 4$ y $b = -2$.
16. Simplifica: $-2x^2 - (-3x^2) + 4x^2$
17. Simplifica: $8a - 12b - 9a$
18. Simplifica: $\frac{1}{3}(9a)$
19. Simplifica: $\left(-\frac{5}{8}\right)(-32b)$
20. Simplifica: $5(4 - 2x)$
21. Simplifica: $-3(-2y + 7)$
22. Simplifica: $-2(3x^2 - 4y^2)$
23. Simplifica: $-4(2y^2 - 5y - 8)$
24. Simplifica: $-4x - 3(2x - 5)$
25. Simplifica: $3(4x - 1) - 7(x + 2)$
26. Simplifica: $3x + 2[x - 4(2 - x)]$
27. Simplifica: $3[4x - 2(x - 4y)] + 5y$
28. Convierte en una expresión algebraica “la diferencia entre seis y el producto de un número y doce”.
29. Convierte y simplifica “el total de cinco y la diferencia entre un número y siete”.
30.  **Biología** La velocidad máxima de vuelo de un halcón peregrino en una distancia de un cuarto de milla es cuatro veces más rápida que la velocidad máxima que corre un ñu azul a lo largo de la misma distancia. (Fuente: www.factmonster.com) Expresa la velocidad del halcón peregrino en términos de la velocidad del ñu azul.

Solución de ecuaciones y desigualdades

Concéntrate en el éxito

¿Estás haciendo que la asistencia a clases sea una prioridad? Recuerda que para tener éxito debes asistir a clases para escuchar las explicaciones e instrucciones de tu profesor, así como para formular preguntas cuando algo no está claro. La mayoría de los estudiantes que falta a una clase se queda atrás y después le parece muy difícil ponerse al corriente. (Revisa Tiempo para clases, página ASP.5).

OBJETIVOS

- 3.1**
- 1 Determinar si un número dado es solución de una ecuación
 - 2 Resolver ecuaciones de la forma $x + a = b$
 - 3 Resolver ecuaciones de la forma $ax = b$
- 3.2**
- 1 Aplicaciones del porcentaje
 - 2 Movimiento uniforme
- 3.3**
- 1 Resolver ecuaciones de la forma $ax + b = c$
 - 2 Resolver ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$
 - 3 Resolver ecuaciones que contienen paréntesis
 - 4 Resolver problemas de aplicación utilizando fórmulas
- 3.4**
- 1 Resolver desigualdades utilizando la propiedad aditiva de las desigualdades
 - 2 Resolver desigualdades utilizando la propiedad multiplicativa de las desigualdades
 - 3 Resolver desigualdades generales

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Resta: $8 - 12$
2. Multiplica: $-\frac{3}{4}\left(-\frac{4}{3}\right)$
3. Multiplica: $-\frac{5}{8}(16)$
4. Escribe como decimal 90%.
5. Escribe como porcentaje 0.75.
6. Evalúa $3x^2 - 4x - 1$ cuando $x = -4$.
7. Simplifica: $3x - 5 + 7x$
8. Simplifica: $8x - 9 - 8x$
9. Simplifica: $6x - 3(6 - x)$

3.1

Introducción a las ecuaciones

OBJETIVO 1

Determinar si un número dado es solución de una ecuación

Punto de interés

Una de las ecuaciones más famosas es $E = mc^2$. Esta ecuación, enunciada por Albert Einstein, muestra que hay una relación entre la masa m y la energía E .

Una **ecuación** expresa la igualdad de dos expresiones matemáticas. Las expresiones pueden ser numéricas o algebraicas.

$$\left. \begin{array}{l} 9 + 3 = 12 \\ 3x - 2 = 10 \\ y^2 + 4 = 2y - 1 \\ z = 2 \end{array} \right\} \text{Ecuaciones}$$

La ecuación de la derecha es verdadera si la variable es sustituida por 5.

$$\begin{array}{l} x + 8 = 13 \\ 5 + 8 = 13 \end{array} \quad \text{Una ecuación verdadera}$$

La ecuación $x + 8 = 13$ es falsa si la variable es sustituida por 7.

$$7 + 8 = 13 \quad \text{Una ecuación falsa}$$

Una **solución** de una ecuación es un número que, cuando es sustituido por la variable, resulta en una ecuación verdadera. 5 es una solución de la ecuación $x + 8 = 13$. 7 no es una solución de la ecuación $x + 8 = 13$.

EJEMPLO 1

¿Es -3 una solución de la ecuación $4x + 16 = x^2 - 5$?

Solución

$$\begin{array}{r|l} 4x + 16 = x^2 - 5 & \\ 4(-3) + 16 & (-3)^2 - 5 \\ -12 + 16 & 9 - 5 \\ 4 & 4 \end{array}$$

Si, -3 es una solución de la ecuación $4x + 16 = x^2 - 5$.

- Sustituye la variable por el número dado, -3 .
- Evalúa las expresiones numéricas utilizando el orden o prioridad de las operaciones.
- Compara los resultados. Si los resultados son iguales, el número dado es una solución. Si no lo son, el número dado no es una solución.

Problema 1

¿Es $\frac{1}{4}$ una solución de la ecuación $5 - 4x = 8x + 2$?

Solución

Revisa la página S5.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 95.

EJEMPLO 2

¿Es -4 una solución de la ecuación $4 + 5x = x^2 - 2x$?

Solución

$$\begin{array}{r|l} 4 + 5x = x^2 - 2x & \\ 4 + 5(-4) & (-4)^2 - 2(-4) \\ 4 + (-20) & 16 - (-8) \\ -16 & 24 \end{array}$$

No, -4 no es solución de la ecuación $4 + 5x = x^2 - 2x$.

- Sustituye la variable por el número dado, -4 .
- Evalúa las expresiones numéricas utilizando el orden de operaciones.
- Compara los resultados. Si los resultados son iguales, el número dado es una solución. Si no lo son, el número dado no es una solución.

Problema 2

¿Es 5 una solución de $10x - x^2 = 3x - 10$?

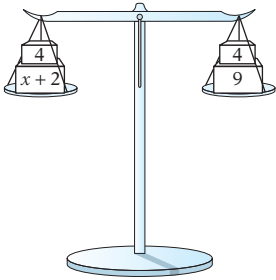
Solución

Revisa la página S5.

➡ Intenta resolver el ejercicio 25, página 95.

OBJETIVO 2**Resolver ecuaciones de la forma $x + a = b$** **Toma nota**

Piensa en una ecuación como si fuera una balanza. Si los pesos añadidos a cada lado de la balanza no son los mismos, las charolas ya no se equilibran. De manera similar, el mismo valor se debe sumar a cada lado de la ecuación para que la solución siga siendo la misma.



Resolver una ecuación significa encontrar una solución de la misma. La ecuación más sencilla de resolver es una de la forma **variable = constante**, debido a que la constante es la solución.

Si $x = 5$, entonces 5 es la solución de la ecuación, dado que $5 = 5$ es una ecuación verdadera.

La solución de la ecuación que se muestra a la derecha es 7.

$$x + 2 = 9 \qquad 7 + 2 = 9$$

Revisa que si se suma 4 a cada lado de la ecuación, la solución sigue siendo 7.

$$x + 2 + 4 = 9 + 4 \qquad 7 + 2 + 4 = 9 + 4$$

$$x + 6 = 13 \qquad 7 + 6 = 13$$

Si se suma -5 a cada lado de la ecuación, la solución sigue siendo 7.

$$x + 2 + (-5) = 9 + (-5) \qquad 7 + 2 + (-5) = 9 + (-5)$$

$$x - 3 = 4 \qquad 7 - 3 = 4$$

Esto ilustra la propiedad aditiva de las ecuaciones.

PROPIEDAD ADITIVA DE LA SUMA DE LAS ECUACIONES

El mismo número o término variable se puede sumar a cada lado de una ecuación sin modificar la solución de la misma.

Esta propiedad se utiliza para resolver ecuaciones. Revisa el efecto de sumar a cada lado de la ecuación $x + 2 = 9$, el opuesto del término constante 2. Después de simplificar cada lado de la ecuación, ésta se calcula en la forma **variable = constante**. La solución es la constante.

$$\begin{aligned} x + 2 &= 9 \\ x + 2 + (-2) &= 9 + (-2) \\ x + 0 &= 7 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{variable}} = \boxed{\text{constante}}$$

La solución es 7.

Al resolver una ecuación, la meta es reescribirla en la forma **variable = constante**. Se puede utilizar la propiedad aditiva de las ecuaciones para **eliminar un término** de un lado de una ecuación **sumando el opuesto de ese término a cada lado de la misma**.

EJEMPLO 3

Resuelve y comprueba: $y - 6 = 9$

Solución

$$\begin{aligned} y - 6 &= 9 \\ y - 6 + 6 &= 9 + 6 \\ y + 0 &= 15 \\ y &= 15 \end{aligned}$$

- La meta es reescribir la ecuación en la forma **variable = constante**.
- **Suma 6** a cada lado de la ecuación (la propiedad aditiva de las ecuaciones).
- Simplifica utilizando la propiedad del inverso aditivo.
- Simplifica utilizando la propiedad del neutro aditivo. Ahora la ecuación está en la forma **variable = constante**.

Comprobación

$$\begin{array}{r} y - 6 = 9 \\ 15 - 6 \quad | \quad 9 \\ 9 = 9 \end{array}$$

La solución es 15.

- Ésta es una ecuación verdadera. La solución lo comprueba.
- Escribe la solución.

Problema 3

Resuelve y comprueba: $x - \frac{1}{3} = -\frac{3}{4}$

Solución

Revisa la página S5.

Debido a que la resta se define en términos de la suma, la propiedad aditiva de las ecuaciones hace que sea posible restar el mismo número a cada lado de una ecuación sin modificar la solución de la misma.

Concéntrate en resolver una ecuación de la forma $x + a = b$

Resuelve: $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$

La meta es reescribir la ecuación en la forma *variable = constante*.

Suma el opuesto del término constante $\frac{1}{2}$ a cada lado de la ecuación. Esto es equivalente a **restar $\frac{1}{2}$** a cada lado de la ecuación.

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{2} &= \frac{5}{4} \\ x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} &= \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \\ x + 0 &= \frac{5}{4} - \frac{2}{4} \\ x &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

La solución es $\frac{3}{4}$.

$\frac{3}{4}$ se comprueba como solución.

EJEMPLO 4

Resuelve: $\frac{1}{2} = y + \frac{2}{3}$

Solución

$$\frac{1}{2} = y + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = y + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}$$

$$-\frac{1}{6} = y$$

La solución es $-\frac{1}{6}$.

• **Resta $\frac{2}{3}$** a cada lado de la ecuación.

• **Simplifica cada lado de la ecuación.**

Problema 4

Resuelve: $-8 = 5 + x$

Solución

Revisa la página S5.

➡ Intenta resolver el ejercicio 65, página 96.

Observa de la solución del ejemplo 4 que una ecuación se puede reescribir en la forma *constante = variable*. No importa si la ecuación está escrita en la forma *variable = constante* o en la forma *constante = variable*, la solución es la constante.

OBJETIVO

3

Resolver ecuaciones de la forma $ax = b$

La solución de la ecuación que se muestra a la derecha es 3.

$$2x = 6$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

Observa que si cada lado de la ecuación se multiplica por 5, la solución sigue siendo 3.

$$5 \cdot 2x = 5 \cdot 6$$

$$10x = 30$$

$$10 \cdot 3 = 30$$

Si cada lado se multiplica por -4, la solución sigue siendo 3.

$$(-4) \cdot 2x = (-4) \cdot 6$$

$$-8x = -24$$

$$-8 \cdot 3 = -24$$

Esto ilustra la propiedad multiplicativa de las ecuaciones.

PROPIEDAD MULTIPLICATIVA O DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS ECUACIONES

Cada lado de una ecuación se puede multiplicar por el mismo número diferente de cero sin modificar la solución de la misma.

Esta propiedad se utiliza para resolver ecuaciones. Revisa el efecto de multiplicar cada lado de la ecuación $2x = 6$ por el recíproco del coeficiente 2. Después de simplificar cada lado de la ecuación, la ecuación está en la forma **variable = constante**. La solución es la constante.

$$\begin{aligned} 2x &= 6 \\ \frac{1}{2} \cdot 2x &= \frac{1}{2} \cdot 6 \\ 1x &= 3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

variable	=	constante
----------	---	-----------

La solución es 3.

Al resolver una ecuación, la meta es reescribirla en la forma **variable = constante**. La propiedad multiplicativa de las ecuaciones se puede utilizar para reescribir una ecuación en esta forma. Dicha propiedad se utiliza para **escribir el término variable con un coeficiente de 1 al multiplicar cada lado de la ecuación por el recíproco del coeficiente**.

EJEMPLO 5 Resuelve: $\frac{3x}{4} = -9$

Solución

$$\begin{aligned} \frac{3x}{4} &= -9 \\ \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}x &= \frac{4}{3}(-9) \end{aligned}$$

$$1x = -12$$

$$x = -12$$

La solución es -12 .

$$\bullet \frac{3x}{4} = \frac{3}{4}x$$

- Multiplica cada lado de la ecuación por el recíproco del coeficiente $\frac{3}{4}$ (propiedad multiplicativa de las ecuaciones).
- Simplifica utilizando la propiedad del inverso multiplicativo.
- Simplifica utilizando la propiedad del neutro multiplicativo. Ahora la ecuación está en la forma **variable = constante**.
- Escribe la solución.

Problema 5 Resuelve: $-\frac{2x}{5} = 6$

Solución Revisa la página S5. **-15**

➡ Intenta resolver el ejercicio 109, página 97.

Debido a que la división se define en términos de la multiplicación, la propiedad multiplicativa de las ecuaciones hace posible dividir cada lado de una ecuación entre el mismo número sin modificar la solución de la misma.

Concéntrate en resolver una ecuación de la forma $ax = b$

Resuelve: $8x = 16$

La meta es reescribir la ecuación en la forma **variable = constante**.

Multiplica cada lado de la ecuación por el recíproco de 8. Esto es equivalente a dividir cada lado entre 8.

2 se comprueba como solución.

$$8x = 16$$

$$\begin{aligned} \frac{8x}{8} &= \frac{16}{8} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

La solución es 2.

Cuando utilices la propiedad multiplicativa de las ecuaciones para resolver una ecuación, multiplica cada lado de ella por el recíproco del coeficiente, cuando éste sea una fracción. Divide cada lado de la ecuación entre el coeficiente cuando éste sea un número entero o un decimal.

EJEMPLO 6Resuelve y comprueba: $4x = 6$ **Solución**

$$4x = 6$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{6}{4}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

- Divide cada lado de la ecuación entre **4**, el coeficiente de x .
- Simplifica cada lado de la ecuación.

Comprobación

$$4x = 6$$

$$4\left(\frac{3}{2}\right) = 6$$

$$6 = 6$$

$$6 = 6$$

- Ésta es una ecuación verdadera. La solución lo comprueba.

La solución es $\frac{3}{2}$.**Problema 6**Resuelve y comprueba: $6x = 10$ **Solución**Revisa la página S5. $\frac{5}{3}$

➡ Intenta resolver el ejercicio 93, página 96.

Antes de utilizar una de las propiedades de las ecuaciones, comprueba para ver si uno o ambos lados de la ecuación se pueden simplificar. En el Ejemplo 7 los términos semejantes aparecen en el lado izquierdo de la ecuación. El primer paso para resolver esta ecuación es simplificar los términos semejantes de manera que sólo haya un término variable en el lado izquierdo de la ecuación.

EJEMPLO 7Resuelve: $5x - 9x = 12$ **Solución**

$$5x - 9x = 12$$

$$-4x = 12$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{12}{-4}$$

$$x = -3$$

$$x = -3$$

- Simplifica los términos semejantes
- Divide entre **-4** cada lado de la ecuación.

La solución es -3 .**Problema 7**Resuelve: $4x - 8x = 16$ **Solución**

Revisa la página S5.

➡ Intenta resolver el ejercicio 117, página 97.

3.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

- Califica cada una de las siguientes opciones como una expresión o una ecuación.
 - $3x + 7 = 9$
 - $3x + 7$
 - $4 - 6(y + 5)$
 - $a + b = 8$
 - $a + b - 8$
- ¿Cuál es la solución de la ecuación $x = 8$? Utiliza tu respuesta para explicar por qué la meta al resolver ecuaciones es dejar la variable sola en un lado de la ecuación.

3. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones están en la forma $x + a = b$? Si una ecuación está en la forma $x + a = b$, ¿qué harías para resolverla?
- a. $d + 7.8 = -9.2$ b. $0.3 = a + 1.4$ c. $-9 = 3y$ d. $-8 + c = -5.6$
4. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones están en la forma $ax = b$? Si una ecuación está en la forma $ax = b$, ¿qué harías para resolverla?
- a. $3y = -12$ b. $2.4 = 0.6a$ c. $-5 = z - 10$ d. $-8c = -56$

Indica si la expresión es siempre verdadera, en ocasiones verdadera o nunca verdadera.

5. Ambos lados de una ecuación se pueden multiplicar por el mismo número sin modificar la solución de ésta.
6. Para una ecuación de la forma $ax = b$, $a \neq 0$, la multiplicación de ambos lados de la ecuación por el recíproco de a resultará en una ecuación de la forma $x = \text{constante}$.
7. Utiliza la propiedad multiplicativa de las ecuaciones para mover un término de un lado de una ecuación.
8. La suma de 3 negativo a cada lado de una ecuación produce el mismo resultado que la resta de 3 a cada lado de la ecuación.

1 Determinar si un número dado es solución de una ecuación (Revisa la página 90).

PREPÁRATE

9. Indica si -3 es solución de la ecuación $9 - 5x = -3 - 9x$.

$9 - 5x$	$= -3 - 9x$
$9 - 5(-3)$	$-3 - 9(-3)$
$9 + \underline{\quad ? \quad}$	$-3 + \underline{\quad ? \quad}$
$\underline{\quad ? \quad}$	$\underline{\quad ? \quad}$

- Sustituye la variable por el número dado, $\underline{\quad ? \quad}$.
- Evalúa las expresiones numéricas.
- Compara los resultados.


Los resultados son $\underline{\quad ? \quad}$; por consiguiente, -3 es solución de la ecuación $9 - 5x = -3 - 9x$.


- | | | |
|--|---|--|
| 10. ¿Es -1 solución de $2b - 1 = 3$? | 11. ¿Es -2 solución de $3a - 4 = 10$? | 12. ¿Es 1 solución de $4 - 2m = 3$? |
| 13. ¿Es 2 solución de $7 - 3n = 2$? | 14. ¿Es 5 solución de $2x + 5 = 3x$? | 15. ¿Es 4 solución de $3y - 4 = 2y$? |
| 16. ¿Es 0 solución de $4a + 5 = 3a + 5$? | ➡ 17. ¿Es 0 solución de $4 - 3b = 4 - 5b$? | 18. ¿Es 3 solución de $z^2 + 1 = 4 + 3z$? |
| 19. ¿Es 2 solución de $2x^2 - 1 = 4x - 1$? | 20. ¿Es 4 solución de $x(x + 1) = x^2 + 5$? | 21. ¿Es 3 solución de $2a(a - 1) = 3a + 3$? |
| 22. ¿Es $-\frac{1}{4}$ solución de $8t + 1 = -1$? | 23. ¿Es $\frac{1}{2}$ solución de $4y + 1 = 3$? | 24. ¿Es $\frac{2}{5}$ solución de $5m + 1 = 10m - 3$? |
| ➡ 25. ¿Es $\frac{3}{4}$ solución de $8x - 1 = 12x + 3$? | 26. ¿Es 2.1 solución de $x^2 - 4x = x + 1.89$? | 27. ¿Es 1.5 solución de $c^2 - 3c = 4c - 8.25$? |

2 Resolver ecuaciones de la forma $x + a = b$ (Revisa las páginas 91-92).

PREPÁRATE



28. Para resolver la ecuación $p - 30 = 57$, utiliza la propiedad aditiva de las ecuaciones para sumar $\underline{\quad ? \quad}$ a cada lado de la ecuación. La solución es $\underline{\quad ? \quad}$.
29. Para resolver la ecuación $18 + n = 25$, $\underline{\quad ? \quad}$ 18 a cada lado de la ecuación. La solución es $\underline{\quad ? \quad}$.

30.  Sin resolver la ecuación $x + \frac{13}{15} = -\frac{21}{43}$, indica si x es menor o mayor que $-\frac{21}{43}$. Explica tu respuesta.



31.  Sin resolver la ecuación $x - \frac{11}{16} = \frac{19}{24}$, indica si x es menor o mayor que $\frac{19}{24}$.

Explica tu respuesta.

Resuelve y comprueba.


- | | | | |
|--------------------------------------|---|---------------------------------------|--------------------------------------|
| 32. $x + 5 = 7$ | 33. $y + 3 = 9$ | 34. $b - 4 = 11$ | 35. $z - 6 = 10$ |
| 36. $2 + a = 8$ | 37. $5 + x = 12$ | 38. $m + 9 = 3$ | 39. $t + 12 = 10$ |
| 40. $n - 5 = -2$ | 41. $x - 6 = -5$ | 42. $b + 7 = 7$ | 43. $y - 5 = -5$ |
| 44. $a - 3 = -5$ |  45. $x - 6 = -3$ | 46. $z + 9 = 2$ | 47. $n + 11 = 1$ |
| 48. $10 + m = 3$ | 49. $8 + x = 5$ | 50. $9 + x = -3$ | 51. $10 + y = -4$ |
| 52. $b - 5 = -3$ | 53. $t - 6 = -4$ | 54. $2 = x + 7$ | 55. $-8 = n + 1$ |
| 56. $4 = m - 11$ | 57. $-6 = y - 5$ | 58. $12 = 3 + w$ | 59. $-9 = 5 + x$ |
| 60. $4 = -10 + b$ | 61. $-7 = -2 + x$ | 62. $m + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$ | 63. $c + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$ |
| 64. $x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ |  65. $x - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ | 66. $\frac{5}{8} + y = \frac{1}{8}$ | 67. $\frac{4}{9} + a = -\frac{2}{9}$ |
| 68. $-\frac{5}{6} = x - \frac{1}{4}$ | 69. $-\frac{1}{4} = c - \frac{2}{3}$ | 70. $-\frac{1}{21} = m + \frac{2}{3}$ | |
| 71. $\frac{5}{9} = b - \frac{1}{3}$ | 72. $\frac{5}{12} = n + \frac{3}{4}$ | 73. $d + 1.3619 = 2.0148$ | |
| 74. $w + 2.932 = 4.801$ | 75. $-0.813 + x = -1.096$ | 76. $-1.926 + t = -1.042$ | |


3 Resolver ecuaciones de la forma $ax = b$ (Revisa las páginas 92-94).

77.  ¿Cómo se utiliza la propiedad multiplicativa de las ecuaciones para resolver una ecuación?
78.  ¿Por qué cuando se utiliza la propiedad multiplicativa de las ecuaciones, el número que multiplica cada lado de la ecuación debe ser diferente de cero?


PREPÁRATE

79. Para resolver la ecuación $\frac{2}{3}w = -18$, utiliza la propiedad multiplicativa de las ecuaciones para multiplicar por ? cada lado de la ecuación. La solución es ?.
80. Para resolver la ecuación $56 = 8n$, ? entre 8 cada lado de la ecuación. La solución es ?.

81.  Sin resolver la ecuación $-\frac{15}{41}x = -\frac{23}{25}$, indica si x es menor o mayor que cero. Explica tu respuesta.

82.  Sin resolver la ecuación $\frac{5}{28}x = -\frac{3}{44}$, indica si x es menor o mayor que cero. Explica tu respuesta.

Resuelve y comprueba.

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|--|---------------------------|
| 83. $5x = 15$ | 84. $4y = 28$ | 85. $3b = -12$ | 86. $2a = -14$ |
| 87. $-3x = 6$ | 88. $-5m = 20$ | 89. $-3x = -27$ | 90. $-6n = -30$ |
| 91. $20 = 4c$ | 92. $18 = 2t$ |  93. $-32 = 8w$ | 94. $-56 = 7x$ |
| 95. $8d = 0$ | 96. $-5x = 0$ | 97. $-64 = 8a$ | 98. $-32 = -4y$ |
| 99. $\frac{x}{3} = 2$ | 100. $\frac{x}{4} = 3$ | 101. $-\frac{y}{2} = 5$ | 102. $-\frac{b}{3} = 6$ |
| 103. $\frac{n}{7} = -4$ | 104. $\frac{t}{6} = -3$ | 105. $\frac{2}{5}x = 12$ | 106. $-\frac{4}{3}c = -8$ |

107. $\frac{5}{6}y = -20$

108. $-\frac{2}{3}d = 8$

109. $\frac{2n}{3} = 2$

110. $\frac{5x}{6} = -10$

111. $\frac{-3z}{8} = 9$

112. $\frac{-4x}{5} = -12$

113. $-6 = -\frac{2}{3}y$

114. $-15 = -\frac{3}{5}x$

115. $3n + 2n = 20$

116. $7d - 4d = 9$

117. $10y - 3y = 21$

118. $2x - 5x = 9$

119. $\frac{x}{1.4} = 3.2$

120. $\frac{z}{2.9} = -7.8$

121. $3.4a = 7.004$

122. $-1.6m = 5.44$

123.  En la ecuación $15x = y$, y es un número entero positivo. ¿El valor de x es un número negativo?

124.  En la ecuación $-6x = y$, y es un número entero negativo. ¿El valor de x es un número negativo?

125.  En la ecuación $-\frac{1}{4}x = y$, y es un número entero positivo. ¿El valor de x es un número negativo?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Resuelve.

126. $\frac{2m + m}{5} = -9$

127. $\frac{3y - 8y}{7} = 15$

128. $\frac{1}{\frac{1}{x}} = 5$

129. $\frac{1}{\frac{1}{x}} + 8 = -19$

130. $\frac{4}{\frac{3}{b}} = 8$

131. $\frac{5}{\frac{7}{a}} - \frac{3}{\frac{7}{a}} = 6$

132. Resuelve para x : $x \div 28 = 1481$ residuo 25

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

133. Formula una ecuación de la forma $x + a = b$ que tenga a 2 como solución.

134. Formula una ecuación de la forma $ax = b$ que tenga a -2 como solución.

135. Dos números forman un “par doble” si la suma de los recíprocos es igual a 2. Por ejemplo, $\frac{8}{15}$ y 8 son un par doble debido a que $\frac{15}{8} + \frac{1}{8} = 2$. Si dos números a y b forman un par doble y, $a = \frac{7}{3}$, ¿cuál es el valor de b ?

136. Utiliza los números 5, 10 y 15 para llenar los cuadros en la ecuación $x + \square = \square - \square$.

- ¿Cuál es la solución con el número más grande posible?
- ¿Cuál es la solución con el número más pequeño posible?

137. Relaciona la ecuación con letra con la pregunta con número que se puede utilizar para resolver la ecuación.

- | | |
|----------------------|---|
| a. $x + 3 = 8$ | i. ¿4 veces qué número es igual a 16? |
| b. $x - 5 = 20$ | ii. ¿Qué número menos 5 es igual a 20? |
| c. $4x = 16$ | iii. ¿99 es igual a -9 veces qué número? |
| d. $\frac{x}{7} = 1$ | iv. ¿Qué número más 3 es igual a 8? |
| e. $99 = -9x$ | v. ¿Qué número dividido entre 7 es igual a 1? |

3.2

Aplicaciones de las ecuaciones de la forma $ax = b$

OBJETIVO 1

Aplicaciones del porcentaje

Resolver un problema que involucra porcentajes requiere resolver la ecuación básica del porcentaje.

ECUACIÓN BÁSICA DEL PORCENTAJEPorcentaje \cdot base = cantidad

$$P \cdot B = A$$

Para convertir en una ecuación un problema que involucra porcentajes, recuerda que la palabra *de* se convierte en “multiplica” y la palabra *es* se convierte en “=.” La base por lo general sigue a la palabra *de*.

Concéntrate en resolver la ecuación básica del porcentaje para la base

¿20% de qué número es 30?

Dado: $P = 20\% = 0.20$

$A = 30$

Desconocido: Base

$$\begin{aligned} PB &= A \\ (0.20)B &= 30 \\ \frac{0.20B}{0.20} &= \frac{30}{0.20} \\ B &= 150 \end{aligned}$$

20% de 150 es 30.

Concéntrate en resolver la ecuación básica del porcentaje para el porcentaje

¿Qué porcentaje de 40 es 30?

Dado: $B = 40$

$A = 30$

Desconocido: Porcentaje

Para responder la pregunta debemos escribir la fracción como porcentaje.

$$\begin{aligned} PB &= A \\ P(40) &= 30 \\ 40P &= 30 \\ \frac{40P}{40} &= \frac{30}{40} \\ P &= \frac{3}{4} \\ P &= 75\% \end{aligned}$$

30 es 75% de 40.

Concéntrate en resolver la ecuación básica del porcentaje para la cantidad

Calcula 25% de 200.

Dado: $P = 25\% = 0.25$

$B = 200$

Desconocido: Cantidad

$$\begin{aligned} PB &= A \\ 0.25(200) &= A \\ 50 &= A \end{aligned}$$

25% de 200 es 50.

En la mayoría de los casos escribimos el porcentaje como decimal antes de resolver la ecuación básica del porcentaje. Sin embargo, algunos porcentajes se escriben más fácilmente como fracción. Por ejemplo,

$$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3} \quad 66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3} \quad 16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6} \quad 83\frac{1}{3}\% = \frac{5}{6}$$

EJEMPLO 1¿12 es $33\frac{1}{3}\%$ de qué número?**Solución**

$$PB = A$$

$$\frac{1}{3}B = 12$$

$$3 \cdot \frac{1}{3}B = 3 \cdot 12$$

$$B = 36$$

$$\bullet P = 33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}; A = 12$$

• **Multiplica** cada lado de la ecuación **por 3**, el recíproco de $\frac{1}{3}$.

12 es $33\frac{1}{3}\%$ de 36.**Problema 1**

¿Qué porcentaje de 60 es 27?

Solución

Revisa la página S5.

➡ Intenta resolver el ejercicio 11, página 104.

EJEMPLO 2

🎨 Durante un año reciente, casi 1.2 millones de perros o camadas se registraron en el American Kennel Club. La raza más popular fue el Labrador perdiguero, con 172,841 registrados. ¿Qué porcentaje de los registros fue de Labrador perdiguero? Redondea a la décima más cercana de un porcentaje. (*Fuente: American Kennel Club*).

Estrategia

Para calcular el porcentaje, resuelve la ecuación básica del porcentaje utilizando $B = 1.2$ millones $= 1,200,000$ y $A = 172,841$. El porcentaje no es conocido.

Solución

$$PB = A$$

$$P(1,200,000) = 172,841$$

$$\frac{P(1,200,000)}{1,200,000} = \frac{172,841}{1,200,000}$$

$$P \approx 0.144$$

$$P \approx 14.4\%$$

$$\bullet B = 1,200,000; A = 172,841$$

• **Divide entre 1,200,000** cada lado de la ecuación.

• **Reescribe el decimal como porcentaje.**

Aproximadamente 14.4% de los registros fue de Labrador perdiguero.

Problema 2

Un estudiante respondió correctamente a 72 de 80 preguntas en un examen. ¿Qué porcentaje de preguntas respondió correctamente?

Solución

Revisa la página S5.

➡ Intenta resolver el ejercicio 43, página 105.

Punto de interés

Como se observa a la derecha, 172,841 de los perros o camadas registrados fueron de Labrador perdiguero. A continuación presentamos una lista de las siguientes razas más populares y sus registros.

Perdiguero dorado: 66,300

Pastor alemán: 57,660

Perro salchicha: 54,773

Beagle: 52,026

EJEMPLO 3

🎨 Según los Centros para el Control y la Prevención de Enfermedades, 30.8% de la población adulta de Kentucky fuma. ¿Cuántos adultos en Kentucky fuman? Utiliza una cifra de 3,000,000 para el número de adultos en Kentucky.

Estrategia

Para determinar el número de adultos que fuman, resuelve la ecuación básica del porcentaje utilizando $B = 3,000,000$ y $P = 30.8\% = 0.308$. La cantidad no es conocida.

Solución

$$PB = A$$

$$0.308(3,000,000) = A$$

$$924,000 = A$$

$$\bullet P = 0.308, B = 3,000,000$$

• **Multiplica 0.308 por 3,000,000.**

Aproximadamente 924,000 adultos en Kentucky fuman.

Problema 3 El precio de una videocámara digital es \$895. Al precio se agrega 6% de impuesto sobre ventas. ¿Cuánto es el impuesto sobre ventas?

Solución Revisa la página S5.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 39, página 105.*

El interés simple que una inversión gana está dado por la ecuación

$$I = Prt$$

donde I es el interés simple, P es el principal, o cantidad invertida, r la tasa de interés simple y t el tiempo.

Concéntrate en resolver un problema utilizando la ecuación del interés simple

Una inversión de \$1500 tiene una tasa de interés simple anual de 7%. Calcula el interés simple ganado sobre la inversión después de 18 meses.

El tiempo está dado en meses, pero la tasa de interés es anual. Por consiguiente, debemos convertir 18 meses en años.

$$18 \text{ meses} = \frac{18}{12} \text{ años} = 1.5 \text{ años}$$

Para calcular el interés ganado, resuelve para I la ecuación $I = Prt$ utilizando $P = 1500$, $r = 0.07$, y $t = 1.5$.

$$\begin{aligned} I &= Prt \\ I &= 1500(0.07)(1.5) \\ I &= 157.5 \end{aligned}$$

El interés ganado es \$157.50.

EJEMPLO 4

En abril le cargaron a Marshall Wardell \$8.72 de intereses sobre un saldo pendiente de pago de \$545 de una tarjeta de crédito. Calcula la tasa de interés anual de esta tarjeta de crédito.

Estrategia

El interés es \$8.72, por consiguiente, $I = 8.72$. El saldo pendiente de pago es \$545. Este es el principal sobre el cual se calcula el interés. Por consiguiente, $P = 545$. El tiempo es 1 mes. Debido a que se debe calcular la tasa de interés *anual* y el tiempo está dado como 1 mes, escribe 1 mes como $\frac{1}{12}$ año. Por consiguiente, $t = \frac{1}{12}$. Para calcular la tasa de interés, resuelve para r la ecuación $I = Prt$.

Solución

$$I = Prt$$

$$8.72 = 545r\left(\frac{1}{12}\right)$$

$$\bullet I = 8.72, P = 545, t = \frac{1}{12}$$

$$8.72 = \frac{545}{12}r$$

$$\bullet \text{ Multiplica 545 por } \frac{1}{12}.$$

$$\frac{12}{545}(8.72) = \frac{12}{545}\left(\frac{545}{12}r\right)$$

$$\bullet \text{ Multiplica cada lado de la ecuación por } \frac{12}{545}, \text{ el recíproco de } \frac{545}{12}.$$

$$0.192 = r$$

La tasa de interés anual es 19.2%.

Problema 4

Clarissa Adams compró un bono municipal que gana una tasa de interés simple anual de 6.4%. ¿Cuánto debe depositar en una cuenta bancaria que gana un interés simple anual de 8% de manera que la tasa de interés ganada de cada cuenta después de un año sea la misma?

Toma nota

Las agencias gubernamentales con frecuencia venden bonos municipales para financiar carreteras, acueductos y otros servicios públicos básicos. A un inversionista que compra uno de esos bonos le pagan intereses sobre el costo del bono durante cierto número de años. Cuando expira ese periodo, el costo del bono se devuelve al inversionista.

Punto de interés

En la industria de la joyería, la cantidad de oro vendida en un artículo se mide en quilates. El oro puro es de 24 quilates. Un collar de 18 quilates es $\frac{18}{24} = 0.75 = 75\%$ oro.

Solución Revisa la páginas S5–S6.

➡ Intenta resolver el ejercicio 51, página 106.

La cantidad de una sustancia en una solución se puede dar como porcentaje de la solución total. Por ejemplo, si se anuncia que cierta bebida de jugo de fruta contiene 27% de jugo de arándano, entonces 27% del contenido de la botella debe ser jugo de arándano.

Los problemas que implican mezclas se resuelven por medio de la ecuación del porcentaje de la mezcla

$$Q = Ar$$

donde Q es la cantidad de una sustancia en la solución, A la cantidad de la solución y r el porcentaje de concentración de la sustancia.

Concéntrate en resolver un problema utilizando la ecuación del porcentaje de la mezcla

La fórmula de un perfume requiere que la concentración de jazmín sea 1.2% de la cantidad total de perfume. ¿Cuántas onzas de jazmín hay en una botella de 2 onzas de este perfume?

La cantidad de perfume es 2 onzas. Por consiguiente, $A = 2$. El porcentaje de concentración es 1.2%, de manera que $r = 0.012$. Para determinar el número de onzas de jazmín, resuelve la ecuación $Q = Ar$ para Q .

$$\begin{aligned} Q &= Ar \\ Q &= 2(0.012) \\ Q &= 0.024 \end{aligned}$$

La botella contiene 0.024 onzas de jazmín.

EJEMPLO 5

Para preparar cierto tono de azul, 1 galón de pintura debe contener 1 onza de cianíctero. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de cianíctero en la pintura?

Estrategia

La cantidad de cianíctero está dada en onzas y la de pintura en galones; debemos convertir onzas en galones o viceversa. Para este problema convertiremos los galones en onzas: 1 galón = 128 onzas. Por consiguiente, $A = 128$. La cantidad de cianíctero en la pintura es 4 onzas; $Q = 4$. Para calcular el porcentaje de concentración, resuelve para r la ecuación $Q = Ar$.

Solución

$$\begin{aligned} Q &= Ar \\ 4 &= 128r \\ \frac{4}{128} &= \frac{128r}{128} \\ 0.03125 &= r \end{aligned}$$

El porcentaje de concentración de cianíctero es 3.125%.

Problema 5

La concentración de azúcar en el cereal Choco-Pops es de 25%. Si un tazón de este cereal contiene 2 onzas de azúcar, ¿cuántas onzas de cereal hay en el tazón?

Solución Revisa la página S6.

➡ Intenta resolver el ejercicio 59, página 106.

OBJETIVO 2 Movimiento uniforme

Toma nota

Un automóvil que viaja en círculo a una velocidad constante de 45 mph *no* está en movimiento uniforme, debido a que su dirección siempre está cambiando.

Se dice que cualquier objeto que viaja a una velocidad constante en línea recta está en *movimiento uniforme*. **Movimiento uniforme** significa que la velocidad y la dirección de un objeto no cambian. Por ejemplo, un automóvil que viaja a una velocidad constante de 45 mph en una carretera recta está en movimiento uniforme.

La solución de un problema de movimiento uniforme se basa en la ecuación $d = rt$, donde d es la distancia recorrida, r la velocidad del viaje y t el tiempo transcurrido durante el viaje. Supongamos que un automóvil viaja a 50 mph durante 3h. Debido a que la tasa de velocidad (50 mph) y el tiempo (3 h) son conocidos, podemos calcular la distancia recorrida resolviendo para d la ecuación $d = rt$.

$$\begin{aligned}d &= rt \\d &= 50(3) \quad \bullet \quad r = 50, t = 3 \\d &= 150\end{aligned}$$

El automóvil viaja una distancia de 150 mph.

Concéntrate

en resolver un problema utilizando la ecuación $d = rt$

Un deportista corre 3 millas en 45 minutos. ¿Cuál es la velocidad del deportista en millas por hora?

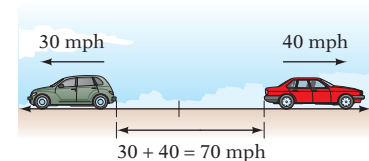
Debido a que la respuesta se debe expresar en millas por *hora* y el tiempo está dado en *minutos*, convierte 45 minutos en horas.

Para calcular la velocidad del deportista, resuelve para r la ecuación $d = rt$ utilizando $d = 3$ y $t = \frac{3}{4}$.

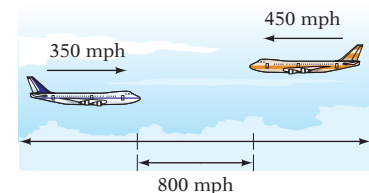
$$\begin{aligned}45 \text{ min} &= \frac{3}{4} \text{ h} \\d &= rt \\3 &= r\left(\frac{3}{4}\right) \\3 &= \frac{3}{4}r \\ \left(\frac{4}{3}\right)3 &= \left(\frac{4}{3}\right)\frac{3}{4}r \\4 &= r\end{aligned}$$

La velocidad del deportista es 4 mph.

Si dos objetos se mueven en direcciones opuestas, entonces la velocidad a la cual la distancia entre ellos se incrementa es la suma de las velocidades de los dos objetos. Por ejemplo, en el diagrama de la derecha, dos automóviles parten del mismo punto y viajan en direcciones opuestas. La distancia entre ellos cambia a la velocidad de **70 mph**.



De manera similar, si dos objetos se mueven uno hacia el otro, la distancia entre ellos disminuye a una velocidad que es igual a la suma de las velocidades. La tasa a la cual los dos aviones de la derecha se acercan uno al otro es de **800 mph**.

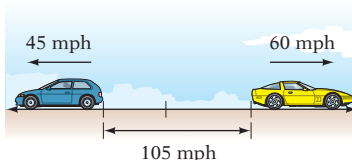


EJEMPLO 6

Dos automóviles parten del mismo punto y se mueven en direcciones opuestas. El automóvil que se mueve hacia el oeste viaja a 45 mph y el que se mueve hacia el este viaja a 68 mph. ¿En cuántas horas estarán los automóviles a 210 millas de distancia?

Estrategia

La distancia es 210 millas. Por consiguiente, $d = 210$. Los automóviles se mueven en direcciones opuestas, de manera que la tasa de velocidad a la cual cambia la distancia entre ellos es la suma de la velocidad de los dos automóviles. La velocidad es $45 \text{ mph} + 60 \text{ mph} = 105 \text{ mph}$. Por consiguiente, $r = 105$. Para calcular el tiempo, resuelve para t la ecuación $d = rt$.



Solución

$$d = rt$$

$$210 = 105t$$

$$\frac{210}{105} = \frac{105t}{105}$$

$$2 = t$$

$$\bullet d = 210, r = 105$$

• **Divide** cada lado de la ecuación **entre 105**, el coeficiente de t .

En 2 horas, los automóviles estarán a 210 millas de distancia.

Problema 6

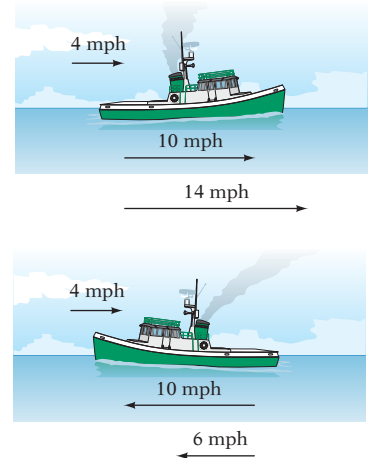
Dos ciclistas parten al mismo tiempo de los extremos opuestos de una pista de 80 millas. Un ciclista viaja a 18 mph y el segundo a 14 mph. ¿Cuánto tiempo después de que partieron se encontrarán?

Solución

Revisa la página S6.

➡ Intenta resolver el ejercicio 81, página 108.

Si una lancha de motor está en un río que fluye a una tasa de velocidad de **4 mph**, la lancha flotará río abajo a una velocidad de **4 mph**, aun cuando el motor no esté encendido. Ahora supongamos que encienden el motor y se ajusta la energía de manera que la lancha viajará a **10 mph** sin la ayuda de la corriente. Entonces, si la lancha se mueve *con* la corriente, su velocidad efectiva es la velocidad de la lancha utilizando energía más la velocidad de la corriente: **10 mph + 4 mph = 14 mph**. Sin embargo, si la lancha se mueve *contra* la corriente, ésta disminuye la velocidad de la lancha y su velocidad efectiva es la velocidad de la lancha utilizando energía menos la velocidad de la corriente: **10 mph - 4 mph = 6 mph**.



Existen otras situaciones en las cuales se pueden aplicar estos conceptos.

Toma nota

"pies/s" es una abreviación de "pies por segundo."

EJEMPLO 7

Un pasajero de una aerolínea camina entre dos terminales y decide subirse a una escalera móvil de 150 pies de largo. Si el pasajero camina a una tasa de velocidad de 70 pies/s y la escalera móvil se mueve a una tasa de velocidad de 9 pies/s, ¿cuánto tiempo, en segundos, le llevará al pasajero caminar de un extremo de la escalera móvil al otro?

Estrategia

La distancia es 150 pies. Por consiguiente, $d = 150$. El pasajero viaja a 7 pies/s y la escalera móvil a 9 pies/s. La tasa de velocidad del pasajero es la suma de las dos tasas, o 16 pies/s. Por consiguiente, $r = 16$. Para calcular el tiempo, resuelve para t la ecuación $d = rt$.

Solución

$$d = rt$$

$$150 = 16t$$

$$\frac{150}{16} = \frac{16t}{16}$$

$$9.375 = t$$

$$\bullet d = 150, r = 16$$

• **Divide** cada lado de la ecuación **entre 16**, el coeficiente de t .

Al pasajero le llevará 9.375 s recorrer el largo de la escalera móvil.

Problema 7

Un avión que normalmente puede viajar a 250 mph con viento en calma vuela hacia un viento de frente de 25 mph. ¿Qué tan lejos puede volar el avión en 3 h?

Solución

Revisa la página S6.

➡ Intenta resolver el ejercicio 79, página 108.



3.2 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS




Identifica la cantidad y la base.

- 30 es 75% de 40.
- 40% de 20 es 8.
- Keith y Jennifer partieron al mismo tiempo y viajaron uno hacia el otro en una carretera recta. Cuando se encontraron, Keith había viajado 15 millas y Jennifer 10. ¿Quién tuvo la velocidad promedio mayor?
- Supongamos que tienes una lancha de motor con la válvula fija para mover la lancha a 8 mph en aguas en calma y que la tasa de velocidad de la corriente de un río es 4 mph.
 - ¿Cuál es la velocidad de la lancha cuando viaja con la corriente en este río?
 - ¿Cuál es la velocidad de la lancha cuando viaja contra la corriente en este río?

1 Aplicaciones del porcentaje (Revisa las páginas 97-101).

-  El empleado A tenía un sueldo anual de \$52,000, el empleado B de \$58,000 y el empleado C de \$56,000 antes de que a cada empleado le otorgaran un incremento de 5%. ¿Cuál de los tres empleados tiene ahora el sueldo anual más alto? Explica cómo llegaste a tu respuesta.
-  Cada uno de tres empleados percibía un sueldo anual de \$65,000 antes de que al empleado A le otorgaran un incremento de 3%, al empleado B uno de 6% y al empleado C uno de 4.5%. ¿Cuál de los tres empleados tiene ahora el sueldo anual más alto? Explica cómo llegaste a tu respuesta.

Resuelve.

- ¿Qué porcentaje de 50 es 12?
- ¿Qué porcentaje de 125 es 50?
- Calcula 18% de 40.
- ¿Cuánto es 25% de 60?
-  12% de qué número es 48?
- ¿45% de qué número es 9?
- Calcula el $33\frac{1}{3}\%$ de 27?
- Calcula el $16\frac{2}{3}\%$ de 30.
- ¿Qué porcentaje de 12 es 3?
- ¿Qué porcentaje de 15 es 10?
- ¿60% de qué número es 3?
- ¿75% de qué número es 6?
- ¿Qué porcentaje de 6 es 12?
- ¿Qué porcentaje de 16 es 20?
- $5\frac{1}{4}\%$ de qué número es 21?
- $37\frac{1}{2}\%$ de qué número es 15?
- Calcula 15.4% de 50.
- ¿Cuánto es 18.5% de 46?
- 1 es 0.5% de qué número?
- ¿3 es 1.5% de qué número?
- $\frac{3}{4}\%$ de qué número es 3?
- $\frac{1}{2}\%$ de qué número es 3?
- Calcula 125% de 16.
- ¿Cuánto es 250% de 12?
- ¿Qué porcentaje de 20.4 es 16.4? Redondea al porcentaje más cercano.
- Calcula 18.3% de 625. Redondea a la décima más cercana.
-  Sin resolver una ecuación, determina si 40% de 80 es menor que, igual a, o mayor que 80% de 40.
-  Sin resolver una ecuación, indica si $\frac{1}{4}\%$ de 80 es menor que, igual a, o mayor que 25% de 80.

PREPÁRATE

Resuelve los ejercicios 35 y 36 sustituyendo los signos de interrogación con el número correcto de la situación del problema o con la palabra *desconocido*.

- 35. Situación del problema:** Llovió 24 de los 30 días de junio. ¿Qué porcentaje de días en junio fueron lluviosos?

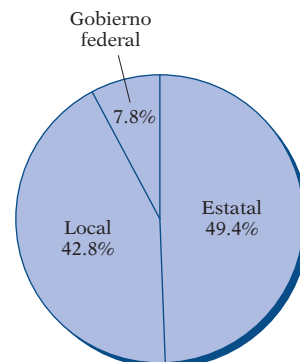
Utilizando la fórmula $PB = A$, $P = \underline{\quad? \quad}$, $B = \underline{\quad? \quad}$ y $A = \underline{\quad? \quad}$.

- 36. Situación del problema:** Compraste un automóvil usado e hiciste un pago inicial de 25% del precio de compra de \$16,000. ¿Cuál fue el pago inicial?

Utilizando la fórmula $PB = A$, $P = \underline{\quad? \quad}$, $B = \underline{\quad? \quad}$ y $A = \underline{\quad? \quad}$.

- 37. Estadios** El Arthur Ashe Tennis Stadium en Nueva York tiene una capacidad para 22,500 personas sentadas. De esos asientos, 1.11% es accesible con silla de ruedas. ¿Cuántos asientos en el estadio son accesibles para silla de ruedas? Redondea al número entero más cercano.

- 38. Educación** La gráfica de la derecha muestra las fuentes de ingresos en un año reciente de las escuelas públicas en Estados Unidos. Los ingresos totales fueron de 419,800 millones de dólares. ¿Cuántos miles de millones de dólares más recibieron las escuelas públicas del estado que del gobierno federal? Redondea al millar de millones de dólares más cercano. (Fuente: Oficina del Censo).

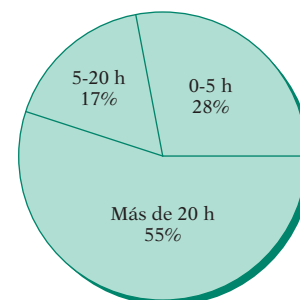


Fuentes de ingresos de las escuelas públicas.

- 39. Recursos naturales** En promedio, una persona utiliza 13.2 galones de agua al día para ducharse. Esto es 17.8% de la cantidad total de agua utilizada por persona al día en el hogar promedio de una familia. Calcula la cantidad total de agua utilizada por persona al día en el hogar promedio de una familia. Redondea al número entero más cercano. (Fuente: American Water Works Association).

- 40. Viajes** Según la Encuesta Anual de Vacaciones de Verano realizada por Myvesta, una organización sin fines de lucro de educación del consumidor, las vacaciones promedio en el verano cuestan \$2252. Si \$1850 de esta cantidad se cargan a una tarjeta de crédito, ¿qué porcentaje del costo de las vacaciones se carga? Redondea a la décima más cercana.

- 41. La Internet** La gráfica de la derecha muestra las respuestas a una encuesta de Yahoo! que preguntaba a las personas cuántas horas a la semana pasan típicamente en línea. ¿A cuántas personas entrevistaron?



Horas por semana en línea



- 42. Salud** La cantidad máxima recomendada de sodio para un adulto saludable es 2300 mg. Una Quarter Pounder con queso de MacDonald's contiene aproximadamente 1190 mg de sodio. ¿Qué porcentaje de la cantidad máxima diaria recomendada de sodio contiene una de éstas? Redondea a la décima más cercana. (Fuente: Consumer Reports, agosto de 2010).

- 43. Seguridad** Recientemente, el Consejo de Seguridad Nacional recabó datos sobre las principales causas de muerte accidental. Los descubrimientos revelaron que para las personas de 20 años, 30 fallecían a causa de una caída, 47 en un incendio, 200 ahogadas y 1950 por accidentes vehiculares. ¿Qué porcentaje de muertes accidentales no se atribuyó a estos últimos? Redondea al porcentaje más cercano.

- 44. Salud** Según la revista *Health*, el estadounidense promedio ha incrementado 11.6% su consumo diario de calorías en comparación con hace 18 años. Si el consumo promedio diario era de 1970 calorías hace 18 años, ¿cuál es el consumo promedio diario en la actualidad? Redondea al número entero más cercano.

- 45. Energía** La Oficina de Información sobre Energía reporta que si cada hogar de Estados Unidos cambiara 4 horas de iluminación por día de focos incandescentes a focos fluorescentes, ahorraríamos 31,770 millones de kilowatts-hora de electricidad al año, o 33% de la electricidad total utilizada para la iluminación doméstica. ¿Cuál es el total de electricidad utilizado para iluminación doméstica en ese país? Redondea a la décima más cercana de millar de millones.

- 46. Gobierno Federal** Para anular un veto presidencial, por lo menos $66\frac{2}{3}\%$ del Senado debe votar para anularlo. Hay 100 senadores en el Senado. ¿Cuál es el número mínimo de votos necesarios para anular un veto?

47.  **Super Bowl** Según Associated Press, 106.5 millones de personas vieron el Super Bowl XLIV. ¿Qué porcentaje de la población de Estados Unidos vio el Super Bowl XLIV? Utiliza una cifra de 310 millones para la población de Estados Unidos. Redondea a la décima más cercana.
48.  **Maratón de Boston** Revisa el recorte de noticias de la derecha. ¿Qué porcentaje de corredores que inició el recorrido completó la carrera? Redondea a la décima de porcentaje más cercana.
49. **Consumo** Un tractor hidrostático de 20 caballos de fuerza para césped se vende a \$1,579.99, 11% más del precio de un tractor para césped con transmisión estándar. ¿Cuál es el precio del modelo menos costoso? Redondea al centavo más cercano.
50. **Inversión** Si Miranda Perry invierte \$2500 en una cuenta que gana una tasa de interés simple anual de 8%, ¿cuánto interés habrá ganado Miranda después de 9 meses?
- ➡ 51. **Inversión** Kachina Carson invierte \$1200 en una cuenta de interés simple y gana \$72 en 8 meses. ¿Cuál es la tasa de interés simple?
52. **Inversión** ¿Cuánto dinero debe invertir Andrea durante 2 años en una cuenta que gana una tasa de interés simple anual de 8% si quiere ganar \$300 de la inversión?
53. **Inversión** Sal Boxer dividió un regalo de \$3000 en dos cuentas diferentes. Colocó \$1000 en una que ganaba una tasa de interés simple anual de 7.5%. El dinero restante lo colocó en otra que ganaba un interés simple anual de 8.25%. ¿Cuánto interés ganó Sal de las dos cuentas después de un año?
54. **Inversión** Si Americo invierte \$2500 a una tasa de interés simple anual de 8% y Octavia invierte \$3000 a una tasa de interés simple anual de 7%, ¿quién de los dos ganará la mayor cantidad de intereses en un año?
55. **Inversión** Makana invirtió \$900 en una cuenta que ganaba un interés simple anual que era 1% más alto que la tasa que ganaba su amiga Marlys sobre su inversión. Si Marlys ganó \$51 después de un año de una inversión de \$850, ¿cuánto ganó Makana después de un año?
56. **Inversión** Una inversión de \$2000 a una tasa de interés simple anual de 6% ganó tanto interés después de un año como otra inversión en una cuenta que ganaba un interés simple anual de 8%. ¿Cuánto se invirtió al 8%?
57. **Inversión** Un inversionista coloca \$1000 en una cuenta que gana un interés simple anual de 9% y \$1000 en una que gana un interés simple anual de 6%. Si cada inversión se deja en la cuenta durante el mismo periodo, ¿la tasa de interés sobre la inversión combinada es menor que 6%, entre 6% y 9%, o mayor que 9%?
58. **Problema de mezcla** La concentración de platino en un collar es de 15%. El collar pesa 12 gramos. Calcula la cantidad de platino en el collar.
- ➡ 59. **Problema de mezcla** Una solución de 250 mililitros de un tinte para telas contiene 5 ml de peróxido de hidrógeno. ¿Cuál es el porcentaje de concentración del peróxido de hidrógeno?
60. **Problema de mezcla** Una alfombra está elaborada de una mezcla de lana y de otras fibras. Si la concentración de lana en la alfombra es de 75% y ésta pesa 175 libras, ¿cuánta lana hay en la alfombra?
61. **Problema de mezcla** 32 onzas de la bebida de fruta sabor manzana Apple Dan contienen 8 onzas de jugo de manzana. Cuarenta onzas de una marca genérica de bebida de fruta del mismo sabor contienen 9 onzas de jugo de manzana. ¿Cuál de las dos marcas contiene la mayor concentración de jugo de manzana?
62. **Problema de mezcla** Los panaderos utilizan jarabe simple en muchas de sus recetas, el cual se elabora combinando 500 g de azúcar con 500 g de agua y mezclando bien hasta que el azúcar se disuelve. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de azúcar en el jarabe simple?

En las noticias

Miles completan el maratón de Boston




Este año había 26,735 en el Maratón de Boston, el maratón anual más antiguo del mundo. De quienes se registraron, 23,126 personas iniciaron la carrera y 22,629 completaron la carrera de 26.2 millas.

Fuente: www.bostonmarathon.org

63. **Problema de mezcla** Un farmacéutico tiene 50 g de una crema tópica que contiene 75% de glicerina. ¿Cuántos gramos de crema no son de glicerina?
64. **Problema de mezcla** Un químico tiene 100 ml de una solución que es 9% ácido acético. Si el químico le agrega 50 ml de agua pura a esta solución, ¿cuál es el porcentaje de concentración de la mezcla resultante?
65. **Problema de mezcla** Una solución de 500 g de sal y agua contiene 50 g de sal. Esta mezcla se deja al aire libre y 100 g de agua se evaporan de la solución. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de sal en la solución restante?

2 Movimiento uniforme (Revisa las páginas 102–103).

PREPÁRATE

66. En la fórmula $d = rt$, d representa ?, r ? y t ?.
67. Un automóvil que viaja 10 millas en 30 minutos viaja a una tasa de velocidad de ? millas por hora.
68. María y Nathan empiezan a caminar al mismo tiempo. María camina a 3 mph y Nathan a 2.5 mph. Después de t horas, María ha caminado ? millas y Nathan ? millas.
69. Un avión vuela a una tasa de velocidad de 325 mph con viento en calma. El viento sopla a 30mph. Volando con el viento, el avión viaja ? mph. Volando contra el viento, el avión viaja ? mph.
70.  Joe y John viven a 2 millas de distancia. Salen de sus casas a la misma hora y caminan uno hacia el otro hasta que se encuentran. Joe camina más rápido que John.
- ¿La distancia recorrida por Joe es menor que, igual a, o mayor que la distancia recorrida por John?
 - ¿El tiempo que Joe pasa caminando es menor que, igual a, o mayor que el tiempo que John pasa caminando?
 - ¿Cuál es la distancia total recorrida por ambos, Joe y John?
71.  Morgan y Emma viajan en sus bicicletas de la casa de Morgan a la tienda. Morgan empieza a andar en bicicleta 5 minutos antes que Emma, quien es más rápida que él y la alcanza justo cuando llegan a la tienda.
- ¿La distancia recorrida por Emma es mayor que, igual a, o mayor que la distancia recorrida por Morgan?
 - ¿El tiempo que pasa Emma en bicicleta es menor que, igual a, o mayor que el tiempo que pasa Morgan en bicicleta?
72.  **Trenes** Revisa el recorte de noticias de la derecha. Calcula el tiempo que le tomará al tren de alta velocidad viajar entre dos ciudades. Redondea a la décima más cercana de una hora.



BartlomiejMagierowski/Shutterstock.com


73. Un tren viaja a 45 mph durante 3 horas y después aumenta su velocidad a 55 mph durante 2 horas más. ¿Qué tan lejos viaja el tren en el periodo de 5 horas?
74. Como parte de un programa de entrenamiento para el Maratón de Boston, un corredor desea desarrollar su tolerancia corriendo a una tasa de velocidad de 9 mph durante 20 minutos. ¿Qué tan lejos viajará el corredor durante ese periodo?

En las noticias

El tren más rápido del mundo

China ha revelado el eslabón del tren más rápido del mundo, el cual conecta a las ciudades de Guangzhou y Wuhan, y puede viajar a velocidades hasta de 394.2 km/h. La distancia entre las dos ciudades es de 1069 km y el tren recorrerá la distancia a una velocidad promedio de 350 km/h (217 mph). El jefe de la oficina de transporte en el ministerio de transporte chino se jactó, “Es el tren más rápido en operación en el mundo”.

Fuente: news.yahoo.com

75. Al dietista de un hospital le toma 40 minutos conducir desde su casa hasta el hospital, una distancia de 20 millas. ¿Cuál es la tasa de velocidad promedio del dietista?
76. Marcella sale de su casa a las 9.00 a.m. y conduce hasta la escuela, llegando a las 9.45 a.m. Si la distancia entre su casa y la escuela es de 27 millas, ¿cuál es la tasa de velocidad promedio de Marcella?
77. El Ride for Health Bicycle Club ha elegido una pista de 36 millas para el recorrido de este sábado. Si los ciclistas planean una velocidad promedio de 12 mph en bicicleta y tienen 1 hora para la pausa planeada para comer, ¿cuánto tiempo les llevará completar el recorrido?
78. La velocidad promedio de Palmer cuando corre es 3 km/h más rápida que su velocidad para caminar. Si Palmer puede correr alrededor de una pista de 30 km en 2 horas, ¿cuántas horas le llevaría caminar la misma distancia?
- ➡ 79. Un centro comercial tiene una escalera móvil que lleva a los compradores del área de compras al estacionamiento, una distancia de 250 pies. Si tu tasa de velocidad normal de caminar es de 2 pies/s y la escalera móvil viaja a 3 pies/s, ¿cuántos segundos te tomaría caminar en la escalera móvil desde el estacionamiento hasta el área de compras?
80. K&B River Tours ofrece un viaje por río que lleva a los pasajeros del muelle de K&B hasta una pequeña isla que está a 24 millas de distancia. Los pasajeros pasan 1 hora en la isla y después regresan al muelle de K&B. Si la velocidad de la lancha es de 10 mph en aguas en calma y la tasa de velocidad de la corriente es de 2 mph, ¿cuánto tiempo dura el viaje?
- ➡ 81. Dos deportistas parten al mismo tiempo desde los extremos opuestos de una pista para correr de 8 millas y empiezan a correr uno hacia el otro. Un deportista corre a una tasa de velocidad de 5 mph y el otro a una de 7 mph. ¿En cuánto tiempo, en minutos, se encuentran los dos deportistas después de que parten?
82.  **sQuba** Revisa el recorte de noticias de la derecha. Los sQubas están en lados opuestos de un lago de 1.6 millas de ancho. Parten una hacia la otra al mismo tiempo, una viajando sobre y la otra debajo de la superficie del agua. ¿En cuántos minutos la sQuba que viaja sobre la superficie del agua estará directamente encima de la que viaja bajo el agua? Supongamos que viaja a su máxima velocidad.
83. Dos ciclistas parten del mismo punto y se mueven en direcciones opuestas. Un ciclista viaja a 8 mph y el otro a 9 mph. Después de 30 minutos, ¿a qué distancia están los dos ciclistas?
84. Petra, que puede remar en su canoa a una tasa de velocidad de 10 mph en aguas en calma, rema en su canoa en un río cuya corriente es de 2 mph. ¿Cuánto tiempo le llevará viajar 4 millas corriente arriba contra la corriente?
85. A las 8.00 a.m., un tren sale de una estación y viaja a una tasa de velocidad de 45 mph. A las 9.00 a.m., un segundo tren sale de la misma estación en vía y viaja en la dirección del primero a una velocidad de 60 mph. A las 10.00 a.m., ¿a qué distancia se encuentran los dos trenes?



Denis Babenko/Shutterstock.com

En las noticias


Conduciendo bajo el agua ¡no es tan rápido!

La compañía suiza Rinspeed, Inc. presentó en el Geneva Auto Show su nuevo vehículo sQuba, el cual puede viajar sobre tierra, agua y bajo el agua. ¡Con un sQuba nuevo, usted puede esperar velocidades máximas de 77 mph cuando conduce en tierra, 3 mph cuando lo hace sobre la superficie del agua y 1.8 mph cuando lo hace bajo el agua!


Fuente: *Seattle Times*

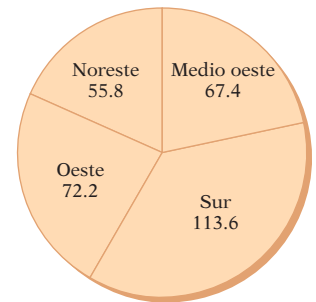
APLICACIÓN DE CONCEPTOS

86. **Consumo** La cuenta de tu cena, incluyendo un impuesto sobre ventas de 7.25%, fue de \$92.74. Quieres dejar una propina de 15% sobre el precio de la cena antes del impuesto. Calcula el monto de la propina al dólar más cercano.

87. **Consumo** El costo total de una cena fue de \$97.52. Esto incluyó una propina de 15% calculada sobre el costo de la cena después de un impuesto sobre ventas de 6%. Calcula el costo de la cena antes de la propina y del impuesto.
88. **Negocios** Un minorista decide incrementar 10% el precio original de cada artículo en la tienda. Después del incremento en el precio, el minorista observa una disminución significativa en las ventas, de manera que decide reducir 10% el precio actual de cada artículo en la tienda. ¿Los precios han vuelto a los precios originales? De no ser así, ¿los precios son más altos o más bajos que el precio original?
89. Si una cantidad se incrementa 100%, ¿cuántas veces es el nuevo valor su valor original?
90.  El siguiente problema no contiene la información suficiente: “¿Cuántas horas requiere volar de los Ángeles a Nueva York?” ¿Qué información adicional necesitamos con el fin de responder a la pregunta?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

91.  **Población de Estados Unidos** La gráfica circular de la derecha muestra la población de Estados Unidos, en millones, por región (*Fuente:* Oficina del Censo de Estados Unidos).
- ¿Qué porcentaje de la población de Estados Unidos vive en cada región? Redondea a la décima más cercana.
 - ¿Qué región tiene la mayor población? ¿En qué región vive el mayor porcentaje de la población?
- Según la Oficina del Censo, California tiene la mayor población de todos los estados, con 38 millones. Wyoming, con 0.1683% de la población de Estados Unidos, tiene el menor número de residentes.
- ¿Qué porcentaje de la población de Estados Unidos vive en California? Redondea a la décima de porcentaje más cercana.
 - ¿Cuántos residentes viven en Wyoming? Redondea a la decena de millar más cercana.
 - ¿Qué porcentaje de la población de Estados Unidos vive en el estado donde tú vives?
92. **Pagos hipotecarios mensuales** Supongamos que tienes una hipoteca de \$100,000 a 30 años. ¿Cuál es la diferencia entre el pago mensual si la tasa de interés sobre tu préstamo es de 7.75% y el pago mensual de la tasa de interés es 7.25%? (Sugerencia: necesitarás comentar la pregunta con un agente en un banco que proporcione servicios hipotecarios, con un agente de bienes raíces, o encontrar y utilizar la fórmula para determinar el pago mensual de una hipoteca.



Población de Estados Unidos por región (en millones de residentes)

3.3

Ecuaciones generales

OBJETIVO 1

Resolver ecuaciones de la forma $ax + b = c$

Al resolver una ecuación de la forma $ax + b = c$, la meta es reescribirla en la forma $\text{variable} = \text{constante}$. Esto requiere aplicar las propiedades aditiva y multiplicativa de las ecuaciones.

Concéntrate en resolver una ecuación de la forma $ax + b = c$

Resuelve: $\frac{2}{5}x - 3 = -7$

Suma 3 a cada lado de la ecuación.

Simplifica.

Multiplica cada lado de la ecuación por el recíproco del coeficiente $\frac{2}{5}$.

Simplifica. Ahora la ecuación está en la forma *variable = constante*.

$$\frac{2}{5}x - 3 = -7$$

$$\frac{2}{5}x - 3 + 3 = -7 + 3$$

$$\frac{2}{5}x = -4$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5}x = \frac{5}{2}(-4)$$

$$x = -10$$

Comprobación $\frac{2}{5}x - 3 = -7$

$$\frac{2}{5}(-10) - 3 \quad -7$$

$$-4 - 3 \quad -7$$

$$-7 = -7$$

Escribe la solución.

La solución es -10 .

EJEMPLO 1

Resuelve: $3x - 7 = -5$

Solución

$$3x - 7 = -5$$

$$3x - 7 + 7 = -5 + 7$$

$$3x = 2$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

La solución es $\frac{2}{3}$.

Problema 1 Resuelve: $5x + 7 = 10$

Solución Revisa la página S6.

➡ Intenta resolver el ejercicio 21, página 117.

- **Suma 7** a cada lado de la ecuación.
- **Simplifica.**
- **Divide entre 3** cada lado de la ecuación.
- **Simplifica.** Ahora la ecuación está en la forma *variable = constante*.
- **Escribe la solución.**

EJEMPLO 2

Resuelve: $5 = 9 - 2x$

Solución

$$5 = 9 - 2x$$

$$5 - 9 = 9 - 9 - 2x$$

$$-4 = -2x$$

$$\frac{-4}{-2} = \frac{-2x}{-2}$$

$$2 = x$$

La solución es 2.

Problema 2 Resuelve: $11 = 11 + 3x$

Solución Revisa la página S6.

➡ Intenta resolver el ejercicio 31, página 117.

- **Resta 9** a cada lado de la ecuación.
- **Simplifica.**
- **Divide entre -2** cada lado de la ecuación.
- **Simplifica.**
- **Escribe la solución.**

Revisa en el Ejemplo 4, en la sección de Introducción a las ecuaciones, que la ecuación original $\frac{1}{2} = y + \frac{2}{3}$, contenía fracciones con denominadores 2 y 3. El mínimo común múltiplo de 2 y 3 es 6. El mínimo común múltiplo tiene la propiedad de que tanto 2 como 3 se dividen igualmente entre él. Por consiguiente, si ambos lados de la ecuación se multiplican por 6, ambos denominadores se dividirán igualmente entre 6. El resultado es una ecuación que no contiene ninguna fracción. La multiplicación de una ecuación que contiene fracciones por el mcm de los denominadores se llama **despejar denominadores**. Es un método alternativo de resolver una ecuación que contiene fracciones.

Despejar denominadores es un método de solución de ecuaciones. El proceso aplica sólo a ecuaciones, nunca a expresiones.

Concéntrate en resolver una ecuación despejando primero los denominadores

Resuelve: $\frac{1}{2} = y + \frac{2}{3}$

Multiplica ambos lados de la ecuación por 6, el mcm de los denominadores.

Simplifica cada lado de la ecuación. Utiliza la propiedad distributiva en el lado derecho de la ecuación.

Observa que la multiplicación de ambos lados de la ecuación por el mcm de los denominadores elimina las fracciones.

Resuelve la ecuación resultante.

$$\frac{1}{2} = y + \frac{2}{3}$$

$$6\left(\frac{1}{2}\right) = 6\left(y + \frac{2}{3}\right)$$

$$3 = 6(y) + 6\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$3 = 6y + 4$$

$$3 - 4 = 6y + 4 - 4$$

$$-1 = 6y$$

$$\frac{-1}{6} = \frac{6y}{6}$$

$$-\frac{1}{6} = y$$

La solución es $-\frac{1}{6}$.

EJEMPLO 3

Resuelve: $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}x = -\frac{1}{3}$

Solución

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}x = -\frac{1}{3}$$

$$12\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}x\right) = 12\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$12\left(\frac{2}{3}\right) + 12\left(\frac{1}{4}x\right) = -4$$

$$8 + 3x = -4$$

$$8 - 8 + 3x = -4 - 8$$

$$3x = -12$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-12}{3}$$

$$x = -4$$

La solución es -4 .

- La ecuación contiene fracciones. Calcula el mcm de los denominadores.
- El mcm de 3 y 4 es 12. Multiplica por 12 cada lado de la ecuación.
- Utiliza la propiedad distributiva para multiplicar por 12 el lado izquierdo de la ecuación.
- La ecuación ahora no contiene fracciones.

Problema 3 Resuelve: $\frac{5}{2} - \frac{2}{3}x = \frac{1}{2}$

Solución Revisa la página S6.

➡ Intenta resolver el ejercicio 55, página 117.

EJEMPLO 4

Resuelve: $\frac{x}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

Solución

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} + \frac{2}{3} &= \frac{1}{6} \\ 6\left(\frac{x}{2} + \frac{2}{3}\right) &= 6\left(\frac{1}{6}\right) \\ 6\left(\frac{x}{2}\right) + 6\left(\frac{2}{3}\right) &= 1 \\ 3x + 4 &= 1 \\ 3x + 4 - 4 &= 1 - 4 \\ 3x &= -3 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{-3}{3} \\ x &= -1\end{aligned}$$

La solución es -1 .

Problema 4 Resuelve: $\frac{x}{4} + \frac{3}{2} = \frac{3x}{8}$

Solución Revisa la página S6.

➡ Intenta resolver el ejercicio 63, página 117.

- La ecuación contiene fracciones. Calcula el mcm de los denominadores.
- El mcm de 2, 3 y 6 es 6. Multiplica por 6 cada lado de la ecuación.
- Utiliza la propiedad distributiva en el lado izquierdo de la ecuación.
- La ecuación ahora no contiene fracciones.

OBJETIVO 2

Resolver ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$

Al resolver una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$, la meta es reescribirla en la forma *variable = constante*. Empieza por reescribir la ecuación de manera que sólo haya un término variable en ella. Después reescribela de manera que sólo haya un término constante.

Concéntrate

en resolver una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$

Resuelve: $4x - 5 = 6x + 11$

Resta 6x a cada lado de la ecuación.

Simplifica. Ahora sólo hay un término variable en la ecuación.

Suma 5 a cada lado de la ecuación.

Simplifica. Ahora sólo hay un término constante en la ecuación.

Divide cada lado de la ecuación **entre -2**.

Simplifica. Ahora la ecuación está en la forma *variable = constante*.

Escribe la solución.

$$4x - 5 = 6x + 11$$

$$4x - 6x - 5 = 6x - 6x + 11$$

$$-2x - 5 = 11$$

$$-2x - 5 + 5 = 11 + 5$$

$$-2x = 16$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{16}{-2}$$

$$x = -8$$

Comprobación $4x - 5 = 6x + 11$

$$\begin{array}{r|l} 4(-8) - 5 & 6(-8) + 11 \\ -32 - 5 & -48 + 11 \\ -37 & = -37 \end{array}$$

La solución es -8 .

Toma nota

Como se muestra a continuación, podríamos haber reescrito la ecuación en la forma *constante = variable* restando $4x$ a cada lado, sumando 7 a cada lado y después dividiendo cada lado entre 4.

$$\begin{aligned} 4x - 3 &= 8x - 7 \\ -3 &= 4x - 7 \\ 4 &= 4x \\ 1 &= x \end{aligned}$$

La solución es 1.

EJEMPLO 5

Resuelve: $4x - 3 = 8x - 7$

Solución

$$\begin{aligned} 4x - 3 &= 8x - 7 \\ 4x - 8x - 3 &= 8x - 8x - 7 \\ -4x - 3 &= -7 \\ -4x - 3 + 3 &= -7 + 3 \\ -4x &= -4 \\ \frac{-4x}{-4} &= \frac{-4}{-4} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

La solución es 1.

Problema 5

Resuelve: $5x + 4 = 6 + 10x$

Solución

Revisa la páginas S6–S7.

- **Resta $8x$** a cada lado de la ecuación.
- **Simplifica.** Ahora sólo hay un término variable en la ecuación.
- **Suma 3** a cada lado de la ecuación.
- **Simplifica.** Ahora sólo hay un término constante en la ecuación.
- **Divide entre -4** cada lado de la ecuación.
- **Simplifica.** Ahora la ecuación está en la forma *variable = constante*.
- **Escribe la solución.**

➡ Intenta resolver el ejercicio 101, página 118.

OBJETIVO 3**Resolver ecuaciones que contienen paréntesis**

Cuando una ecuación contiene paréntesis, uno de los pasos para resolverla requiere utilizar la propiedad distributiva. Esta propiedad se utiliza para eliminar los paréntesis de una expresión algebraica.

$$a(b + c) = ab + ac$$

Concéntrate

en resolver una ecuación que contiene paréntesis

Resuelve: $4 + 5(2x - 3) = 3(4x - 1)$

$$4 + 5(2x - 3) = 3(4x - 1)$$

Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.

$$4 + 10x - 15 = 12x - 3$$

Simplifica.

$$10x - 11 = 12x - 3$$

Resta $12x$ a cada lado de la ecuación.

$$10x - 12x - 11 = 12x - 12x - 3$$

Simplifica. Ahora sólo hay un término variable en la ecuación.

$$-2x - 11 = -3$$

Suma 11 a cada lado de la ecuación.

$$-2x - 11 + 11 = -3 + 11$$

Simplifica. Ahora sólo hay un término constante en la ecuación.

$$-2x = 8$$

Divide entre -2 cada lado de la ecuación.

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{8}{-2}$$

Simplifica. Ahora la ecuación está en la forma *variable = constante*.

$$x = -4$$

Comprobación $4 + 5(2x - 3) = 3(4x - 1)$

$4 + 5[2(-4) - 3]$	$3[4(-4) - 1]$
$4 + 5(-8 - 3)$	$3(-16 - 1)$
$4 + 5(-11)$	$3(-17)$
$4 - 55$	-51
-51	-51

La solución es -4 .

Escribe la solución.



En el capítulo 2 discutimos el uso de una calculadora graficadora para evaluar las expresiones algebraicas. El mismo procedimiento se puede utilizar para comprobar la solución de una ecuación. Considera el ejemplo anterior. Después de que dividimos entre -2 ambos lados de la ecuación, la solución parece ser -4 . Para comprobar esta solución, guarda el valor de x , -4 , en la calculadora. Evalúa la expresión en el lado izquierdo de la ecuación original: $4 + 5(2x - 3)$. El resultado es -51 . Ahora evalúa la expresión en el lado derecho de la ecuación original: $3(4x - 1)$. El resultado es -51 . Debido a que los resultados son iguales, la solución -4 es correcta. Revisa el Apéndice para una descripción de los procedimientos para utilizar las teclas.

EJEMPLO 6Resuelve: $3x - 4(2 - x) = 3(x - 2) - 4$ **Solución**

$$\begin{aligned} 3x - 4(2 - x) &= 3(x - 2) - 4 \\ 3x - 8 + 4x &= 3x - 6 - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x - 8 &= 3x - 10 \\ 7x - 3x - 8 &= 3x - 3x - 10 \\ 4x - 8 &= -10 \\ 4x - 8 + 8 &= -10 + 8 \\ 4x &= -2 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{-2}{4} \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.
- Simplifica.
- Resta $3x$ a cada lado de la ecuación.
- Suma 8 a cada lado de la ecuación.
- Divide entre 4 cada lado de la ecuación.
- La ecuación está en la forma *variable = constante*.

La solución es $-\frac{1}{2}$.**Problema 6**Resuelve: $5x - 4(3 - 2x) = 2(3x - 2) + 6$ **Solución**

Revisa la página S7.

➡ Intenta resolver el ejercicio 153, página 119.

EJEMPLO 7Resuelve: $3[2 - 4(2x - 1)] = 4x - 10$ **Solución**

$$\begin{aligned} 3[2 - 4(2x - 1)] &= 4x - 10 \\ 3[2 - 8x + 4] &= 4x - 10 \end{aligned}$$

$$3[6 - 8x] = 4x - 10$$

$$18 - 24x = 4x - 10$$

$$18 - 24x - 4x = 4x - 4x - 10$$

$$18 - 28x = -10$$

$$18 - 18 - 28x = -10 - 18$$

$$-28x = -28$$

$$\frac{-28x}{-28} = \frac{-28}{-28}$$

$$x = 1$$

La solución es 1 .**Problema 7**Resuelve: $-2[3x - 5(2x - 3)] = 3x - 8$ **Solución**

Revisa la página S7.

➡ Intenta resolver el ejercicio 161, página 119.

OBJETIVO 4**Resolver problemas de aplicación utilizando fórmulas****EJEMPLO 8**

Una empresa utiliza la ecuación $V = C - 6000t$ para determinar el valor depreciado V , después de t años, de una fresadora que originalmente costó C dólares. Si una fresadora costó originalmente \$50,000, ¿en cuántos años su valor depreciado será de \$38,000?

Estrategia

Para determinar el número de años, sustituye C por 50,000 y V por 38,000 en la ecuación dada y resuelve para t .

Solución

$$\begin{aligned}
 V &= C - 6000t \\
 38,000 &= 50,000 - 6000t \\
 38,000 - 50,000 &= 50,000 - 50,000 - 6000t \\
 -12,000 &= -6000t \\
 \frac{-12,000}{-6000} &= \frac{-6000t}{-6000} \\
 2 &= t
 \end{aligned}$$

- $V = 38,000$, $C = 50,000$
- **Resta 50,000** a cada lado de la ecuación.
- **Divide entre -6000** cada lado de la ecuación, el coeficiente de t .

El valor depreciado de la fresadora será de \$38,000 dentro de 2 años.

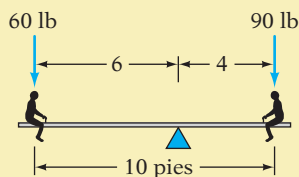
Problema 8

El valor V de una inversión de \$7500 a una tasa de interés simple anual de 6% está dado por la ecuación $V = 450t + 7500$, donde t es la cantidad de tiempo, en años, que se invierte el dinero. ¿En cuántos años el valor de una inversión de \$7500 será de \$10,200?

Solución

Revisa la página S7.

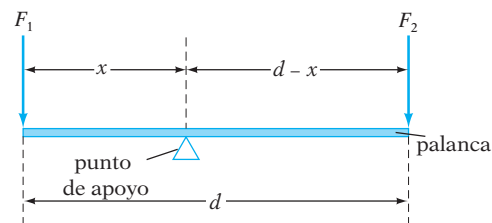
➡ Intenta resolver el ejercicio 175, página 120.

Toma nota

Este sistema se equilibra debido a que

$$\begin{aligned}
 F_1x &= F_2(d - x) \\
 60(6) &= 90(10 - 6) \\
 60(6) &= 90(4) \\
 360 &= 360
 \end{aligned}$$

A continuación se muestra un sistema de palanca. Consiste en una palanca, o barra; un punto de apoyo; y dos fuerzas, F_1 y F_2 . La distancia d representa el largo de la palanca, x representa la distancia de F_1 al punto de apoyo y $d - x$ la distancia de F_2 al punto de apoyo.



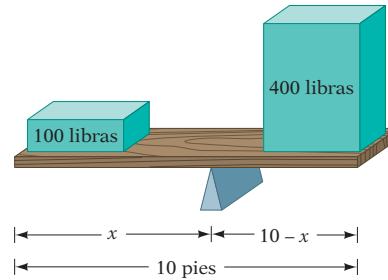
Un principio de la física dice que cuando el sistema de palanca se equilibra,

$$F_1x = F_2(d - x)$$

EJEMPLO 9

Una palanca tiene 10 pies de largo. Una fuerza de 100 libras se aplica a un extremo de la palanca y una fuerza de 400 libras se aplica al otro extremo. Cuando el sistema se equilibra, ¿qué tan lejos está el punto de apoyo de la fuerza de 100 libras?

Estrategia Traza un diagrama de la situación.



La palanca tiene 10 pies de largo, de manera que $d = 10$. Una fuerza es de 100 libras, de manera que $F_1 = 100$. La otra fuerza es de 400 libras, de manera que $F_2 = 400$. Para calcular la distancia que hay del punto de apoyo a la fuerza de 100 libras, sustituye las variables F_1 , F_2 y d en la ecuación del sistema de palanca con los valores dados y resuelve para x .

Solución

$$\begin{aligned}
 F_1 x &= F_2 (d - x) \\
 100x &= 400(10 - x) \\
 100x &= 4000 - 400x \\
 100x + 400x &= 4000 - 400x + 400x \\
 500x &= 4000 \\
 \frac{500x}{500} &= \frac{4000}{500} \\
 x &= 8
 \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva.
- **Suma 400x** a cada lado de la ecuación.
- **Divide entre 500** cada lado de la ecuación, el coeficiente de x .

El punto de apoyo está a 8 pies de la fuerza de 100 libras.

Problema 9

Una palanca tiene 14 pies de largo. A una distancia de 6 pies del punto de apoyo, se aplica una fuerza de 40 libras. ¿Qué tan grande debe ser una fuerza aplicada en el otro extremo de manera que el sistema se equilibre?

Solución

Revisa la página S7.

➡ Intenta resolver el ejercicio 193, página 121.

3.3 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. Asocia cada ecuación con el primer paso para resolverla.

- $3x - 7 = 5$
- $4x + 7 = -5$
- $7x - 5 = 2$
- $-7x + 5 = -2$

- Suma 7 a cada lado.
- Suma 5 a cada lado.
- Resta 7 de cada lado.
- Resta 5 de cada lado.

Indica si la expresión es verdadera o falsa.


- El mismo término variable se puede sumar a ambos lados de una ecuación sin cambiar la solución de la misma.
- El mismo término variable se puede restar de ambos lados de una ecuación sin cambiar la solución de la misma.
- Una ecuación de la forma $ax + b = c$ no se puede resolver si a es un número negativo.
- La solución de la ecuación $\frac{x}{3} = 0$ es 0.

6. La solución de la ecuación $\frac{x}{0} = 3$ es 0.
7. Al resolver una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$, la meta es reescribirla en la forma *variable = constante*.

1 Resolver ecuaciones de la forma $ax + b = c$ (Revisa las páginas 109–112).





PREPÁRATE

8. El primer paso para resolver la ecuación $5 + 8x = 29$ es restar ? a cada lado de la ecuación. El segundo paso es dividir entre ? cada lado de la ecuación.
9. Para despejar denominadores de la ecuación $\frac{x}{9} + 2 = \frac{1}{6}$, multiplica cada lado de la ecuación por ?, el mínimo común múltiplo de los denominadores 9 y 6.

 Realiza los ejercicios 10 y 11 sin encontrar realmente las soluciones.

10. ¿La solución de la ecuación $15x + 73 = -347$ es positiva o negativa?
11. ¿La solución de la ecuación $17 = 25 - 40a$ es positiva o negativa?

Resuelve y comprueba.

- | | | | |
|--|--|---|--|
| 12. $3x + 1 = 10$ | 13. $4y + 3 = 11$ | 14. $2a - 5 = 7$ | 15. $5m - 6 = 9$ |
| 16. $5 = 4x + 9$ | 17. $2 = 5b + 12$ | 18. $13 = 9 + 4z$ | 19. $9 = 7 - c$ |
| 20. $2 - x = 11$ |  21. $4 - 3w = -2$ | 22. $5 - 6x = -13$ | 23. $8 - 3t = 2$ |
| 24. $-5d + 3 = -12$ | 25. $-8x - 3 = -19$ | 26. $-7n - 4 = -25$ | 27. $-12x + 30 = -6$ |
| 28. $-13 = -11y + 9$ | 29. $2 = 7 - 5a$ | 30. $3 = 11 - 4n$ |  31. $-35 = -6b + 1$ |
| 32. $1 - 3x = 0$ | 33. $-3m - 21 = 0$ | 34. $7x - 3 = 3$ | 35. $8y + 3 = 7$ |
| 36. $6a + 5 = 9$ | 37. $3m + 4 = 11$ | 38. $9 - 4x = 6$ | 39. $7 - 8z = 0$ |
| 40. $5 - 6m = 2$ | 41. $7 - 9a = 4$ | 42. $2y + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ | 43. $3x - \frac{5}{6} = \frac{13}{6}$ |
| 44. $5y + \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$ | 45. $9x + \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$ | 46. $4 = 7 - 2w$ | 47. $7 = 9 - 5a$ |
| 48. $\frac{1}{2}a - 3 = 1$ | 49. $\frac{1}{3}m - 1 = 5$ | 50. $\frac{2}{5}y + 4 = 6$ | 51. $\frac{3}{4}n + 7 = 13$ |
| 52. $-\frac{2}{3}x + 1 = 7$ | 53. $-\frac{3}{8}b + 4 = 10$ | 54. $\frac{x}{4} - 6 = 1$ |  55. $\frac{y}{5} - 2 = 3$ |
| 56. $\frac{2x}{3} - 1 = 5$ | 57. $\frac{3c}{7} - 1 = 8$ | 58. $4 - \frac{3}{4}z = -2$ | 59. $3 - \frac{4}{5}w = -9$ |
| 60. $17 = 7 - \frac{5}{6}t$ | 61. $\frac{2}{3} = y - \frac{1}{2}$ | 62. $\frac{3}{8} = \frac{5}{12} - \frac{1}{3}b$ |  63. $\frac{2}{3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}y$ |
| 64. $\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ | 65. $\frac{2x}{15} + 3 = -\frac{1}{3}$ | 66. $\frac{4}{5} + \frac{3x}{10} = \frac{1}{2}$ | 67. $\frac{5x}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ |
| 68. $7 = \frac{2x}{5} + 4$ | 69. $5 - \frac{4c}{7} = 8$ | 70. $6a + 3 + 2a = 11$ | |
| 71. $5y + 9 + 2y = 23$ | 72. $2x - 6x + 1 = 9$ | 73. $b - 8b + 1 = -6$ | |
| 74. $-1 = 5m + 7 - m$ | 75. $8 = 4n - 6 + 3n$ | 76. $0.15y + 0.025 = -0.074$ | |
| 77. $1.2x - 3.44 = 1.3$ | 78. $3.5 = 3.5 + 0.076x$ | 79. $-6.5 = 4.3y - 3.06$ | |

Resuelve.

80. Si $2x - 3 = 7$, evalúa $3x + 4$.

81. Si $3x + 5 = -4$, evalúa $2x - 5$.

82. Si $4 - 5x = -1$, evalúa $x^2 - 3x + 1$.

83. Si $2 - 3x = 11$, evalúa $x^2 + 2x - 3$.

2 Resolver ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$ (Revisa las páginas 112-113).

PREPÁRATE

84. Para resolver la ecuación $7x - 4 = 2x + 6$, restamos $2x$ y sumamos 4 a cada lado de la ecuación. La ecuación resultante es $\underline{\quad? \quad} = \underline{\quad? \quad}$. La solución de la ecuación es $\underline{\quad? \quad}$.

85. Para resolver $\frac{1}{6}x - 7 = \frac{3}{4}x$, empezamos por despejar los denominadores.

$$\left(\underline{\quad? \quad}\right)\left(\frac{1}{6}x - 7\right) = \left(\underline{\quad? \quad}\right)\left(\frac{3}{4}x\right)$$

$$12\left(\frac{1}{6}x\right) - (12)(7) = 9x$$

$$\underline{\quad? \quad}x - \underline{\quad? \quad} = 9x$$

$$2x - \underline{\quad? \quad} - 84 = 9x - \underline{\quad? \quad}$$

$$-84 = \underline{\quad? \quad}x$$

$$-\frac{84}{7} = \frac{7x}{7}$$

$$\underline{\quad? \quad} = x$$

• Multiplica cada lado de la ecuación por el mcm de los denominadores, 6 y 4.

• Utiliza la propiedad $\underline{\quad? \quad}$ en el lado izquierdo de la ecuación. Simplifica el lado derecho.


• Simplifica.

• Resta $2x$ a cada lado de la ecuación.

• Simplifica.

• $\underline{\quad? \quad}$ cada lado de la ecuación entre $\underline{\quad? \quad}$.

• Simplifica.

 Realiza los ejercicios 86 y 87 sin encontrar realmente las soluciones.

86. Describe el paso que te permitirá reescribir la ecuación $2x - 3 = 7x + 12$ de manera que tenga un término variable con un coeficiente positivo.

87. Si reescribes la ecuación $8 - y = y + 6$ de manera que tenga un término variable en el lado izquierdo de la ecuación, ¿cuál será el coeficiente de la variable?

Resuelve y comprueba.

88. $8x + 5 = 4x + 13$

89. $6y + 2 = y + 17$

90. $7m + 4 = 6m + 7$

91. $11n + 3 = 10n + 11$

92. $5x - 4 = 2x + 5$

93. $9a - 10 = 3a + 2$

94. $12y - 4 = 9y - 7$

95. $13b - 1 = 4b - 19$


96. $15x - 2 = 4x - 13$

97. $7a - 5 = 2a - 20$

98. $3x + 1 = 11 - 2x$

99. $n - 2 = 6 - 3n$

100. $2x - 3 = -11 - 2x$

 101. $4y - 2 = -16 - 3y$

102. $2b + 3 = 5b + 12$

103. $m + 4 = 3m + 8$

104. $4x - 7 = 5x + 1$

105. $6d - 2 = 7d + 5$

106. $4y - 8 = y - 8$

107. $5a + 7 = 2a + 7$

108. $6 - 5x = 8 - 3x$

109. $10 - 4n = 16 - n$

110. $2x - 4 = 6x$

111. $2b - 10 = 7b$

112. $8m = 3m + 20$

113. $9y = 5y + 16$

114. $-x - 4 = -3x - 16$

115. $8 - 4x = 18 - 5x$

116. $6 - 10a = 8 - 9a$

117. $5 - 7m = 2 - 6m$

118. $8b + 5 = 5b + 7$

119. $6y - 1 = 2y + 2$

120. $7x - 8 = x - 3$

121. $10x - 3 = 3x - 1$

122. $5n + 3 = 2n + 1$

123. $8a - 2 = 4a - 5$

124. $\frac{1}{5}d = \frac{1}{2}d + 3$

125. $\frac{3}{4}x = \frac{1}{12}x + 2$

126. $\frac{2}{3}a = \frac{1}{5}a + 7$

127. $\frac{4}{5}c - 7 = \frac{1}{10}c$

128. $\frac{1}{2}y = 10 - \frac{1}{3}y$

129. $\frac{2}{3}b = 2 - \frac{5}{6}b$

130. $8.7y = 3.9y + 9.6$

131. $4.5x - 5.4 = 2.7x$

132. $5.6x = 7.2x - 6.4$

Resuelve.

133. Si $5x = 3x - 8$, evalúa $4x + 2$.

134. Si $7x + 3 = 5x - 7$, evalúa $3x - 2$.

135. Si $2 - 6a = 5 - 3a$, evalúa $4a^2 - 2a + 1$.

136. Si $1 - 5c = 4 - 4c$, evalúa $3c^2 - 4c + 2$.


3 Resolver ecuaciones que contienen paréntesis (Revisa las páginas 113-114).

PREPÁRATE


137. Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis de la ecuación $4x + 3(x + 6) = 74$: $4x + \underline{\quad? \quad} + \underline{\quad? \quad} = 74$.

138. Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis de la ecuación $9x - 5(4 - x) = 2(x + 2)$:

$$9x - \underline{\quad? \quad} + \underline{\quad? \quad} = \underline{\quad? \quad} + \underline{\quad? \quad}.$$

139.  En cada una de las siguientes ecuaciones, y es el mismo número entero positivo. ¿Para cuáles ecuaciones tendrá x la misma solución?

- i) $5 - 2(x - 1) = y$ ii) $3(x - 1) = y$
 iii) $5 - 2x + 2 = y$ iv) $5 - 2x + 1 = y$

140.  Al resolver la ecuación $9 - (8 - x) = 5x - 1$, ¿cuántas veces utilizarás la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis?

Resuelve y comprueba.

141. $5x + 2(x + 1) = 23$

142. $6y + 2(2y + 3) = 16$

143. $9n - 3(2n - 1) = 15$

144. $12 - 2(4x - 6) = 8$

145. $7 - 3(3a - 4) = 10$

146. $9m - 4(2m - 3) = 11$

147. $5(3 - 2y) + 4y = 3$


148. $4(1 - 3x) + 7x = 9$

149. $10x + 1 = 2(3x + 5) - 1$

150. $5y - 3 = 7 + 4(y - 2)$

151. $4 - 3a = 7 - 2(2a + 5)$

152. $9 - 5x = 12 - (6x + 7)$

 153. $3y - 7 = 5(2y - 3) + 4$

154. $2a - 5 = 4(3a + 1) - 2$

155. $5 - (9 - 6x) = 2x - 2$


156. $7 - (5 - 8x) = 4x + 3$

157. $3[2 - 4(y - 1)] = 3(2y + 8)$

158. $5[2 - (2x - 4)] = 2(5 - 3x)$

159. $3a + 2[2 + 3(a - 1)] = 2(3a + 4)$

160. $5 + 3[1 + 2(2x - 3)] = 6(x + 5)$

 161. $-2[4 - (3b + 2)] = 5 - 2(3b + 6)$

162. $-4[x - 2(2x - 3)] + 1 = 2x - 3$

163. $0.3x - 2(1.6x) - 8 = 3(1.9x - 4.1)$

164. $0.56 - 0.4(2.1y + 3) = 0.2(2y + 6.1)$

Resuelve.

165. Si $4 - 3a = 7 - 2(2a + 5)$, evalúa $a^2 + 7a$.

166. Si $9 - 5x = 12 - (6x + 7)$, evalúa $x^2 - 3x - 2$.

167. Si $2z - 5 = 3(4z + 5)$, evalúa $\frac{z^2}{z - 2}$.

168. Si $3n - 7 = 5(2n + 7)$, evalúa $\frac{n^2}{2n - 6}$.

4 Resolver problemas de aplicación utilizando fórmulas (Revisa las páginas 115-116).

Física El hielo negro es una cubierta de hielo sobre las carreteras, la cual es especialmente difícil de ver y, por consiguiente, es en extremo peligrosa para los automovilistas. La distancia a la que se deslizará un automóvil que viaja a 30 mph después de aplicar los frenos se relaciona con la temperatura exterior por la fórmula $C = \frac{1}{4}D - 45$, donde C es la temperatura Celsius y D la distancia en pies que se deslizará el automóvil.

169. Calcula la distancia que se deslizará un automóvil sobre el hielo negro cuando la temperatura exterior es de -3°C .

170. Calcula la distancia que se deslizará un automóvil sobre el hielo negro cuando la temperatura exterior es de -11°C .



Física La presión a cierta profundidad en el océano se puede aproximar por la ecuación $P = \frac{1}{2}D + 15$, donde P es la presión en libras por pulgada cuadrada y D la profundidad en pies.

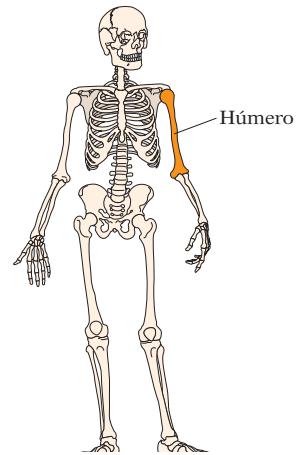
171. Calcula la profundidad de un buzo cuando la presión sobre él es de 35 lb/pulg².

172. Calcula la profundidad de un buzo cuando la presión sobre él es de 45 lb/pulg².

Ciencia forense Los científicos forenses han determinado que la ecuación $H = 2.9L + 78.1$ se puede utilizar para aproximar la estatura H , en centímetros, de un adulto sobre la base del largo L , en centímetros, de su húmero (el hueso que se extiende desde el hombro hasta el codo).

173. Utiliza esta fórmula para aproximar la estatura de un adulto cuyo húmero mide 36 cm.

174. Según esta fórmula, ¿cuál es el largo del húmero de un adulto cuya estatura es de 168 cm?



Física La distancia s , en pies, a la cual caerá un objeto en t segundos está dada por $s = 16t^2 + vt$, donde v es la velocidad descendente inicial del objeto en pies por segundo.

➡ 175. Calcula la velocidad inicial de un objeto que cae 80 pies en 2 s.

176. Calcula la velocidad inicial de un objeto que cae 144 pies en 3 s.

Negocios La tarifa F que le cobrará a un cliente una compañía de taxis se calcula utilizando la fórmula $F = 2.50 + 2.30(m - 1)$, donde m es el número de millas recorridas.

177. A un cliente le cobran \$14.00. ¿Cuántas millas lo transportaron?

178. A un cliente le cobran \$20.90. Calcula el número de millas que lo transportaron.

Árboles campeones American Forests es una organización que lleva el registro nacional de árboles grandes, una lista de los árboles más grandes en Estados Unidos. La fórmula utilizada para otorgarle puntos a un árbol es $P = c + h + \frac{1}{4}s$, donde P es el punto total para un árbol con una circunferencia de c pulgadas, una altura de h pies y una expansión promedio de la copa de s pies. Utiliza esta fórmula para los ejercicios 179 y 180. (Fuente: www.amfor.org).

179. Calcula la expansión promedio de la corona del ciprés calvo descrito en el artículo de la derecha.

180. Uno de los árboles más pequeños en Estados Unidos es el Crossopetalum de Florida en Key Largo Hammocks State Botanical Site. Este árbol se yergue a 11 pies de altura, tiene una circunferencia de apenas 4.8 pulg y se anota 16.55 puntos utilizando la fórmula de American Forests. Calcula la expansión promedio de la corona del árbol. (Fuente: championtrees.org).

Empleo La velocidad de mecanografiado precisa de una persona se puede aproximar por la ecuación $S = \frac{W - 5e}{10}$, donde S es la velocidad de mecanografiado preciso en palabras por minuto, W el número de palabras mecanografiadas en 10 minutos y e el número de errores cometidos.

181. Después de hacer un examen de mecanografía de 10 minutos, le dijeron a un aspirante a un empleo que tenía una velocidad precisa de 35 palabras por minuto. Había mecanografiado un total de 390 palabras. ¿Cuántos errores cometió?

182. Una aspirante a un trabajo hizo una prueba de mecanografía de 10 minutos y le dijeron que tenía una velocidad precisa de 37 palabras por minuto. Si había mecanografiado un total de 400 palabras, ¿cuántos errores cometió?

En las noticias

El Senador es un campeón

Los cipreses calvos se encuentran entre los árboles más antiguos de América del Norte. El ciprés calvo de 3500 años de edad conocido como el Senador, ubicado en Big Trees Park, Longwood, es el espécimen campeón de Florida de su especie. Con una circunferencia de 425 pulg y una altura de 118 pies, este rey de los bosques pantanosos se ganó un total de $557\frac{1}{4}$ puntos bajo el sistema de puntos utilizado por el Nacional Register of Big Trees.

Fuente: www.championtrees.org



El Senador en Big Tree Park

Negocios Para determinar el punto de equilibrio, o el número de unidades que se debe vender para que no se produzca utilidad o pérdida, un economista utiliza la ecuación $Px = Cx + F$, donde P es el precio de venta unitario, x el número de unidades vendidas, C el costo de fabricar cada unidad y F el costo fijo.

183. Un economista ha determinado que el precio de venta unitario de un televisor es \$550. El costo de fabricar un televisor es \$325 y el costo fijo \$78,750. Calcula el punto de equilibrio.
184. Un ingeniero de manufactura determina que el costo unitario de un DVD es \$10.35 y el costo fijo \$13,380. El precio de venta del DVD es \$21.50. Calcula el punto de equilibrio.

Sistema de palancas Utiliza la ecuación del sistema de palancas $F_1x = F_2(d - x)$.

185. En la ecuación del sistema de palancas $F_1x = F_2(d - x)$, ¿qué representa x ? ¿Qué representa d ? ¿Qué representa $d - x$?

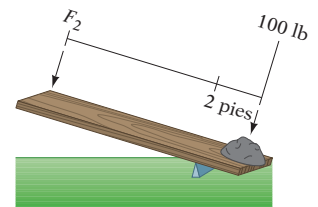
PREPÁRATE

186. Dos niños se sientan en un sube y baja que tiene 12 pies de largo. Un niño pesa 85 libras y el otro 65. Si x es la distancia del niño de 65 libras del punto de apoyo cuando el sube y baja se balancea, indica el valor de cada una de las otras variables en la fórmula del sistema de palancas $F_1x = F_2(d - x)$: $F_1 = \underline{\quad ? \quad}$, $F_2 = \underline{\quad ? \quad}$ y $d = \underline{\quad ? \quad}$.

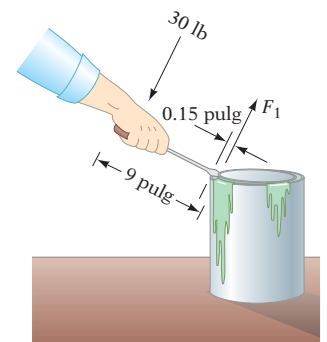
Para los ejercicios 187 a 189, utiliza la siguiente información: dos personas se sientan en un sube y baja que tiene 8 pies de largo. El sube y baja se equilibra cuando el punto de apoyo está a 3 pies de una de las personas.

187. Qué tan lejos está el punto de apoyo de la otra persona?
188. ¿Qué persona pesa más, la que está a 3 pies del punto de apoyo o la otra?
189. Si las dos personas cambian de lugar, ¿el sube y baja se seguirá balanceando?
190. Supongamos que un niño que pesa 80 libras está sentado en un extremo de un sube y baja de 7 pies y un niño que pesa 60 libras está sentado en el otro extremo. El niño de 80 libras está a 3 pies del punto de apoyo. Utiliza la ecuación del sistema de palancas para explicar por qué se balancea el sube y baja.
191. Dos niños están sentados a 8 pies de distancia en un sube y baja. Un niño pesa 60 libras y el segundo 50. El punto de apoyo está a 3.5 pies del niño que pesa 60 libras. ¿El sube y baja se balancea?
192. Un adulto y un niño están en un sube y baja que tiene 14 pies de largo. El adulto pesa 175 libras y el niño 70. ¿A cuántos pies del niño se debe colocar el punto de apoyo de manera que el sube y baja se balancee?

193. Una palanca de 10 pies de largo se utiliza para balancear una roca de 100 libras. El punto de apoyo está colocado a 2 pies de la roca. ¿Qué fuerza se debe aplicar en el otro extremo de la palanca para balancear la roca?



194. Un peso de 50 libras se aplica en el extremo izquierdo de un sube y baja que tiene 10 pies de largo. El punto de apoyo está a 4 pies del peso de 50 libras. Un peso de 30 libras se aplica en el extremo derecho del sube y baja. ¿El peso de 30 libras es adecuado para balancear el sube y baja?
195. En preparación para un acto, dos acróbatas están de pie sobre una tabla que tiene 18 pies de largo. Un acróbata pesa 128 lb y el segundo 160. ¿Qué tan lejos del acróbata de 128 lb se debe colocar el punto de apoyo de manera que los acróbatas se balanceen en la tabla?



196. Un destornillador de 9 pulg de largo se utiliza como palanca para abrir una lata de pintura. La punta del destornillador se coloca debajo del borde de la tapa con el punto de apoyo a 0.15 pulg del borde. Se aplica una fuerza de 30 lb en el otro extremo del destornillador. Calcula la fuerza sobre el borde de la tapa.

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Resuelve. Si la ecuación no tiene solución, escribe “no hay solución”.


197. $3(2x - 1) - (6x - 4) = -9$


198. $\frac{1}{5}(25 - 10b) + 4 = \frac{1}{3}(9b - 15) - 6$

199. $3[4(w + 2) - (w + 1)] = 5(2 + w)$

200. $\frac{2(5x - 6) - 3(x - 4)}{7} = x + 2$

201. Una mitad de cierto número es igual a dos terceras partes del mismo número. Encuentra el número.

202.  ¿La frase “Resuelve $3x - 4(x - 1)$ ” tiene sentido? ¿Por qué?


203.  La ecuación $x = x + 1$ no tiene solución, mientras que la solución de la ecuación $2x + 1 = 1$ es cero. ¿Existe alguna diferencia entre no hay solución y una solución de cero?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

204. Estoy pensando en un número. Cuando resto 4 de ese número y después tomo 300% del resultado, mi nuevo resultado es igual al número original. ¿Cuál es el número original?

205. Si $s = 5x - 3$ y $t = x + 4$, calcula el valor de x para el cual $s = 3t - 1$.

206. La población de la ciudad de Hampton aumentó 10,000 personas durante la década de 1990. En la primera década del nuevo milenio, la población de Hampton disminuyó 10%, en cuya época la población tenía 6000 personas más que a principios de la década de 1990. Calcula la población de Hampton a principios de la década de 1990.

 **Índice de precios al consumidor** El **índice de precios al consumidor** (IPC) es un porcentaje que se escribe sin el signo de porcentaje. Por ejemplo, un IPC de 160.1 significa 160.1%. Este número significa que un artículo que costaba \$100 entre 1982 y 1984 (los años base) ahora costaría 160.10. La determinación del costo es una aplicación de la ecuación básica del porcentaje.

$$PB = A$$

$$(IPC)(\text{costo en el año base}) = \text{costo hoy}$$

$$1.601(100) = 160.1$$

$$\bullet 160.1\% = 1.601$$

La tabla de la derecha proporciona el IPC para varios productos en marzo de 2010.

207. De los artículos listados, ¿hay algunos artículos que cuestan más de tres veces en 2010 de lo que costaban durante los años base? De ser así, ¿cuáles son?

208. De los artículos listados, ¿hay algunos artículos que costaban más de una y media veces más en 2010 de lo que costaban durante los años base, pero menos del doble de lo que costaban durante los años base? De ser así, ¿cuáles son?

Producto	IPC
Todos los artículos	217.6
Alimentos y bebidas	219.4
Vivienda	216.0
Ropa	122.1
Transporte	192.1
Cuidado médico	387.1
Energía	210.0

209. Si un automóvil nuevo costaba \$30,000 en 2010, ¿cuánto habría costado un automóvil nuevo comparable durante los años base? Utiliza la categoría de transporte.

210. El IPC para todos los artículos en el verano de 1971 era 39.0. ¿Qué sueldo en 2010 habría tenido el mismo poder adquisitivo que un sueldo de \$10,000 en 1970?

3.4

Desigualdades

OBJETIVO 1

Resolver desigualdades utilizando la propiedad aditiva de las desigualdades

Una expresión que contiene los símbolos $>$, $<$, \geq o \leq se llama **desigualdad**. Una desigualdad expresa el orden relativo de dos expresiones matemáticas. Las expresiones pueden ser numéricas o algebraicas.

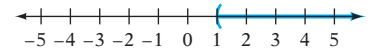
$$\left. \begin{array}{l} 4 > 2 \\ 3x \leq 7 \\ x^2 - 2x > y + 4 \end{array} \right\} \text{Desigualdades}$$

Cómo se usa

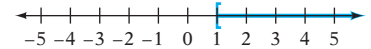
En manufactura, la *tolerancia* de una medición es la cantidad por la cual esa medición puede variar de un valor específico. Las desigualdades se utilizan para describir las mediciones aceptables de un producto dentro de una tolerancia dada. Por ejemplo, los balones de basketbol que se utilizan en la Women's National Basketball Association tienen una circunferencia de 28.75 pulg, con una tolerancia de 0.25 pulg.

El **conjunto solución de una desigualdad** es un conjunto de números, cada elemento de los cuales, cuando se sustituyen por la variable, resultan en una desigualdad cierta. El conjunto solución de una desigualdad se puede localizar en la recta numérica.

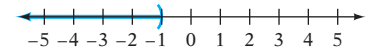
La gráfica del conjunto solución de $x > 1$ se muestra a la derecha. El conjunto solución es el de los números reales mayores que 1. El paréntesis en la gráfica indica que el 1 no está incluido en el conjunto solución.



La gráfica del conjunto solución $x \geq 1$ se muestra a la derecha. El corchete en 1 indica que 1 está incluido en el conjunto solución.



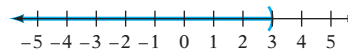
La gráfica del conjunto solución $x < -1$ se muestra a la derecha. Los números menores de -1 están a la izquierda de -1 en la recta numérica.



EJEMPLO 1

Gráfica: $x < 3$

Solución



- El conjunto solución son los números menores de 3.

Problema 1

Gráfica: $x > -2$

Solución

Revisa la página S7.

➡ Intenta resolver el ejercicio 9, página 129.

La desigualdad de la derecha es cierta si la variable es sustituida por 7, 9.3 o $\frac{15}{2}$.

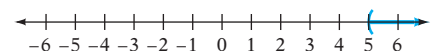
$$\left. \begin{array}{l} x + 3 > 8 \\ 7 + 3 > 8 \\ 9.3 + 3 > 8 \\ \frac{15}{2} + 3 > 8 \end{array} \right\} \text{Desigualdades ciertas}$$

La desigualdad $x + 3 > 8$ es falsa si la variable es sustituida por 4, 1.5 o $-\frac{1}{2}$.

$$\left. \begin{array}{l} 4 + 3 > 8 \\ 1.5 + 3 > 8 \\ -\frac{1}{2} + 3 > 8 \end{array} \right\} \text{Desigualdades falsas}$$

Existen muchos valores de la variable x que harán que la desigualdad $x + 3 > 8$ sea cierta. El conjunto solución de $x + 3 > 8$ es cualquier número mayor que 5.

La gráfica del conjunto solución de $x + 3 > 8$ se muestra a la derecha.



Al resolver una desigualdad, la meta es reescribirla en la forma *variable* $>$ *constante* o *variable* $<$ *constante*. La propiedad aditiva de las desigualdades se utiliza para reescribir una desigualdad en esta forma.

PROPIEDAD ADITIVA O DE LA SUMA DE LAS DESIGUALDADES

El mismo número se puede sumar a cada lado de una desigualdad sin modificar el conjunto solución de la misma.

$$\text{Si } a > b, \text{ entonces } a + c > b + c.$$

$$\text{Si } a < b, \text{ entonces } a + c < b + c.$$

EJEMPLOS

- | | |
|---------------------------------------|-------------------|
| 1. Empieza con una desigualdad cierta | $8 > 3$ |
| Suma 5 a cada lado. | $8 + 5 > 3 + 5$ |
| Simplifica. La desigualdad es cierta. | $13 > 8$ |
| 2. Empieza con una desigualdad cierta | $-7 < -3$ |
| Suma 2 a cada lado. | $-7 + 2 < -3 + 2$ |
| Simplifica. La desigualdad es cierta. | $-5 < -1$ |

La propiedad aditiva de las desigualdades también es verdadera para una desigualdad que contiene el símbolo \geq o \leq .

La propiedad aditiva de las desigualdades se utiliza cuando, con el fin de reescribir una desigualdad en la forma *variable* $>$ *constante* o *variable* $<$ *constante*, se debe eliminar un término de un lado de la desigualdad. Suma el opuesto del término a cada lado de la desigualdad.

Debido a que la resta se define en términos de la suma, la propiedad aditiva de las desigualdades hace que sea posible restar el mismo número a cada lado de una desigualdad sin modificar el conjunto solución de la misma.

Concéntrate

en resolver una desigualdad utilizando la propiedad aditiva de las desigualdades

Resuelve y grafica. A. $x + 4 < 5$ B. $5x - 6 \leq 4x - 4$

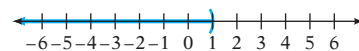
A.

Resta 4 a cada lado de la desigualdad.

Simplifica.

El conjunto solución es $x < 1$.

La gráfica del conjunto solución $x + 4 < 5$ se muestra a la derecha



B.

Resta $4x$ a cada lado de la desigualdad.

Simplifica.

Suma 6 a cada lado de la desigualdad

Simplifica.

El conjunto solución es $x \leq 2$.

La gráfica del conjunto solución $5x - 6 \leq 4x - 4$ se muestra a la derecha.

$$5x - 6 \leq 4x - 4$$

$$5x - 4x - 6 \leq 4x - 4x - 4$$

$$x - 6 \leq -4$$

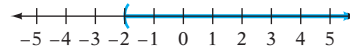
$$x - 6 + 6 \leq -4 + 6$$

$$x \leq 2$$



EJEMPLO 2Resuelve y grafica el conjunto solución de $x + 5 > 3$.**Solución**

$$\begin{aligned}
 x + 5 &> 3 \\
 x + 5 - 5 &> 3 - 5 && \bullet \text{ Resta 5 a cada lado de la desigualdad.} \\
 x &> -2
 \end{aligned}$$

El conjunto solución es $x > -2$.**Problema 2**Resuelve y grafica el conjunto solución de $x + 2 < -2$.**Solución**

Revisa la página S7.

Intenta resolver el ejercicio 23, página 129.

EJEMPLO 3Resuelve: $7x - 14 \leq 6x - 16$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 7x - 14 &\leq 6x - 16 \\
 7x - 6x - 14 &\leq 6x - 6x - 16 && \bullet \text{ Resta 6x a cada lado de la} \\
 x - 14 &\leq -16 && \text{desigualdad.} \\
 x - 14 + 14 &\leq -16 + 14 && \bullet \text{ Suma 14 a cada lado de la} \\
 x &\leq -2 && \text{desigualdad.}
 \end{aligned}$$

El conjunto solución es $x \leq -2$.**Problema 3**Resuelve: $5x + 3 > 4x + 5$ **Solución**

Revisa la página S7.

Intenta resolver el ejercicio 33, página 130.

OBJETIVO 2**Resolver desigualdades utilizando la propiedad multiplicativa de las desigualdades**

Al resolver una desigualdad, la meta es reescribirla en la forma *variable* $>$ *constante* p *variable* $<$ *constante*. La propiedad multiplicativa de las desigualdades se utiliza cuando, con el fin de reescribir una desigualdad en esta forma, se debe eliminar un coeficiente de un lado de la desigualdad.

Toma nota

$c > 0$ significa que c es un número positivo.

Los símbolos de desigualdad no están invertidos.

PROPIEDAD MULTIPLICATIVA O DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DESIGUALDADES- REGLA 1

Cada lado de una desigualdad se puede multiplicar por el mismo número positivo sin cambiar el conjunto solución de la misma.

Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $ac > bc$. Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.

EJEMPLOS

- Empieza con una desigualdad cierta. $5 > 4$
 Multiplica cada lado por 2 *positivo*. $5(2) > 4(2)$
 Simplifica. La desigualdad es cierta. $10 > 8$
- Empieza con una desigualdad cierta. $-6 < -2$
 Multiplica cada lado por 3 *positivo*. $-6(3) < -2(3)$
 Simplifica. La desigualdad es cierta. $-18 < -6$

Toma nota

$c < 0$ significa que c es un número negativo.

Los símbolos de desigualdad están invertidos.

PROPIEDAD MULTIPLICATIVA O DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DESIGUALDADES- REGLA 2

Si cada lado de una desigualdad se multiplica por el mismo número negativo y el símbolo de desigualdad se invierte, entonces el conjunto solución de la desigualdad no cambia.

Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $ac < bc$. Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.

EJEMPLOS

- Empieza con una desigualdad cierta. $6 < 9$
 Multiplica cada lado por 3 *negativo*,
 e invierte el símbolo de desigualdad.
 $6(-3) > 9(-3)$
 Simplifica. La desigualdad es cierta. $-18 > -27$
- Empieza con una desigualdad cierta. $-1 > -5$
 Multiplica cada lado por 2 *negativo*,
 e invierte el símbolo de desigualdad.
 $-1(-2) < -5(-2)$
 Simplifica. La desigualdad es cierta. $2 < 10$

La propiedad multiplicativa de las desigualdades también es válida para una desigualdad que contiene el símbolo \geq o \leq .

Concéntrate

en resolver una desigualdad utilizando la propiedad multiplicativa de las desigualdades

Resuelve: $-\frac{3}{2}x \leq 6$

Multiplica cada lado de la desigualdad por el recíproco del coeficiente $-\frac{2}{3}$.

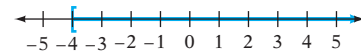
Debido a que $-\frac{2}{3}$ es un número negativo, el símbolo de la desigualdad se debe invertir.

Simplifica.

El conjunto solución es $x \geq -4$.

La gráfica del conjunto solución de $-\frac{3}{2}x \leq 6$ se muestra a la derecha.

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2}x &\leq 6 \\ -\frac{2}{3}\left(-\frac{3}{2}x\right) &\geq -\frac{2}{3}(6) \\ x &\geq -4 \end{aligned}$$

**EJEMPLO 4**

Resuelve: $-\frac{5}{8}x \leq \frac{5}{12}$

Solución

$$\begin{aligned} -\frac{5}{8}x &\leq \frac{5}{12} \\ -\frac{8}{5}\left(-\frac{5}{8}x\right) &\geq -\frac{8}{5}\left(\frac{5}{12}\right) \\ x &\geq -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

El conjunto solución es $x \geq -\frac{2}{3}$.

Problema 4 Resuelve: $-\frac{3}{4}x \geq 18$

Solución Revisa la página S7.

- Multiplica cada lado de la desigualdad por el recíproco de $-\frac{5}{8}$. $-\frac{8}{5}$ es un número negativo. Invierte el símbolo de la desigualdad.

Recuerda que la división se define en términos de la multiplicación. Por consiguiente, la propiedad multiplicativa de las desigualdades permite que cada lado de una desigualdad se divida entre el mismo número. Cuando cada lado de una desigualdad se divide entre un número positivo, el símbolo de la desigualdad sigue siendo el mismo. Cuando cada lado de una desigualdad se divide entre un número negativo, el símbolo de la desigualdad se debe invertir.

Toma nota

En cualquier momento en que una desigualdad se multiplica o se divide entre un número negativo, el símbolo de la desigualdad se debe invertir. Compara estos dos ejemplos:

$$\begin{array}{rcl} 2x & < & -4 \\ \frac{2x}{2} & < & \frac{-4}{2} \\ x & < & -2 \end{array}$$

Divide cada lado entre 2 *positivo*. El símbolo de la desigualdad *no* se invierte.

$$\begin{array}{rcl} -2x & < & 4 \\ \frac{-2x}{-2} & > & \frac{4}{-2} \\ x & > & -2 \end{array}$$

Divide cada lado entre 2 *negativo*. El símbolo de la desigualdad *se* invierte.

Concéntrate

en resolver una desigualdad utilizando la propiedad multiplicativa de las desigualdades

Resuelve: $-5x > 8$

Divide entre -5 cada lado de la desigualdad. Debido a que -5 es un número negativo, el símbolo de la desigualdad se debe invertir.

Simplifica.

El conjunto solución es $x < -\frac{8}{5}$.

$$\begin{array}{rcl} -5x & > & 8 \\ \frac{-5x}{-5} & < & \frac{8}{-5} \\ x & < & -\frac{8}{5} \end{array}$$

EJEMPLO 5

Resuelve y grafica el conjunto solución $7x < -14$.

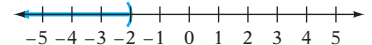
Solución

$$7x < -14$$

$$\begin{array}{rcl} 7x & < & -14 \\ \frac{7x}{7} & < & \frac{-14}{7} \\ x & < & -2 \end{array}$$

• Divide entre 7 cada lado de la desigualdad. Debido a que 7 es un número positivo, no cambia el símbolo de la misma.

El conjunto solución es $x < -2$.



Problema 5

Resuelve y grafica el conjunto solución de $3x < 9$.

Solución

Revisa la página S7.

➡ Intenta resolver el ejercicio 63, página 130.

OBJETIVO 3

Resolver desigualdades generales

Al resolver una desigualdad, a menudo es necesario aplicar las propiedades tanto aditiva como multiplicativa de las desigualdades.

Concéntrate

en resolver una desigualdad utilizando las propiedades aditiva y multiplicativa de las desigualdades

Resuelve: $3x - 2 < 5x + 4$

Resta $5x$ a cada lado de la desigualdad. Simplifica.

Suma 2 a cada lado de la desigualdad. Simplifica.

Divide entre -2 cada lado de la desigualdad. Debido a que -2 es un número negativo, el símbolo de la desigualdad se debe invertir.

Simplifica

El conjunto solución es $x > -3$.

$$\begin{array}{rcl} 3x - 2 & < & 5x + 4 \\ 3x - 5x - 2 & < & 5x - 5x + 4 \\ -2x - 2 & < & 4 \\ -2x - 2 + 2 & < & 4 + 2 \\ -2x & < & 6 \\ \frac{-2x}{-2} & > & \frac{6}{-2} \end{array}$$

$$x > -3$$

Toma nota

Resolver estas desigualdades es similar a resolver las ecuaciones en la sección 3.3, *excepto* que cuando multiplicas o divides la desigualdad entre un número negativo, debes invertir el símbolo de la desigualdad.

EJEMPLO 6Resuelve: $7x - 3 \leq 3x + 17$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 7x - 3 &\leq 3x + 17 \\
 7x - 3x - 3 &\leq 3x - 3x + 17 \\
 4x - 3 &\leq 17 \\
 4x - 3 + 3 &\leq 17 + 3 \\
 4x &\leq 20 \\
 \frac{4x}{4} &\leq \frac{20}{4} \\
 x &\leq 5
 \end{aligned}$$

- **Resta 3x** a cada lado de la desigualdad.
- **Suma 3** a cada lado de la desigualdad.
- **Divide entre 4** cada lado de la desigualdad.

El conjunto solución es $x \leq 5$.**Problema 6**Resuelve: $5 - 4x > 9 - 8x$ **Solución**

Revisa la página S7.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 103, página 132.*

Cuando una desigualdad contiene paréntesis, uno de los pasos de progresión en resolver la desigualdad requiere utilizar la propiedad distributiva.

Concéntrate

en resolver una desigualdad que contiene paréntesis

Resuelve: $-2(x - 7) > 3 - 4(2x - 3)$

Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis. Simplifica.

Suma 8x a cada lado de la desigualdad. Simplifica.

Resta 14 a cada lado de la desigualdad. Simplifica.

Divide entre 6 cada lado de la desigualdad.

Simplifica.

El conjunto solución es $x > \frac{1}{6}$.

$$-2(x - 7) > 3 - 4(2x - 3)$$

$$-2x + 14 > 3 - 8x + 12$$

$$-2x + 14 > 15 - 8x$$

$$-2x + 8x + 14 > 15 - 8x + 8x$$

$$6x + 14 > 15$$

$$6x + 14 - 14 > 15 - 14$$

$$6x > 1$$

$$\frac{6x}{6} > \frac{1}{6}$$

$$x > \frac{1}{6}$$

EJEMPLO 7Resuelve: $3(3 - 2x) \geq -5x - 2(3 - x)$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 3(3 - 2x) &\geq -5x - 2(3 - x) \\
 9 - 6x &\geq -5x - 6 + 2x \\
 9 - 6x &\geq -3x - 6 \\
 9 - 6x + 3x &\geq -3x + 3x - 6 \\
 9 - 3x &\geq -6 \\
 9 - 9 - 3x &\geq -6 - 9 \\
 -3x &\geq -15 \\
 \frac{-3x}{-3} &\leq \frac{-15}{-3} \\
 x &\leq 5
 \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva.
- **Suma 3x** a cada lado de la desigualdad.
- **Resta 9** a cada lado de la desigualdad.
- **Divide entre -3** cada lado de la desigualdad. Invierte el símbolo de la desigualdad.

El conjunto solución es $x \leq 5$.**Problema 7**Resuelve: $8 - 4(3x + 5) \leq 6(x - 8)$ **Solución**

Revisa las páginas S7–S8.

➡ *Intenta resolver el ejercicio 127, página 132.*

3.4 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

- ¿En qué difiere el conjunto solución $x \leq 4$ del conjunto solución $x < 4$?
- Verdadero o falso. El conjunto solución de $x \geq 4$ es el conjunto $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$.
- Indica si invertirías o no el símbolo de la desigualdad mientras la resuelves.
 - $x - 3 > 6$
 - $3x < 6$
 - $-3x > 6$
 - $3x \leq -6$
 - $3 + x \geq -6$
 - $-\frac{x}{3} < 6$

Indica si la expresión es siempre verdadera, en ocasiones verdadera o nunca verdadera.

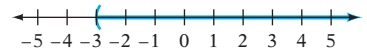
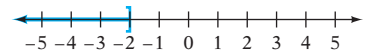
- El mismo término variable se puede sumar a ambos lados de una desigualdad sin cambiar el conjunto solución de la misma.
- El mismo término variable se puede restar de ambos lados de una desigualdad sin cambiar el conjunto solución de la misma.
- Ambos lados de una desigualdad se pueden multiplicar por el mismo número sin cambiar el conjunto solución de la misma.

- 1 Resolver desigualdades utilizando la propiedad aditiva de las desigualdades** (Revisa las páginas 123-125).

PREPÁRATE

Resuelve los ejercicios 7 y 8 sustituyendo el signo de interrogación en la primera expresión con “incluye” o “no incluye”. Sustituye el signo de interrogación en la segunda expresión con el símbolo de desigualdad correcto: $>$, $<$, \geq o \leq .

- La gráfica del conjunto solución que se muestra a la derecha ? el número ?
-2. La gráfica es del conjunto solución de la desigualdad x ? -2.
- La gráfica del conjunto solución que se muestra a la derecha ? el número ?
-3. La gráfica es del conjunto solución de la desigualdad x ? -3.



Grafica.

➡ 9. $x > 2$

10. $x \geq -1$

11. $x \leq 0$

12. $x < 4$

13. ¿Cuáles números son soluciones de la desigualdad $x + 7 \leq -3$?

i) -17 ii) 8 iii) -10 iv) 0

14. ¿Cuáles números son soluciones de la desigualdad $x - 5 < -6$?

i) 1 ii) -1 iii) 12 iv) -5

Resuelve y grafica el conjunto solución.

15. $x + 1 < 3$

16. $y + 2 < 2$

17. $x - 5 > -2$

18. $x - 3 > -2$

19. $n + 4 \geq 7$


20. $x + 5 \geq 3$

21. $x - 6 \leq -10$

22. $y - 8 \leq -11$


➡ 23. $5 + x \geq 4$

24. $-2 + n \geq 0$

 Para los ejercicios 25 a 28, indica si el conjunto solución de una desigualdad en la forma dada contiene sólo números negativos, sólo números positivos o números tanto positivos como negativos.

25. $x + n < a$, donde n y a son ambos positivos y $n > a$
 26. $x + n > a$, donde n y a son ambos positivos y $n < a$
 27. $x - n > -a$, donde n y a son ambos positivos y $n > a$
 28. $x - n > -a$, donde n y a son ambos positivos y $n < a$

Resuelve.

- | | | |
|--|--|---|
| 29. $y - 3 \geq -12$ | 30. $x + 8 \geq -14$ | 31. $3x - 5 < 2x + 7$ |
| 32. $5x + 4 < 4x - 10$ |  33. $8x - 7 \geq 7x - 2$ | 34. $3n - 9 \geq 2n - 8$ |
| 35. $2x + 4 < x - 7$ | 36. $9x + 7 < 8x - 7$ | 37. $4x - 8 \leq 2 + 3x$ |
| 38. $5b - 9 < 3 + 4b$ | 39. $6x + 4 \geq 5x - 2$ | 40. $7x - 3 \geq 6x - 2$ |
| 41. $2x - 12 > x - 10$ | 42. $3x + 9 > 2x + 7$ | 43. $d + \frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ |
| 44. $x - \frac{3}{8} < \frac{5}{6}$ | 45. $x + \frac{5}{8} \geq -\frac{2}{3}$ | 46. $y + \frac{5}{12} \geq -\frac{3}{4}$ |
| 47. $2x - \frac{1}{2} < x + \frac{3}{4}$ | 48. $6x - \frac{1}{3} \leq 5x - \frac{1}{2}$ | 49. $3x + \frac{5}{8} > 2x + \frac{5}{6}$ |
| 50. $4b - \frac{7}{12} \geq 3b - \frac{9}{16}$ | 51. $x + 5.8 \leq 4.6$ | 52. $n - 3.82 \leq 3.95$ |
| 53. $x - 0.23 \leq 0.47$ | 54. $3.8x < 2.8x - 3.8$ | 55. $1.2x < 0.2x - 7.3$ |

2 Resolver desigualdades utilizando la propiedad multiplicativa de las desigualdades

(Revisa las páginas 125-127).


56. ¿Cuáles números son soluciones de la desigualdad $5x > 15$?
 i) 6 ii) -4 iii) 3 iv) 5
57. ¿Cuáles números son soluciones de la desigualdad $-4x \leq 12$?
 i) 0 ii) 3 iii) -3 iv) -4

PREPÁRATE

Resuelve los ejercicios 58 y 59 sustituyendo el signo de interrogación con “es el mismo” o “se invierte”.

58. La desigualdad $x + 4 > -8$ se puede resolver al restar 4 a cada lado de la desigualdad. El símbolo de desigualdad ____?
59. La desigualdad $-4x > 8$ se puede resolver al dividir entre -4 cada lado de la desigualdad. El símbolo de desigualdad ____?

Resuelve y grafica el conjunto solución.

- | | |
|-------------------|---|
| 60. $3x < 12$ | 61. $8x \leq -24$ |
| 62. $5y \geq 15$ |  63. $24x > -48$ |
| 64. $16x \leq 16$ | 65. $3x > 0$ |
| 66. $-8x > 8$ | 67. $-2n \leq -8$ |
| 68. $-6b > 24$ | 69. $-4x < 8$ |

Resuelve.

70. $-5y \geq 20$

73. $-8x \leq -40$

76. $-3x \geq \frac{6}{7}$

79. $\frac{2}{3}x < -12$

82. $-\frac{3}{7}x \leq 6$

85. $\frac{2}{3}n < \frac{1}{2}$

88. $-\frac{3}{8}x \geq \frac{9}{14}$

91. $-0.27x < 0.135$

94. $3.7y \geq -1.48$

71. $3x < 5$

74. $-6x \leq -40$

77. $-5x \geq \frac{10}{3}$

80. $\frac{5}{6}x < -20$

83. $-\frac{2}{11}b \geq -6$

86. $\frac{3}{5}x > \frac{7}{10}$

89. $-\frac{3}{4}y \geq -\frac{5}{8}$

92. $-0.63x < 4.41$

95. $0.07x < -0.378$

72. $7x > 2$

75. $10x > -25$

78. $\frac{5}{6}n < 15$

81. $-\frac{3}{8}x < 6$

84. $-\frac{4}{7}x \geq -12$

87. $-\frac{2}{3}x \geq \frac{4}{7}$

90. $-\frac{8}{9}x \geq -\frac{16}{27}$

93. $8.4y \geq -6.72$

96. $-11.7x \leq 4.68$

 Resuelve los ejercicios 97 y 98 sin resolver las desigualdades o utilizar una calculadora.


97. Un número n es solución de la desigualdad $-0.8157n < 7.304$. ¿Cuál de las siguientes debe ser verdadero?


- i) n es positivo. ii) n es negativo.
 iii) n es 0. iv) n puede ser positivo, negativo o 0.

98. Un número n es solución de la desigualdad $-917n \geq -10,512$. ¿Cuál de las siguientes debe ser verdadero?

- i) n es positivo. ii) n es negativo.
 iii) n es 0. iv) n puede ser positivo, negativo o 0.

3 Resolver desigualdades generales (Revisa las páginas 127-128).

99.  En tus propias palabras, describe la propiedad aditiva y la propiedad multiplicativa de las desigualdades.

100.  ¿Qué diferencia existe entre resolver ecuaciones lineales y desigualdades lineales?

PREPÁRATE

101. Resuelve: $9 - 5x \geq -2x$

$$9 - 5x \geq -2x$$

$$9 - 5x + \underline{\quad? \quad} \geq -2x + \underline{\quad? \quad}$$

$$9 - \underline{\quad? \quad} \geq \underline{\quad? \quad}$$

$$9 - 9 - 3x \geq 0 - 9$$

$$\underline{\quad? \quad} \geq \underline{\quad? \quad}$$

$$\frac{-3x}{\underline{\quad? \quad}} \geq \frac{-9}{\underline{\quad? \quad}}$$

$$x \leq \underline{\quad? \quad}$$

- Suma $2x$ a cada lado de la desigualdad.
- Simplifica.
- Resta $\underline{\quad? \quad}$ a cada lado de la desigualdad.
- Simplifica.
- Divide entre -3 cada lado de la desigualdad. Invierte el símbolo de desigualdad.
- Simplifica.

102. El primer paso para resolver la desigualdad $8(3x - 1) < 11x + 5$ es utilizar la propiedad $\underline{\quad? \quad}$ para $\underline{\quad? \quad}$.

Resuelve.

➡ 103. $3x + 2 \geq 5x - 8$

106. $8x - 9 > 3x - 9$

109. $2x - 8 > 4x$

112. $10 - 3x \leq 7x$

115. $0.15x + 55 > 0.10x + 80$

118. $5(2x + 7) > -4x - 7$

121. $2(2y - 5) \leq 3(5 - 2y)$

124. $4(3d - 1) > 3(2 - 5d)$

➡ 127. $4 - 3(3 - n) \leq 3(2 - 5n)$

130. $4 + 2(3 - 2y) \leq 4(3y - 5) - 6y$

133. $\frac{2}{3}(9t - 15) + 4 < 6 + \frac{3}{4}(4 - 12t)$

104. $2n - 9 \geq 5n + 4$

107. $4x - 8 < 2x$

110. $3y + 2 > 7y$

113. $0.1(180 + x) > x$

116. $-3.6b + 16 < 2.8b + 25.6$

119. $3(2x - 5) \geq 8x - 5$

122. $2(5x - 8) \leq 7(x - 3)$

125. $5(x - 2) > 9x - 3(2x - 4)$

128. $15 - 5(3 - 2x) \leq 4(x - 3)$

131. $\frac{1}{2}(9x - 10) \leq -\frac{1}{3}(12 - 6x)$

134. $\frac{3}{8}(16 - 8c) - 9 \geq \frac{3}{5}(10c - 15) + 7$

105. $5x - 2 < 3x - 2$

108. $7x - 4 < 3x$

111. $8 - 3x \leq 5x$

114. $x > 0.2(50 + x)$

117. $2(3x - 1) > 3x + 4$

120. $5x - 8 \geq 7x - 9$

123. $5(2 - x) > 3(2x - 5)$


126. $3x - 2(3x - 5) > 4(2x - 1)$


129. $2x - 3(x - 4) \geq 4 - 2(x - 7)$

132. $\frac{1}{4}(8 - 12d) < \frac{2}{5}(10d + 15)$

135. ¿Qué número es solución de $3x - 4 \geq 5$ pero no de $3x - 4 > 5$?

136. ¿Qué número es solución de $8 - 2(x + 6) \leq 4$ pero no de $8 - 2(x + 6) < 4$?

137.  ¿Qué desigualdades son equivalentes a la desigualdad $-7x - 2 > -4x + 1$?
i) $-3 > -11x$ ii) $3x > 3$ iii) $-3 > 3x$ iv) $3x < -3$

138.  ¿Qué desigualdades son equivalentes a la desigualdad $10 - 7(x - 4) \geq 3$?
i) $-7x + 38 \geq 3$ ii) $3x - 12 \geq 3$ iii) $35 \geq 7x$ iv) $-18 - 7x \geq 3$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Utiliza el método de lista para escribir los números enteros que son comunes para los conjuntos solución de las dos desigualdades.

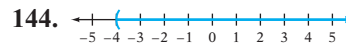
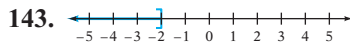
139. $5x - 12 \leq x + 8$
 $3x - 4 \geq 2 + x$

141. $4(x - 2) \leq 3x + 5$
 $7(x - 3) \geq 5x - 1$

140. $6x - 5 > 9x - 2$
 $5x - 6 < 8x + 9$

142. $3(x + 2) < 2(x + 4)$
 $4(x + 5) > 3(x + 6)$

Escribe una desigualdad que describa la gráfica.



145. Un teorema de la geometría llamado Teorema del triángulo de la desigualdad declara que la suma de los largos de dos lados de un triángulo debe ser mayor que el largo del tercer lado. Supongamos que dos lados de un triángulo miden 10 y 18 pulgadas. Sea x el largo del tercer lado. ¿Cuáles son los valores posibles para x ?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Grafica.

146. $|x| < 3$

147. $|x| < 4$

148. $|x| > 2$

149. $|x| > 1$

Indica si la expresión es siempre verdadera, en ocasiones verdadera o nunca verdadera.

150. Supongamos que $a > 0$ y $b < 0$. Entonces $ab > 0$.
151. Supongamos que $a < 0$. Entonces $a^2 > 0$.
152. Supongamos que $a > 0$ y $b < 0$. Entonces $a^2 > b$.
153. Supongamos que $a > b$. Entonces $-a > -b$.
154. Supongamos que $a < b$. Entonces $ac < bc$.
155. Supongamos que $a \neq 0$, $b \neq 0$, y $a > b$. Entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

CAPÍTULO 3 Resumen

Términos clave

Una **ecuación** expresa la igualdad de dos expresiones matemáticas.

Una **solución de una ecuación** es un número que, cuando se sustituye por la variable, resulta en una ecuación verdadera.

Resolver una ecuación significa encontrar una solución de la misma. La meta es reescribir la ecuación en la forma **variable = constante**, debido a que la constante es la solución.

Una **desigualdad** es una expresión que contiene el símbolo $<$, $>$, \leq o \geq .

El **conjunto solución de una desigualdad** es un conjunto de números, cada elemento de los cuales, cuando se sustituye por la variable, resulta en una desigualdad cierta.

Objetivo y referencia de página

[3.1.1, p. 90]

[3.1.1, p. 90]

[3.1.2, p. 91]

[3.4.1, p. 123]

[3.4.1, p. 123]

Ejemplos

$5(3x - 2) = 4x + 7$ es una ecuación.

1 es la solución de la ecuación $6x - 4 = 2$ debido a que $6(1) - 4 = 2$ es una ecuación verdadera.

La ecuación $x = -9$ está en la forma *variable = constante*. La constante, -9 , es la solución de la ecuación.

$8x - 1 \geq 5x + 23$ es una desigualdad.

El conjunto solución de $8x - 1 \geq 5x + 23$ es $x \geq 8$ debido a que cada número mayor o igual que 8, cuando se sustituye por la variable, resulta en una desigualdad cierta.

Reglas y procedimientos esenciales

Propiedad aditiva de las ecuaciones

El mismo número o término variable se puede sumar a cada lado de una ecuación sin modificar la solución de la misma.

Propiedad multiplicativa de las ecuaciones

Cada lado de una ecuación se puede multiplicar por el mismo número diferente de cero sin modificar la solución de la misma.

Objetivo y referencia de página

[3.1.2, p. 91]

[3.1.3, p. 93]

Ejemplos

$$\begin{aligned} x + 12 &= -19 \\ x + 12 - 12 &= -19 - 12 \\ x &= -31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -6x &= 24 \\ \frac{-6x}{-6} &= \frac{24}{-6} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Al **resolver una ecuación**, la meta es re-escribirla en la forma *variable = constante*. Esto requiere aplicar las propiedades tanto aditiva como multiplicativa de las ecuaciones.

Para resolver una ecuación que contiene paréntesis, utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.

Propiedad aditiva de las desigualdades

El mismo número o término variable puede sumarse a cada lado de la desigualdad sin cambiar el conjunto solución de la desigualdad.

Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$.

Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.

Propiedad multiplicativa de las desigualdades

Regla 1 Cada lado de una desigualdad se puede multiplicar por el mismo **número positivo** sin modificar el conjunto solución de la misma.

Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $ac > bc$.

Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.

Regla 2 Si cada lado de una desigualdad se multiplica por el mismo **número negativo** y el símbolo de desigualdad se invierte, entonces el conjunto solución de la desigualdad no cambia.

Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $ac < bc$.

Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.

Al **resolver una desigualdad**, se aplican las propiedades tanto aditiva como multiplicativa de las desigualdades.

[3.3.2, pp. 112–113]

$$\begin{aligned} 7x - 4 &= 3x + 16 \\ 7x - 3x - 4 &= 3x - 3x + 16 \\ 4x - 4 &= 16 \\ 4x - 4 + 4 &= 16 + 4 \\ 4x &= 20 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{20}{4} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

[3.3.3, pp. 113–114]

$$\begin{aligned} 2x + 12 &= 3(x + 5) \\ 2x + 12 &= 3x + 15 \\ 2x - 3x + 12 &= 3x - 3x + 15 \\ -x + 12 &= 15 \\ -x + 12 - 12 &= 15 - 12 \\ -x &= 3 \\ -1(-x) &= -1(3) \\ x &= -3 \end{aligned}$$

[3.4.1, p. 124]

$$\begin{aligned} x - 9 &\leq 14 \\ x - 9 + 9 &\leq 14 + 9 \\ x &\leq 23 \end{aligned}$$

[3.4.2, pp. 125–126]

$$\begin{aligned} 7x &< -21 \\ \frac{7x}{7} &< \frac{-21}{7} \\ x &< -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -7x &\geq 21 \\ \frac{-7x}{-7} &\leq \frac{21}{-7} \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$

[3.4.3, pp. 127–128]

$$\begin{aligned} 4x - 1 &\geq 6x + 7 \\ 4x - 6x - 1 &\geq 6x - 6x + 7 \\ -2x - 1 &\geq 7 \\ -2x - 1 + 1 &\geq 7 + 1 \\ -2x &\geq 8 \\ \frac{-2x}{-2} &\leq \frac{8}{-2} \\ x &\leq -4 \end{aligned}$$

La ecuación básica del porcentaje

Porcentaje · base = cantidad

$$P \cdot B = A$$

[3.2.1, p. 98]

¿40% de qué número es 16?

$$PB = A$$

$$0.40B = 16$$

$$\frac{0.40B}{0.40} = \frac{16}{0.40}$$

$$B = 40$$

40% de 40 es 16.

Ecuación de movimiento uniforme

Distancia = velocidad · tiempo

$$d = rt$$

[3.2.2, p. 102]

Un automóvil recorre 200 millas en 4 horas. Calcula la velocidad.

$$d = rt$$

$$200 = r \cdot 4$$

$$50 = r$$

La velocidad es 50 mph.

Ecuación del interés simple

Interés simple =

Principal · tasa de interés simple · tiempo

$$I = prt$$

[3.2.1, p. 100]

Una inversión de \$5,000 gana una tasa de interés simple anual de 4%. Calcula el monto de intereses ganado en 6 meses.

$$I = prt$$

$$I = 5000(0.04)(0.5)$$

$$I = 100$$

El monto de intereses ganado es \$100.

Ecuación de la mezcla de ingredientes

Cantidad de sustancia en una solución

= cantidad de la solución ·

porcentaje de concentración de
la sustancia

$$Q = Ar$$

[3.2.1, p. 101]

Una botella de 8 onzas de jarabe para la tos tiene 2% de alcohol. Calcula la cantidad de alcohol en el jarabe para la tos.

$$Q = Ar$$

$$Q = 8(0.02)$$

$$Q = 0.16$$

El jarabe contiene 0.16 onzas de alcohol.

Ecuación del sistema de palancas

$F_1x = F_2(d - x)$, donde F_1 y F_2 son dos fuerzas, d es el largo de la palanca, x la distancia de F_1 al punto de apoyo y $d - x$ la distancia de F_2 al punto de apoyo.

[3.3.4, p. 115]

Un niño que pesa 30 libras está sentado en un extremo de un sube y baja de 8 pies, a 5 pies del punto de apoyo. Un niño que pesa 50 libras está sentado en el otro extremo. El sube y baja se balancea.

$$F_1x = F_2(d - x)$$

$$30(5) = 50(8 - 5)$$

$$30(5) = 50(3)$$

$$150 = 150$$

CAPÍTULO 3 Ejercicios de repaso

1. ¿Es 3 una solución de $5x - 2 = 4x + 5$?
3. Resuelve: $8x = -56$
5. Resuelve: $5x + 3 = 10x - 17$
7. ¿Cuánto es 81% de 500?
9. ¿Qué porcentaje de 40 es 27?
11. Resuelve y grafica el conjunto solución $x - 3 > -1$
13. Resuelve: $3x + 4 \geq -8$
15. ¿Es 2 una solución de $x^2 + 4x + 1 = 3x + 7$?
17. Resuelve: $\frac{x}{7} = -7$
19. Resuelve: $12y - 1 = 3y + 2$
21. ¿Cuánto es $66\frac{2}{3}\%$ de 24?
23. ¿Qué porcentaje es 0.5 de 3?
25. Resuelve y grafica el conjunto solución de $5x \leq -10$.
27. Resuelve: $a - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$
29. Resuelve: $32 = 9x - 4 - 3x$
31. Resuelve: $4x - 12 < x + 24$
33. Resuelve: $3x + 7 + 4x = 42$
35. ¿Qué porcentaje de 200 es 8?
37. Resuelve: $5 - 4(x + 9) > 11(12x - 9)$
38. **Geometría** Calcula la medida del tercer ángulo de un triángulo si el primero es de 20° y el segundo de 50° . Utiliza la ecuación $A + B + C = 180^\circ$, donde A, B y C son las medidas de los ángulos de un triángulo.
39. **Sistema de palancas** Una palanca tiene 12 pies de largo. A una distancia de 2 pies del punto de apoyo, se aplica una fuerza de 120 libras. ¿Qué tan grande debe ser la fuerza aplicada al otro extremo de la palanca de manera que el sistema se equilibre? Utiliza la ecuación del sistema de palancas $F_1x = F_2(d - x)$.
40. **Geometría** Utiliza la ecuación $P = 2L + 2W$, donde P es el perímetro de un rectángulo, L su largo y W su ancho, para calcular el ancho de un rectángulo que tiene un perímetro de 49 pies y un largo de 18.5 pies.
41. **Descuentos** Calcula el descuento sobre una bicicleta de 26 pulg de 21 velocidades con cambio de manubrio si el precio de venta es \$198 y el precio regular \$239.99. Utiliza la ecuación $S = R - D$, donde S es el precio de venta, R el precio regular y D el descuento.
42. **Conservación** En Centroamérica y en México, 1184 plantas y animales están en peligro de extinción en la Tierra. Esto representa aproximadamente 10.7% de todas las especies en peligro de extinción del planeta. ¿Cuántas plantas y animales están en peligro de extinción aproximadamente en la Tierra? *Fuente: World Conservation Union*
43. **Física** La presión a cierta profundidad en el océano se puede aproximar por la ecuación $P = 15 + \frac{1}{2}D$, donde P es la presión en libras por pulgada cuadrada y D la profundidad en pies. Utiliza esta ecuación para calcular la profundidad cuando la presión es de 55 lb/pulg².
2. Resuelve: $x - 4 = 16$
4. Resuelve: $5x - 6 = 29$
6. Resuelve: $3(5x + 2) + 2 = 10x + 5[x - (3x - 1)]$
8. ¿18 es 72% de qué número?
10. Grafica: $x \leq -2$
12. Resuelve y grafica el conjunto solución $-3x < 12$.
14. Resuelve: $7x - 2(x + 3) \geq x + 10$
16. Resuelve: $4.6 = 2.1 + x$
18. Resuelve: $14 + 6x = 17$
20. Resuelve: $x + 5(3x - 20) = 10(x - 4)$
22. ¿60 es 48% de qué número?
24. Resuelve y grafica el conjunto solución de $2 + x < -2$.
26. Resuelve: $6x + 3(2x - 1) = -27$
28. Resuelve: $\frac{3}{5}a = 12$
30. Resuelve: $-4[x + 3(x - 5)] = 3(8x + 20)$
32. ¿Cuánto es $\frac{1}{2}\%$ de 3000?
34. Resuelve: $5x - 6 > 19$
36. Resuelve: $6x - 9 < 4x + 3(x + 3)$



44. **Sistemas de palancas** Una palanca tiene 8 pies de largo. Una fuerza de 25 lb se aplica a un extremo de la palanca y una fuerza de 15 lb se aplica al otro extremo. Calcula la ubicación del punto de apoyo cuando el sistema se balancea. Utiliza la ecuación del sistema de palancas $F_1x = F_2(d - x)$.
45. **Geometría** Calcula el largo de un rectángulo cuando el perímetro es de 84 pies y el ancho de 18 pies. Utiliza la ecuación $P = 2L + 2W$, donde P es el perímetro de un rectángulo, L el largo y W el ancho.
46. **Problema de movimiento uniforme** Una lancha de motor que puede viajar a 15 mph en aguas tranquilas viaja con la corriente de un río que se mueve a 5 mph. ¿Cuánto tiempo le llevará a la lancha recorrer 30 millas?
47. **Inversiones** A Cathy Serano le gustaría ganar \$125 al año de dos inversiones. Ha encontrado una inversión que le pagará \$75 al año. ¿Cuánto debe invertir en una cuenta que gana una tasa de interés simple anual de 8% para llegar a su meta?
48. **Problema de mezclas** Una solución de ácido de 150 ml contiene 9 ml de ácido hidrocórico. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de ácido hidrocórico?

CAPÍTULO 3 Examen

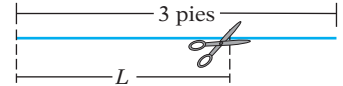
1. Resuelve: $\frac{3}{4}x = -9$
2. Resuelve: $6 - 5x = 5x + 11$
3. Resuelve: $3x - 5 = -14$
4. ¿Es -2 una solución de $x^2 - 3x = 2x - 6$?
5. Resuelve: $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$
6. Resuelve: $5x - 2(4x - 3) = 6x + 9$
7. Resuelve: $7 - 4x = -13$
8. Resuelve: $11 - 4x = 2x + 8$
9. Resuelve: $x - 3 = -8$
10. Resuelve: $3x - 2 = 5x + 8$
11. Resuelve: $-\frac{3}{8}x = 5$
12. Resuelve: $6x - 3(2 - 3x) = 4(2x - 7)$
13. Resuelve: $6 - 2(5x - 8) = 3x - 4$
14. Resuelve: $9 - 3(2x - 5) = 12 + 5x$
15. Resuelve: $3(2x - 5) = 8x - 9$
16. ¿Qué porcentaje de 16 es 20?
17. ¿30% de qué es 12?
18. Grafica: $x > -2$
19. Resuelve y grafica el conjunto solución de $-2 + x \leq -3$.
20. Resuelve y grafica el conjunto solución de $\frac{3}{8}x > -\frac{3}{4}$.
21. Resuelve: $x + \frac{1}{3} > \frac{5}{6}$
22. Resuelve: $3(x - 7) \geq 5x - 12$
23. Resuelve: $-\frac{3}{8}x \leq 6$
24. Resuelve: $4x - 2(3 - 5x) \leq 6x + 10$
25. Resuelve: $3(2x - 5) \geq 8x - 9$
26. Resuelve: $15 - 3(5x - 7) < 2(7 - 2x)$
27. Resuelve: $-6x + 16 = -2x$
28. ¿Es 20 $83\frac{1}{3}\%$ de qué número?
29. Resuelve y grafica el conjunto solución $\frac{2}{3}x \geq 2$.
30. ¿Es 5 una solución de $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$?

- 31. Viajes espaciales** El peso de una persona en la luna es $16\frac{2}{3}\%$ del peso de la persona en la Tierra. Si un astronauta pesa 180 lb en la Tierra, ¿cuánto pesaría en la luna?
- 32. Química** Un químico mezcla 100 g de agua a 80°C con 50 g de agua a 20°C . Utiliza la ecuación $m_1 \cdot (T_1 - T) = m_2 \cdot (T - T_2)$ para calcular la temperatura final del agua después de la mezcla. En esta ecuación, m_1 es la cantidad de agua a la temperatura más caliente, T_1 la temperatura del agua más caliente, T_2 la temperatura del agua más fría y T la temperatura final del agua después de mezclarla.
- 33. Manufactura** Un gerente de finanzas ha determinado que el costo unitario de una calculadora es \$15 y que los costos fijos por mes son \$2000. Calcula el número de calculadoras fabricadas durante un mes en el cual el costo total fue de \$5000. Utiliza la ecuación $T = U \cdot N + F$, donde T es el costo total, U el costo unitario, N el número de unidades producidas y F el costo fijo.
- 34. Problema de movimiento uniforme** Dos excursionistas parten al mismo tiempo desde los extremos opuestos de recorrido de 15 millas. Un excursionista camina a una tasa de velocidad de 3.5 mph y el segundo lo hace a 4 mph. ¿Cuánto tiempo después de partir se encontrarán?
- 35. Inversiones** Victor Jameson ha invertido \$750 en una cuenta de interés simple que tiene una tasa de interés anual de 6.2%. ¿Cuánto debe invertir en una segunda cuenta que gana un interés simple de 5%, de manera que el interés ganado sobre la segunda cuenta sea igual al ganado sobre la primera?
- 36. Problema de mezclas** Un vaso de 8 onzas de leche con chocolate contiene 2 onzas de jarabe de chocolate. Calcula el porcentaje de concentración de jarabe de chocolate en la leche con chocolate.

Ejercicios de repaso acumulativos

- Resta: $-6 - (-20) - 8$
- Resta: $-\frac{5}{6} - \left(-\frac{7}{16}\right)$
- Simplifica: $-4^2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^3$
- Evalúa $3(a - c) - 2ab$ cuando $a = 2$, $b = 3$, y $c = -4$.
- Simplifica: $2a - (-3b) - 7a - 5b$
- Simplifica: $-4(-9y)$
- Simplifica: $-2(x - 3) + 2(4 - x)$
- Utiliza el método de lista para escribir el conjunto de los números enteros negativos mayores que -8 .
- Escribe como decimal
- ¿Es -3 solución de $x^2 + 6x + 9 = x + 3$?
- Resuelve: $\frac{3}{5}x = -15$
- Resuelve: $5x - 8 = 12x + 13$
- Resuelve: $-\frac{3}{4}x > \frac{2}{3}$
- Multiplica: $(-2)(-6)(-4)$
- Divide: $-2\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{6}$
- Simplifica: $25 - 3 \cdot \frac{(5 - 2)^2}{2^3 + 1} - (-2)$
- Simplifica: $3x - 8x + (-12x)$
- Simplifica: $(16x)\left(\frac{1}{8}\right)$
- Simplifica: $-2(-x^2 - 3x + 2)$
- Simplifica: $-3[2x - 4(x - 3)] + 2$
- Escribe como porcentaje $\frac{7}{8}$. Escribe el resto en forma de fracción.
- Escribe como fracción $62\frac{1}{2}\%$.
- Resuelve: $x - 4 = -9$
- Resuelve: $13 - 9x = -14$
- Resuelve: $8x - 3(4x - 5) = -2x - 11$
- Resuelve: $5x - 4 \geq 4x + 8$

27. Resuelve: $3x + 17 < 5x - 1$
28. Convierte en una expresión algebraica y simplificala: “la diferencia entre ocho y el cociente de un número y doce”.
29. Convierte en una expresión algebraica y simplificala: “la suma de un número y dos más que el número”
30. **Billetes de dólar** El tesorero de un club tiene algunos billetes de cinco dólares y algunos billetes de diez dólares. El tesorero tiene un total de 35 billetes. Utiliza una variable para expresar el número de cada denominación de billetes.
31. **Pesca** Una cuerda para pescar de 3 pies de largo es cortada en dos trozos, uno más corto que el otro. Expresa el largo del trozo más corto en términos del largo del trozo más grande.
32. **Impuestos** Un programador de computadoras percibe un salario semanal de \$1359 y le deducen \$229.50 de impuesto sobre la renta. Calcula el porcentaje del sueldo del programador de computadoras deducido del impuesto sobre la renta.
33. **Pista y campo** El tiempo mundial récord para una carrera de 1 milla se puede aproximar por la ecuación $t = 17.08 - 0.0067y$, donde t es el tiempo en minutos y y el año de la carrera. Utiliza esta ecuación para predecir el año en el cual se corrió la primera “milla de 4 minutos”. (El año real fue 1954). Redondea al número entero más cercano.
34. **Química** Un químico mezcla 330 g de agua a 75°C con 100 g de agua a 15°C . Utiliza la ecuación $m_1 \cdot (T_1 - T) = m_2 \cdot (T - T_2)$ para determinar la temperatura final del agua. En esta ecuación, m_1 es la cantidad de agua a la temperatura más caliente, T_1 la temperatura del agua más caliente, m_2 la cantidad de agua a la temperatura más fría, T_2 la temperatura del agua más fría y T la temperatura final del agua después de la mezcla.
35. **Sistemas de palancas** Una palanca tiene 25 pies de largo. A una distancia de 12 pies del punto de apoyo, se aplica una fuerza de 26 libras. ¿Qué tan grande debe ser una fuerza aplicada en el otro extremo de la panca de manera que el sistema se equilibre? Utiliza la ecuación del sistema de palancas $F_1x = F_2(d - x)$.



Solución de ecuaciones y desigualdades: Aplicaciones

Concéntrate en el éxito

¿Tienes dificultades con los problemas de palabras? Dichos problemas muestran la variedad de formas en las cuales se pueden utilizar las matemáticas. La solución de cada problema de palabras se puede desglosar en dos pasos: estrategia y solución. La estrategia consiste en leer el problema, escribir lo que se conoce y no se conoce, e idear un plan para encontrar lo desconocido. La solución a menudo consiste en resolver una ecuación y después comprobar la solución. (Observa los problemas de palabras, página ASP-10.)

OBJETIVOS

- 4.1**
 - 1 Convertir una expresión en una ecuación y resolverla
 - 2 Problemas de aplicación
- 4.2**
 - 1 Problemas de perímetro
 - 2 Problemas que involucran ángulos formados por rectas que se intersectan
 - 3 Problemas que involucran los ángulos de un triángulo
- 4.3**
 - 1 Problemas de margen de utilidad
 - 2 Problemas de descuento
- 4.4**
 - 1 Problemas de inversión
- 4.5**
 - 1 Problemas de mezclas de ingredientes
 - 2 Problemas de porcentajes de mezcla
- 4.6**
 - 1 Problemas de movimiento uniforme
- 4.7**
 - 1 Aplicaciones de las desigualdades

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Simplifica: $R - 0.35R$
2. Simplifica: $0.08x + 0.05(400 - x)$
3. Simplifica: $n + (n + 2) + (n + 4)$
4. Convierte en una expresión algebraica: “La diferencia entre cinco y dos veces un número”.
5. Escribe como porcentaje 0.4.
6. Resuelve: $25x + 10(9 - x) = 120$
7. Resuelve: $36 = 48 - 48r$
8. Resuelve: $4(2x - 5) < 12$
9. Una mezcla de bocadillos pesa 20 onzas y contiene nueces y pretzels. Supongamos que n representa el número de onzas de nueces en la mezcla. Expresa en términos de n el número de onzas de pretzels en la mezcla.

4.1

Conversión de expresiones en ecuaciones

OBJETIVO 1

Convertir una expresión en una ecuación y resolverla

Una ecuación establece que dos expresiones matemáticas son iguales. Por consiguiente, la conversión de una expresión en una ecuación requiere reconocer las palabras o expresiones que significan “iguales”. Algunas de las expresiones que significan “iguales” son *es*, *es igual a*, *equivale a* y *representa*.

Una vez que la expresión se convierte en una ecuación, ésta se puede resolver al reescribirla en la forma *variable = constante*.

EJEMPLO 1

Convierte en una ecuación y resuelve “dos veces la suma de un número y ocho es igual a la suma de cuatro veces el número y seis”.

Solución

el número desconocido: n

dos veces la
suma de un
número y ocho

es
igual
a

la suma de
cuatro veces el
número y seis

$$2(n + 8) = 4n + 6$$

$$2n + 16 = 4n + 6$$

$$2n - 4n + 16 = 4n - 4n + 6$$

$$-2n + 16 = 6$$

$$-2n + 16 - 16 = 6 - 16$$

$$-2n = -10$$

$$\frac{-2n}{-2} = \frac{-10}{-2}$$

$$n = 5$$

El número es 5.

Problema 1

Convierte en una ecuación y resuelve “nueve menos dos veces un número es cinco veces la suma del número y doce”.

Solución

Revisa la página S8.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 145.

Recuerda que los números enteros son $\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$.

Un **número entero par** es un número que es divisible entre 2. Ejemplos de números enteros pares son $-8, 0$ y 22 .

Un **número entero impar** es un número entero que no es divisible entre 2. Ejemplos de números enteros impares son $-17, 1$ y 39 .

Los **números enteros consecutivos** son números enteros que siguen en orden uno a otro. A la derecha se muestran ejemplos de números enteros consecutivos. (Asume que la variable n representa un número entero.)

11, 12, 13
 $-8, -7, -6$
 $n, n + 1, n + 2$

A la derecha se muestran ejemplos de **números enteros consecutivos pares**. (Asume que la variable n representa un número entero o par.)

24, 26, 28
 $-10, -8, -6$
 $n, n + 2, n + 4$

A la derecha se muestran ejemplos de **números enteros consecutivos impares**. (Asume que la variable n representa un número entero impar.)

19, 21, 23
 $-1, 1, 3$
 $n, n + 2, n + 4$

Concéntrate en resolver un problema de un número entero consecutivo

La suma de tres números enteros consecutivos impares es 51. Encuentra los números enteros.

- Estrategia** ► Supongamos que una variable representa uno de los números enteros. Primer número entero impar: n
- Expresa cada uno de los otros números enteros en términos de esa variable. Segundo número entero: $n + 2$
 Tercer número entero: $n + 4$
 (Recuerda que los números enteros consecutivos difieren por 1. Los números enteros consecutivos pares o impares difieren por 2.)
- Determina la relación entre los números enteros. Su suma es 51.

Solución Escribe una ecuación. $n + (n + 2) + (n + 4) = 51$

Resuelve para n . $3n + 6 = 51$
 $3n = 45$
 $n = 15$

El primer número entero impar es 15.

Sustituye el valor de n en las expresiones algebraicas para el segundo y tercer números enteros. $n + 2 = 15 + 2 = 17$
 $n + 4 = 15 + 4 = 19$

Los tres números enteros consecutivos impares son 15, 17 y 19.

EJEMPLO 2

Encuentra tres números enteros consecutivos pares, de manera que tres veces el segundo número entero sea seis más que la suma del primer y tercer números enteros.

- Estrategia** ► Primer número entero par: n
 Segundo número entero par: $n + 2$
 Tercer número entero par: $n + 4$
- Tres veces el segundo número entero es igual a seis más que la suma del primer y tercer números enteros.

Solución $3(n + 2) = n + (n + 4) + 6$ • Escribe la ecuación.
 $3n + 6 = 2n + 10$ • Resuelve para n .
 $n + 6 = 10$
 $n = 4$ • El primer número entero par es 4.
 $n + 2 = 4 + 2 = 6$ • Sustituye el valor de n en las expresiones algebraicas para el segundo y tercer números enteros.
 $n + 4 = 4 + 4 = 8$

Los tres números enteros consecutivos pares son 4, 6 y 8.

Problema 2 Encuentra tres números enteros consecutivos cuya suma es -12 .

Solución Revisa la página S8.

OBJETIVO 2**Problemas de aplicación****EJEMPLO 3**

La temperatura del Sol en la escala Kelvin es de 6500 K. Esto es 4740° menos que la temperatura del Sol en la escala Fahrenheit. Calcula la temperatura del Sol en la escala Fahrenheit.

Estrategia

Para calcular la temperatura Fahrenheit, escribe y resuelve una ecuación utilizando F para representar la temperatura Fahrenheit.

Solución

6500	es	4740° menos que la temperatura Fahrenheit.
------	----	--

$$\begin{aligned} 6500 &= F - 4740 \\ 6500 + 4740 &= F - 4740 + 4740 \\ 11,240 &= F \end{aligned}$$

La temperatura del Sol es 11,240 °F.

Problema 3

Una molécula de gas octano tiene ocho átomos de carbono. Esto representa dos veces el número de átomos de carbono en una molécula de gas butano. Calcula el número de átomos de carbono en una molécula de gas butano.

Solución

Revisa la página S8.

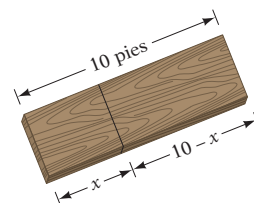
➡ Intenta resolver el ejercicio 57, página 147.

EJEMPLO 4

Una tabla de 10 pies de longitud es cortada en dos trozos. Tres veces la longitud del trozo más corto es dos veces la longitud del trozo más largo. Calcula la longitud de cada pieza.

Estrategia

Traza un diagrama. Para calcular la longitud de cada pieza, escribe y resuelve una ecuación utilizando x para representar la longitud de la pieza más corta y $10 - x$ para representar la longitud de la pieza más larga.

**Solución**

tres veces la longitud de la pieza más corta	es	dos veces la longitud de la pieza más larga
--	----	---

$$\begin{aligned} 3x &= 2(10 - x) \\ 3x &= 20 - 2x \\ 3x + 2x &= 20 - 2x + 2x \\ 5x &= 20 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{20}{5} \\ x &= 4 \\ 10 - x &= 10 - 4 = 6 \end{aligned}$$

- La longitud de la pieza más corta es 4 pies.
- Sustituye el valor de x en la expresión algebraica para el trozo más largo y evalúa.

La longitud de la pieza más corta es 4 pies. La longitud de la pieza más larga es 6 pies.

Problema 4

Una empresa fabrica 160 bicicletas por día. Cuatro veces el número de bicicletas de 3 velocidades fabricadas por día es igual a 30 menos el número de bicicletas de 10 velocidades fabricadas por día. Calcula el número de bicicletas de 10 velocidades fabricadas por día.

Solución

Revisa la página S8.

➡ Intenta resolver el ejercicio 71, página 148.

Toma nota

También podríamos establecer que x represente la longitud del trozo más largo y que $10 - x$ represente la longitud del trozo más corto. Entonces nuestra ecuación sería

$$3(10 - x) = 2x$$

Demuestra que esta ecuación resulta en las mismas soluciones.

4.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Para los ejercicios 1 a 6, determina si la expresión es verdadera o falsa.

1. Cuando dos expresiones representan el mismo valor, decimos que las ecuaciones son iguales una a la otra.
2. Cuando convertimos una expresión en una ecuación, podemos utilizar cualquier variable para representar un número desconocido.
3. En la suma de un número, la respuesta de un problema de aplicación debe tener una unidad, como metros, dólares, minutos o millas por hora.
4. Un número entero par es un múltiplo de 2.
5. Dados los números enteros consecutivos impares -5 y -3 , el siguiente número entero consecutivo impar es -1 .
6. Si el primero de tres números enteros consecutivos impares es n , entonces el segundo y tercer números enteros consecutivos impares están representados como $n + 1$ y $n + 3$.
7. La suma de dos números es 12.
 - a. Si x representa el número más grande, expresa el número más pequeño en términos de x .
 - b. Si x representa el número más pequeño, expresa el número más grande en términos de x .



1 Convertir una expresión en una ecuación y resolverla (Revisa las páginas 142-143).

PREPÁRATE




8. Cuando convertimos una expresión en una ecuación, la palabra *es* se convierte en el signo ____?



Convierte en una ecuación y resuelve.

9. La diferencia entre un número y quince es siete. Encuentra el número.
10. La suma de cinco y un número es tres. Encuentra el número.
11. El producto de siete y un número es veintiuno negativo. Encuentra el número.
12. El cociente de un número y cuatro es dos. Encuentra el número.
13. Cuatro menos tres veces un número es cinco. Encuentra el número.
14. La diferencia entre cinco y dos veces un número es uno. Encuentra el número.
15. Cuatro veces la suma de dos veces un número y tres es doce. Encuentra el número.
16. Veintiuno es tres veces la diferencia entre cuatro veces un número y cinco. Encuentra el número.
- ➡ 17. Doce es seis veces la diferencia entre un número y tres. Encuentra el número.
18. La diferencia entre seis veces un número y cuatro veces el número es catorce negativo. Encuentra el número.
19. Veintidós es dos menos que seis veces un número. Encuentra el número.
20. Quince negativo es tres más que dos veces un número. Encuentra el número.
21. Siete más que cuatro veces un número es tres más que dos veces el número. Encuentra el número.
22. La diferencia entre tres veces un número y cuatro es cinco veces el número. Encuentra el número.

23. Ocho menos cinco veces un número es cuatro más que ocho veces el número. Encuentra el número.
24. La suma de un número y seis es cuatro menos que seis veces el número. Encuentra el número.
25. Dos veces la diferencia entre un número y veinticinco es tres veces el número. Encuentra el número.
26. Cuatro veces un número es tres veces la diferencia entre treinta y cinco y el número. Encuentra el número.
27. La suma de dos números es veinte. Tres veces el más pequeño es igual a dos veces el más grande. Encuentra los dos números.
28. La suma de dos números es quince. Uno menos que tres veces el más pequeño es igual al más grande. Encuentra los dos números.
29. La suma de dos números es dieciocho. El total de tres veces el más pequeño y dos veces el más grande es cuarenta y cuatro. Encuentra los dos números.
30. La suma de dos números es dos. La diferencia entre ocho y dos veces el número más pequeño es dos menos que cuatro veces el número más grande. Encuentra los dos números.
31.  La suma de dos números es catorce. Un número es diez más que el otro número. Escribe dos ecuaciones diferentes que se puedan utilizar para encontrar los números escribiendo primero una ecuación en la cual n representa el número más grande y después una ecuación en la cual n representa el número más pequeño
32.  La suma de dos números es siete. Dos veces un número es cuatro veces menos que el otro número. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones *no* representa esta situación?
 - i) $2n = 7 - n - 4$ ii) $2(7 - x) = x - 4$
 - iii) $2x + 4 = 7 - x$ iv) $2n - 4 = 7 - n$

PREPÁRATE

33. Los números enteros que siguen uno al otro se llaman números enteros ____?
 34. Dos números enteros consecutivos difieren por ____?. Dos números enteros consecutivos pares difieren por ____?. Dos números enteros consecutivos impares difieren por ____?.
35.  Explica cómo representar tres números enteros consecutivos utilizando sólo una variable.
 36.  Explica por qué ambos números enteros consecutivos pares y números enteros consecutivos impares están representados algebraicamente como $n, n + 2, n + 4, \dots$.
 37. La suma de tres números enteros consecutivos es 54. Encuentra los números enteros.
 38. La suma de tres números enteros consecutivos es 75. Encuentra los números enteros.
 39. La suma de tres números enteros consecutivos pares es 84. Encuentra los números enteros.
 40. La suma de tres números enteros consecutivos pares es 48. Encuentra los números enteros.
 41. La suma de tres números enteros consecutivos impares es 57. Encuentra los números enteros.
 42. La suma de tres números enteros consecutivos impares es 81. Encuentra los números enteros.
 43. Encuentra dos números enteros consecutivos pares tales que cinco veces el primer número entero es igual a cuatro veces el segundo número entero.
 44. Encuentra dos números enteros consecutivos pares de manera que seis veces el primer número entero sea igual a tres veces el segundo número entero.
 45.  Nueve veces el primero de dos números enteros consecutivos impares es igual a siete veces el segundo. Encuentra los números enteros.




46. Cinco veces el primero de dos números enteros consecutivos impares es tres veces el segundo. Encuentra los números enteros.
47. Encuentra tres números enteros consecutivos cuya suma es veinticuatro negativo.
48. Encuentra tres números enteros consecutivos pares cuya suma es doce negativo.
49. Tres veces el más pequeño de tres números enteros consecutivos pares es dos más que dos veces el más grande. Encuentra los números enteros.
50. Dos veces el más pequeño de tres números enteros consecutivos impares es cinco más que el más grande. Encuentra los números enteros.
51. Encuentra tres números enteros consecutivos impares tales que tres veces el número entero medio sea seis más que la suma del primero y tercer números enteros.
52. Encuentra tres números enteros impares tales que cuatro veces el número entero medio es dos menos que la suma del primero y tercer números enteros.
53.  ¿Cuál de los siguientes *no* podría utilizarse para representar tres números enteros consecutivos pares?
 i) $n + 2, n + 4, n + 6$ ii) $n, n + 4, n + 6$
 iii) $n + 1, n + 3, n + 5$ iv) $n - 2, n, n + 2$
54.  Si n es un número entero impar, ¿cuál expresión representa el tercer número entero consecutivo impar después de n ?
 i) $n + 6$ ii) $n + 4$ iii) $n + 3$ iv) $n + 2$

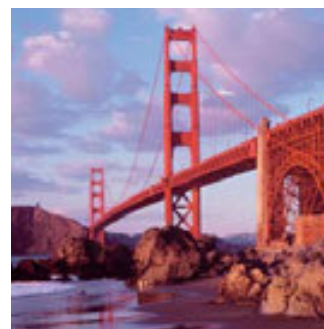
2 Problemas de aplicación (Revisa la página 144).

PREPÁRATE

55. La cantidad de calorías en una taza de leche reducida en grasa es dos tercios la cantidad de calorías en una taza de leche entera. En esta situación, supongamos que n representa la cantidad de calorías en una taza de leche ? y que $\frac{2}{3}n$ representa la cantidad de calorías en una taza de leche ?.
56. Una taza de leche reducida en grasa tiene 100 calorías. Utiliza la información en el ejercicio 55 para escribir una ecuación que se pueda utilizar para calcular la cantidad de calorías en una taza de leche entera: ? = ?.

Escribe una ecuación y resuelve.

- ➡ 57. **Depreciación** Como resultado de la depreciación, el valor de un automóvil es ahora \$19,200. Esto es tres quintas partes de su valor original. Calcula el valor original del automóvil.
58.  **Estructuras** La longitud del Royal George Bridge en Colorado es 320 metros. Esto es una cuarta parte de la longitud del Golden Gate Bridge. Calcula la longitud del Golden Gate Bridge.
59.  **Nutrición** Una porción de pizza de queso contiene 290 calorías. Una naranja de tamaño mediano tiene una quinta parte de esa cantidad de calorías. ¿Cuántas calorías hay en una naranja de tamaño mediano?
60.  **Historia** John D. Rockefeller falleció en 1937. En la época de su muerte, Rockefeller había acumulado una riqueza de 1,400 millones de dólares, que era igual a una sexagésima quinta parte del producto interno bruto de Estados Unidos en esa época. ¿Cuál era el producto interno bruto de Estados Unidos en 1937? (Fuente: *The Wealthy 100: A Ranking of the Richest American, Past and Present*).
61. **Agricultura** Un fertilizante que pesa 18 libras contiene hierro, potasio y estiércol. El suplemento contiene quince veces tanto estiércol como hierro y dos veces tanto potasio como hierro. Calcula la cantidad de estiércol en el fertilizante.



El Golden Gate Bridge

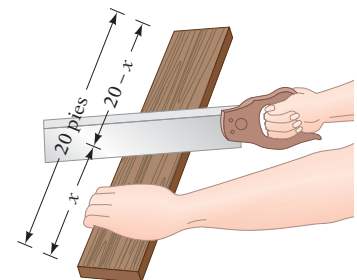
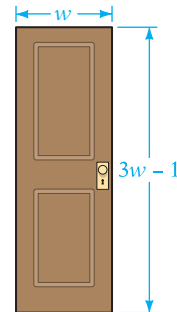
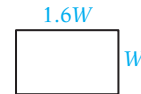


John D. Rockefeller

- 62. Comisiones** Un agente de bienes raíces vendió dos casas y recibió comisiones que suman un total de \$6,000. La comisión del agente sobre una casa fue una y media veces la comisión sobre la segunda. Calcula la comisión del agente sobre cada casa.
- 63. Seguridad** El volumen, o la intensidad del sonido, se mide en decibeles. El nivel de sonido de un televisor es de alrededor de 70 decibeles, lo que se considera un nivel seguro para escucharlo. Una mezcladora de alimentos funciona a 20 decibeles más alto que un televisor y la lectura de un motor de jet es 40 decibeles menos del doble de la de una mezcladora de alimentos. A este nivel, la exposición puede causar pérdida del oído. Calcula la intensidad del sonido de un motor de jet.
- 64. Robots** Kiva Systems, Inc. fabrica robots que las empresas pueden utilizar para modernizar sus operaciones de entrega de pedidos en sus almacenes. El sueldo y otros beneficios para un trabajador en un almacén le pueden costar a la empresa alrededor de \$64,000 al año, una cantidad que es 103 veces los costos de mantenimiento y operación anuales de un robot para la empresa. Calcula los costos anuales de un robot. Redondea a la centésima más cercana. (*Fuente: The Boston Globe.*)
- 65. Geometría** Los arquitectos griegos consideraron un rectángulo cuyo largo era aproximadamente 1.6 veces su ancho, por ser el más atractivo visualmente. Calcula el largo y el ancho de un rectángulo construido de esta manera si la suma del largo y el ancho es 130 pies.
- 66. Geografía** Groenlandia, la isla más grande del mundo, es 21 veces más grande que Islandia. El área combinada de Groenlandia e Islandia es 800,000 millas². Calcula el área de Groenlandia.
- 67. Consumo** El costo de reemplazar una bomba de agua en un automóvil deportivo fue de \$820. Esto incluía \$375 por la bomba de agua y \$89 por hora de trabajo. ¿Cuántas horas de trabajo se requirieron para reemplazar la bomba de agua?
- 68. Servicios públicos** El costo de la electricidad en cierta ciudad es \$0.09 por cada uno de los primeros 300 kWh (kilowatt-hora) y de \$0.15 por cada kWh después de 300 kWh. Calcula la cantidad de kilowatts-hora utilizados por una familia que recibe una cuenta de electricidad de \$459.25.
- 69. Consumo** La cuota cobrada por una agencia de boletos para un concierto es \$45.40 más \$87.50 por cada boleto adquirido. Si tu cargo total por los boletos es \$833.00, ¿cuántos boletos estás comprando?
- 70. Carpintería** Un carpintero elabora un marco de madera para una puerta. La altura del marco es 1 pie menos que tres veces su ancho. ¿Cuál es el ancho del marco de madera para puerta más grande que se puede construir con una tabla de 19 pies de largo? (*Sugerencia:* un marco de madera tiene sólo tres lados; no hay marco debajo de una puerta).
- 71. Carpintería** Una tabla de 20 pies es cortada en dos trozos. El doble del largo del trozo más corto es 4 pies más que el largo del trozo más grande. Calcula el largo del trozo más corto.
- 72. Sindicatos** Un sindicato cobra cuotas mensuales de \$4.00 más \$2.25 por cada hora laborada durante el mes. Las cuotas de un miembro del sindicato para marzo fueron de \$46.00. ¿Cuántas horas trabajó durante marzo el miembro del sindicato?
- 73. Negocios** El servicio de teléfono celular para un ejecutivo de negocios cuesta \$80.00 por mes más \$0.40 por minuto por el uso del teléfono más de 900 minutos. En un mes en que la cuenta del teléfono celular del ejecutivo fue de \$100.40, ¿cuántos minutos usó el teléfono?

Punto de interés

Los pulsos o silbidos de baja frecuencia que hacen las ballenas azules se han medido hasta en 188 decibeles, lo que hace que sean los sonidos más fuertes producidos por un organismo viviente.



74. **Reciclaje** Utiliza la información del artículo siguiente para calcular cuántas toneladas de botellas de plástico para bebidas fueron almacenadas para su venta en las tiendas de Estados Unidos.

En las noticias

La sed insaciable de los estadounidenses

A pesar de los esfuerzos para incrementar el reciclaje, los 2.16 millones de toneladas de botellas de plástico para bebidas que acabaron en los rellenos sanitarios representa cuatro quintas partes de las botellas de plástico para bebidas almacenadas para su venta en las tiendas de Estados Unidos.

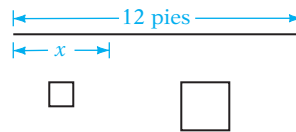
Y los estadounidenses parecen no tener suficiente agua embotellada. Durante un año reciente, las tiendas almacenaron 7,500 millones de galones de agua embotellada, una cantidad que es aproximadamente la misma que el volumen de agua que cae en las Cataratas del Niágara cada 3 horas.

Fuente: *scienceline.org*

Mensajes de texto Para los ejercicios 75 y 76 utiliza la expresión $2.99 + 0.15n$, que representa el total de la factura de n mensajes de texto sobre la base de 300 en 1 mes.

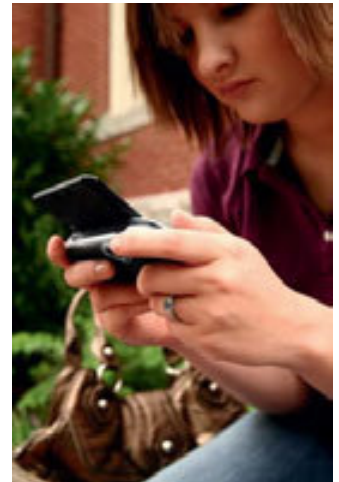
75. ¿Cuánto paga el cliente por mensaje de texto sobre la base de 300 mensajes?
76. ¿Cuál es el cargo fijo por mes por el servicio de mensajes de texto?

77. **Trabajo en metal** Un alambre de 12 pies de largo es cortado en dos trozos. Cada trozo se dobla para darle la forma de cuadrado. El perímetro del cuadrado más grande es el doble del perímetro del cuadrado más pequeño. Calcula el perímetro del cuadrado más grande.



APLICACIÓN DE CONCEPTOS

78. La cantidad de líquido en un contenedor se triplica cada minuto. El contenedor se llena completamente a las 3:40 p.m. ¿Qué fracción del contenedor se llena a las 3:39 p.m.?
79. **Viajes** Un ciclista que viaja a una velocidad constante completa $\frac{3}{5}$ de un recorrido en $1\frac{1}{2}$ h. ¿En cuántas horas adicionales completará el ciclista todo el viaje?
80. **Negocios** Durante un día en una oficina, la mitad de la cantidad de dinero en la caja chica fue utilizada en la mañana y una tercera parte del resto fue utilizada por la tarde, dejando al final del día \$5.00 en la caja chica. ¿Cuánto dinero había en la caja chica al empezar el día?
81. Encuentra cuatro números enteros consecutivos pares cuya suma es -36 .
82. Encuentra cuatro números enteros consecutivos impares cuya suma es -48 .
83. Encuentra tres números enteros consecutivos impares de manera que la suma del primer y tercer números enteros sea el doble del segundo número entero.
84. Encuentra cuatro números enteros consecutivos de manera que la suma del primer y cuarto números enteros sea igual a la suma del segundo y tercer números enteros.
85. Una fórmula es una ecuación que relaciona las variables en forma conocida. Encuentra dos ejemplos de fórmulas que se utilicen en la especialización de tu escuela. Explica lo que representa cada una de las variables.



istockphoto.com/Brian Doty

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Completa cada expresión con la palabra *par* o *impar*.

86. Si k es un número entero impar, entonces $k + 1$ es un número entero ____?
87. Si k es un número entero impar, entonces $k - 2$ es un número entero ____?
88. Si n es un número entero impar, entonces $2n$ es un número entero ____?

89. Si m y n son números enteros pares, entonces $m - n$ es un número entero ____?
90. Si m y n son números enteros pares, entonces mn es un número entero ____?
91. Si m y n son números enteros impares, entonces $m + n$ es un número entero ____?
92. Si m y n son números enteros impares, entonces $m - n$ es un número entero ____?
93. Si m y n son números enteros impares, entonces mn es un número entero ____?
94. Si m es un número entero par y n es un número entero impar, entonces $m - n$ es un número entero ____?
95. Si m es un número entero par y n es un número entero impar, entonces $m + n$ es un número entero ____?

4.2

Problemas de geometría

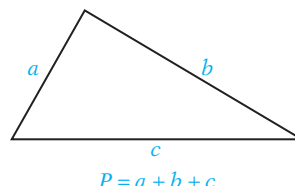
OBJETIVO

1

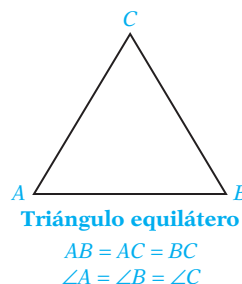
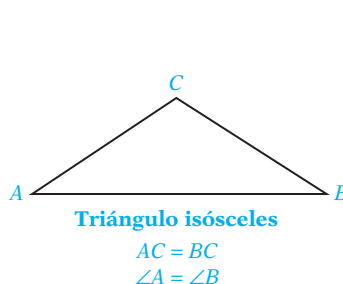
Problemas de perímetro

Recuerda que el **perímetro** de una figura geométrica plana es una medida de la distancia alrededor de la figura. El perímetro se utiliza, por ejemplo, para comprar una cerca para un jardín o determinar cuánto zoclo se necesita para una habitación.

El perímetro de un triángulo es la suma de los largos de los tres lados. Por consiguiente, si a , b y c representan los largos de los lados de un triángulo, el perímetro P del triángulo está dado por $P = a + b + c$.



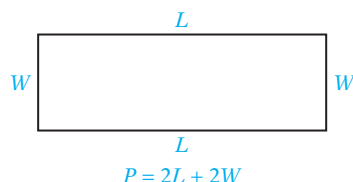
A continuación se muestran dos tipos especiales de triángulos. Un triángulo **isósceles** tiene dos lados de igual largo. Los dos ángulos opuestos a los dos lados de igual largo tienen una medida igual. Los tres lados de un **triángulo equilátero** son de igual largo y los tres ángulos tienen la misma medida.



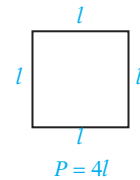
Punto de interés

Leonardo da Vinci pintó la Mona Lisa en un lienzo rectangular cuya altura era aproximadamente 15 veces su ancho. Los rectángulos con estas proporciones, llamados **rectángulos dorados**, se utilizaron ampliamente en el arte del Renacimiento.

El perímetro de un rectángulo es la suma de los largos de los cuatro lados. Supongamos que L representa el largo y W el ancho del rectángulo. Entonces el perímetro P del rectángulo lo da $P = L + W + L + W$. Si combinas términos iguales, la fórmula es $P = 2L + 2W$.



Un cuadrado es un rectángulo en el cual cada lado tiene el mismo largo. Supongamos que l representa el largo de cada lado de un cuadrado. Entonces el perímetro P de un cuadrado lo determina $P = l + l + l + l$. Si se combinan términos iguales, la fórmula es $P = 4l$.



FÓRMULAS PARA CALCULAR EL PERÍMETRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Perímetro de un triángulo: $P = a + b + c$

Perímetro de un rectángulo: $P = 2L + 2W$

Perímetro de un cuadrado: $P = 4l$

Concéntrate en resolver un problema de perímetro

El perímetro de un rectángulo es 26 pies. El largo del rectángulo es 1 pie más que el doble del ancho. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.

Estrategia

Supongamos que una variable representa el ancho. Representa el largo en términos de esa variable. Utiliza la fórmula del perímetro de un rectángulo.

Ancho: W

Largo: $2W + 1$

Solución

$P = 26$. Sustituye L por $2W + 1$.

Utiliza la propiedad distributiva.

Simplifica los términos semejantes.

Resta 2 a cada lado de la ecuación.

Divide entre 6 cada lado de la ecuación.

Calcula el largo del rectángulo sustituyendo W por 4 en $2W + 1$.

El ancho es 4 pies y el largo 9 pies.

$$P = 2L + 2W$$

$$26 = 2(2W + 1) + 2W$$

$$26 = 4W + 2 + 2W$$

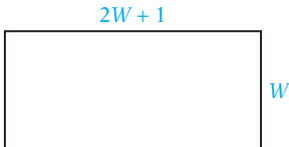
$$26 = 6W + 2$$

$$24 = 6W$$

$$4 = W$$

$$L = 2W + 1$$

$$= 2(4) + 1 = 8 + 1 = 9$$

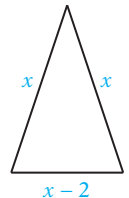


EJEMPLO 1

El perímetro de un triángulo isósceles es 25 pies. El largo del tercer lado es 2 pies menos que el largo de uno de los lados iguales. Calcula la medida de los tres lados del triángulo.

Estrategia

- Cada lado igual: x
El tercer lado: $x - 2$
- Utiliza la ecuación del perímetro de un triángulo.



Solución

$$P = a + b + c$$

$$25 = x + x + (x - 2)$$

$$25 = 3x - 2$$

$$27 = 3x$$

$$9 = x$$

- Utiliza la fórmula del perímetro de un triángulo.
- Sustituye P por 25. Sustituye las expresiones algebraicas para los tres lados del triángulo.
- Resuelve para x la ecuación.

$$x - 2 = 9 - 2 = 7$$

- Sustituye el valor de x en la expresión para el largo del tercer lado.

Cada uno de los lados iguales mide 9 pies.
El tercer lado mide 7 pies.

Problema 1 Un carpintero está diseñando un patio cuadrado con un perímetro de 52 pies. ¿Cuál es el largo de cada lado?

Solución Revisa la página S8.

► Intenta resolver el ejercicio 17, página 158.

OBJETIVO 2

Problemas que involucran ángulos formados por rectas que se intersectan

Recuerda que una unidad que se utiliza para medir ángulos es el **grado**. El símbolo de grado es $^\circ$. \angle es el símbolo para el ángulo.

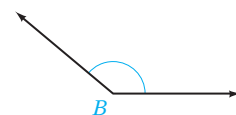
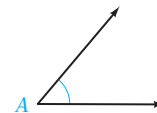
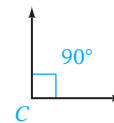
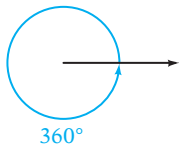
Una vuelta completa es de 360° .

Un ángulo de 90° se llama **ángulo recto**. El símbolo \square representa un ángulo recto. El ángulo C ($\angle C$) es un ángulo recto.

Un ángulo de 180° se llama **ángulo llano o colineal**. El ángulo de la derecha es un ángulo llano o colineal (también se le conoce como ángulo extendido).

Un **ángulo agudo** es un ángulo cuya medida está entre 0° y 90° . $\angle A$ a la derecha es un ángulo agudo.

Un **ángulo obtuso** es un ángulo cuya medida está entre 90° y 180° . $\angle B$ a la derecha es un ángulo obtuso.



Concéntrate en resolver un problema que involucre la medida de un ángulo

Dado el diagrama de la izquierda, calcula x .

Estrategia La suma de las medidas de los tres ángulos es 360° .
Para calcular x , escribe una ecuación y resuelve para x .

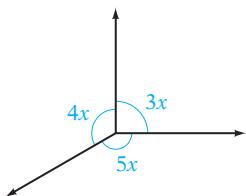
Solución

$$3x + 4x + 5x = 360^\circ$$

$$12x = 360^\circ$$

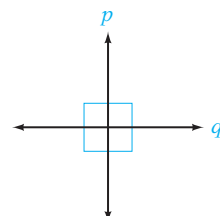
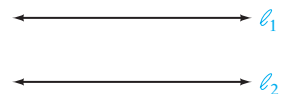
$$x = 30^\circ$$

La medida de x es 30° .



Las **rectas paralelas** nunca se encuentran. La distancia entre ellas es siempre la misma. El símbolo \parallel significa “es paralelo a”. En la figura de la derecha $\ell_1 \parallel \ell_2$.

Las rectas perpendiculares son aquellas que se intersectan y forman ángulos rectos. El símbolo \perp significa “es perpendicular a”. En la figura de la derecha, $p \perp q$.

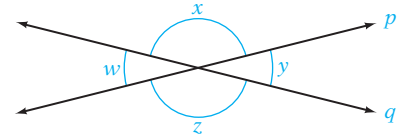


Por la intersección de dos rectas se forman cuatro ángulos. Si dos rectas son perpendiculares, entonces cada uno de los cuatro ángulos es un ángulo recto. Si las dos rectas no son perpendiculares, entonces dos de los ángulos formados son agudos y dos son obtusos. Los dos ángulos agudos son siempre opuestos el uno al otro y los dos ángulos obtusos son siempre opuestos el uno al otro.

En la figura de la derecha $\angle w$ y $\angle y$ son ángulos agudos y $\angle x$ y $\angle z$ son ángulos obtusos.

Dos ángulos que están en lados opuestos de la intersección de dos rectas se llaman **ángulos verticales**. Los ángulos verticales tienen la misma medida. $\angle w$ y $\angle y$ y $\angle x$ y $\angle z$ son ángulos verticales.

Dos ángulos que comparten un lado común se llaman **ángulos adyacentes**. Para la figura que se muestra arriba, $\angle x$ y $\angle y$ son ángulos adyacentes, lo mismo que $\angle y$ y $\angle z$, $\angle z$ y $\angle w$, y $\angle w$ y $\angle x$. Los ángulos adyacentes de rectas que se intersecan son ángulos suplementarios.



Los ángulos verticales tienen la misma medida.

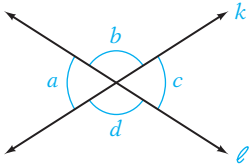
$$\begin{aligned}\angle w &= \angle y \\ \angle x &= \angle z\end{aligned}$$

Los ángulos adyacentes de rectas que se intersecan son ángulos suplementarios.

$$\begin{aligned}\angle x + \angle y &= 180^\circ \\ \angle y + \angle z &= 180^\circ \\ \angle z + \angle w &= 180^\circ \\ \angle w + \angle x &= 180^\circ\end{aligned}$$

Concéntrate

en resolver un problema que involucra rectas que se intersecan



En el diagrama de la izquierda, $\angle b = 115^\circ$. Calcula las medidas de los ángulos a , c y d .

$\angle a$ es suplementario a $\angle b$ debido a que $\angle a$ y $\angle b$ son ángulos adyacentes de rectas que se intersecan.

$$\begin{aligned}\angle a + \angle b &= 180^\circ \\ \angle a + 115^\circ &= 180^\circ \\ \angle a &= 65^\circ\end{aligned}$$

$\angle c = \angle a$ debido a que $\angle c$ y $\angle a$ son ángulos verticales.

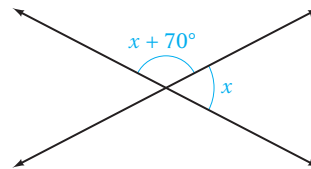
$$\angle c = 65^\circ$$

$\angle d = \angle b$ debido a que $\angle d$ y $\angle b$ son ángulos verticales.

$$\angle d = 115^\circ$$

EJEMPLO 2

Calcula x .



Estrategia

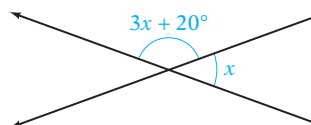
Los ángulos clasificados son ángulos adyacentes de rectas que se intersecan y, por consiguiente, son ángulos suplementarios. Para calcular x , escribe una ecuación y resuelve para x .

Solución

$$\begin{aligned}x + (x + 70^\circ) &= 180^\circ \\ 2x + 70^\circ &= 180^\circ \\ 2x &= 110^\circ \\ x &= 55^\circ\end{aligned}$$

Problema 2

Calcula x .

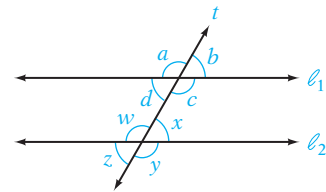


Solución

Revisa la página S8.

Una recta que interseca a otras dos rectas en diferentes puntos se llama **transversal**. Si las rectas cortadas por una transversal t son rectas paralelas y la transversal no es perpendicular a las rectas paralelas, los cuatro ángulos agudos y los cuatro ángulos obtusos tienen la misma medida. En la figura de la derecha,

$$\begin{aligned}\angle b &= \angle d = \angle x = \angle z \\ \angle a &= \angle c = \angle w = \angle y\end{aligned}$$



Los **ángulos interiores alternos** son dos ángulos no adyacentes que están en lados opuestos de la transversal y entre las rectas. En la figura anterior, $\angle c$ y $\angle w$ son ángulos interiores alternos y $\angle d$ y $\angle x$ son ángulos interiores alternos. Los ángulos interiores alternos tienen la misma medida.

Los ángulos interiores alternos tienen la misma medida.

$$\begin{aligned}\angle c &= \angle w \\ \angle d &= \angle x\end{aligned}$$

Los **ángulos exteriores alternos** son dos ángulos no adyacentes que están en lados opuestos de la transversal y afuera de las rectas paralelas. En la figura anterior, $\angle a$ y $\angle y$ son ángulos exteriores alternos y $\angle b$ y $\angle z$ son ángulos exteriores alternos. Los ángulos exteriores alternos tienen la misma medida.

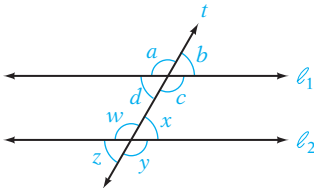
Los ángulos exteriores alternos tienen la misma medida.

$$\begin{aligned}\angle a &= \angle y \\ \angle b &= \angle z\end{aligned}$$

Los **ángulos correspondientes** son dos ángulos que están del mismo lado de la transversal y ambos son ángulos agudos o ángulos obtusos. En la figura de la izquierda, los siguientes pares de ángulos son ángulos correspondientes: $\angle a$ y $\angle w$, $\angle d$ y $\angle z$, $\angle b$ y $\angle x$, y $\angle c$ y $\angle y$. Los ángulos correspondientes tienen la misma medida.

Los ángulos correspondientes tienen la misma medida.

$$\begin{aligned}\angle a &= \angle w \\ \angle d &= \angle z \\ \angle b &= \angle x \\ \angle c &= \angle y\end{aligned}$$



Concéntrate

en resolver un problema que involucra rectas paralelas cortadas por una transversal

En el diagrama de la izquierda, $\ell_1 \parallel \ell_2$ y $\angle f = 58^\circ$. Calcula la medida de $\angle a$, $\angle c$ y $\angle d$.

$\angle a$ y $\angle f$ son ángulos correspondientes.

$$\angle a = \angle f = 58^\circ$$

$\angle c$ y $\angle f$ son ángulos interiores alternos.

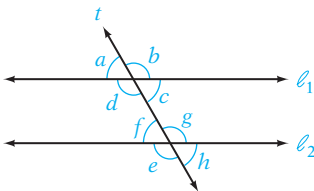
$$\angle c = \angle f = 58^\circ$$

$\angle d$ es suplementario a $\angle a$.

$$\angle d + \angle a = 180^\circ$$

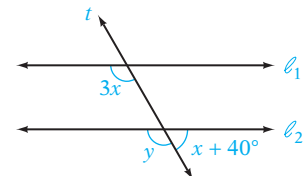
$$\angle d + 58^\circ = 180^\circ$$

$$\angle d = 122^\circ$$



EJEMPLO 3

Dado que $\ell_1 \parallel \ell_2$, calcula x .



Estrategia

$3x = y$ debido a que los ángulos correspondientes tienen la misma medida. $y + (x + 40^\circ) = 180^\circ$ debido a que los ángulos adyacentes de rectas que se intersecan son ángulos suplementarios.

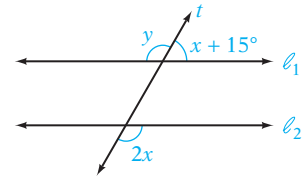
Sustituye y por $3x$ y resuelve para x .

Solución

$$\begin{aligned}
 y + (x + 40^\circ) &= 180^\circ \\
 3x + (x + 40^\circ) &= 180^\circ \\
 4x + 40^\circ &= 180^\circ \\
 4x &= 140^\circ \\
 x &= 35^\circ
 \end{aligned}$$

Problema 3 Dado que $\ell_1 \parallel \ell_2$, calcula x .

Solución Revisa la página S8.

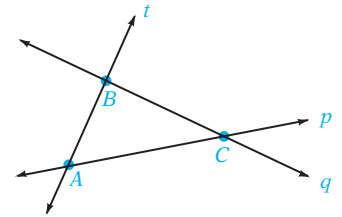


➡ Intenta resolver el ejercicio 61, página 160.

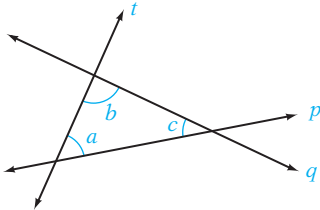
OBJETIVO 3

Problemas que involucran los ángulos de un triángulo

Si las rectas cortadas por una transversal no son paralelas, las tres rectas se intersectarán en tres puntos. En la figura de la derecha, la transversal t interseca las rectas p y q . Las tres rectas se intersectan en los puntos A , B y C . La figura geométrica formada por los segmentos de la recta AB , BC y AC es un **triángulo**.



Los ángulos dentro de la región circundada por el triángulo se llaman **ángulos interiores**. En la figura a la izquierda, los ángulos a , b y c son ángulos interiores. La suma de las medidas de los ángulos interiores es 180° .

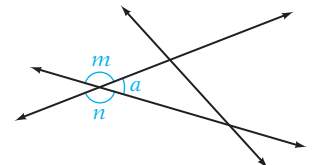


$$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$$

SUMA DE LAS MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN TRIÁNGULO

La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

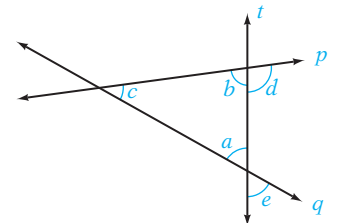
Un ángulo adyacente a un ángulo interior es un **ángulo exterior**. En la figura de la derecha, los ángulos m y n son ángulos exteriores para el ángulo a . La suma de las medidas de un ángulo interior y uno exterior es 180° .



$$\begin{aligned}
 \angle a + \angle m &= 180^\circ \\
 \angle a + \angle n &= 180^\circ
 \end{aligned}$$

Concéntrate en resolver un problema que involucra los ángulos de un triángulo

Dado que $\angle c = 40^\circ$ y $\angle e = 60^\circ$, calcula la medida de $\angle d$.



$\angle a$ y $\angle e$ son ángulos verticales.

La suma de los ángulos interiores es 180° .

$$\angle a = \angle e = 60^\circ$$

$$\begin{aligned}
 \angle c + \angle a + \angle b &= 180^\circ \\
 40^\circ + 60^\circ + \angle b &= 180^\circ \\
 100^\circ + \angle b &= 180^\circ \\
 \angle b &= 80^\circ
 \end{aligned}$$

$\angle b$ y $\angle d$ son ángulos suplementarios.

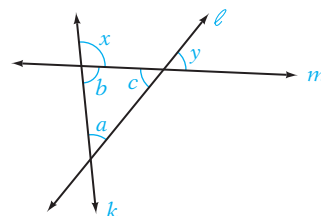
$$\angle b + \angle d = 180^\circ$$

$$80^\circ + \angle d = 180^\circ$$

$$\angle d = 100^\circ$$

EJEMPLO 4

Dado que $\angle a = 45^\circ$ y $\angle x = 100^\circ$, calcula las medidas de los ángulos b , c y y .

**Estrategia**

- Para calcular la medida de $\angle b$, utiliza el hecho de que $\angle b$ y $\angle x$ son ángulos suplementarios.
- Para calcular la medida de $\angle c$, utiliza el hecho de que la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .
- Para calcular la medida de $\angle y$, utiliza el hecho de que $\angle c$ y $\angle y$ son ángulos verticales.

Solución

$$\angle b + \angle x = 180^\circ$$

$$\angle b + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\angle b = 80^\circ$$

- $\angle b$ y $\angle x$ son ángulos suplementarios.

$$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$$

$$45^\circ + 80^\circ + \angle c = 180^\circ$$

$$125^\circ + \angle c = 180^\circ$$

$$\angle c = 55^\circ$$

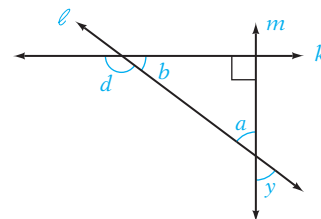
- La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

$$\angle y = \angle c = 55^\circ$$

- $\angle c$ y $\angle y$ son ángulos verticales.

Problema 4

Dado que $\angle y = 55^\circ$, calcula las medidas de los ángulos a , b y d .

**Solución**

Revisa la página S9.

► Intenta resolver el ejercicio 65, página 161.

EJEMPLO 5

Dos ángulos de un triángulo miden 43° y 86° . Calcula la medida del tercer ángulo.

Estrategia

Para calcular la medida del tercer ángulo, utiliza el hecho de que la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° . Escribe una ecuación utilizando x para representar la medida del tercer ángulo. Resuelve para x la ecuación.

Solución

$$x + 43^\circ + 86^\circ = 180^\circ$$

$$x + 129^\circ = 180^\circ$$

$$x = 51^\circ$$

La medida del tercer ángulo es 51° .

Problema 5

Un ángulo de un triángulo es un ángulo recto y otro ángulo mide 27° . Calcula la medida del tercer ángulo.

Solución

Revisa la página S9.

► Intenta resolver el ejercicio 75, página 162.

4.2 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

- Arregla las medidas de un ángulo agudo, un ángulo obtuso, un ángulo recto y un ángulo llano o colineal, en orden, del más pequeño al más grande.
- Si $\angle B$ es un ángulo agudo, ¿cuál de las siguientes no puede ser una medida de $\angle B$?

i) 16°	ii) 89°
iii) 90°	iv) 103°
v) 147°	vi) 185°
- Si $\angle D$ es un ángulo obtuso, ¿cuál de las siguientes no puede ser una medida de $\angle D$?

i) 16°	ii) 89°
iii) 90°	iv) 103°
v) 147°	vi) 185°
- ¿Los ángulos verticales pueden ser ángulos agudos?
- ¿Los ángulos adyacentes pueden ser ángulos verticales?
- ¿Cuál es más grande, el complemento o el suplemento de $\angle A$?

Determina si la expresión es verdadera o falsa.

- La fórmula del perímetro de un rectángulo es $P = 2L + 2W$, donde L representa el largo y W el ancho del rectángulo.
- En la fórmula del perímetro de un triángulo, $P = a + b + c$, las variables a , b y c representan las medidas de los tres ángulos del triángulo.
- Un triángulo isósceles tiene dos lados de igual medida y dos ángulos de igual medida.
- El perímetro de una figura geométrica es una medida del área de la figura.


1 Problemas de perímetro (Revisa las páginas 150-152).

-  ¿Cuál es la diferencia entre un triángulo isósceles y un triángulo equilátero?

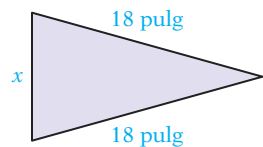
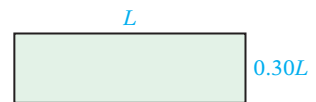
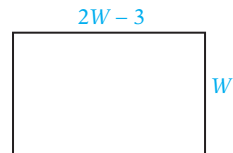
PREPÁRATE

- ¿Cuál de las siguientes unidades se puede utilizar para medir un perímetro?

i) pies	ii) millas cuadradas
iii) metros	iv) onzas
v) pulgadas cúbicas	vi) centímetros
- El ancho de un rectángulo es 25% de su largo.
 - Si L es el largo del rectángulo, entonces su ancho es ____?
 - Utilizando sólo la variable L , escribe una expresión para el perímetro del rectángulo:
 $2(\text{____?}) + 2(\text{____?})$.
 - Simplifica la expresión que escribiste para el perímetro del rectángulo:
 ____? .

-  El perímetro de un triángulo isósceles es 54 pies. Supongamos que s es el largo de uno de los dos lados iguales. ¿Es posible que s sea 30 pies?
- En un triángulo isósceles, el tercer lado es 50% del largo de uno de los lados iguales. Calcula el largo de cada lado cuando el perímetro es 125 pies.

16. En un triángulo isósceles, el largo de uno de los lados iguales es tres veces el largo del tercer lado. El perímetro es 21 pies. Calcula el largo de cada lado.
- ➡ 17. El perímetro de un rectángulo es 42 metros. El largo del rectángulo es 3 metros menos que el doble del ancho. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
18. El ancho de un rectángulo es 25% del largo. El perímetro es 250 cm. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
19. El perímetro de un rectángulo es 120 pies. El largo del rectángulo es el doble del ancho. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
20. El perímetro de un rectángulo es 50 metros. El ancho del rectángulo es 5 metros menos que su largo. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
21. El perímetro de un triángulo es 110 cm. Un lado es el doble del segundo lado. El tercer lado es 30 cm más que el segundo lado. Calcula el largo de cada lado.
22. El perímetro de un triángulo es 33 pies. Un lado del triángulo es 1 pie más largo que el segundo lado. El tercer lado es 2 pies más largo que el segundo. Calcula el largo de cada lado.
23. El ancho de los cimientos rectangulares de un edificio es 30% del largo. El perímetro de los cimientos es 338 pies. Calcula el largo y el ancho de los cimientos.
24. El perímetro de un campo de juego es 440 pies. Si el ancho es 100 pies, ¿cuál es el largo del campo de juego?
25. Un huerto de legumbres rectangular tiene un perímetro de 64 pies. El largo del huerto es 20 pies. ¿Cuál es el ancho del huerto?
26. Cada uno de los dos lados de una banderola triangular mide 18 pulgadas. Si el perímetro de la banderola es 46 pulgadas, ¿cuál es el largo del tercer lado de la banderola?
27. El perímetro de un marco cuadrado de una pintura es 48 pulgadas. Calcula el largo de cada lado del marco.
28. Una alfombra cuadrada tiene un perímetro de 32 pies. Calcula el largo de cada lado de la alfombra.



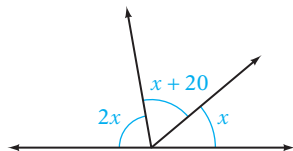
2 Problemas que involucran ángulos formados por rectas que se intersecan (Revisa las páginas 152-155).

PREPÁRATE

29. Menciona el número de grados en cada uno de los siguientes.

- un ángulo recto
- un ángulo llano o colineal
- una vuelta completa
- un ángulo agudo
- un ángulo obtuso.

30. Calcula x .



$$x + x + 20 + 2x = \underline{\quad ? \quad}$$

$$(\underline{\quad ? \quad})x + 20 = 180$$

$$4x = \underline{\quad ? \quad}$$

$$x = \underline{\quad ? \quad}$$

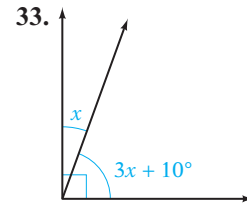
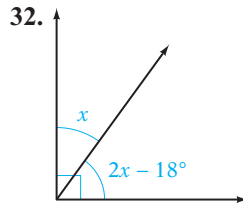
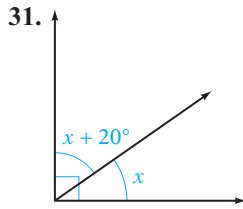
• Un ángulo llano o colineal mide 180° .

• Simplifica los términos semejantes.

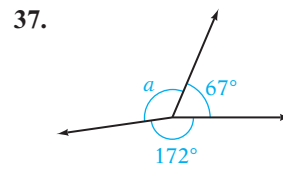
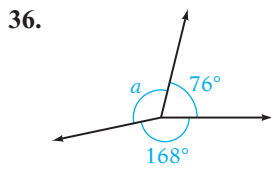
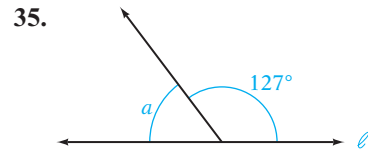
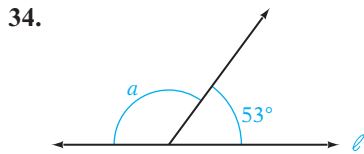
• Resta 20 de cada lado de la ecuación.

• Divide entre 4 cada lado de la ecuación.

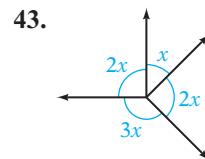
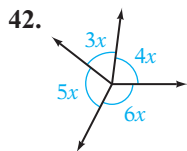
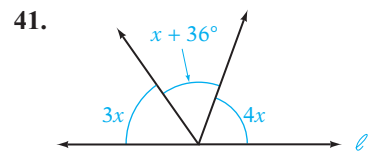
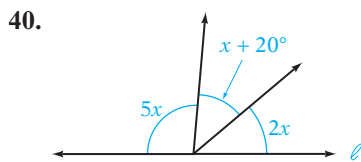
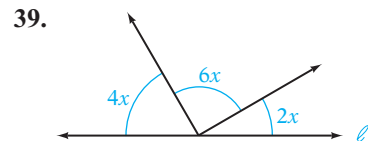
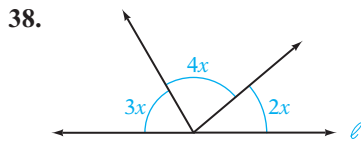
Calcula la medida de $\angle x$.



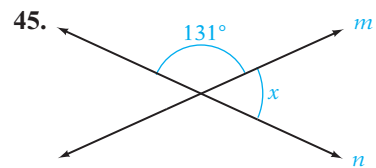
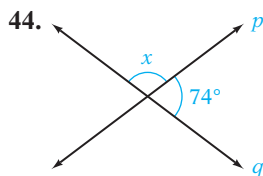
Calcula la medida de $\angle a$.



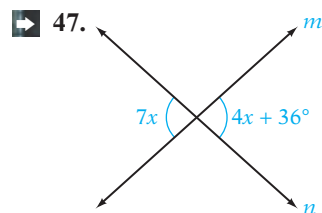
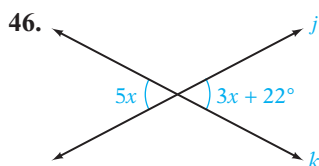
Calcula x .



Calcula la medida de $\angle x$.

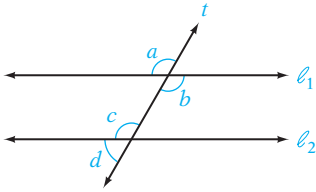


Calcula x .





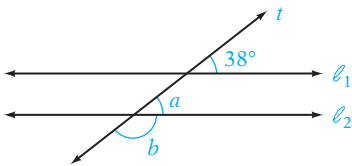
Para los ejercicios 48 a 51, utiliza el siguiente diagrama, en el cual $\ell_1 \parallel \ell_2$.



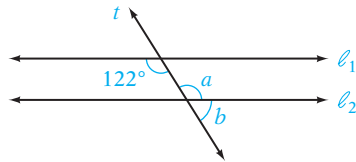
48. ¿Verdadero o falso? $\angle a$ y $\angle b$ tienen la misma medida incluso si ℓ_1 y ℓ_2 no son paralelos.
49. ¿Verdadero o falso? $\angle a$ y $\angle c$ tienen la misma medida incluso si ℓ_1 y ℓ_2 no son paralelos.
50. ¿Verdadero o falso? $\angle c$ y $\angle d$ son suplementarios sólo si ℓ_1 y ℓ_2 son paralelos.
51. ¿Verdadero o falso? $\angle c$ y $\angle d$ tienen la misma medida sólo si t y ℓ_2 son perpendiculares.

Dado que $\ell_1 \parallel \ell_2$, calcula las medidas de los ángulos a y b .

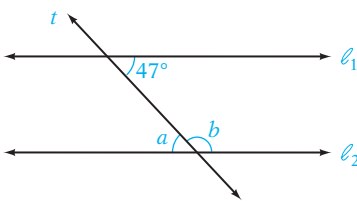
52.



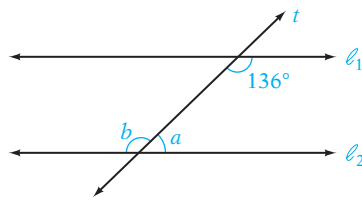
53.



54.



55.



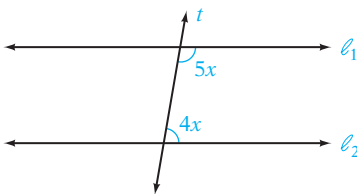
Para los ejercicios 56 y 57, utiliza el diagrama para el ejercicio 54. Establece si la relación dada es verdadera incluso si ℓ_1 y ℓ_2 no son paralelas.

56. $47^\circ + m\angle b = 180^\circ$

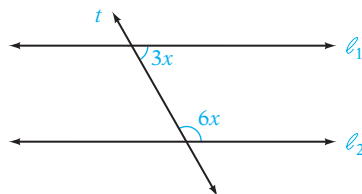
57. $m\angle a + m\angle b = 180^\circ$

Dado que $\ell_1 \parallel \ell_2$, calcula x .

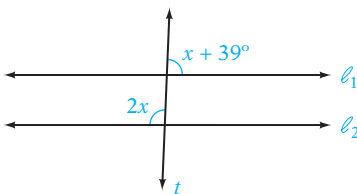
58.



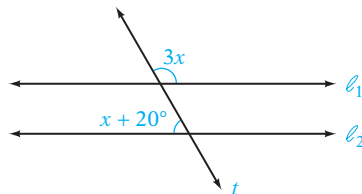
59.



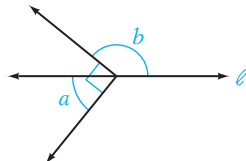
60.



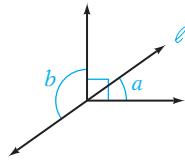
61.



62. Dado que $\angle a = 51^\circ$, calcula la medida de $\angle b$.



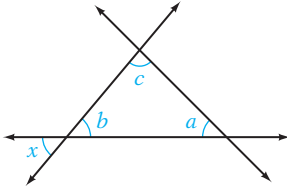
63. Dado que $\angle a = 38^\circ$, calcula la medida de $\angle b$.



3 Problemas que involucran los ángulos de un triángulo (Revisa las páginas 155-156).

PREPÁRATE

64. Dado que $\angle x = 50^\circ$ y $\angle c = 85^\circ$, calcula la medida de $\angle a$.



$$\angle b = \angle x = 50^\circ$$

$$\angle b + \angle c + \angle a = \underline{\quad ? \quad}$$

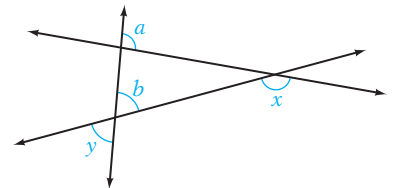
$$\underline{\quad ? \quad} + \underline{\quad ? \quad} + \angle a = 180^\circ$$

$$\underline{\quad ? \quad} + \angle a = 180^\circ$$

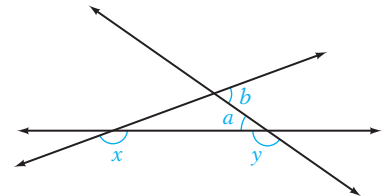
$$\angle a = \underline{\quad ? \quad}$$

- Los ángulos ? tienen la misma medida.
- La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .
- Reemplaza $\angle b$ con 50° y $\angle c$ con 85° .
- Suma.
- Resta 135° a cada lado de la ecuación.

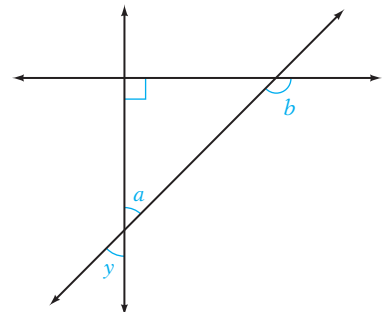
➡ 65. Dado que $\angle a = 95^\circ$ y $\angle b = 70^\circ$, calcula las medidas de los ángulos x y y .



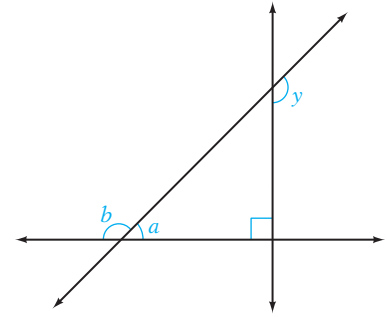
66. Dado que $\angle a = 35^\circ$ y $\angle b = 55^\circ$, calcula las medidas de los ángulos x y y .



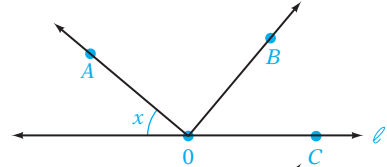
67. Dado que $\angle y = 45^\circ$, calcula las medidas de los ángulos a y b .



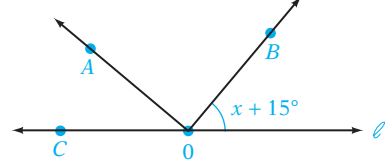
68. Dado que $\angle y = 130^\circ$, calcula las medidas de los ángulos a y b .



69. Dado que $AO \perp OB$, expresa en términos de x el número de grados en $\angle BOC$.



70. Dado que $AO \perp OB$, expresa en términos de x el número de grados en $\angle AOC$.



71. Un ángulo en un triángulo es recto y otro ángulo mide 30° . ¿Cuál es la medida del tercer triángulo?

72. Un triángulo tiene un ángulo de 45° y otro ángulo recto. Calcula la medida del tercer ángulo.

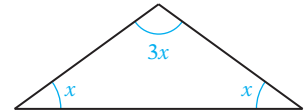
73. Dos ángulos de un triángulo miden 42° y 103° . Calcula la medida del tercer ángulo.

74. Dos ángulos de un triángulo miden 62° y 45° . Calcula la medida del tercer ángulo.

➡ 75. Un triángulo tiene un ángulo de 13° y otro de 65° . ¿Cuál es la medida del tercer ángulo?

76. Un triángulo tiene un ángulo de 105° y otro de 32° . ¿Cuál es la medida del tercer ángulo?

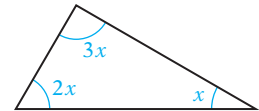
77. En un triángulo isósceles, un ángulo es tres veces la medida de uno de los ángulos iguales. Calcula la medida de cada ángulo.



78. En un triángulo isósceles, un ángulo es 10° menos que tres veces la medida de uno de los ángulos iguales. Calcula la medida de cada ángulo.

79. En un triángulo isósceles, un ángulo es 10° más que el doble de la medida de uno de los lados iguales. Calcula la medida de cada ángulo.

80. En un triángulo, un ángulo es dos veces la medida del segundo. El tercer ángulo es tres veces la medida del segundo. Calcula la medida de cada ángulo.



81. 🧐 ¿Verdadero o falso? Un triángulo puede tener dos ángulos rectos.


82. 🧐 ¿Verdadero o falso? Si un ángulo de un triángulo es recto, entonces los otros dos lados del triángulo son complementarios

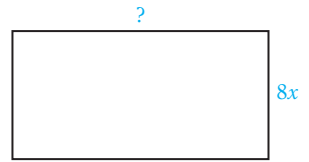
83. 🧐 ¿Verdadero o falso? Un triángulo tiene nueve ángulos exteriores.

84. 🧐 ¿Verdadero o falso? Un triángulo que tiene un ángulo exterior que es recto también debe tener un ángulo interior recto.



APLICACIÓN DE CONCEPTOS

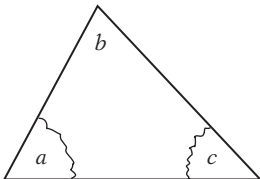
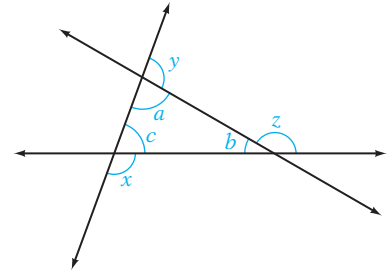
85. Un rectángulo y un triángulo equilátero tienen el mismo perímetro. El largo del rectángulo es tres veces el ancho. Cada lado del triángulo es de 8 cm. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.

86. El largo de un rectángulo es 1 cm más que el doble de su ancho. Si el largo del rectángulo disminuye 2 cm y el ancho 1 cm, el perímetro es 20 cm. Calcula el largo y el ancho del rectángulo original.
87. El ancho de un rectángulo es $8x$. El perímetro es 48. Calcula el largo del rectángulo en términos de la variable x .
88.  Prepara un informe sobre el uso de la geometría en arquitectura.
89. Las medidas de los ángulos de un triángulo son números enteros consecutivos. Calcula la medida de cada ángulo.



PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

90. a. Para la figura a la derecha, calcula la suma de las medidas de los ángulos x , y y z .
- b.  Para la figura a la derecha, explica por qué $\angle a + \angle b = \angle x$. Escribe una regla que describa la relación entre un ángulo exterior de un triángulo y los ángulos interiores opuestos. Utiliza la regla para escribir una ecuación que involucre los ángulos a , c y z .
91. a. Traza cinco triángulos de diferentes tamaños. Para cada triángulo, utiliza un transportador para calcular la medida de cada ángulo. (Nota: desearás que los triángulos sean bastante grandes de manera que la medición de los ángulos no sea difícil.) Después calcula la suma de las medidas de los ángulos de cada triángulo.
- b.  Traza un triángulo en una hoja de papel como se muestra a continuación. Recorta el triángulo. Desprende dos de los ángulos. Coloca los trozos que desprendiste de manera que el ángulo a y el ángulo c sean adyacentes al ángulo b . Describe lo que observas. ¿Qué demuestra esto?



4.3

Problemas de margen de utilidad y de descuento

OBJETIVO 1

Problemas de margen de utilidad

El **costo** es el precio que paga una empresa por un producto. El **precio de venta** es el precio al que una empresa vende un producto a un cliente. La diferencia entre el precio de venta y el costo se llama **margen de utilidad**. El margen de utilidad se agrega al costo de un minorista para cubrir los gastos de operar un negocio y generar utilidades. El margen de utilidad se expresa por lo general como un porcentaje del costo del minorista. Este porcentaje se llama **tasa de utilidad**.

Las ecuaciones básicas de margen de utilidad que utiliza una empresa son

$$\text{Precio de venta} = \text{Costo} + \text{Margen de utilidad}$$

$$S = C + M$$

$$\text{Margen de utilidad} = \text{Tasa de utilidad} \cdot \text{Costo}$$

$$M = r \cdot C$$

Al sustituir M por $r \cdot C$ en la primera ecuación, podemos escribir el precio de venta como

$$S = C + M$$

$$S = C + (r \cdot C)$$

$$S = C + rC$$

La ecuación $S = C + rC$ es la que se utiliza en esta sección para resolver los problemas de margen de utilidad.

EJEMPLO 1

El gerente de una tienda de ropa compra un traje en \$180 y lo vende en \$252. Calcula la tasa de utilidad.

Estrategia

Dado: $C = \$180$

$S = \$252$

Tasa de utilidad desconocida: r

Utiliza la ecuación $S = C + rC$.

Solución

$$S = C + rC$$

$$252 = 180 + 180r$$

$$252 - 180 = 180 - 180 + 180r$$

$$72 = 180r$$

$$\frac{72}{180} = \frac{180r}{180}$$

$$0.4 = r$$

La tasa de utilidad es 40%.

- Sustituye en la ecuación los valores de C y S .
- Resta 180 a cada lado de la ecuación.
- Divide entre 180 cada lado de la ecuación.
- El decimal debe cambiar a porcentaje.

Problema 1

El costo de una raqueta de tenis para el gerente de una tienda de artículos deportivos es \$120. El precio de venta de la raqueta es \$180. Calcula la tasa de utilidad.

Solución

Revisa la página S9.

➡ Intenta resolver el ejercicio 15, página 167.

EJEMPLO 2

El gerente de una tienda de muebles utiliza una tasa de utilidad de 45% sobre todos los artículos. El precio de venta de una silla es \$232. Calcula el costo de la silla.

Estrategia

Dado: $r = 45\% = 0.45$

$S = \$232$

Costo desconocido: C

Utiliza la ecuación $S = C + rC$.

Solución

$$S = C + rC$$

$$232 = C + 0.45C$$

$$232 = 1.45C$$

$$160 = C$$

El costo de la silla es \$160.

- Sustituye en la ecuación los valores de S y r .
- $C + 0.45C = 1C + 0.45C = (1 + 0.45)C$

Problema 2

Una ferretería utiliza una tasa de utilidad de 40% sobre todos los artículos. El precio de venta de una podadora de césped es \$266. Calcula el costo.

Solución

Revisa la página S9.

➡ Intenta resolver el ejercicio 21, página 167.

OBJETIVO 2

Problemas de descuento

El **descuento** es el monto que un minorista reduce el precio regular de un producto para una venta promocional. Se expresa como un porcentaje del precio regular que se llama **tasa de descuento** o **tasa de rebaja**.

Las ecuaciones básicas de descuento que utiliza una empresa son:

$$\begin{array}{rcccl} \text{Precio de venta} & = & \text{Precio regular} & - & \text{Descuento} \\ S & = & R & - & D \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} \text{Descuento} & = & \text{Tasa de descuento} & \cdot & \text{Precio regular} \\ D & = & r & \cdot & R \end{array}$$

Al sustituir D por $r \cdot R$ en la primera ecuación, también podemos escribir el precio de venta como

$$S = R - D$$

$$S = R - (r \cdot R)$$

$$S = R - rR$$

La ecuación $S = R - rR$ es la ecuación que se utiliza en esta sección para resolver los problemas de descuento.

EJEMPLO 3

En una tienda de artículos para jardín, el precio regular de una manguera de 100 pies es \$48. Durante una “venta después del verano”, la manguera se vende en \$36. Calcula la tasa de descuento.

Estrategia

Dado: $R = \$48$

$S = \$36$

Tasa de descuento desconocida: r

Utiliza la ecuación $S = R - rR$.

Solución

$$\begin{array}{l} S = R - rR \\ 36 = 48 - 48r \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 36 - 48 & = & 48 - 48 - 48r \\ -12 & = & -48r \\ \frac{-12}{-48} & = & \frac{-48r}{-48} \end{array}$$

$$0.25 = r$$

La tasa de descuento es 25%.

- Sustituye en la ecuación los valores de R y S .
- Resta 48 a cada lado de la ecuación.
- Divide entre -48 cada lado de la ecuación.
- El decimal debe cambiar a porcentaje.

Problema 3

Una caja de aceite para motor que se vende regularmente en \$39.80 está a la venta en \$29.85. ¿Cuál es la tasa de descuento?

Solución

Revisa la página S9.

➡ Intenta resolver el ejercicio 35, página 168.

EJEMPLO 4

El precio de venta de un rociador químico es \$27.30. Este precio es 35% menor que el precio regular. Calcula el precio regular.

Estrategia

Dado: $S = \$27.30$

$r = 35\% = 0.35$

El precio regular es: R

Utiliza la ecuación $S = R - rR$.

Solución

$$\begin{array}{l} S = R - rR \\ 27.30 = R - 0.35R \\ 27.30 = 0.65R \\ 42 = R \end{array}$$

El precio regular es \$42.00.

- Sustituye en la ecuación los valores de S y r .
- $R - 0.35R = 1R - 0.35R = (1 - 0.35)R$

Problema 4 El precio de venta de un teléfono inalámbrico es \$43.50. Este precio es 25% menor que el precio regular. Calcula el precio regular.

Solución Revisa la página S9.



➡ Intenta resolver el ejercicio 39, página 168.

4.3 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. ¿Cómo puedes determinar el margen de utilidad cuando conoces el costo y el precio de venta?
2. ¿Cómo puedes determinar el precio de venta cuando conoces el margen de utilidad y el costo?
3. ¿Cómo puedes determinar el margen de utilidad cuando conoces el costo y la tasa de utilidad?
4. ¿Cómo puedes determinar el descuento cuando conoces el precio de venta y el precio regular?
5. ¿Cómo puedes determinar el precio de venta cuando conoces el descuento y el precio regular?
6. ¿Cómo puedes determinar el descuento cuando conoces el precio regular y la tasa de descuento?

1 Problemas de margen de utilidad (Revisa las páginas 163–164).

7.  Explica la diferencia entre el costo y el precio de venta de un producto.
8.  Explica la diferencia entre margen de utilidad y tasa de utilidad.

PREPÁRATE

Completa los ejercicios 9 y 10 reemplazando los signos de interrogación con el número correcto de la situación del problema o con la palabra *desconocido*.

9. **Situación del problema:** Unos pantalones de algodón se venden en \$40. La tienda utiliza una tasa de utilidad de 25%. Calcula el costo de los pantalones de algodón.

En la fórmula $S = C + rC$, $S = \underline{\quad ? \quad}$, $C = \underline{\quad ? \quad}$, y $r = \underline{\quad ? \quad}$.

10. **Situación del problema:** Una lavadora que cuesta \$620 se vende en \$806. Calcula la tasa de utilidad.

En la fórmula $S = C + rC$, $S = \underline{\quad ? \quad}$, $C = \underline{\quad ? \quad}$, y $r = \underline{\quad ? \quad}$.

11. Un minorista de software para computadora utiliza una tasa de utilidad de 40%. Calcula el precio de venta de un juego para computadora que le cuesta al minorista \$40.
12. Un distribuidor de automóviles anuncia una tasa de utilidad de 5% sobre el costo. Calcula el precio de venta de un automóvil que le cuesta \$26,000 al distribuidor.
13. Una tienda de electrónica utiliza una tasa de utilidad de 58%. Calcula el precio de venta de una cámara de video que le cuesta \$358 al propietario de la tienda.
14. El costo para un arquitecto paisajista por árbol de 25 galones es \$65. Calcula el precio de venta del árbol si la tasa de utilidad utilizada por el arquitecto es 30%.

- ➡ 15. Un juego de palos de golf que cuesta \$360 se vende en \$630. Calcula la tasa de utilidad del juego de palos de golf.
16. Un joyero compra un anillo de brillantes en \$7,198.50. El precio de venta es \$14,397. Calcula la tasa de utilidad.
17. Un abarrotero compra una botella de jugo de fruta en \$1.96. El precio de venta del jugo de fruta es \$2.45. Calcula la tasa de utilidad.
18. Un sofá que cuesta \$520 se vende en \$779. Calcula la tasa de utilidad. Redondea a la décima más cercana de un porcentaje.
19. El precio de venta de un reproductor de discos compactos es \$168. La tasa de utilidad utilizada por el vendedor es 40%. Calcula el costo del reproductor de discos compactos.
20. Un fabricante de equipo para hacer ejercicio utiliza una tasa de utilidad de 45%. Una caminadora tiene un precio de venta de \$870. Calcula el costo de la caminadora.
- ➡ 21. Una tasa de utilidad de 40% se utilizó en un balón de basquetbol con un precio de venta de \$82.60. Calcula el costo del balón de basquetbol.
22. Una tasa de utilidad de 25% se utilizó en una computadora que tiene un precio de venta de \$1062.50. Calcula el costo de la computadora.
23. 🧐 ¿Verdadero o falso? Si una tienda utiliza una tasa de utilidad de 35%, puedes calcular el costo para la tienda de un artículo al dividir el precio de venta del artículo entre $1 + 0.35$ o 1.35.
24. 🧐 Si la tasa de utilidad de un artículo es 100%, ¿cuál es la relación entre el precio de venta y el costo del artículo?
25. 🎯 **Factura de materiales** Utiliza la información del artículo de la derecha para calcular la tasa de utilidad para el 8 GB iPod Touch. Redondea tu respuesta al porcentaje más cercano.
26. 🎯 **Factura de materiales** Utiliza la información del artículo de la derecha para calcular la tasa de utilidad para el 32 GB iPad Touch. Redondea tu respuesta al porcentaje más cercano.



Glen Young/Shutterstock.com

En las noticias

No un margen de utilidad tamaño nano

Cuando compraste tu último gadget tecnológico, ¿alguna vez te has preguntado cuánto margen de utilidad estás pagando? Una *factura de materiales (FDM)* de un producto es el costo total para el fabricante por los materiales empleados para fabricar el producto. El resto del precio que pagas es el margen de utilidad. Por ejemplo, el 8 GB Apple iPod Touch, con una FDM de \$149.18, se vende en \$229; y el 32 GB iPod 3G, con una FDM de \$287.15, se vende en \$729.

Fuente: www.iSuppli.com

2 Problemas de descuento (Revisa las páginas 164-166).

27. 📌 Explica el significado de precio de venta y descuento.
28. 📌 Explica la diferencia entre descuento y tasa de descuento.

PREPÁRATE

Resuelve los ejercicios 29 y 30 sustituyendo los signos de interrogación con el número correcto de la situación del problema o con la palabra *desconocido*.

29. **Situación del problema:** El precio regular de una cámara digital es \$375. La cámara está a la venta en \$318.75. Calcula la tasa de descuento.

En la fórmula $S = R - rR$, $S = \underline{\quad ? \quad}$, $R = \underline{\quad ? \quad}$, y $r = \underline{\quad ? \quad}$.

30. **Situación del problema:** El precio de venta de un par de zapatos es \$44, que tiene 20% de descuento del precio regular. Calcula el precio regular.

En la fórmula $S = R + rR$, $S = \underline{\quad ? \quad}$, $R = \underline{\quad ? \quad}$, y $r = \underline{\quad ? \quad}$.

31. Una raqueta de tenis que se vende regularmente en \$195 está a la venta con 25% menos del precio regular. Calcula el precio de venta.
32. Un aparato de fax que se vende en \$219.99 está a la venta con $33\frac{1}{3}\%$ menos del precio regular. Calcula el precio de venta.

33. Un proveedor de equipo eléctrico ofrece un descuento de 5% por una compra que se paga en el transcurso de 30 días. Un transformador se vende regularmente en \$230. Calcula el precio de venta de un transformador que se paga 10 días después de la compra.
34. Un mayorista de ropa ofrece un descuento de 10% cuando le compran de 10 a 20 camisas y uno de 15% cuando le compran de 21 a 50. Una camisa se vende regularmente en \$27. Calcula el precio de venta por camisa cuando se compran 35 camisas.
- ➡ 35. Un sistema de sonido estéreo para automóvil que se vende regularmente en \$425 está a la venta en \$318.75. Calcula la tasa de descuento.
36. Un par de patines que se vende regularmente en \$99.99 está a la venta en \$79.99. Calcula la tasa de descuento.
37. Una cámara digital con un precio regular de \$325 está a la venta en \$201.50. Calcula la tasa de descuento.
38. Un juego de maletas con un precio regular de \$178 está a la venta en \$103.24. Calcula la tasa de descuento.
- ➡ 39. El precio de venta de un gimnasio casero sin límite de peso es \$568, que es 20% menos del precio regular. Calcula el precio regular.
40. El precio de venta de un tobogán es \$77, que es 30% menos del precio regular. Calcula el precio regular.
41. El juego de herramientas de mecánico está a la venta en \$180, después de una rebaja de 40% del precio regular. Calcula el precio regular.
42. Un telescopio está a la venta en \$285, después de una rebaja de 40% del precio regular. Calcula el precio regular.
43. 🧐 ¿Verdadero o falso? Si un minorista en línea utiliza una tasa de descuento de 15%, puedes calcular el precio de venta de un artículo al multiplicar el precio regular del artículo por $1 - 0.15$, o 0.85.
44. 🧐 Si la tasa de descuento sobre un artículo es 50%, ¿cuál de las siguientes expresiones es verdadera?
- | | |
|--------------|-----------------|
| i) $S = 2R$ | ii) $R = 2S$ |
| iii) $S = R$ | iv) $0.50S = R$ |





© Bill Freeman/Photo Edit

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

45. Un par de zapatos que ahora se vende en \$63 tiene una tasa de utilidad de 40%. Calcula el margen de utilidad sobre los zapatos.
46. El precio de venta de un casco para motocicleta es 25% menos del precio regular. El descuento es \$70. Calcula el precio de venta.
47. Un refrigerador que se vende en \$1087.50 tiene un margen de utilidad de \$217.50. Calcula la tasa de utilidad.
48. El precio de venta de una copiadora digital es \$391, después de un descuento de \$69. Calcula la tasa de descuento.
49. El gerente de una tienda de cámaras utiliza una tasa de utilidad de 30%. Calcula el costo de una cámara que se vende en \$299.
50. El precio de venta de un televisor de alta definición es \$450. Calcula el precio regular si el precio de venta se calculó descontando $\frac{1}{3}$ del precio regular, seguido de un descuento adicional de 25% sobre el precio reducido.
51. Un cliente compra cuatro neumáticos, tres al precio regular y uno con 20% de descuento del precio regular. Los cuatro neumáticos cuestan \$608. ¿Cuál fue el precio regular de un neumático?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

52. Una lámpara, con un precio original de menos de \$100, estaba a la venta con 35% menos del precio original. Cuando se redujo el precio regular, un número entero de dólares, el precio descontado también era un número entero de dólares. Calcula la cantidad más grande posible de dólares en el precio regular de la lámpara.
53. Un automóvil usado está a la venta con 20% menos del precio regular de \$8500. Se ofrece un descuento adicional de 10% sobre el precio de venta. ¿El resultado es de 30% de descuento? ¿Qué descuento daría el mismo precio de venta?
54.  Escribe un problema de aplicación que involucre una tasa de descuento de 35%. Elige un producto y su precio regular. Determina el precio de venta. Utiliza expresiones completas.
55.  Redacta un informe sobre descuentos comerciales en serie. Explica cómo convertir un descuento en serie en un equivalente de un solo descuento.

4.4

Problemas de inversión

OBJETIVO 1

Problemas de inversión

Recuerda que el interés anual simple que gana una inversión lo determina la ecuación $I = Pr$, donde I es el interés simple, P el principal, o la cantidad invertida y r la tasa de interés simple.

La tasa de interés anual simple sobre una inversión de \$5000 es 8%.

$$\begin{aligned}
 I &= Pr \\
 P &= \$5000; r = 8\% = 0.08; I \text{ es desconocida.} & I &= 5000(0.08) \\
 & & I &= 400
 \end{aligned}$$

El interés anual simple ganado sobre la inversión es \$400.

La ecuación $I = Pr$ se utiliza para resolver el problema de inversión siguiente.

Resuelve: un inversionista tiene un total de \$10,000 para depositarlos en dos cuentas de interés simple. En una cuenta, la tasa de interés anual simple es 7%. En la segunda, la tasa de interés anual simple es 8%. ¿Cuánto debería invertir en cada cuenta de manera que el interés anual total ganado sean \$785?

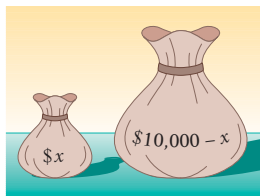
Punto de interés

Tal vez estás familiarizado con la fórmula del interés simple $I = Prt$. De ser así, sabes que t representa el tiempo. En los problemas en esta sección, el tiempo siempre es 1 (un año), de manera que la fórmula $I = Prt$ se simplifica a

$$\begin{aligned}
 I &= Pr(1) \\
 I &= Pr
 \end{aligned}$$

ESTRATEGIA PARA RESOLVER UN PROBLEMA QUE INVOLUCRA DINERO DEPOSITADO EN DOS CUENTAS DE INTERÉS SIMPLE

- Para cada monto invertido, utiliza la ecuación $Pr = I$. Escribe una expresión numérica o algebraica para el principal, la tasa de interés y el interés ganado. Los resultados pueden registrarse en una tabla.



Toma nota

Utiliza la información proporcionada en el problema para llenar las columnas de la tasa de interés de la tabla. Llena la columna de la tasa de interés ganado multiplicando las dos expresiones que escribiste en cada fila.

La suma de los montos invertidos es \$10,000.

Monto invertido al 7%: x

Monto invertido al 8%: $\$10,000 - x$

	Principal, P	\cdot	Tasa de interés, r	$=$	Interés ganado, I
Monto al 7%	x	\cdot	0.07	$=$	$0.07x$
Monto al 8%	$10,000 - x$	\cdot	0.08	$=$	$0.08(10,000 - x)$

- Determina la forma en la cual están relacionados los montos de interés ganado sobre las inversiones individuales. Por ejemplo, se puede conocer el interés total ganado por ambas cuentas, o tal vez se sabe que el interés ganado sobre una cuenta es igual al interés ganado en la otra.

La suma del interés ganado por las dos inversiones es igual al interés anual total ganado (\$785).

$$0.07x + 0.08(10,000 - x) = 785$$

$$0.07x + 800 - 0.08x = 785$$

$$-0.01x + 800 = 785$$

$$-0.01x = -15$$

$$x = 1500$$

$$10,000 - x = 10,000 - 1500 = 8500$$

- El interés ganado sobre la cuenta al 7% más el interés ganado sobre la cuenta al 8% es igual al interés anual total ganado.
- El monto invertido al 7% es \$1500.
- Sustituye el valor de x en la expresión algebraica para el monto invertido al 8%.

El monto invertido al 7% es \$1500.

El monto invertido al 8% es \$8500.

EJEMPLO 1

Un asesor de inversiones invirtió 75% del dinero de un cliente en un fondo del mercado de dinero a un interés anual simple de 9%. El resto se invirtió en títulos del gobierno con un interés anual simple de 6%. Calcula el monto invertido en cada cuenta si el interés total ganado es \$3300.

Estrategia

- Monto invertido: x
 Monto invertido al 9%: $0.75x$
 Monto invertido al 6%: $0.25x$

	Principal	\cdot	Tasa	$=$	Interés
Monto al 9%	$0.75x$	\cdot	0.09	$=$	$0.09(0.75x)$
Monto al 6%	$0.25x$	\cdot	0.06	$=$	$0.06(0.25x)$

- La suma del interés ganado por las dos inversiones es igual al interés anual total ganado (\$3300).

Solución

$$0.09(0.75x) + 0.06(0.25x) = 3300$$

$$0.0675x + 0.015x = 3300$$

$$0.0825x = 3300$$

$$x = 40,000$$

- El interés ganado sobre la cuenta al 9% más el interés ganado sobre la cuenta al 6% es igual al interés anual total ganado.
- El monto invertido es \$40,000.

$$0.75x = 0.75(40,000) = 30,000$$

$$0.25x = 0.25(40,000) = 10,000$$

El monto invertido al 9% es \$30,000.

El monto invertido al 6% es \$10,000.

- Calcula el monto invertido al 9%.
- Calcula el monto invertido al 6%.

Problema 1

Una inversión de \$18,000 se deposita en dos cuentas de interés simple. En una cuenta, la tasa de interés anual simple es 4%. En la otra, la tasa de interés anual simple es 6%. ¿Cuánto se debe invertir en cada cuenta de manera que cada una gane el mismo interés?


Solución

Revisa la página S9.

➡ Intenta resolver el ejercicio 15, página 172.

4.4 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. Explica lo que representa cada variable en la fórmula $Pr = I$.
2.  ¿Cuál es la diferencia entre interés y tasa de interés?
3. Para el siguiente ejemplo, nombra (a) al principal, (b) la tasa de interés y (c) el interés ganado.

La tasa de interés anual simple sobre una inversión de \$1259 es 5%. Calcula el interés anual simple ganado sobre la inversión.

4. ¿Cuánto interés se gana en un año sobre \$1000 depositados en una cuenta que paga 5% de interés anual simple?

Determina si la expresión es verdadera o falsa.

5. Durante un año tienes x dólares depositados en una cuenta que paga 7% de interés anual simple. Ganarás $0.07x$ en interés simple en esa cuenta.
6. Si tienes un total de \$8000 depositados en dos cuentas y representas la cantidad que tienes en la primera cuenta como x , entonces la cantidad en la segunda cuenta está representada como $8000 - x$.
7. El monto del interés ganado sobre una cuenta es $0.05x$ y el monto de interés ganado sobre una segunda cuenta es $0.08(9000 - x)$. Si las dos cuentas ganan la misma cantidad de interés, entonces podemos escribir la ecuación $0.05x + 0.08(9000 - x)$.
8. Si el monto de interés ganado sobre una cuenta es $0.06x$ y el ganado sobre una segunda cuenta es $0.09(4000 - x)$, entonces el interés total ganado sobre las dos cuentas se puede representar como $0.06x + 0.09(4000 - x)$.

1 Problemas de inversión (Revisa las páginas 169-171).



PREPÁRATE

9. Inviertes una cantidad de dinero a una tasa de interés anual simple de 5.2%. Inviertes una segunda cantidad, \$1000 más que la primera, a una tasa de interés anual simple de 7.2%. Supongamos que x representa el monto invertido al 5.2%. Completa la siguiente tabla.


	Principal, P	\cdot	Tasa de interés, r	$=$	Interés ganado, I
Monto al 5.2%	x	\cdot	<u> ?</u>	$=$	<u> ?</u>
Monto al 7.2%	<u> ?</u>	\cdot	<u> ?</u>	$=$	<u> ?</u>

10. El interés anual total ganado sobre la inversión en el ejercicio 9 es \$320. Utiliza esta información y la información en la tabla en el ejercicio 9 para escribir una ecuación que se pueda resolver para calcular el monto de dinero invertido al 5.2%
 ? + ? = ?.

11. Un dentista invirtió \$15,000 en una cuenta que paga un interés anual simple de 7% y el resto en un bono del gobierno a una tasa de interés anual simple de 6.5%. Las dos inversiones ganan anualmente \$1020 de interés. ¿Cuánto se invirtió en cada cuenta?
12. Una sociedad de ex alumnos universitarios invirtió \$20,000 en acciones preferentes que ganan 8% de interés anual simple y el resto en un bono municipal que gana 7% de interés anual simple. El monto de dinero ganado el primer año es \$1520. ¿Cuánto se invirtió en cada cuenta?
13. Un deportista profesional depositó una cantidad de dinero en un fondo de inversión de alto rendimiento que gana un interés anual simple de 13%. Un segundo depósito, \$2500 más que el primero, se colocó en un certificado de depósito que gana un interés anual simple de 7%. En un año, el interés total ganado sobre ambas inversiones fue de \$475. ¿Cuánto dinero se invirtió en el fondo de inversión?
14. Jan Moser hizo un depósito en una cuenta con un interés anual simple de 7%. Hizo otro depósito de \$1500 menos que el primero, en un certificado de depósito que gana un interés anual simple de 9%. El interés total ganado en ambas inversiones durante un año fue \$505. ¿Cuánto dinero más se invirtió en el certificado de depósito?
- ➡ 15. Un equipo de especialistas en investigación del cáncer recibió una subvención para utilizarla en sus investigaciones. Depositaron parte del dinero en una cuenta de interés anual simple de 10% y el resto en una cuenta de interés anual simple de 8.5%. ¿Cuánto se depositó en cada cuenta si el interés anual es de \$28,500?
16. Virak Ly invirtió \$30,000 en bonos municipales que ganan 6.5% de interés anual simple y el resto del dinero en bonos corporativos al 8.5%. ¿Cuánto se invirtió en cada cuenta si el interés anual total ganado es \$2190?
17. A fin de prepararse para recibir un ingreso después de su retiro, Teresa Puelo compra un bono de \$5000 que gana 7.5% de interés anual simple. ¿Cuánto dinero más ha invertido Teresa en bonos que ganan un interés anual simple de 8% si el interés anual total ganado de las dos inversiones es \$615?
18. Después de la venta de una propiedad que produce ingresos, Jeremy Littlefield invirtió \$40,000 en un certificado de depósito que gana un interés anual simple de 7.25%. ¿Cuánto dinero ha invertido en certificados que ganan una tasa de interés anual simple de 8.5% si el total del interés anual ganado de las dos inversiones es \$5025?


19. Suki Hiroshi ha hecho una inversión de \$2500 a una tasa de interés anual simple de 7%. ¿Cuánto dinero ha invertido a una tasa de interés anual simple de 11% si el interés total ganado es 9% de la inversión total?
20. Mae Jackson tiene un total de \$6000 invertidos en dos cuentas de interés anual simple. La tasa de interés anual simple sobre una cuenta es 9%. La tasa de interés anual simple sobre la segunda cuenta de 6%. ¿Cuánto se ha invertido en cada cuenta si ambas ganan el mismo monto de interés?
21. Wayne Miller, un banquero de inversión, invirtió 55% del efectivo disponible del banco en una cuenta que gana una tasa de interés anual simple de 8.25%. El resto del efectivo se colocó en una cuenta que gana un interés anual simple de 10%. El interés ganado en un año fue \$58,743.75. Calcula el monto total invertido.
22. Mohammad Aran, un planificador financiero, recomendó que 40% de la cuenta en efectivo de un cliente se invirtiera en acciones preferentes que ganan un interés anual simple de 9%. El resto del efectivo del cliente se colocó en bonos del Tesoro que ganan un interés anual simple de 7%. El interés total ganado de las dos inversiones fue \$2496. Calcula el monto total invertido.
23. Sarah Ontkian es administradora de un fondo de inversión. Colocó 30% del efectivo disponible del fondo en una cuenta de interés anual simple de 6%, 25% en bonos corporativos al 8% y el resto en un fondo del mercado de dinero que gana un interés anual simple de 7.5%. El interés total ganado de las inversiones fue \$35,875. Calcula el monto total invertido.
24. Joseph Abruzzio es el gerente de un fideicomiso. Invirtió 30% del efectivo de un cliente en bonos del gobierno que ganan un interés anual simple de 6.5%, 30% en acciones de servicios públicos que ganan un interés anual simple de 7% y el resto en una cuenta que gana un interés anual simple de 8%. El interés total ganado de las inversiones fue \$5437.50. Calcula el monto total invertido.
25.  El monto de interés anual ganado sobre los x dólares que Beth invirtió en una cuenta de interés simple fue $0.03x$ y el monto de interés anual ganado sobre el dinero que invirtió en otra cuenta de interés simple fue $0.05(5000 - x)$.
 - a. ¿Cuáles fueron las tasas de interés sobre las dos cuentas?
 - b. ¿Cuál fue la cantidad total de dinero que Beth invirtió en las dos cuentas?
26.  Refiérete a las inversiones descritas en el ejercicio 25. ¿Cuál de lo siguiente podría ser verdadero acerca del monto total T de interés ganado sobre las dos cuentas de Beth? Tal vez hay más de una respuesta correcta.
 - i) $T < 150$ ii) $T > 150$ iii) $T < 250$ iv) $T > 250$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS


27. Un representante de ventas invierte en acciones que pagan dividendos de 9%. Un consultor de investigación invierte \$5000 más que el representante de ventas en bonos que pagan un interés anual simple de 8%. El ingreso de la inversión del consultor de investigación es igual al del representante de ventas. Calcula el monto de la inversión del consultor de investigación.
28. Un gerente de finanzas invirtió 20% del dinero de un cliente en bonos que paga un interés anual simple de 9%, 35% en una cuenta de interés simple de 8% y el resto en bonos corporativos al 9.5%. Calcula el monto invertido en cada una si el interés anual total ganado es \$5325.
29. Un gerente de planta invirtió \$3000 más en acciones que en bonos. Las acciones pagaron un interés anual simple de 8% y los bonos pagaron un interés anual simple de 9.5%. Ambas inversiones produjeron el mismo ingreso. Calcula el interés anual total recibido sobre ambas inversiones.
30.  Escribe un ensayo sobre el tema de las tasas porcentuales anuales.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

31. Un banco le ofrece a un cliente un certificado de depósito (CD) a 4 años que gana un interés anual compuesto de 6.5%. Esto significa que el interés ganado cada año se suma al principal antes de que se calcule el interés para el siguiente año. Calcula el valor en 4 años de la inversión de \$3000 de una enfermera en este CD.
32. Un banco le ofrece a un cliente un certificado de depósito (CD) a 5 años que gana un interés anual compuesto de 7.5%. Esto significa que el interés ganado cada año se suma al principal antes de que se calcule el interés para el siguiente año. Calcula el valor dentro de 5 años de la inversión de \$2500 de un contador en este CD.

33.  **Ahorro para el retiro** Los asesores financieros pueden predecir cuánto dinero debería haber ahorrado una persona para su retiro a los 40, 50 y 60 años de edad. La cantidad varía dependiendo del ingreso anual de una persona. Una de esas predicciones se incluye en la tabla de la derecha.

Ahorros requeridos para el retiro por edad para varios niveles de ingreso				
		40	50	60
Ingreso =	\$40,000	28,000	111,000	242,000
Ingreso =	\$80,000	75,000	298,000	651,000
Ingreso =	\$120,000	131,000	524,000	1,144,000

- a. Según los estimados en la tabla, ¿cuánto debería haber ahorrado a los 50 años de edad un consultor que tiene un ingreso anual de \$80,000?
- b. Supongamos que un ejecutivo de 55 años de edad tiene un ingreso anual de \$120,000. ¿Los ahorros del ejecutivo para su retiro deberían caer entre cuáles dos números en la tabla?
- c. Supongamos que un gerente de 40 años de edad tiene un ingreso anual de \$60,000. ¿Los ahorros para el retiro del gerente deben caer entre cuáles dos números en la tabla?
- d.  Escribe una explicación acerca de la forma en la cual el interés y las tasas de interés afectan el nivel de ahorro requerido en cualquier edad determinada. ¿Qué efecto tienen las tasas de inflación sobre los ahorros?

4.5

Problemas de mezcla

OBJETIVO 1

Problemas de mezclas de ingredientes

Un problema de mezcla de ingredientes implica combinar dos ingredientes en una mezcla. Por ejemplo, un comercializador de café puede combinar dos tipos de café en una mezcla, o un fabricante puede combinar dos tipos de caramelos para venderlos como un “paquete de variedad”.

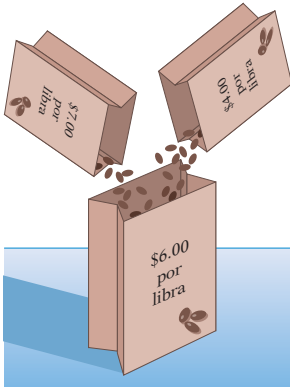
La solución de un problema de mezcla de ingredientes se basa en la ecuación $V = AC$, donde V es el valor de un ingrediente, A la cantidad del ingrediente y C el costo unitario del ingrediente.

Una aleación de oro cuesta \$180 por onza. Se prepara un anillo de 5 onzas de la aleación.

$$\begin{array}{lcl}
 & & V = AC \\
 A = 5; C = \$180; & & V = 5(180) \\
 & & V = 900
 \end{array}$$

El valor del anillo es \$900.

La ecuación $V = AC$ se utiliza para resolver el siguiente problema de mezcla.



Resuelve: un comercializador de café quiere preparar 9 libras de una mezcla que cuesta \$6 por libra. La mezcla se prepara utilizando un grado de café de \$7 y uno de \$4. ¿Cuántas libras de cada uno de esos grados debería utilizar?

ESTRATEGIA PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE MEZCLA

- Para cada ingrediente en la mezcla, escribe una expresión numérica o algebraica para la cantidad del ingrediente empleado, el costo unitario del ingrediente y el valor de la cantidad utilizada. Para la mezcla, escribe una expresión numérica o algebraica para la cantidad, el costo unitario de la mezcla y el valor de la cantidad. Los resultados se pueden registrar en una tabla.

La suma de las cantidades es 9 libras.

Cantidad de café de \$7: x

Cantidad de café de \$4: $9 - x$

Toma nota

Utiliza la información proporcionada en el problema para llenar las columnas de cantidad y costo unitario de la tabla. Llena la columna de valor multiplicando las dos expresiones que escribiste en cada fila. Utiliza las expresiones en la última columna para escribir la ecuación.

	Cantidad, A	\cdot	Costo unitario, C	$=$	Valor, V
Grado de \$7	x	\cdot	7	$=$	$7x$
Grado de \$4	$9 - x$	\cdot	4	$=$	$4(9 - x)$
Mezcla de \$6	9	\cdot	6	$=$	$6(9)$

- Determina cómo se relacionan los valores de los ingredientes individuales. Utiliza el hecho de que la suma de los valores de los ingredientes es igual al valor de la mezcla.

La suma de los valores del grado de café de \$7 y de \$4 es igual al valor de \$6 de la mezcla.

$$7x + 4(9 - x) = 6(9)$$

$$7x + 36 - 4x = 54$$

$$3x + 36 = 54$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

$$9 - x = 9 - 6 = 3$$

- El valor del grado de café de \$7 más el valor de \$4 es igual al valor de la mezcla.

- La cantidad de café de grado \$7 es 6 libras.

- Sustituye el valor de x en la expresión algebraica para la cantidad de café de \$4.

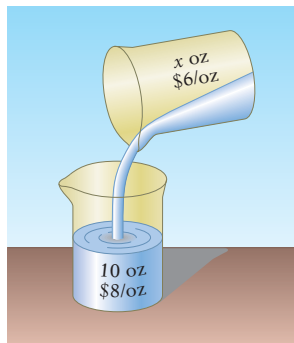
El comercializador debe utilizar 6 libras del café de \$7 y 3 libras del café de \$4.

EJEMPLO 1

¿Cuántas onzas de una aleación de plata que cuesta \$6 por onza se deben mezclar con 10 onzas de una aleación de plata que cuesta \$8 por onza para preparar una mezcla que cuesta \$6.50 por onza?

Estrategia

- Onzas de aleación de \$6: x
 Onzas de aleación de \$8: 10
 Onzas de mezcla de \$6.50: $x + 10$



	Cantidad	Costo	Valor
Aleación de \$6	x	6	$6x$
Aleación de \$8	10	8	$8(10)$
Mezcla de \$6.50	$10 + x$	6.50	$6.50(10 + x)$

► La suma de los valores antes de la mezcla es igual al valor después de la mezcla.

Solución

$$\begin{aligned}
 6x + 8(10) &= 6.50(10 + x) \\
 6x + 80 &= 65 + 6.5x \\
 -0.5x + 80 &= 65 \\
 -0.5x &= -15 \\
 x &= 30
 \end{aligned}$$

• El valor de la aleación de \$6 más el valor de la de \$8 es igual al valor de la mezcla.

Se deben utilizar 30 onzas de la aleación de plata de \$6.

Problema 1 Un jardinero tiene 20 libras de un fertilizante para césped que cuesta \$0.90 por libra. ¿Cuántas libras de un fertilizante que cuesta \$0.75 por libra debe mezclar con esas 20 libras de fertilizante de césped para producir una mezcla que cueste \$0.85 por libra?

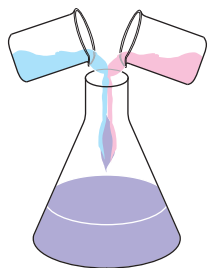
Solución Revisa la página S10.

► Intenta resolver el ejercicio 21, página 179.

OBJETIVO 2

Toma nota

Como se explica a la derecha, en una solución de sal al 5%, 5% de la solución total es sal. Sin embargo, nos estamos refiriendo al peso; la solución es de 5% sal por el peso, no por el volumen. Por ejemplo, si la solución pesa 100 gramos, la sal en la solución pesa 5 gramos y el agua pesa 95% de 100 gramos, o 95 gramos.



Problemas de porcentajes de mezcla

Recuerda que la cantidad de una sustancia en una solución se puede expresar como un porcentaje de la solución total. Por ejemplo, en una solución de agua salada al 5%, 5% de la solución total es sal. El 95% restante es agua.

La solución de un problema de porcentaje de mezcla se basa en la ecuación $Q = Ar$, donde Q es la cantidad de una sustancia en la solución, r el porcentaje de concentración y A la cantidad de solución.

Una botella de 500 mililitros contiene una solución al 3% de peróxido de hidrógeno.

$$\begin{aligned}
 A &= 500; r = 3\% = 0.03; Q \text{ es desconocida.} & Q &= Ar \\
 & & Q &= 500(0.03) \\
 & & Q &= 15
 \end{aligned}$$

La botella contiene 15 ml de peróxido de hidrógeno.

La ecuación $Q = Ar$ se utiliza para resolver el problema siguiente.

Resuelve: ¿Cuántos galones de solución de sal al 15% se deben mezclar con 4 galones de una solución de sal al 20% para preparar una solución de sal al 17%?

ESTRATEGIA PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE PORCENTAJES DE MEZCLA

► Para cada solución, utiliza la ecuación $Ar = Q$. Escribe una expresión numérica o algebraica para la cantidad de la solución, el porcentaje de concentración y la cantidad de sustancia en la solución. Los resultados se pueden registrar en una tabla.

La cantidad desconocida de solución al 15%: x

La cantidad de solución al 20%: 4

La cantidad de solución al 17%: $x + 4$

Toma nota

Utiliza la información proporcionada en el problema para llenar las columnas de cantidad y porcentaje de la tabla. Llena la columna de cantidad multiplicando las dos expresiones que escribiste en cada fila. Utiliza las expresiones en la última columna para escribir la ecuación.

	Cantidad de solución, A	\cdot	Porcentaje de concentración, r	$=$	Cantidad de sustancia, Q
solución al 15%	x	\cdot	0.15	$=$	$0.15x$
solución al 20%	4	\cdot	0.20	$=$	$0.20(4)$
solución al 17%	$x + 4$	\cdot	0.17	$=$	$0.17(x + 4)$

- Determina la forma en la cual están relacionadas las cantidades de sustancia en las soluciones individuales. Utiliza el hecho de que la suma de las cantidades de la sustancia que se está mezclando es igual a la cantidad de sustancia después de la mezcla.

La suma de las cantidades de sal en la solución al 15% y en la solución al 20% es igual a la cantidad de sal en la solución al 17%.

$$\begin{aligned}
 0.15x + 0.20(4) &= 0.17(x + 4) \\
 0.15x + 0.8 &= 0.17x + 0.68 \\
 -0.02x + 0.8 &= 0.68 \\
 -0.02x &= -0.12 \\
 x &= 6
 \end{aligned}$$

- La cantidad de sal en la solución al 15% más la cantidad de sal en la solución al 20% es igual a la cantidad de sal en la solución al 17%.

Se requieren 6 galones de solución al 15%.

EJEMPLO 2

Un químico desea preparar 3 litros de una solución de ácido al 7% mezclando una solución de ácido al 9% y una al 4%. ¿Cuántos litros de cada solución debe utilizar el químico?

Estrategia

- Litros de solución al 9%: x
Litros de solución al 4%: $3 - x$

	Cantidad	Porcentaje	Cantidad
9%	x	0.09	$0.09x$
4%	$3 - x$	0.04	$0.04(3 - x)$
7%	3	0.07	$0.07(3)$

- La suma de las cantidades antes de la mezcla es igual a la cantidad después de la mezcla.

Solución

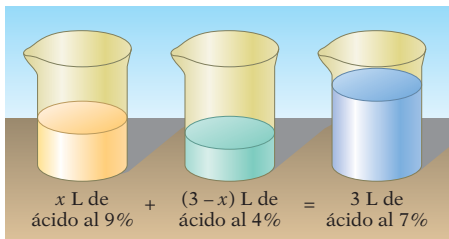
$$\begin{aligned}
 0.09x + 0.04(3 - x) &= 0.07(3) \\
 0.09x + 0.12 - 0.04x &= 0.21 \\
 0.05x + 0.12 &= 0.21 \\
 0.05x &= 0.09
 \end{aligned}$$

$$x = 1.8$$

$$3 - x = 3 - 1.8 = 1.2$$

- La cantidad de ácido en la solución al 9% más la cantidad de ácido en la solución al 4% es igual a la cantidad de ácido en la solución al 7%.
- Se necesitan 1.8 litros de la solución al 9%.
- Calcula la cantidad necesaria de la solución al 4%.

El químico necesita 1.8 litros de la solución al 9% y 1.2 litros de la solución al 4%.



Problema 2 ¿Cuántos cuartos de jugo de naranja puro se añaden a 5 cuartos de una bebida de fruta que es 10% jugo de naranja para preparar una bebida de naranja que es 25% jugo de naranja?

Solución Revisa la página S10.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 181.

4.5 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Para los ejercicios 1 a 5, indica si la expresión es verdadera o falsa.

1. Tanto los problemas de mezcla de ingredientes como de la mezcla de porcentaje implican combinar dos o más ingredientes en una sola sustancia.
2. En la ecuación de la mezcla de ingredientes $V = AC$, la variable A representa la cantidad de un ingrediente.
3. Supongamos que se mezclan dos soluciones de sal. Entonces la variable Q en la ecuación de la mezcla de porcentaje $Q = Ar$ representa la cantidad de sal en una solución.
4. Si combinamos una aleación que cuesta \$8 por onza con otra que cuesta \$5 por onza, el costo de la mezcla resultante será mayor de \$8 la onza.
5. Si combinamos una solución de ácido al 9% con otra al 4% , la solución resultante será menor que al 4% de ácido.
6. ¿La cantidad de una mezcla es siempre menor que, igual a, o mayor que la cantidad de cualquier ingrediente?
7. Supongamos que se añade azúcar a una solución de agua y azúcar. ¿El porcentaje de la concentración de azúcar aumenta o disminuye?

1 Problemas de mezcla de ingredientes (Revisa las páginas 174-176).




PREPÁRATE

8. El valor total de una bolsa de 7 libras de comida para gatos que cuesta \$1.50 por libra es ____?
9. Si 8 litros de un solvente cuesta \$75 por litro, entonces el valor de los 8 litros de solvente es ____?
10. El costo por libra de una bolsa de azúcar de 5 libras de azúcar que tiene un valor total de \$3.80 es ____?
11. Para elaborar pan, Maya utiliza una mezcla de harina que combina harina orgánica de trigo entero que cuesta \$1.70 por libra con harina sin blanquear que cuesta \$0.50 por libra. Diez libras de su mezcla cuentan \$1.30 por libra. Supongamos que x representa la cantidad de harina de trigo entero en la mezcla.

a. Completa la siguiente tabla.

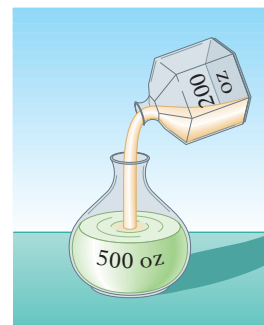
	Cantidad, A	\cdot	Costo unitario, C	$=$	Valor, V
Harina de trigo entero	x	\cdot	<u>?</u>	$=$	<u>?</u>
Harina sin blanquear	<u>?</u>	\cdot	<u>?</u>	$=$	<u>?</u>
Mezcla	<u>?</u>	\cdot	<u>?</u>	$=$	<u>?</u>




b. Utiliza las expresiones en la última columna de la tabla en la parte (a) para escribir una ecuación que se pueda resolver para calcular el número de libras de harina de trigo entero en la mezcla de Maya: ? + ? = ?.

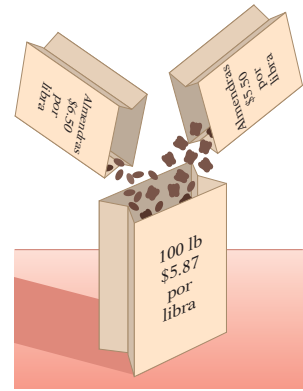
12.  Explica el significado de cada variable en la ecuación $V = AC$. Proporciona un ejemplo de la forma en la cual se utiliza esta ecuación.
13.  Supongamos que estás mezclando cacahuates que cuestan \$4 por libra con pasas que cuestan \$3 por libra. En el contexto de esta situación, explica el significado de la expresión “La suma de los valores de los ingredientes es igual al valor de la mezcla”.
14. En una clínica veterinaria, un alimento especial para perros que cuesta \$6.75 por libra se mezcla con un suplemento vitamínico que cuesta \$3.25 por libra. ¿Cuántas libras de cada uno se deben utilizar para preparar una mezcla que cuesta \$4.65 por libra?
15. Un orfebre combinó una aleación que cuesta \$4.30 por libra con una aleación que cuesta \$1.80 por libra. ¿Cuántas onzas de cada una utilizó para preparar una mezcla de 200 onzas que cuesta \$2.50 por onza?
16. Una mezcla de semillas para aves se prepara combinando 100 libras de semilla de mijo que cuesta \$0.60 por libra con semillas de girasol que cuestan \$1.10 por libra. ¿Cuántas libras de semillas de girasol son necesarias para preparar una mezcla que cuesta \$0.70 por libra?
17. ¿Cuántas libras de té de manzanilla que cuesta \$18.20 por libra se deben mezclar con 12 libras de té de naranja que cuesta \$12.25 por libra para preparar una mezcla que cuesta \$14.63 por libra?
18. Calcula el costo por libra de una mezcla de café preparada con 8 libras de café que cuesta \$9.20 por libra y 12 libras de café que cuesta \$5.50 por libra.
19. Calcula el costo por onza de una mezcla de 200 onzas de un agua de colonia que cuesta \$7.50 por onza y 500 onzas de otra que cuesta \$4.00 por onza.
20. Un herbolario tiene 30 onzas de hierbas que cuestan \$2 por onza. ¿Cuántas onzas de hierbas que cuestan \$1.00 por onza debe mezclar con esas 30 onzas de hierbas para producir una mezcla que cuesta \$1.60 por onza?
-  21. Un bocadillo se prepara mezclando 5 libras de palomitas de maíz con caramelo que cuestan \$2.40 por libra. ¿Cuánto caramelo se necesita para preparar una mezcla que cuesta \$1.40 por libra?
22. Una tienda de abarrotes ofrece una muestra de quesos que incluye un queso cheddar con pimienta que cuesta \$16 por kilogramo y un Pennsylvania Jack que cuesta \$12 por kilogramo. ¿Cuántos kilogramos de cada uno se utilizaron para preparar una mezcla de 5 kg que cuesta \$13.20 por kg?
23. Una compañía maderera combinó virutas de madera de roble que cuestan \$3.10 por libra con virutas de madera de pino que cuestan \$2.50 por libra. ¿Cuántas libras de cada una se utilizaron para preparar una mezcla que cuesta \$2.65 por libra?



Steve Mason/Getty Images



24. El gerente de un mercado de agricultores tiene 50 libras de grano que cuesta \$1.20 por libra. ¿Cuántas libras más de harina de maíz que cuesta \$0.80 la libra debe mezclar con 500 libras de grano para producir una mezcla que cuesta \$1.05 por libra?
25. Un abastecedor preparó un ponche de helado combinando jugo de fruta que cuesta \$4.50 por galón con helado que cuesta \$8.50 por galón. ¿Cuántos galones de cada uno se utilizaron para preparar 100 galones de ponche que cuesta \$5.50 por galón?
26. El gerente de una tienda de alimentos de especialidad combinó almendras que cuestan \$6.50 por libra con nueces que cuestan \$5.50 por libra. ¿Cuántas libras de cada una utilizó para preparar una mezcla de 100 libras que cuesta \$5.87 por libra?
27. Calcula el costo de una “mezcla de la casa” de café que se prepara con 12 libras de café centroamericano que cuesta \$8 por libra y 30 libras de café sudamericano que cuesta \$4.50 por libra.
28. Calcula el costo de un cereal para el desayuno cubierto de azúcar preparado con 40 libras de azúcar que cuesta \$2.00 por libra y 120 libras de hojuelas de maíz que cuestan \$1.20 por libra.
29.  **Conservación de árboles** El departamento de parques de una ciudad compra árboles al programa de conservación de árboles descrito en el recorte de noticias de la derecha. El departamento gasta \$406 en 14 paquetes de árboles. ¿Cuántos paquetes de árboles y cuántos de plantas que crecen en maceta compró el departamento de parques?
30. ¿Cuántos litros de un tinte azul que cuesta \$1.60 por litro se deben mezclar con 16 litros de añil que cuesta \$2.50 por litro para preparar una mezcla que cuesta \$1.90 por litro?
31. Calcula el costo por onza de una aleación de oro preparada con 25 onzas de oro puro que cuesta \$1282 por onza y 40 onzas de una aleación que cuesta \$900 por onza.
32. Calcula el costo por onza de un protector contra el sol preparado con 100 onzas de una loción que cuesta \$2.50 por onza y 50 onzas de una loción que cuesta \$4.00 por onza.
33.  Un abarrotero mezcla cacahuates que cuestan \$3 por libra con almendras que cuestan \$7 por libra. ¿Cuál de las siguientes expresiones podría ser cierta acerca del costo C por libra de la mezcla? Puede haber más de una respuesta correcta.
- i) $C = \$10$ ii) $C > \$7$ iii) $C < \$7$
iv) $C < \$3$ v) $C > \$3$ vi) $C = \$4$
34.  Una mezcla de botanas se prepara con 3 libras de semillas de girasol que cuestan S dólares por libra y 4 libras de pasas que cuestan R dólares por libra. ¿Cuál expresión da el costo C por libra de la mezcla?
- i) $7(S + R)$ ii) $3S + 4R$ iii) $S + R$ iv) $\frac{3S + 4R}{7}$



En las noticias

Está en marcha un programa de conservación plantando árboles

El Servicio de Bosques de Kansas ofrece una vez más su Programa de conservación plantando árboles. Los árboles se venden en paquetes de 25, en dos tamaños, árboles que cuestan \$17 el paquete y plantas más grandes cultivadas en maceta que cuestan \$45 el paquete.

Fuente: Kansas Canopy

2 Problemas de porcentajes de mezcla (Revisa las páginas 176-178).




PREPÁRATE

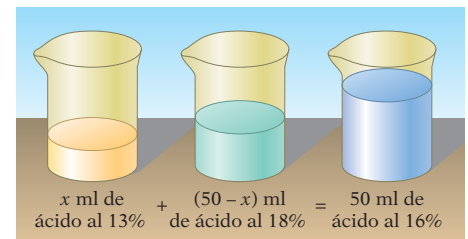
35. Una botella de 250 mililitros contiene una solución que es 90% alcohol isopropílico. La cantidad del alcohol isopropílico en la solución es $250(\underline{\quad? \quad}) = \underline{\quad? \quad}$ ml.
36. Una lata de 500 gramos de legumbres contiene 20% de frijoles blancos. La lata contiene $\underline{\quad? \quad}$ gramos de frijoles blancos.
37. Una caja de 10 libras de cerezas cubiertas de chocolate es 15% chocolate. Hay $\underline{\quad? \quad}$ libras de chocolate en la caja. Hay $\underline{\quad? \quad}$ libras de cerezas en la caja.
38. Un jugo que es 60% *jugo real de frutas* se prepara mezclando algo del jugo que es 20% jugo real de fruta con 32 onzas de un jugo que es 75% jugo real de fruta. Supongamos que x es la cantidad del 20% de jugo real de fruta que hay en la mezcla.




a. Completa la siguiente tabla.

	Cantidad, A	\cdot	Porcentaje de concentración, r	$=$	Cantidad, Q
75% de jugo real de fruta	<u>?</u>	\cdot	<u>?</u>	$=$	<u>?</u>
20% de jugo real de fruta	x	\cdot	<u>?</u>	$=$	<u>?</u>
Mezcla	<u>?</u>	\cdot	<u>?</u>	$=$	<u>?</u>

b. Utiliza las expresiones en la última columna de la tabla en la parte (a) para escribir una ecuación que se pueda resolver para calcular la cantidad de 20% de jugo real de fruta que hay en la mezcla: ? + ? = ?.

39.  Explica el significado de cada variable en la ecuación $Q = Ar$. Proporciona un ejemplo de la forma en la cual se utiliza esta ecuación.
40.  Supongamos que estás mezclando una solución de ácido al 5% con otra al 10%. En el contexto de esta situación, explica el significado de la expresión “la suma de las cantidades de las sustancias que se están mezclando es igual a la cantidad de la sustancia después de la mezcla.”
41. Cuarenta onzas de una aleación de 30% oro se mezclan con otra de 20% oro. Calcula el porcentaje de concentración de la aleación de oro resultante.
42. Cien onzas de jugo que es 50% jugo de tomate se añaden a 200 onzas de un jugo de verdura que es 25% jugo de tomate. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de jugo de tomate en la mezcla resultante?
43. ¿Cuántos galones de una solución de ácido al 15% se deben mezclar con 5 galones de una solución de ácido al 20% para preparar una solución de ácido al 16%?
44. ¿Cuántas libras de un alimento para pollos que es 50% maíz se deben mezclar con 400 libras de un alimento que es 80% maíz para preparar un alimento que sea 75% maíz?
-  45. Se fabrica una alfombra tejiendo 20 libras de hilo que es 50% lana con otro que es 25% lana. ¿Cuántas libras del hilo que es 25% lana se deben utilizar en la alfombra acabada para que sea 35% lana?
46. Cinco galones de una pintura de látex verde oscuro que es 20% pintura amarilla se combinan con una pintura de látex verde más claro que es 40% pintura amarilla. ¿Cuántos galones de la pintura verde más claro se deben utilizar para preparar una pintura verde que es 25% pintura amarilla?
47. ¿Cuántos galones de un alimento para plantas que es 9% nitrógeno se deben combinar con otro alimento para plantas que es 25% nitrógeno para preparar 10 galones de un alimento para plantas que sea 15% nitrógeno?
48. Un químico desea preparar 50 ml de una solución de ácido al 16% mezclando una solución de ácido al 13% y otra al 18%. ¿Cuántos mililitros de cada solución debe utilizar el químico?
49. Cinco gramos de azúcar se añaden a una ración de 45 gramos de un cereal para el desayuno que es 10% azúcar. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de azúcar en la mezcla resultante?
50. Treinta onzas de plata pura se agregan a 50 onzas de una aleación de plata que es 20% plata. ¿Cuál es el porcentaje de la concentración de la aleación resultante?
51. Para preparar la mezcla que se vende en una florería, 70 onzas de la mezcla que son 80% lavanda se combinan con una mezcla que es 60% lavanda. La mezcla resultante es 74% lavanda. ¿Cuánto se utiliza de la mezcla que es 60% lavanda?



52. El gerente de una tienda de jardinería mezcla semilla para césped que es 40% centeno con 40 libras de semilla que es 60% centeno para preparar una mezcla que es 56% centeno. ¿Cuánto del centeno al 40% se utiliza?
53. Un tinte para el cabello se prepara mezclando una solución de peróxido de hidrógeno al 7% y otra al 4%. ¿Cuántos mililitros de cada una se utilizan para preparar 300 mililitros de una solución al 5% de peróxido de hidrógeno?
54. Un fabricante de ropa tiene hilo de seda pura e hilo que es 85% seda. ¿Cuántos kilogramos de cada uno debe tejer juntos para preparar 75 kg de tela que es 96% seda?
55. En una compañía de cosméticos, 40 litros de crema de áloe puro se mezclan con 50 litros de un humectante que es 64% áloe. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de áloe en la mezcla resultante?
56. Un estilista combina 12 onzas de shampoo que es 20% acondicionador con una botella de 8 onzas de shampoo puro. ¿Cuál es el porcentaje de la concentración de acondicionador en la mezcla de 20 onzas?
57.  **Combustible de etanol** Revisa el recorte de noticias de la derecha. *Gasohol* es un tipo de combustible preparado al mezclar etanol con gasolina. E10 es una mezcla de combustible de 10% etanol y 90% gasolina. E20 contiene 20% de etanol y 80% de gasolina. ¿Cuántos galones de etanol se deben añadir a 100 galones de E10 para preparar E20?
58. ¿Cuántas onzas de chocolate puro se deben añadir a 150 onzas de una cubierta que es 50% chocolate para preparar una cubierta que sea 75% chocolate?
59. Una receta para un platillo de arroz requiere 12 onzas de una mezcla que es 20% arroz salvaje y 8 onzas de arroz salvaje puro. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de arroz salvaje en la mezcla de 20 onzas?
60.  ¿Verdadero o falso? Una solución de sal al 10% se puede combinar con cierta cantidad de una solución de sal al 20% para preparar una solución de sal al 30%.
61.  ¿Verdadero o falso? Cuando n onzas de ácido al 100% se mezclan con $2n$ onzas de agua pura, la mezcla resultante es una solución de ácido al 50%.

En las noticias

Gasohol reduce las emisiones nocivas


Un nuevo estudio indica que el uso de combustible E20 reduce las emisiones de dióxido de carbono y de hidrocarburo, en comparación con las mezclas E10 o la gasolina tradicional.

Fuente: www.sciencedaily.com

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

62. Calcula el costo por onza de una mezcla de 30 onzas de una aleación que cuesta \$4.50 por onza, 40 onzas de una aleación que cuesta \$3.50 por onza y 30 onzas de una aleación que cuesta \$3.00 por onza.
63. Un abarrotero combinó nueces que cuestan \$5.60 por libra y frutas secas que cuestan \$7.50 por libra con 20 libras de cacahuates que cuestan \$4.00 por libra. Calcula la cantidad de nueces y frutas secas utilizadas para preparar una mezcla que cuesta \$5.72 por libra.
64. ¿Cuántas onzas de agua evaporada de 50 onzas de una solución de sal al 12% para producir una solución de sal al 15%?
65. Un químico mezcló ácido puro con agua para preparar 10 litros de una solución de ácido al 30%. ¿Cuánto ácido puro y cuánta agua utilizó el químico?
66. ¿Cuántos gramos de agua pura se deben agregar a 50 gramos de ácido puro para preparar una solución que sea 40% ácido?
67. Los boletos para una representación de una compañía teatral de la comunidad cuestan \$5.50 para adultos y \$2.75 para niños. Se vendió un total de 120 boletos en \$563.75. ¿Cuántos adultos y niños asistieron a la representación?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

68. Un radiador contiene 15 galones de anticongelante al 20%. ¿Cuántos galones se deben drenar del radiador y reemplazarse por anticongelante puro de manera que el radiador contenga 15 galones de una solución de anticongelante al 40%?
69. Cuando se añadieron 5 onzas de agua a una solución de ácido, la nueva mezcla es $33\frac{1}{3}\%$ ácido. Cuando se añadieron 5 onzas de ácido puro a esta nueva mezcla, la mezcla resultante es 50% ácido. ¿Cuál fue el porcentaje de concentración de ácido en la mezcla original?
70.  Explica por qué en matemáticas buscamos patrones y relaciones. Incluye un análisis de la relación entre los problemas de la mezcla de ingredientes y los de la mezcla de porcentajes y de la forma en la cual la comprensión de uno de ellos puede hacer que resulte más fácil entender al otro. Comenta también por qué la comprensión para resolver los problemas de mezcla de ingredientes en esta sección puede ser útil para resolver el ejercicio 67.

4.6

Problemas de movimiento uniforme

OBJETIVO 1

Problemas de movimiento uniforme

Cómo se usa

El medidor electrónico de distancia, o MED, de un investigador utiliza la ecuación $d = rt$ para calcular la distancia entre dos puntos. Se coloca un prisma en un punto y el MED en el otro. Utilizando el tiempo que le lleva a un láser viajar del MED al prisma y de regreso y la velocidad del láser, el MED calcula la distancia entre los dos puntos.

Un tren que viaja constantemente en línea recta a 50 millas por hora está en *movimiento uniforme*. Recuerda que **movimiento uniforme** significa que la velocidad de un objeto no cambia.

La solución de un problema de movimiento uniforme se basa en la ecuación $d = rt$, donde d es la distancia recorrida, r la tasa de velocidad del viaje y T el tiempo que pasó viajando.

Un automóvil viaja a 50 millas por hora durante tres horas.

$$\begin{aligned} d &= rt \\ r &= 50; t = 3; d \text{ es desconocida.} & d &= 50(3) \\ & & d &= 150 \end{aligned}$$

El automóvil viaja una distancia de 150 millas.

La ecuación $d = rt$ se utiliza para resolver el siguiente problema de movimiento uniforme.

Resuelve: Un automóvil sale de una ciudad viajando a 35 millas por hora. Dos horas después, un segundo automóvil sale de la misma ciudad, por la misma carretera, viajando a 55 millas por hora. ¿Cuántas horas después de que el segundo automóvil sale éste rebasará al primero?

ESTRATEGIA PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE MOVIMIENTO UNIFORME

- Para cada objeto, utiliza la ecuación $rt = d$. Escribe una expresión numérica o algebraica para la tasa de velocidad, el tiempo y la distancia. Los resultados se pueden registrar en una tabla.

Toma nota

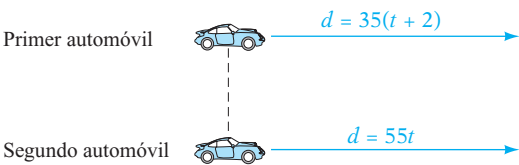
Utiliza la información proporcionada en el problema para llenar las columnas de tasa de velocidad y tiempo de la tabla. Llena la columna de la distancia multiplicando las dos expresiones que escribiste en cada fila.

El primer automóvil viajó 2 horas más que el segundo.

Tiempo desconocido para el segundo automóvil: t
Tiempo para el primer automóvil: $t + 2$

	Tasa de velocidad, r	·	Tiempo, t	=	Distancia, d
Primer automóvil	35	·	$t + 2$	=	$35(t + 2)$
Segundo automóvil	55	·	t	=	$55t$

- Determina la forma en la cual están relacionadas las distancias recorridas por los objetos. Por ejemplo, la distancia total recorrida por ambos objetos puede ser conocida, o se puede saber que los dos objetos viajaron la misma distancia.



Los dos automóviles recorren la misma distancia.

$$\begin{aligned} 35(t + 2) &= 55t \\ 35t + 70 &= 55t \\ 70 &= 20t \\ 3.5 &= t \end{aligned}$$

- La distancia recorrida por el primer automóvil es igual a la distancia recorrida por el segundo.

El segundo automóvil rebasará al primero en 3.5 horas.

EJEMPLO 1

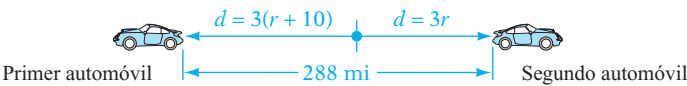
Dos automóviles, el primero viajando 10 mph más rápido que el segundo, parten al mismo tiempo desde el mismo punto y viajan en direcciones opuestas. En 3 horas están a 288 millas de distancia. Calcula la tasa de velocidad del segundo automóvil.

Estrategia

- Tasa de velocidad del segundo automóvil: r
Tasa de velocidad del primer automóvil: $r + 10$

	Tasa de velocidad	Tiempo	Distancia
Primer automóvil	$r + 10$	3	$3(r + 10)$
Segundo automóvil	r	3	$3r$

- La distancia total recorrida por los dos automóviles es 288 millas.



Solución

$$\begin{aligned} 3(r + 10) + 3r &= 288 \\ 3r + 30 + 3r &= 288 \\ 6r + 30 &= 288 \\ 6r &= 258 \\ r &= 43 \end{aligned}$$

- La distancia recorrida por el primer automóvil más la distancia recorrida por el segundo es 288 millas.

El segundo automóvil viaja a 43 mph.

Problema 1

Dos trenes, uno viajando al doble de la velocidad del otro, parten al mismo tiempo desde dos estaciones que están a 306 millas de distancia y viajan el uno hacia el otro. En 3 horas, los trenes se pasan uno al otro. Calcula la tasa de velocidad de cada tren.

Solución Revisa la página S10.

EJEMPLO 2

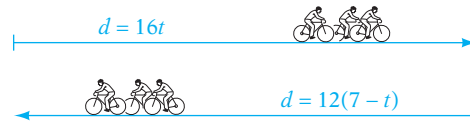
Un club de ciclismo sale al campo a una velocidad de 16 mph y regresa por la misma carretera a 12 mph. ¿Qué tan lejos llega el club si viaja un total de 7 horas?

Estrategia

- Tiempo transcurrido durante el viaje de ida: t
 Tiempo transcurrido durante el viaje de regreso: $7 - t$

	Tasa de velocidad	Tiempo	Distancia
Ida	16	t	$16t$
Regreso	12	$7 - t$	$12(7 - t)$

- La distancia de ida es igual a la distancia de regreso.

**Solución**

$$\begin{aligned}
 16t &= 12(7 - t) \\
 16t &= 84 - 12t \\
 28t &= 84 \\
 t &= 3
 \end{aligned}$$

- El tiempo es 3 horas. Calcula la distancia.

$$\text{Distancia de ida} = 16t = 16(3) = 48.$$

El club recorre 48 millas en el campo.

Problema 2

En una misión de reconocimiento, un piloto voló sobre una parcela de tierra y regresó en 7 horas. La tasa del vuelo de ida fue 120 mph. La tasa del vuelo de regreso fue 90 mph. ¿Qué tan lejos estaba la parcela de tierra?

Solución

Revisa la página S10.

► Intenta resolver el ejercicio 13, página 186.

4.6 Ejercicios

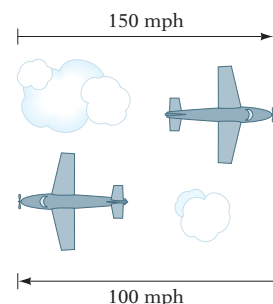
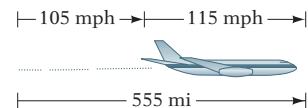
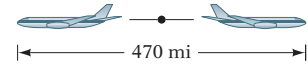
REVISIÓN DE CONCEPTOS


1. Explica lo que representa cada variable en la fórmula $d = rt$.
2. Supongamos que un *jogger* empieza en un recorrido de 4 millas. Dos minutos después, un segundo *jogger* empieza en el mismo recorrido. Si ambos deportistas llegan a la meta al mismo tiempo, ¿cuál *jogger* está corriendo más rápido?
3. Un avión Boeing 757 sale de San Diego, California y vuela hacia Dallas, Texas. Una hora después, un Boeing 767 sale de San Diego, siguiendo la misma ruta a Dallas. Si t representa el tiempo en horas que el Boeing 757 está en el aire, ¿cuánto tiempo ha estado en el aire el Boeing 767?

4. Si dos objetos se mueven en direcciones opuestas, ¿cómo se puede expresar la distancia total entre los dos objetos?
5. Dos amigos están de pie a una distancia de 50 pies y empiezan a caminar uno hacia el otro por una acera recta. Cuando se encuentran, ¿cuál es la distancia total recorrida por los dos amigos?
6. Supongamos que dos aviones se dirigen uno al otro. Uno viaja a 450 mph y el otro a 375 mph. ¿Cuál es la tasa a la cual cambia la distancia entre los aviones?

1 Problemas de movimiento uniforme (Revisa las páginas 183-185).

- ➡ 7. Dos aviones parten desde el mismo punto y vuelan en direcciones opuestas. El primer avión vuela a 25 mph más lento que el segundo. En 2 horas, los aviones se encuentran a 470 millas de distancia. Calcula la tasa de velocidad de cada avión.
8. Dos ciclistas parten desde el mismo punto y viajan en direcciones opuestas. Un ciclista viaja al doble de velocidad que el otro. En 3 horas están a 81 millas de distancia. Calcula la tasa de velocidad de cada ciclista.
9. Un patinador de velocidad se desliza a través de un lago congelado a una velocidad promedio de 8 m/s. Diez segundos después, un segundo patinador parte desde el mismo punto y patina en la misma dirección a una velocidad promedio de 10 m/s. ¿Cuántos segundos después de que parte el segundo patinador aventajará al primero?
10. Un corredor de larga distancia partió en un recorrido a una velocidad promedio de 6 mph. Media hora después, un segundo corredor partió hacia el mismo recorrido a una velocidad promedio de 7 mph. ¿Cuánto tiempo después de que el segundo corredor parte, éste rebasará al primero?
11. Michael Chan sale de un muelle en su lancha de motor y viaja a una velocidad promedio de 9 mph hacia la Isla de Shoals. Dos horas después, una lancha de excursión sale del mismo muelle y viaja a una velocidad promedio de 18 mph hacia la misma isla. ¿Cuántas horas después de que la lancha de excursión sale la lancha de Michael estará a un lado de la lancha de excursión?
12. Un *jogger* parte desde un extremo de un sendero a las 8.00 a.m. Una hora después, un ciclista parte desde el otro extremo del sendero y avanza hacia el *jogger*. Si la tasa de velocidad del *jogger* es 6 mph y la tasa del ciclista es 9 mph, ¿a qué hora se encontrarán los dos?
- ➡ 13. Un ejecutivo condujo desde su casa a una velocidad promedio de 30 mph hacia un aeropuerto en donde lo esperaba un helicóptero. El ejecutivo lo abordó y voló hacia las oficinas corporativas a una velocidad promedio de 60 mph. La distancia era de 150 millas y el viaje duró 3 horas. Calcula la distancia desde el aeropuerto hasta las oficinas corporativas.
14. A 555 millas, un viaje de 5 horas en avión se realizó en dos velocidades. Para la primera parte del viaje, la velocidad promedio fue de 105 mph. Durante el resto, la velocidad promedio fue de 115 mph. ¿Cuánto tiempo voló el avión a cada velocidad?
15. Después de que un velero había estado en el agua durante 3 horas, un cambio en la dirección del viento redujo la velocidad promedio del velero 5 mph. La distancia navegada fue de 57 millas. El tiempo total fue 6 horas. ¿Qué tan lejos viajó el velero durante las 3 primeras horas?
16. Un automóvil y un autobús partieron a las 3 p.m. desde el mismo punto, en la misma dirección. La velocidad promedio del automóvil es el doble de la velocidad promedio del autobús. En 2 horas, el automóvil está 68 millas delante del autobús. Calcula la tasa de velocidad del automóvil.
17. Un tren de pasajeros parte de una estación 2 horas después de que un tren de carga parte de la misma estación. El tren de carga viaja a 20 mph más lento que el de pasajeros. Calcula la tasa de velocidad de cada tren si el de pasajeros rebasa al de carga en 3 horas.
18. Se necesita un conductor acróbata en la ubicación de producción de una película de Hollywood. La velocidad promedio del vuelo del conductor acróbata al sitio fue 150 mph y la velocidad promedio del viaje de regreso fue 100 mph. Calcula la distancia del viaje redondo si el tiempo total de vuelo fue de 5 horas.



19. Un barco que viaja al este a 25 mph se encuentra a 10 mi de un puerto cuando otro sale del puerto viajando al este a 35 mph. ¿Cuánto tiempo se necesita para que el segundo barco alcance al primero?
20. A las 10:00 a.m. un avión sale de Boston, Massachusetts, hacia Seattle, Washington, una distancia de 3000 mi. Una hora después otro avión sale de Seattle hacia Boston. Ambos viajan a una velocidad de 500 mph. ¿Cuánto tiempo después de que el avión sale de Seattle se encontrarán los dos aviones?
21. A medio día, un tren sale de Washington, D.C. en dirección a Charleston, Carolina del Sur, una distancia de 500 millas. El tren viaja a de 60 mph. A la 1:00 p.m. un segundo tren sale de Charleston en dirección a Washington, D.C., viajando a 50 mph. ¿Cuánto tiempo después de que el tren sale de Charleston en dirección a Washington, D. C., se encontrarán los dos?
22.  **Puentes** Revisa el recorte de noticias de la derecha. Dos automóviles, el primero viajando 10 Km/h más rápido que el segundo, parten al mismo tiempo desde los extremos opuestos del Puente de la Bahía Hangzhou y viajan uno hacia el otro. Los automóviles se cruzan en 12 minutos. Calcula la tasa de velocidad del primer automóvil.
23. El conductor de un automóvil de carreras parte a lo largo de una pista de 50 millas viajando a una velocidad promedio de 90 mph. Quince minutos después, un segundo automóvil parte a lo largo de la misma pista a una velocidad promedio de 120 mph. ¿El segundo automóvil alcanzará al primero antes de que los conductores lleguen al final de la pista?
24. Un autobús viajó en una carretera recta durante 2 horas a una velocidad promedio que era 20 mph más rápida que su velocidad promedio en una carretera con curvas. El tiempo transcurrido en la carretera con curvas fue de 3 horas. Calcula la velocidad promedio en la carretera con curvas si el viaje total fue de 210 millas.
25. Un autobús que viaja a una tasa de velocidad de 60 mph rebasa a un automóvil que viaja a una tasa de 45 mph. Si el automóvil tenía una hora de ventaja inicial, ¿qué tan lejos del punto de partida el autobús aventaja al automóvil?
26. Un automóvil que viaja a 48 mph alcanza a un ciclista que, viajando a 12 mph, tenía 3 horas de ventaja inicial. ¿Qué tan lejos del punto de partida el automóvil alcanza al ciclista?
27. Un avión salió del Aeropuerto Kennedy el martes por la mañana para un viaje de 605 millas y 5 horas. Durante la primera parte del viaje, la velocidad promedio fue de 115 mph. Durante el resto, la velocidad promedio fue de 125 mph. ¿Cuánto tiempo voló el avión a cada velocidad?



© Imaginex/Corbis

Puente de la Bahía Hangzhou

En las noticias

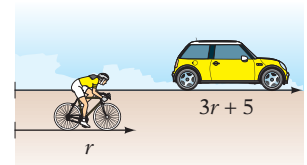
El puente más largo que cruza el océano se abre al público



El Puente de la Bahía Hangzhou es el puente más largo del mundo que cruza el océano. Se extiende desde la Bahía Hangzhou al este del mar de China y cruza el Río Qiantang y el Delta del Río Yangtze. El puente en forma de S conecta a Jiaxing al norte y a Ningbo en el sur. El puente tiene 36 kilómetros de largo y tiene un límite de velocidad de 100 kilómetros por hora.

Fuente: www.roadtraffic-technology.com

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

28. Un automóvil y un ciclista parten al mismo tiempo desde el mismo punto y viajan en la misma dirección. La velocidad promedio del automóvil es 5 mph más que tres veces la velocidad promedio del ciclista. En 1.5 horas, el automóvil está 46.5 millas delante del ciclista. Calcula la tasa de velocidad del ciclista.
29. Un ciclista y un *jogger* parten a las 11 a.m. desde el mismo punto y viajan en la misma dirección. La velocidad promedio del ciclista es el doble de la velocidad promedio del *jogger*. En 1 hora, el ciclista está 7 millas adelante del *jogger*. Calcula la tasa de velocidad del ciclista.
30. Un automóvil y un autobús salieron del mismo punto a las 2 p.m., viajando en la misma dirección. La velocidad promedio del automóvil es 30 mph más lenta que el doble de la velocidad promedio del autobús. En 2 horas, el automóvil está 30 millas delante del autobús. Calcula la tasa de velocidad del autobús.
31. A las 10 a.m., dos excursionistas salieron de su campamento en canoa y remaron corriente abajo a una velocidad promedio de 12 mph. Después dieron vuelta y remaron de regreso corriente arriba a una velocidad promedio de 4 mph. El viaje total les llevó 1 hora. ¿A qué hora dieron vuelta los excursionistas cuando iban corriente abajo?



32. A las 7 a.m., dos *jogger* parten desde los extremos opuestos de una pista de 8 millas. Un *jogger* corre a una tasa de velocidad de 4 mph y el otro a una de 6 mph. ¿A qué hora se encontrarán?
33. Un autobús parte de una estación a las 11 a.m. y viaja a una velocidad de 45 mph. A medio día, un camión de mudanzas parte de la misma estación y recorre la misma ruta a una velocidad de 65 mph. ¿A qué hora el camión de carga alcanza al autobús?
34.  Explica por qué los problemas de movimiento de esta sección están restringidos a movimiento *uniforme*.
35.  Explica por qué 60 mph es lo mismo que 88 pies/s.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

36. Un ciclista viaja durante 2 horas a una velocidad de 10 mph y después regresa a una velocidad de 20 mph. Calcula la velocidad promedio del ciclista durante el viaje.
37. Un automóvil viaja por una ruta de 1 milla a una velocidad promedio de 30 mph. ¿A qué velocidad debe viajar el automóvil durante la siguiente milla de manera que la velocidad promedio para las 2 millas sea de 60 mph?
38. Un montañista escaló una montaña a 0.5 mph y descendió con el doble de rapidez. El viaje le tomó 12 horas. ¿De cuántas millas fue el viaje redondo?
39. Pat corre a 5 metros/segundo y Chris patina a 8 m/s. ¿Cuántos metros puede patinar Chris en el tiempo que le lleva a Pat correr 80 millas?

4.7

Desigualdades

OBJETIVO

1

Aplicaciones de las desigualdades

La solución de problemas de aplicación requiere el reconocimiento de las expresiones que se convierten en símbolos matemáticos. La siguiente es una lista parcial de las expresiones utilizadas para indicar cada uno de los cuatro símbolos de desigualdad.

Expresión para $<$ es menor que	Expresión para $>$ es mayor que es más que excede a
Expresión para \leq es menor o igual que máximo como máximo o menos	Expresión para \geq es mayor o igual que mínimo por lo menos o más

EJEMPLO 1

Un estudiante debe tener por lo menos 450 puntos de 500 en cinco exámenes para obtener una A en un curso. Los resultados de un estudiante en los cuatro primeros exámenes fueron 93, 79, 87 y 94. ¿Qué calificación en el último examen permitirá que este estudiante obtenga una A en el curso?

Estrategia

Para determinar las calificaciones, escribe y resuelve una desigualdad utilizando N para representar la calificación en el último examen.

Solución

el número total de puntos en los cinco exámenes	es mayor o igual que	450
---	----------------------	-----

$$93 + 79 + 87 + 94 + N \geq 450$$

$$353 + N \geq 450$$

$$353 - 353 + N \geq 450 - 353$$

$$N \geq 97$$

- Resta 353 a cada lado de la ecuación.

La calificación del estudiante en el último examen debe ser mayor o igual que 97.

Problema 1

Un distribuidor de electrodomésticos obtendrá una utilidad en la venta de un televisor si el costo del nuevo aparato es menor 70% del precio de venta. ¿Qué precio de venta mínimo permitirá que el distribuidor obtenga una utilidad en un televisor que le costó al distribuidor \$340?

Solución

Revisa la página S10.

➡ Intenta resolver el ejercicio 15, página 190.

EJEMPLO 2

La base de un triángulo es 8 pulgadas y la altura $(3x - 5)$ pulgadas. Expresa como un número entero la altura máxima del triángulo cuando el área es menor de 112 pulgadas².

Estrategia

Para calcular la altura máxima:

- Sustituye las variables en la fórmula del área por los valores dados y resuelve para x .
- Sustituye la variable en la expresión $3x - 5$ con el valor encontrado para x .

Solución

una mitad de la base por la altura	es menor que	112 pulg ²
------------------------------------	--------------	-----------------------

$$\frac{1}{2}(8)(3x - 5) < 112$$

- Sustituye 8 por b y $(3x - 5)$ por h en la expresión $\frac{1}{2}bh$.

$$4(3x - 5) < 112$$

$$12x - 20 < 112$$

$$12x - 20 + 20 < 112 + 20$$

$$12x < 132$$

$$\frac{12x}{12} < \frac{132}{12}$$

$$x < 11$$

- Multiplica $\frac{1}{2}(8)$.

- Propiedad distributiva.

- Suma 20 a cada lado.

- Divide cada lado entre 12.

$$3x - 5 = 3(11) - 5 = 28$$

- Sustituye el valor de x en la expresión algebraica para la altura. Observa que la altura es menor que 28 debido a que $x < 11$.

La altura máxima del triángulo es 27 pulgadas.

Problema 2

La empresa A renta automóviles en \$40 por día y 20 centavos por milla conducida fuera de cierto radio. La empresa B renta automóviles en \$45 por día y 15 centavos por milla conducida fuera de cierto radio. Tú quieres rentar un automóvil por una semana. ¿Cuál es el número máximo de millas que puedes conducir en un automóvil de la empresa A fuera del radio dado si quieres que te cueste menos que un automóvil de la empresa B?

Solución

Revisa la página S10.

➡ Intenta resolver el ejercicio 23, página 191.

4.7 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

1. Tanto “es mayor que” como “es más que” están representados por el símbolo de desigualdad \geq .
2. Un mínimo se refiere a un límite más bajo, mientras que un máximo se refiere a un límite superior.
3. Dado que $x > \frac{32}{6}$, el número entero mínimo que satisface la desigualdad es 6.
4. Dado que $x < \frac{25}{4}$, el número entero máximo que satisface la desigualdad es 7.
5. Un automóvil rentado cuesta \$45 por día y 20 centavos por milla conducida fuera de cierto radio. Si m representa el número de millas que el automóvil rentado se conduce fuera del radio, entonces la expresión $45 + 0.20m$ representa el costo de rentar el automóvil durante una semana.

1 Aplicaciones de las desigualdades (Revisa las páginas 188-189).

PREPÁRATE

Para los ejercicios 6 a 9, convierte la expresión en una desigualdad.

6. El valor máximo de un número n es 50.
 7. Un número n es por lo menos 102.
 8. 500 es más que 12% de un número n .
 9. La suma de un número n y 45% del número es máximo 200.
10. **Problema de números enteros** Tres quintas partes de un número es mayor que dos terceras partes. Calcula el número entero más pequeño que satisface la desigualdad.
 11. **Problema de números enteros** Cuatro veces la suma de un número y cinco es menor que seis veces el número. Calcula el número entero más pequeño que satisface la desigualdad.
 12. **Salud** Un funcionario de salubridad recomienda un nivel máximo de colesterol de 220 unidades. Un paciente tiene un nivel de colesterol de 275. ¿Cuántas unidades debe reducir este paciente su nivel de colesterol para satisfacer el nivel máximo recomendado?
 13. **Hipotecas** Revisa el recorte de noticias de la derecha. Supongamos que la solicitud de hipoteca de una pareja es aprobada. El pago mensual de su hipoteca es de \$2050. ¿Cuál es el ingreso mensual del hogar de la pareja? Redondea al dólar más cercano.
 14. **Deportes** Para ser elegible para un torneo de basquetbol, un equipo debe ganar por lo menos 60% de sus juegos restantes. Si el equipo tiene 17 juegos restantes, ¿cuántos debe ganar para calificar para el torneo?
 15. **Reciclaje** Una organización de servicio recibirá un bono de \$200 por recolectar más de 1850 libras de latas de aluminio durante sus cuatro recorridos de recolección. En los tres primeros recorridos, la organización recolectó 505, 493 y 412 libras. ¿Cuántas libras más de latas debe recolectar la organización en el cuarto recorrido para recibir el bono?
 16. **Calificaciones de exámenes** Un profesor califica todos los exámenes con un máximo de 100 puntos. Para obtener una A en este curso, un estudiante debe tener un promedio de por lo menos 92 en cuatro exámenes. Las calificaciones de un estudiante en los tres primeros exámenes fueron 89, 86 y 90. ¿Este estudiante puede obtener una calificación de A?

En las noticias

Nuevo estándar federal para las hipotecas


Una nueva regulación federal declara que no se debe aprobar al comprador de una casa para un pago mensual de una hipoteca que sea mayor de 8% del ingreso del hogar del comprador.

Fuente: US News & World Report



JustASC/Shutterstock.com

17. **Calificaciones de exámenes** Un estudiante debe tener un promedio de por lo menos 80 puntos en cinco exámenes para obtener una B en un curso. Sus calificaciones en los cuatro primeros exámenes fueron 75, 83, 86 y 78. ¿Qué calificación en el último examen permitirá que este estudiante obtenga una B en el curso?
18. **Compensación** Un representante de ventas recibe una comisión que es mayor de \$20 o de 8% del precio de venta de un automóvil. ¿Qué cantidades en dólares en el precio de venta de un automóvil harán que la oferta de la comisión sea más atractiva que la comisión directa de \$250?
19. **Compensación** Un representante de ventas de una tienda de electrónica tiene la opción de un sueldo mensual de \$2000 o una comisión de 35% sobre el precio de venta de cada artículo vendido por él. ¿Qué cantidades en dólares en ventas harán que la comisión sea más atractiva que el sueldo mensual?

 **Energía alternativa** Para los ejercicios 20 a 22, utiliza la información del artículo de la derecha.

20. a. Una pareja que vive en una ciudad que no ha modificado el requerimiento de separación quiere instalar en su propiedad una turbina de aire. ¿Qué tan atrás del límite de propiedad se debe instalar la turbina?
- b. Supongamos que la ciudad reduce el requerimiento de 150% a 125%. ¿Qué tan lejos del límite de propiedad se debe instalar la turbina?
21. Vives en una ciudad que no ha modificado el requerimiento de retroceder. Quieres instalar una turbina de aire a 68 pies del límite de tu propiedad propiedad. Al pie más cercano, ¿cuál es la turbina de aire más alta que puedes instalar?
22. Vives en una ciudad que ha cambiado a 115% el requerimiento de retroceder. Un buen sitio para una turbina de aire en tu propiedad está a 75 pies del límite de propiedad de propiedad. Al pie más cercano, ¿cuál es la turbina de aire más alta que puedes instalar?
- ➔ 23. **Compensación** Al agente de ventas de una compañía de joyería le ofrecen un sueldo mensual fijo de \$3200, o uno de \$1000 más 11% de comisión sobre el precio de venta de cada artículo vendido por el agente. Si éste elige el sueldo de \$3200, ¿qué cantidad en dólares espera vender en un mes?
24. **Compensación** A un jugador de béisbol le ofrecen un sueldo anual de \$200,000 o un sueldo base de \$100,000 más un bono de \$1000 por cada hit por encima de 100 hits. ¿Cuántos hits debe lograr este jugador de béisbol para ganar más de \$200,000?
25. **Nutrición** Para que un producto lo califiquen como jugo de naranja, una agencia estatal requiere que por lo menos 80% de la bebida sea jugo de naranja real. ¿Cuántas onzas de sabores artificiales se pueden añadir a 32 onzas de jugo de naranja real si la bebida se calificará como jugo de naranja?
26. **Nutrición** Una hamburguesa grado A no puede contener más de 20% de grasa. ¿Cuánta grasa puede mezclar un carnicero con 300 libras de carne magra para cumplir con el requerimiento de 20%?
27. **Mezclas** Un platero combina 120 onzas de una aleación que cuesta \$4 por onza con una aleación que cuesta \$1.50 por onza. ¿Cuántas onzas de la aleación que cuesta \$1.50 por onza deben utilizar para preparar una mezcla que cueste menos de \$3 por onza?
28. **Mezclas** El gerente de una deli mezcla piña que cuesta \$0.15 por onza con 50 onzas de queso cottage que cuesta \$0.33 por onza. ¿Cuántas onzas de piña debe utilizar el gerente para preparar una mezcla que cueste menos de \$0.25 por onza?
29. **Consumo** Un *shuttle* entre dos puntos que lleva a las personas a un área para esquiar cobra \$8 por persona por viaje. Cuatro esquiadores dudan entre tomar el autobús o rentar un automóvil por \$445 más \$0.25 por milla. Suponiendo que los esquiadores compartan el costo del automóvil y quieran el método de transporte menos costoso, ¿qué tan lejos está el área para esquiar si deciden usar el servicio de ida y vuelta?

En las noticias

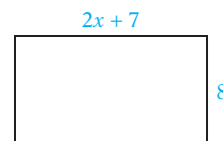
Nueva ley disminuye las restricciones sobre los pequeños sistemas de ventilación

Un proyecto de investigación creado por estudiantes de la clase de Política ambiental en la Universidad de New Hampshire ha conducido a un cambio en la ley estatal de New Hampshire. Conforme a la nueva ley, una pequeña turbina de aire instalada en una propiedad residencial se debe separar del límite de propiedad por una distancia no mayor de 150% de la altura de la turbina. Las ciudades en lo individual pueden reducir el requerimiento de 150%, pero no lo pueden incrementar.

Fuente: www.gencourt.state.nh.us



- 30. Servicios públicos** Una cuenta de agua residencial se basa en una tarifa fija de \$10 más un cargo de \$0.75 por cada 1000 galones de agua consumida. Calcula el número de galones de agua que puede consumir una familia si desea tener una cuenta de agua menor de \$55.
- 31. Consumo** La empresa A renta automóviles por \$45 al día y 8 centavos por milla conducida fuera de un radio particular. La empresa B renta automóviles por \$35 por día y 14 centavos por milla conducida fuera del mismo radio. Tú quieres rentar un automóvil por un día. Calcula el número máximo de millas que puedes conducir un automóvil de la empresa fuera del radio dado si te costará menos que un automóvil de la empresa B.
- 32. Geometría** Un rectángulo tiene 8 pies de ancho y $(2x + 7)$ pies de largo. Expresa como un número entero el largo máximo del rectángulo cuando el perímetro es menor de 4 pies.



APLICACIÓN DE CONCEPTOS

- 33. Problema de números enteros** Encuentra tres números enteros impares positivos consecutivos, de tal manera que tres veces la suma de los dos primeros enteros sea menor de cuatro veces el tercer entero. (*Pista:* hay más de una solución.)
- 34. Problema de números enteros** Encuentra tres números enteros pares positivos consecutivos, de tal manera que cuatro veces la suma de los dos primeros enteros sea menor que o igual a cinco veces el tercer entero. (*Pista:* hay más de una solución.)
- 35. Aviación** Un personal de mantenimiento requiere entre 30 y 45 minutos para preparar un avión para su siguiente vuelo. ¿Cuántos aviones puede preparar este personal para el vuelo en un periodo de 6 horas?
- 36. Recolección de fondos** Tus compañeros de clase deciden publicar un calendario para recabar dinero. El costo inicial, sin importar el número de calendarios impresos, es \$900. Después del costo inicial, la producción de cada calendario cuesta \$1.50. ¿Cuál es el número mínimo de calendarios que tus compañeros de clase pueden vender a \$6 por calendario para obtener por lo menos una utilidad de \$1200?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

- 37. Mezclas** Una mezcla incluye 100 onzas de pasas que cuestan \$0.24 por onza, 100 onzas de nueces mixtas que cuestan \$0.50 por onza y pretzels que cuestan \$0.12 por onza. ¿Cuántas onzas de pretzels se deben utilizar para preparar una mezcla que cueste menos de \$0.32 por onza?
- 38. Mezclas** Un empleado de una tienda de alimentos para la salud mezcla arándanos que cuestan \$0.40 por onza con 50 onzas de yogurt que cuesta \$0.24 por onza. ¿Cuántas onzas de arándanos debe utilizar para preparar una mezcla que cueste entre \$0.30 y \$0.35 por onza?
- 39. Mezclas** Un comercializador de té mezcla algo de té negro que cuesta \$3 por libra con 10 libras de té verde que cuesta \$4 por libra. ¿Cuántas libras de té negro debe utilizar si desea una mezcla que cueste entre \$3.25 y \$3.75 por libra?

CAPÍTULO 4 Resumen

Términos clave

Los **números enteros consecutivos** se siguen uno al otro en orden.

El **perímetro** de una figura geométrica es una medida de la distancia alrededor de la figura.

Un ángulo se mide en **grados**. Un ángulo de 90° es un **ángulo recto**. Un ángulo de 180° es un **ángulo llano o colineal**. Una vuelta completa es de 360° . Un **ángulo agudo** es aquel que mide entre 0° y 90° . Un **ángulo obtuso** es aquel que mide entre 90° y 180° . Un **triángulo isósceles** tiene dos lados de igual medida. Los tres lados de un **triángulo equilátero** son de igual medida.

Las **rectas paralelas** nunca se encuentran; la distancia entre ellas es siempre la misma. Las **rectas perpendiculares** son rectas que se intersecan y forman ángulos rectos. Dos ángulos que están en lados opuestos de la intersección de dos rectas son **ángulos verticales**; los ángulos verticales tienen la misma medida. Dos ángulos que comparten un lado común son **ángulos adyacentes**; los ángulos adyacentes de rectas que se intersecan son ángulos suplementarios.

Una recta que interseca a otras dos rectas en puntos diferentes es una **transversal**. Si las rectas cortadas por una transversal son paralelas, entonces se forman pares de ángulos iguales: **ángulos interiores alternos**, **ángulos exteriores alternos** y **ángulos correspondientes**.

Costo es el precio que paga una empresa por un producto. **Precio de venta** es el precio al que una empresa vende un producto a un cliente. **Tasa de utilidad** es el margen de utilidad expresado como porcentaje del costo del minorista.

Descuento es aquella cantidad en la cual un minorista reduce el precio regular de un producto. **Tasa de descuento** es el descuento expresado como porcentaje del precio regular.

Objetivo y referencia de página

[4.1.1, p. 142]

[4.2.1, p. 150]

[4.2.1, 4.2.2, pp. 150, 152]

[4.2.2, pp. 152–153]

[4.2.2, p. 154]

[4.3.1, p. 163]

[4.3.2, p. 164]

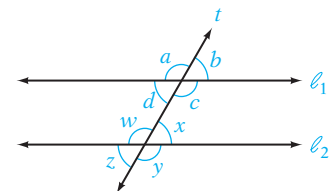
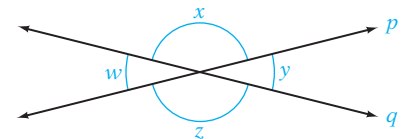
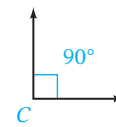
Ejemplos

11, 12, 13 son números enteros consecutivos.

-9 , -8 , -7 son números enteros consecutivos.

El perímetro de un triángulo es la suma de los largos de los tres lados.

El perímetro de un rectángulo es la suma de los largos de los cuatro lados.



$$\angle b = \angle d = \angle x = \angle z$$

$$\angle a = \angle c = \angle w = \angle y$$

Si una empresa paga \$100 por un producto y lo vende en \$140, entonces el costo del producto es \$100, el precio de venta \$140 y el margen de utilidad $\$140 - \$100 = \$40$. La tasa de utilidad es 40%.

El precio regular de un producto es \$100. El producto ahora está a la venta en \$75. El descuento sobre el producto es $\$100 - \$75 = \$25$. La tasa de descuento es 25%.

Reglas y procedimientos esenciales

Objetivo y referencia de página

Ejemplos

La **conversión de una expresión en una ecuación** requiere reconocer las palabras o expresiones que significan “igual a”. Algunas de estas expresiones son *es*, *es igual a* y *representa*.

[4.1.1, p. 142]

Convierte en una ecuación “ocho menos que la suma de un número y cinco es igual a dos veces el número”.

$$(x + 5) - 8 = 2x$$

Números enteros consecutivos

$n, n + 1, n + 2, \dots$

[4.1.1, p. 142]

La suma de tres números enteros consecutivos es 135.

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 135$$

Números enteros consecutivos pares o impares

$n, n + 2, n + 4, \dots$

[4.1.1, pp. 142–143]

La suma de tres números enteros consecutivos nones es

$$n + (n + 2) + (n + 4) = 135$$

Fórmulas para el perímetro

Triángulo: $P = a + b + c$

Rectángulo: $P = 2L + 2W$

Cuadrado: $P = 4l$

[4.2.1, p. 151]

El perímetro de un rectángulo es 108 metros. El largo es 6 metros más que tres veces el ancho. Calcula el ancho del rectángulo.

$$108 = 2(3W + 6) + 2W$$

El perímetro de un triángulo isósceles es 34 pies. El largo del tercer lado es 5 pies menos que el largo de uno de los lados iguales. Calcula el largo de uno de los lados iguales.

$$34 = x + x + (x - 5)$$

Suma de los ángulos de un triángulo

La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

La suma de un ángulo interior y un ángulo exterior correspondiente es 180° .

[4.2.3, p. 155]

En un triángulo recto, la medida de un ángulo agudo es 12° más que la medida del ángulo más pequeño. Calcula la medida del ángulo más pequeño.

$$x + (x + 12) + 90 = 180$$

Ecuación básica del margen de utilidad

$$S = C + rC$$

[4.3.1, p. 164]

El gerente de un departamento compra en \$70 una máquina para elaborar pasta y la vende en \$98. Calcula la tasa de utilidad.

$$98 = 70 + 70r$$

Ecuación básica del descuento

$$S = R - rR$$

[4.3.2, p. 165]

El precio de venta de un palo de golf es \$95. Este precio es 24% menor que el precio regular. Calcula el precio regular.

$$95 = R - 0.24R$$

Ecuación del interés anual simple

$$I = Pr$$

[4.4.1, p. 169]

Inviertes una parte de \$10,000 en una cuenta de interés anual simple de 7% y el resto en un bono de interés anual simple de 6%. Las dos inversiones ganan un interés anual total de \$680. ¿Cuánto está invertido en la cuenta al 7%?

$$0.07x + 0.06(10,000 - x) = 680$$

Ecuación de mezcla de ingredientes

$$V = AC$$

[4.5.1, p. 174]

Un herbolario tiene 30 onzas que cuestan \$2 por onza. ¿Cuántas onzas de hierbas que cuestan \$1 por onza debe mezclar con las 30 onzas para producir una mezcla que cueste \$1.60 por onza?

$$30(2) + 1x = 1.60(30 + x)$$

Ecuación de mezcla de porcentajes

$$Q = Ar$$

[4.5.2, p. 176]

Cuarenta onzas de una aleación de oro al 30% se mezclan con 60 onzas de una aleación de oro al 20%. Calcula el porcentaje de concentración de la aleación de oro resultante.

$$0.30(40) + 0.20(60) = x(100)$$

Ecuación de movimiento uniforme

$$d = rt$$

[4.6.1, p. 183]

Un bote viajó de un puerto a una isla a una velocidad promedio de 20 mph. La velocidad promedio en el viaje de regreso fue 15 mph. El viaje requirió un total de 3.5 horas. ¿Qué tan largo es el viaje a la isla?

$$20t = 15(3.5 - t)$$

Conversión de expresiones en símbolos de desigualdad

Para resolver algunos problemas de aplicación se requiere el reconocimiento de las expresiones que indican los símbolos de desigualdad. Observa la lista de la página 188.


[4.7.1, p. 188]

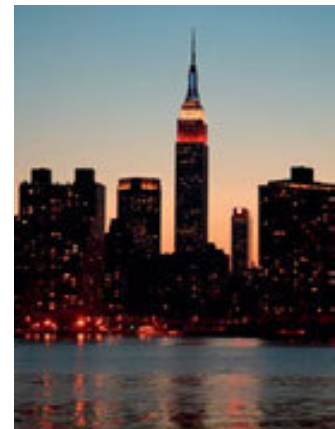
Cinco veces la diferencia entre un número y ocho es por lo menos tres veces el número. Calcula el número más pequeño que satisface la desigualdad.

$$5(x - 8) \geq 3x$$

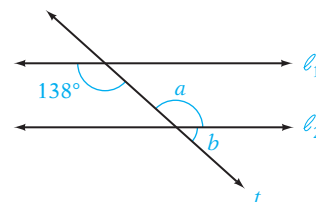
CAPÍTULO 4 Ejercicios de repaso

1. Convierte en una ecuación y resuelve “siete veces menos que dos veces un número es igual al número”.
2. **Música** Un cable de piano tiene 5 pulgadas de largo. Se puede producir una nota al dividir este cable en dos partes, de manera que tres veces el largo del trozo más corto sea el doble del largo del trozo más largo. Calcula el largo del trozo más corto.
3. **Problema de números enteros** La suma de dos números es veintiuno. Tres veces el número más pequeño es dos menos que dos veces el número más grande. Calcula los dos números.
4. Convierte en una ecuación y resuelve “la suma de dos veces un número y seis es igual a cuatro veces la diferencia entre el número y dos”.
5. **Descuentos** Un ventilador para techo que se vende regularmente en \$90 está a la venta en \$60. Calcula la tasa de descuento.
6. **Inversiones** Un total de \$15,000 se deposita en dos cuentas de interés simple. La tasa de interés anual simple sobre una cuenta es 6%. La tasa de interés anual simple sobre la segunda cuenta es 7%. ¿Cuánto se debe invertir en cada cuenta de manera que el interés total ganado sea \$970?
7. **Geometría** En un triángulo isósceles, la medida de uno de los dos ángulos iguales es 15° más que la medida del tercer ángulo. Calcula la medida de cada ángulo.

8. **Problema de movimiento uniforme** Un motociclista y un ciclista parten a las 8 a.m. del mismo punto y van en la misma dirección. La velocidad del motociclista es tres veces la del ciclista. En 2 horas, el motociclista está a 60 millas delante del ciclista. Calcula la tasa del motociclista.
9. **Geometría** En un triángulo isósceles, la medida de un ángulo es 25° menos que la mitad de la medida de uno de los ángulos iguales. Calcula la medida de cada ángulo.
10. **Margen de utilidad** El gerente de una tienda de artículos deportivos compra paquetes de abrazaderas para bicicleta en \$10.25 cada uno y los vende en \$18.45 cada uno. Calcula la tasa de utilidad.
11. **Mezcla de porcentajes** El propietario de una lechería mezcla 5 galones de crema, que es 30% grasa de leche, con 8 galones de leche que es 4% grasa de leche. Calcula el porcentaje de concentración en la mezcla resultante.
12. **Geometría** El largo de un rectángulo es cuatro veces el ancho. El perímetro es de 200 pies. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
13. **Negocios** El gerente de una firma de contabilidad está investigando contratos mediante los cuales se pueden fotocopiar grandes cantidades de material a un costo mínimo. El contrato de Copy Center ofrece una tarifa de \$50 a la semana y \$0.03 por página. Print 4 U Company ofrece una tarifa de \$27 a la semana y \$0.05 por página. ¿Cuál es el número mínimo de copias a la semana que se pueden ordenar a Copy Center si esas copias costarán menos que las copias de Prints 4 U?
14. **Descuentos** El precio de venta de un videojuego es \$51.46, que es 17% menor que el precio regular. Calcula el precio regular.
15. **Mezclas de alimentos** El propietario de una tienda de alimentos saludables combinó jugo de arándanos que cuesta \$7.79 por cuarto de galón con jugo de manzana que cuesta \$7.19 por cuarto de galón. ¿Cuántos cuartos de galón de cada uno se utilizaron para preparar 10 cuartos de galón de jugo de arándano y manzana que cuestan \$7.61 por cuarto de galón?
16. **Problema de números enteros** La suma de dos números es treinta y seis. La diferencia entre el número más grande es igual al total de cuatro y tres veces el número más pequeño. Encuentra los dos números.
17. **Inversiones** Un consultor de ingeniería invirtió \$14,000 en una cuenta individual de retiro que paga un interés anual simple de 8.15%. ¿Cuánto dinero más ha depositado el consultor en una cuenta que paga un interés anual simple de 12% si el interés total ganado es 9.25% de la inversión total?
18. **Mezcla de porcentajes** Un farmacéutico tiene 15 litros de una solución de alcohol al 80%. ¿Cuántos litros de agua pura debe añadir a la solución de alcohol para preparar una solución que sea 75% alcohol?
19. **Calificaciones de exámenes** Las calificaciones de un estudiante en cinco exámenes de sociología fueron 68, 82, 90, 73 y 95. ¿Cuál es la calificación más baja que este estudiante puede obtener en el sexto examen y todavía haber ganado un total de por lo menos 480 puntos?
20. Convierte en una ecuación y resuelve “el opuesto de siete es igual a la mitad de un número menos diez”.
21.  **Estructuras** El Empire State Building tiene 1472 pies de altura. Esto es 654 pies menos que el doble de la altura de la Torre Eiffel. Calcula la altura de la Torre Eiffel.
22. **Geometría** Un ángulo de un triángulo es 15° más que la medida del segundo ángulo. El tercer ángulo es 15° menos que el segundo ángulo. Calcula la medida de cada ángulo.
23. **Carpintería** Una tabla de 10 pies de largo es cortada en dos trozos. Cuatro veces el largo del trozo más corto es dos veces menos que el largo del trozo más grande. Calcula el largo del trozo más grande.



24. **Compensación** Los honorarios de consulta de un ingeniero óptico fueron \$600. Esto incluía \$80 de suministros y \$65 por cada hora de consulta. Calcula el número de horas de consulta.
25. **Margen de utilidad** Una tienda de muebles utiliza una tasa de utilidad de 60%. La tienda vende un gabinete antiguo en \$7074. Calcula el costo del gabinete.
26. **Piscinas** Una de las piscinas más grandes del mundo está ubicada en Casablanca, Marruecos y tiene 480 metros de largo. Dos nadadores parten al mismo tiempo desde los extremos opuestos de la piscina y nadan uno hacia el otro. La tasa de velocidad de un nadador es de 65 metros/minuto. La tasa del otro nadador es de 55 metros/minuto. ¿Cuántos minutos después de haber partido se encontrarán?
27. **Geometría** El perímetro de un triángulo es de 35 pulgadas. El segundo lado es 4 pulgadas más largo que el primero. Calcula la medida de cada lado.
28. **Problema de números enteros** La suma de tres números enteros consecutivos impares es -45 . Encuentra los números enteros.
29. **Geometría** Un rectángulo tiene 15 pies de largo y $(2x - 4)$ pies de ancho. Expresa como un número entero el ancho máximo del rectángulo cuando el perímetro es menor de 52 pies.
30. **Geometría** Dado que $\ell_1 \parallel \ell_2$, calcula las medidas de los ángulos a y b .



CAPÍTULO 4 Examen

1. Convierte en una ecuación y resuelve “la suma de seis veces un número y trece es cinco veces menos que el producto de tres y el número”.
2. Convierte en una ecuación y resuelve “la diferencia entre tres veces un número y quince es veintisiete”.
3. **Problema de números enteros** La suma de dos números es 18. La diferencia entre cuatro veces el número y siete es igual a la suma de dos veces el número más grande y cinco. Encuentra los dos números.
4. **Carpintería** Una tabla de 18 pies de largo es cortada en dos trozos. Dos pies menos que el producto de cinco y el largo del trozo más corto es igual a la diferencia entre tres veces el largo del trozo más largo y ocho. Calcula el largo de cada pieza.
5. **Margen de utilidad** El gerente de una tienda de deportes utiliza una tasa de utilidad de 50%. El precio de venta de un equipo de palos de golf es \$300. Calcula el costo de los palos de golf.
6. **Descuentos** Un par de zapatos para correr que regularmente se vende en \$100 está a la venta en \$80. Calcula la tasa de descuento.
7. **Mezcla de porcentajes** ¿Cuántos galones de una solución de ácido al 15% se deben mezclar con 5 galones de una solución de ácido al 20% para preparar una solución de ácido al 16%?
8. **Geometría** El perímetro de un rectángulo es de 38 metros. El largo del rectángulo es 1 metro menos que tres veces el ancho. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
9. **Problema de números enteros** Encuentra tres números enteros consecutivos impares, de manera que tres veces el primer número entero sea uno menos que la suma del segundo y tercer números enteros.

10. **Entregas florales** El florista A cobra una tarifa de entrega de \$3 más \$21 por ramo entregado. El florista B cobra una tarifa de entrega de \$15 más \$18 por ramo entregado. Una organización quiere enviar a cada residente de una pequeña casa de retiro un ramo para el Día de San Valentín. ¿Cuántos residentes hay en la casa de retiro si para la organización es más económico emplear al florista B?
11. **Inversiones** Un total de \$7000 se deposita en dos cuentas de interés simple. En una cuenta, la tasa de interés anual simple es 10% y en la segunda cuenta, la tasa de interés anual simple es 15%. ¿Cuánto se debe invertir en cada cuenta de manera que el interés total ganado sea \$800?
12. **Mezclas de alimentos** Un comercializador de café quiere preparar 12 libras de una mezcla de café que cuesta \$6 por libra. La mezcla se prepara utilizando un grado de café de \$7 y un grado de \$4. ¿Cuántas libras de café de cada grado se deben emplear?
13. **Movimiento uniforme** Dos aviones parten al mismo tiempo desde el mismo punto y vuelan en direcciones opuestas. El primer avión vuela 100 mph más rápido que el segundo. En tres horas, los aviones se encuentran a 1050 millas aparte. Calcula la tasa de velocidad de cada avión.
14. **Geometría** En un triángulo, el primer ángulo es 15° más que el segundo. El tercer ángulo es tres veces el segundo. Calcula la medida de cada ángulo.
15. **Inversiones** El tesorero de un club depositó \$2400 en dos cuentas de interés simple. La tasa de interés anual simple sobre una cuenta es 6.75%. La tasa de interés anual simple sobre la otra cuenta es 9.45%. ¿Cuánto se debe depositar en cada cuenta de manera que gane el mismo interés en cada cuenta?
16. **Geometría** El ancho de un rectángulo es 12 pies. El largo es $((3x + 5))$ pies. Expresa como un número entero el largo mínimo del rectángulo si el área es mayor de 276 pies^2 .
17. **Descuentos** Un archivero que normalmente se vende en \$99 está a la venta con 20% menos. Calcula el precio de venta.

Ejercicios de repaso acumulativos

1. Dado $B = \{-12, -6, -3, -1\}$, ¿cuáles elementos del conjunto B son menores que -4 ?
2. Simplifica: $-2 + (-8) - (-16)$
3. Simplifica: $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \left(-\frac{3}{4}\right)^2$
4. Simplifica: $\frac{5}{6} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$
5. Evalúa $-|-18|$.
6. Evalúa $b^2 - (a - b)^2$ cuando $a = 4$ y $b = -1$.
7. Simplifica: $5x - 3y - (-4x) + 7y$
8. Simplifica: $-4(3 - 2x - 5x^3)$
9. Simplifica: $-2[x - 3(x - 1) - 5]$
10. Simplifica: $-3x^2 - (-5x^2) + 4x^2$
11. ¿Es 2 una solución de $4 - 2x - x^2 = 2 - 4x$?
12. Resuelve: $9 - x = 12$
13. Resuelve: $-\frac{4}{5}x = 12$
14. Resuelve: $8 - 5x = -7$
15. Resuelve: $-6x - 4(3 - 2x) = 4x + 8$
16. Escribe como fracción 40%.
17. Resuelve y grafica el conjunto solución de $4x \geq 16$.
18. Resuelve: $-15x \leq 45$
19. Resuelve: $2x - 3 > x + 15$
20. Resuelve: $12 - 4(x - 1) \leq 5(x - 4)$

21. Escribe como porcentaje 0.025.
22. Escribe como porcentaje $\frac{3}{25}$.
23. Calcula el $16\frac{2}{3}\%$ de 18.
24. ¿40% de qué es 18?
25. Convierte en una ecuación y resuelve “la suma de ocho veces un número y doce es igual al producto de cuatro y el número”.
26. **Construcción** El área de los cimientos de cemento de una casa es de 2000 pies². Esto es 200 pies² más que tres veces el área de la cochera.
27. **Facturas de reparación** La factura de reparación de un automóvil fue de \$563. Esto incluye \$188 de refacciones y \$75 por cada hora de trabajo. Calcula el número de horas de trabajo.
28. **Bibliotecas** Una encuesta aplicada a 250 bibliotecarios reveló que 50 de las bibliotecas tenían un libro de referencia particular en sus anaqueles. ¿Qué porcentaje de bibliotecas tenía el libro de referencia?
29. **Inversiones** Se hizo un depósito de \$4000 en una cuenta que gana 11% de interés anual simple. ¿Cuánto dinero se depositó también en una cuenta que paga 14% de interés anual simple si el interés total anual ganado es 12% de la inversión total?
30. **Margen de utilidad** El gerente de unos grandes almacenes compra un collar de cadena en \$80 y lo vende en \$140. Calcula la tasa de utilidad.
31. **Metalurgia** ¿Cuántos gramos de una aleación de oro que cuesta \$4 por gramo se deben mezclar con 30 gramos de una aleación de oro que cuesta \$7 por gramo para preparar una aleación que cuesta \$5 por gramo?
32. **Mezcla de porcentajes** ¿Cuántas onzas de agua pura se deben añadir a 70 onzas de una solución salina al 10% para preparar una solución salina al 7%?
33. **Geometría** En un triángulo isósceles, el tercer ángulo es 8° menos que el doble de la medida de uno de los ángulos iguales. Calcula la medida de uno de los ángulos iguales.
34. **Problema de números enteros** Tres veces el segundo de tres números enteros consecutivos pares es 14 más que la suma del primer y tercer números enteros. Calcula el número entero de en medio.

Ecuaciones y desigualdades lineales

Concéntrate en el éxito

¿Estás utilizando las características del libro para aprender los conceptos que se presentan? La característica Concéntrate incluye una solución paso a paso para el tipo de ejercicio en el que estarás trabajando en la tarea en casa. Un ejemplo numerado te proporciona una solución totalmente desarrollada. Después de estudiar el ejemplo, trata de resolver el problema que sigue. Una solución completa del problema se proporciona en la parte final del libro. Después intenta resolver el ejercicio listado después del problema. Estarás reforzando los conceptos recién aprendidos en cada paso. (Revisa la sección Utilizar el método interactivo, página ASP-8).

OBJETIVOS

- 5.1**
 - 1 Graficar los puntos en un sistema de coordenadas rectangulares
 - 2 Diagramas de dispersión
 - 3 Tasa de cambio promedio
- 5.2**
 - 1 Determinar soluciones de ecuaciones lineales con dos variables
 - 2 Graficar ecuaciones de la forma $y = mx + b$
 - 3 Graficar ecuaciones de la forma $Ax + By = C$
- 5.3**
 - 1 Calcular la pendiente de una recta
 - 2 Graficar una recta utilizando la pendiente y la intersección con el eje y
- 5.4**
 - 1 Encontrar la ecuación de una recta utilizando la ecuación $y = mx + b$
 - 2 Encontrar la ecuación de una recta utilizando la forma punto-pendiente
 - 3 Encontrar la ecuación de una recta dados dos puntos
- 5.5**
 - 1 Introducción a las funciones
 - 2 Graficar funciones lineales
- 5.6**
 - 1 Graficar desigualdades con dos variables.

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para conocer si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Simplifica: $\frac{5 - (-7)}{4 - 8}$
2. Evalúa $\frac{a - b}{c - d}$ cuando $a = 3$, $b = -2$, $c = -3$ y $d = 2$.
3. Simplifica: $-3(x - 4)$
4. Resuelve: $3x + 6 = 0$
5. Resuelve $4x + 5y = 20$ cuando $y = 0$.
6. Resuelve $3x - 7y = 11$ cuando $x = -1$.
7. Dado $y = -4x + 5$, calcula el valor de y cuando $x = -2$.
8. Simplifica: $\frac{1}{4}(3x - 16)$
9. ¿Cuáles de las siguientes son soluciones de la desigualdad $-4 < x + 3$?
i) 0 ii) -3 iii) 5 iv) -7 v) -10

5.1

El sistema de coordenadas rectangulares

OBJETIVO 1

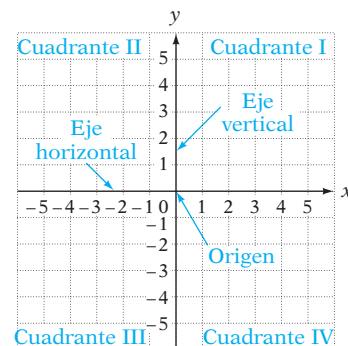
Graficar los puntos en un sistema de coordenadas rectangulares

Cómo se usa

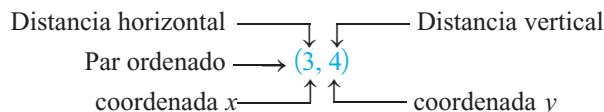
Los arqueólogos usan estacas y cuerda para delimitar un sistema de coordenadas rectangulares en el sitio de una excavación. La rejilla se reproduce en un papel milimétrico para gráficas y después se utiliza para registrar las ubicaciones de los artefactos antes de que los retiren del sitio.

Un **sistema de coordenadas rectangulares** está formado por dos rectas numéricas, una horizontal y una vertical, que se intersecan en el punto cero de cada recta. El punto de intersección se llama **origen**. Los dos ejes se llaman **ejes coordenados** o simplemente **ejes**. Por lo general, el eje horizontal se designa como **eje x** y el vertical se designa **eje y** .

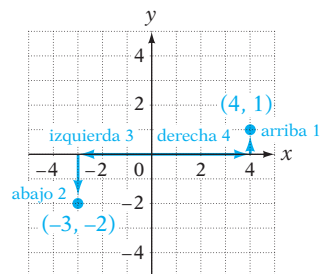
Los ejes determinan un **plano**, el cual se puede pensar como si fuera una hoja de papel plana grande. Los dos ejes dividen el plano en cuatro regiones llamadas **cuadrantes**, que están numerados del I al IV en sentido opuesto a las manecillas del reloj, comenzando en el superior derecho.



Cada punto en el plano se puede identificar por un par de números llamado **par ordenado**. El primer número del par ordenado mide una distancia horizontal y se llama **abscisa**, o **coordenada x** . El segundo número del par mide la distancia vertical y se llama **ordenada**, o **coordenada y** . El par (x, y) asociado con un punto también se llama **coordenadas** del punto.

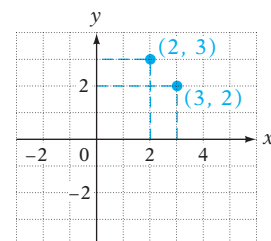


Para **graficar** o **trazar un punto en el plano**, coloca un punto en la ubicación dada por el par ordenado. Por ejemplo, para graficar el punto $(4, 1)$, empieza en el origen. Desplaza 4 unidades hacia la derecha y después 1 unidad hacia arriba. Dibuja un punto. Para graficar $(-3, -2)$, comienza en el origen. Desplaza 3 unidades hacia la izquierda y después 2 unidades hacia abajo. Dibuja un punto.

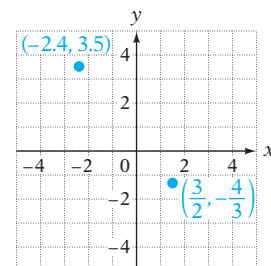


La **gráfica de un par ordenado** es el punto trazado en las coordenadas del punto en el plano. Las gráficas de los pares ordenados $(4, 1)$ y $(-3, -2)$ se muestran a la derecha.

Las gráficas de los puntos cuyas coordenadas son $(2, 3)$ y $(3, 2)$ se muestran a la derecha. Observa que son diferentes puntos. El orden en el cual se listan los números en un par ordenado es importante.



Cada punto en el plano está asociado con un par ordenado y cada par ordenado está asociado con un punto en el plano. Aun cuando sólo los números enteros están clasificados en la cuadrícula de las coordenadas, cualquier par ordenado se puede graficar aproximando su ubicación. Las gráficas de los pares ordenados $(\frac{3}{2}, -\frac{4}{3})$ y $(-2.4, 3.5)$ se muestran a la derecha.



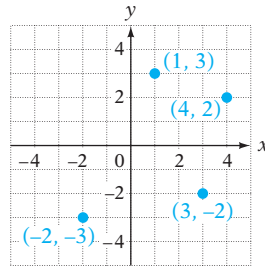
Toma nota

Este concepto es clave. Un **par ordenado** es un par de coordenadas y el **orden** en el cual están listadas las coordenadas es importante.

EJEMPLO 1

Grafica los pares ordenados $(-2, -3)$, $(3, -2)$, $(1, 3)$ y $(4, 2)$.

Solución

**Problema 1**

Grafica los pares ordenados $(-1, 3)$, $(1, 4)$, $(-4, 0)$ y $(-2, -1)$.

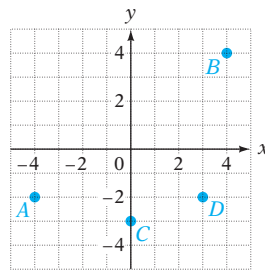
Solución

Revisa la página S11.

➡ Intenta resolver el ejercicio 11, página 208.

EJEMPLO 2

Determina las coordenadas de cada uno de los puntos.

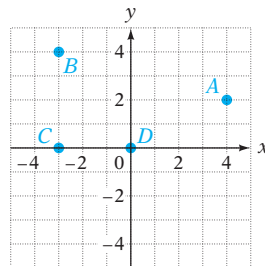


Solución

$A(-4, -2)$, $B(4, 4)$, $C(0, -3)$, $D(3, -2)$

Problema 2

Determina las coordenadas de cada uno de los puntos.



Solución

Revisa la página S11.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 208.

OBJETIVO 2**Diagramas de dispersión**

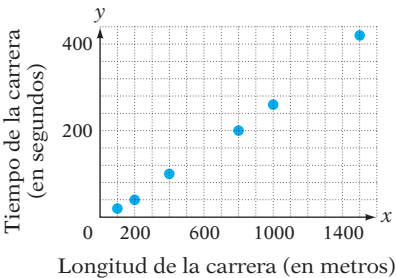
Existen muchas situaciones en las cuales la relación entre dos variables puede ser de interés. Por ejemplo, el director de admisiones de una universidad quiere conocer cuál es la relación entre las calificaciones (una variable) y el éxito en la universidad (la segunda variable). Un empleador está interesado en la relación entre las calificaciones en un examen previo al empleo y la capacidad para desempeñar un puesto.

Un investigador puede estudiar la relación entre dos variables por medio de un análisis de regresión, que es una rama de la estadística. El estudio de la relación entre dos variables puede empezar con un **diagrama de dispersión**, que es una gráfica de algunos de los datos conocidos.

La siguiente tabla proporciona los tiempos récord para las carreras de diferentes distancias en una competencia de atletismo de una escuela preparatoria. Los tiempos récord se redondean al segundo más cercano. Las distancias se expresan en metros.

Longitud, x	100	200	400	800	1000	1500
Tiempo, y	20	40	100	200	260	420

El diagrama de dispersión para estos datos se muestra a la derecha. Cada par ordenado representa la longitud de una carrera y el récord de tiempo correspondiente. Por ejemplo, el par ordenado $(400, 100)$ indica que el tiempo récord para la carrera de 400 m es 100 s.



EJEMPLO 3

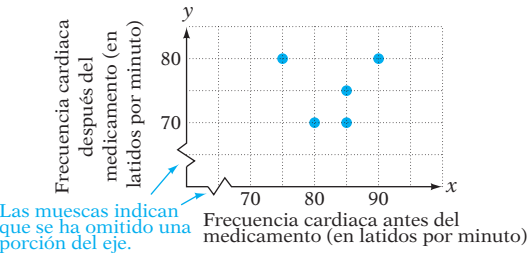
Para probar un medicamento para el corazón, un médico mide la frecuencia cardíaca, en latidos por minuto, de cinco pacientes antes y después de que ingieren el medicamento. Los resultados se registran en la siguiente tabla. Elabora el diagrama de dispersión para estos datos.

Antes del medicamento, x	85	80	85	75	90
Después del medicamento, y	75	70	70	80	80

Estrategia

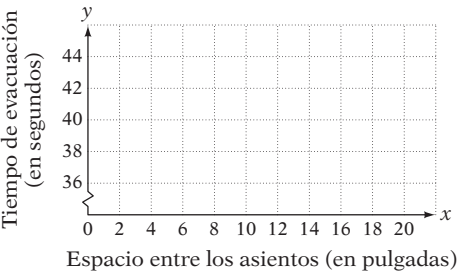
Grafica los pares ordenados en un sistema de coordenadas rectangular, donde el eje horizontal representa la frecuencia cardíaca antes de ingerir el medicamento y el eje vertical representa la frecuencia cardíaca después de ingerirlo.

Solución



Problema 3

Un estudio de la Administración Federal de Aviación reveló que filas angostas en las salidas de emergencia sobre el ala demoran la evacuación de los pasajeros. La tabla en la parte superior de la siguiente página muestra el espacio entre los asientos, en pulgadas, y el tiempo de evacuación, en segundos, para un grupo de 35 pasajeros. Los tiempos de evacuación más largos se registran en la tabla. Traza el diagrama de dispersión para estos datos.



Espacio entre los asientos, x	6	10	13	15	20
Tiempo de evacuación, y	44	43	38	36	37

Solución Revisa la página S11.

➡ Intenta resolver el ejercicio 25, página 209.

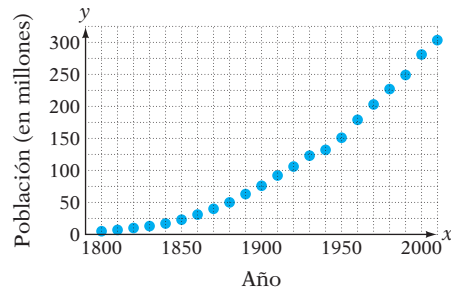
OBJETIVO 3

Tasa de cambio promedio

Población de Estados Unidos

Año	Población (en millones)
1800	5
1810	7
1820	10
1830	13
1840	17
1850	23
1860	31
1870	40
1880	50
1890	63
1900	76
1910	92
1920	106
1930	123
1940	132
1950	151
1960	179
1970	203
1980	227
1990	249
2000	281
2010	309

La tabla de la izquierda muestra la población de Estados Unidos para cada década desde 1800 hasta 2010. (Fuente: Oficina del Censo de Estados Unidos.) Estos datos se trazan en el siguiente diagrama de dispersión.



Una manera de describir la forma en la cual ha cambiado la población de Estados Unidos con el tiempo es calcular el cambio en la población para un periodo determinado. Por ejemplo, podemos calcular el cambio en la población de 1990 a 2000.

$$\begin{aligned}\text{Población en 2000} - \text{población en 1990} &= 281 \text{ millones} - 249 \text{ millones} \\ &= 32 \text{ millones}\end{aligned}$$

La cantidad del cambio en la población, **32 millones**, no describe qué tan rápido fue el crecimiento en la población. Para describir la tasa de crecimiento, o *tasa de cambio*, debemos considerar el número de años a lo largo de los cuales tuvo lugar ese crecimiento. Para determinar qué tan rápido creció la población de 1990 a 2000, divide el cambio de la población entre el número de años durante los cuales se produjo el crecimiento.

$$\begin{aligned}\frac{\text{Cambio en la población}}{\text{Cambio en años}} &= \frac{\text{población en 2000} - \text{población en 1990}}{2000 - 1990} \\ &= \frac{281 - 249}{2000 - 1990} \\ &= \frac{32}{10} = 3.2\end{aligned}$$

La **tasa de cambio promedio** fue **3.2 millones de personas por año**. Esto significa que, *en promedio*, de 1990 a 2000, la población de Estados Unidos aumentó 3.2 millones de personas por año.

Considera los dos puntos en la gráfica que corresponden a estos años:

(1990, 249) y (2000, 281)

Observa que la tasa de cambio promedio se calcula al dividir la diferencia de los valores y de los dos puntos entre la diferencia de los valores x de los dos puntos.

TASA DE CAMBIO PROMEDIO

La tasa de cambio promedio de y respecto a x es $\frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x}$.

EJEMPLO

Dado (1990, 249) y (2000, 281),


$$\text{Tasa de cambio promedio} = \frac{281 - 249}{2000 - 1990} = \frac{32}{10} = 3.2$$

Para calcular la tasa de cambio promedio, piensa

$$\frac{\text{valor del segundo punto } y - \text{valor del primer punto } y}{\text{valor del segundo punto } x - \text{valor del primer punto } x}$$

Concéntrate

en calcular la tasa de cambio promedio

 Calcula la tasa de cambio promedio por año en la población de Estados Unidos de 1980 a 1990.

En 1980, la población era de 227 millones: (1980, 227)


En 1990, la población era de 249 millones: (1990, 249)

$$\begin{aligned} \text{Tasa de cambio promedio} &= \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} \\ &= \frac{\text{población en 1990} - \text{población en 1980}}{1990 - 1980} \\ &= \frac{249 - 227}{1990 - 1980} \\ &= \frac{22}{10} = 2.2 \end{aligned}$$

La tasa de cambio promedio en la población fue 2.2 millones de personas por año.

De 1990 a 2000, la tasa de cambio promedio fue 3.2 millones de personas por año, mientras que de 1980 a 1990 fue 2.2 millones de personas por año. La tasa de cambio en la población estadounidense no es constante; varía para diferentes intervalos de tiempo.

EJEMPLO 4

 Calcula la tasa de cambio promedio por año en la población de Estados Unidos de 1800 a 1900.

Solución

En 1800, la población era de 5 millones: (1800, 5)

En 1900, la población era de 6 millones: (1900, 76)

$$\begin{aligned} \text{Tasa de cambio promedio} &= \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} \\ &= \frac{\text{población en 1900} - \text{población en 1800}}{1900 - 1800} \\ &= \frac{76 - 5}{1900 - 1800} \\ &= \frac{71}{100} = 0.71 \end{aligned}$$

La tasa de cambio promedio en la población fue 0.71 millones de personas por año, o 710,000 personas por año.

Observa que si tanto las ordenadas como las abscisas se restan en orden inverso, el resultado es el mismo.

$$\begin{aligned}\text{Tasa de cambio promedio} &= \frac{\text{población en 1800} - \text{población en 1900}}{1800 - 1900} \\ &= \frac{5 - 76}{1800 - 1900} = \frac{-71}{-100} = 0.71\end{aligned}$$

Problema 4

 Calcula la tasa de cambio promedio por año en la población de Estados Unidos de 1900 a 2000.

Solución

Revisa la página S11.

 Intenta resolver el ejercicio 33, página 211.

5.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. ¿En cuál cuadrante está la gráfica de $(-3, 4)$?
2. ¿En cuál cuadrante está la gráfica de $(2, -5)$?
3. ¿En qué eje está la gráfica de $(0, -4)$?
4. ¿En qué eje está la gráfica de $(-6, 0)$?
5. ¿Cuál es el valor de la coordenada y de cualquier punto en el eje x ?
6. ¿Cuál es el valor de la coordenada x de cualquier punto en el eje y ?
7. Menciona cualesquiera dos puntos en una recta horizontal que está 2 unidades arriba del eje x .
8. Menciona cualesquiera dos puntos en una recta vertical que está 3 unidades a la derecha del eje y .

- 1 Graficar los puntos en un sistema de coordenadas rectangulares** (Revisa las páginas 202-203).

PREPÁRATE

Resuelve los ejercicios 9 y 10 sustituyendo cada signo de interrogación con las palabras *a la izquierda*, *a la derecha*, *arriba* o *abajo*.

9. Para graficar el punto $(5, -4)$, comienza en el origen y desplaza 5 unidades ? y 4 unidades ?.
10. Para graficar el punto $(-1, 7)$, comienza en el origen y desplaza 1 unidad ? y 7 unidades ?.

- ➡ 11. Grafica los pares ordenados $(-2, 1)$, $(3, -5)$, $(-2, 4)$ y $(0, 3)$.

12. Grafica los pares ordenados $(5, -1)$, $(-3, -3)$, $(-1, 0)$ y $(1, -1)$.

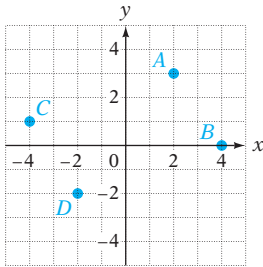
13. Grafica los pares ordenados $(0, 0)$, $(0, -5)$, $(-3, 0)$ y $(0, 2)$.

14. Grafica los pares ordenados $(-4, 5)$, $(-3, 1)$, $(3, -4)$ y $(5, 0)$.

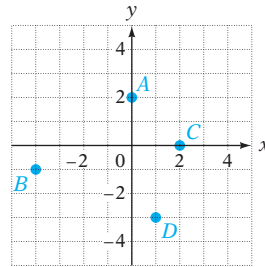
15. Grafica los pares ordenados $(-1, 4)$, $(-2, -3)$, $(0, 2)$ y $(4, 0)$.

16. Grafica los pares ordenados $(5, 2)$, $(-4, -1)$, $(0, 0)$ y $(0, 3)$.

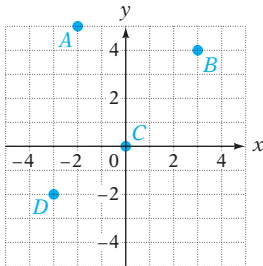
- ➡ 17. Determina las coordenadas de cada uno de los puntos.



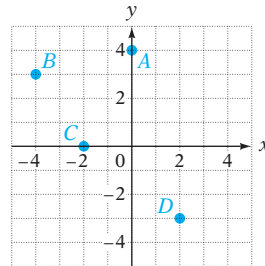
18. Determina las coordenadas de cada uno de los puntos.




19. Determina las coordenadas de cada uno de los puntos.




20. Determina las coordenadas de cada uno de los puntos.



21.  Supongamos que a y b son números positivos, de manera que $a < b$. ¿En cuál cuadrante está ubicado cada punto?

a. (a, b) b. $(-a, b)$ c. $(b - a, -b)$ d. $(a - b, -b - a)$

22.  Supongamos que a y b son números positivos. Establece si los dos puntos dados quedan en el eje x , el eje y , una recta horizontal distinta del eje x , o una recta vertical distinta del eje y .

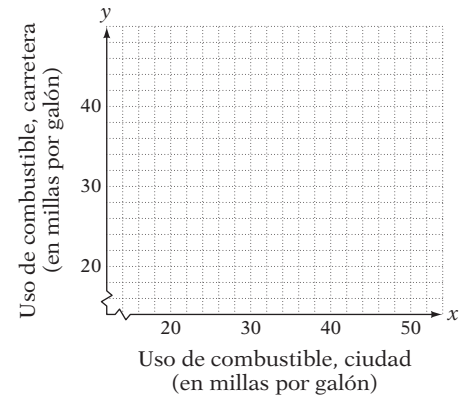
a. $(-a, b)$ y $(-a, 0)$ b. $(a, 0)$ y $(-b, 0)$

2 Diagramas de dispersión (Revisa las páginas 203-205).

PREPÁRATE

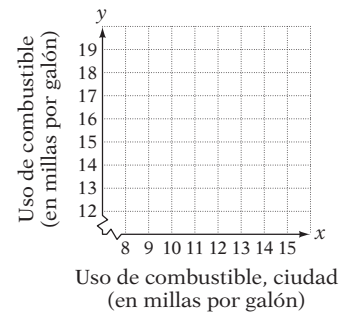
23. Revisa la tabla de datos en el ejercicio 25. El valor x más bajo es ____?____ y el valor x más alto es ____?____. El valor y más bajo es ____?____ y el valor y más alto es ____?____. En un diagrama de dispersión de datos, el eje x debe mostrar valores de por lo menos ____?____ a ____?____ y el eje y debe mostrar valores de por lo menos ____?____ a ____?____.
24. Revisa la tabla de datos en el ejercicio 26. El valor x más bajo es ____?____ y el valor x más alto es ____?____. El valor y más bajo es ____?____ y el valor y más alto es ____?____. En un diagrama de dispersión de datos, el eje x debe mostrar valores de por lo menos ____?____ a ____?____ y el eje y debe mostrar valores de por lo menos ____?____ a ____?____.

- ➡ 25. **● Eficiencia de combustible** El Consejo Estadounidense para una Economía Eficiente de la Energía publica clasificaciones de los automóviles y camiones amigables y no amigables con el ambiente que se venden en Estados Unidos. La siguiente tabla muestra el uso de combustible, en millas por galón, en ciudad y en carretera, para los 12 vehículos modelo 2010 calificados como los más amigables con el ambiente. Traza el diagrama de dispersión para estos datos.



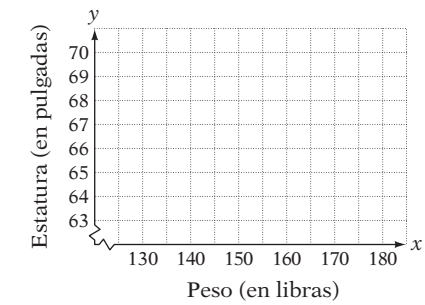
Uso de combustible en mph, ciudad, x	51	40	29	28	34	22	22	22	21	18	21	21
Uso de combustible en mph, carretera, y	48	45	35	35	31	32	31	32	27	25	22	22

26. **● Eficiencia de combustible** El Consejo Estadounidense para una Economía Eficiente de la Energía publica clasificaciones de los automóviles y camiones amigables y no amigables con el ambiente que se venden en Estados Unidos. La siguiente tabla muestra el uso de combustible, en millas por galón, en ciudad y carretera, para los 12 vehículos modelo 2010 calificados como los peores para el ambiente. Traza el diagrama de dispersión para estos datos.



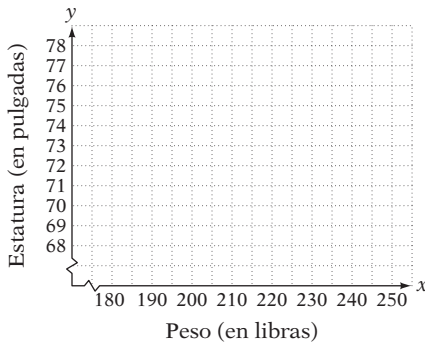
Uso de combustible en mph, ciudad, x	8	8	9	10	12	12	10	9	11	13	13	11
Uso de combustible en mph, carretera, y	13	14	15	16	17	17	17	16	15	18	19	15

27. **Juegos Olímpicos** La siguiente tabla muestra los pesos, en libras, y las estaturas, en pulgadas, de algunas de las integrantes del equipo femenino estadounidense de hockey sobre hielo que ganó medalla de plata en los Juegos Olímpicos de 2010. Traza el diagrama de dispersión para estos datos.



Peso, en libras, x	140	150	140	160	170	150	160	170	150	130
Estatura, en pulgadas, y	64	69	63	69	70	66	66	69	64	65

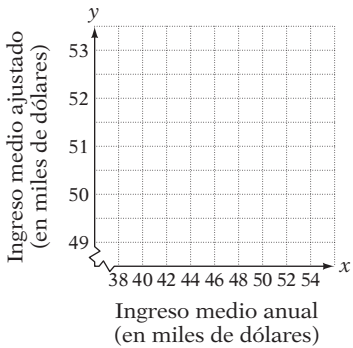
28. **Juegos Olímpicos** La siguiente tabla muestra los pesos, en libras, y las estaturas, en pulgadas, de algunos de los miembros del equipo masculino estadounidense de hockey sobre hielo que ganó medalla de plata en los Juegos Olímpicos de 2010. Traza el diagrama de dispersión para estos datos.



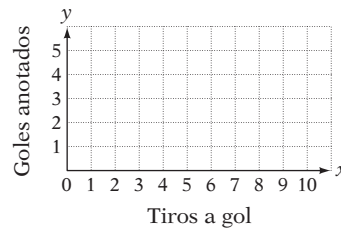
Peso, en libras, x	220	200	200	190	210	220	210	190	190	240
Estatura, en pulgadas, y	76	73	74	71	72	75	75	73	70	76

29. **Ingresos** Para determinar las tendencias en los niveles de ingreso, los economistas utilizan valores ajustados por la inflación. Estos números consideran la forma en la cual la inflación afecta el poder de compra. La siguiente tabla muestra el ingreso medio, redondeado al millar más cercano, para años seleccionados tanto en dólares reales (antes de la inflación) como en dólares ajustados por la inflación en 2008. (*Fuente:* Oficina del Censo de Estados Unidos.) Traza el diagrama de dispersión de estos datos.

Año	Ingreso real medio, x	Ingreso medio ajustado por la inflación, y
2000	42,000	53,000
2002	42,000	51,000
2004	44,000	51,000
2006	48,000	51,000
2008	50,000	50,000



30. **Copa Mundial de futbol soccer** Lee el recorte de noticias de la derecha. La tabla siguiente muestra el número de tiros a gol y el de goles anotados de cada uno de los 16 equipos que jugaron por un lugar en la ronda de cuartos de final de la Copa Mundial 2010 de futbol soccer. Traza el diagrama de dispersión de estos datos.



Tiros a gol	8	4	6	6	8	6	7	5	9	3	6	2	7	2	8	3
Goles anotados	2	1	1	2	4	1	3	1	2	1	3	0	0	0	1	0

En las noticias

Se definen los partidos de cuartos de final de la Copa Mundial de futbol soccer

España derrotó a Portugal 1-0 para definir el último de los partidos de cuartos de final en la Copa Mundial 2010 de futbol soccer. Los 8 tiros a gol de España produjeron sólo 1 gol, pero eso fue suficiente para mantener a los españoles con la ventaja sobre los portugueses, que sólo tuvieron 3 tiros a gol.

Fuente: www.nprstats.com

3 Tasa de cambio promedio (Revisa las páginas 205-207).

PREPÁRATE

31. Revisa la tabla de valores del ejercicio 34, en la cual te piden calcular las tasas de cambio promedio para pares de puntos de datos. Cuando encuentres una tasa de cambio promedio entre dos puntos de datos en esta tabla, ¿colocarás en el numerador, o en el denominador, los valores que representan el tiempo?

32. Revisa la tabla de valores del ejercicio 36. ¿Cuál de las siguientes fracciones es la correcta que se debe utilizar para calcular la tasa de cambio mensual promedio en el largo de un feto desde el cuarto hasta el octavo mes de embarazo?

i) $\frac{4 - 8}{16 - 7}$ ii) $\frac{16 - 7}{8 - 4}$ iii) $\frac{8 - 4}{16 - 7}$ iv) $\frac{7 - 16}{14 - 8}$

Población colonial de América

Año	Población
1610	350
1620	2,300
1630	4,600
1640	26,600
1650	50,400
1660	75,100
1670	111,900
1680	151,500
1690	210,400
1700	250,900
1710	331,700
1720	466,200
1730	629,400
1740	905,600
1750	1,170,800
1760	1,593,600
1770	2,148,100
1780	2,780,400

33. **Temperatura** El 10 de septiembre, en la parte media del estado de New Hampshire, la temperatura a las 6. a.m. era de 45 °F. A las 2 p.m., el mismo día, la temperatura era de 77 °F. Calcula la tasa de cambio promedio por hora en la temperatura.


34. **Demografía** La tabla de la derecha presenta la población colonial de América por década desde 1610 hasta 1780. (Fuente: infoplease.com) Estas cifras son estimaciones, debido a que este periodo fue previo al establecimiento del Censo de Estados Unidos en 1790.

- Calcula la tasa de cambio anual promedio en la población de las Colonias desde 1650 hasta 1750.
- ¿La tasa de cambio anual promedio en la población de 1650 a 1750 fue mayor o menor que la tasa de cambio anual promedio en la población de 1700 a 1750?
- ¿Durante cuál década fue menor la tasa de cambio anual promedio? ¿Cuál fue la tasa de cambio anual promedio durante esa década?

35. **Desarrollo infantil** La siguiente tabla presenta los pesos promedio de los fetos en varias etapas del desarrollo prenatal en los humanos (Fuente: Surebaby.com)

Número de semanas después de la concepción	21	24	28	30	38
Peso, en libras	1	2	3	4	7.4

- Calcula la tasa de cambio promedio por semana en el peso de un feto de 21 semanas después de la concepción a 30 semanas después de la concepción.
- Calcula la tasa de cambio promedio por semana en el peso de un feto de 28 semanas después de la concepción a 38 semanas después de la concepción.

36.  **Desarrollo infantil** La siguiente tabla muestra la longitud promedio de los fetos para etapas seleccionadas del desarrollo prenatal en los humanos. (*Fuente:* Surebaby.com)
- a. ¿Cuál fue la tasa de cambio promedio mensual en la longitud de un feto desde el sexto hasta el octavo mes de embarazo?
 - b. Calcula la tasa de cambio promedio mensual en la longitud de un feto desde el segundo hasta el cuarto mes de embarazo. ¿Es mayor o menor que la tasa de cambio promedio mensual desde el sexto hasta el octavo mes?

Mes de embarazo	2	4	6	8
Longitud, en pulgadas	1	7	12	16

37.  **Educación** Lee el recorte de noticias siguiente.

En las noticias

La mayoría de los estudiantes optan por sentirse atraídos por la escuela de verano

La ventaja de menores costos y las oportunidades para seguir adelante ha generado que cada vez más estudiantes de colegios y universidades opten por tomar cursos de verano. Enseguida se presenta un panorama de la matrícula de las instituciones.


Inscripciones de verano en Boston College

Año	2000	2005	2009
Número de estudiantes inscritos	3742	3873	6137

Inscripciones de verano en la Universidad de Massachussets-Amherst


Año	2000	2005	2009
Número de estudiantes inscritos	6254	7980	9576

Fuente: The Boston Globe, Junio 22, 2010


- a. ¿Cuál fue la tasa de cambio promedio anual en las inscripciones de verano en Boston College entre 2000 y 2005? Redondea al entero más cercano.
 - b. ¿Cuál fue la tasa de cambio promedio anual en las inscripciones de verano en Boston College entre 2005 y 2009? Redondea al entero más cercano.
 - c. ¿Cuál fue mayor en la Universidad de Massachussets-Amherst: la tasa de cambio promedio anual en inscripciones de verano entre 2000 y 2005, o la tasa de cambio promedio anual en inscripciones de verano entre 2005 y 2009?
38.  **Salario mínimo** La siguiente tabla presenta el salario mínimo federal por hora para años seleccionados. (*Fuente:* en.wikipedia.org)

Año	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
Salario mínimo	1.45	2.00	3.10	3.35	3.80	4.25	5.15	5.15	7.25


- a. ¿Cuál fue la tasa de cambio promedio anual del salario mínimo entre 1970 y 1990?
- b. Calcula la tasa de cambio promedio en el salario mínimo de 2000 a 2010. ¿Es mayor o menor que la tasa de cambio promedio anual en el salario mínimo de 1970 a 1990?

39.  **Salario mínimo** La siguiente tabla muestra el poder adquisitivo de un trabajador durante varios años que percibe el salario mínimo federal. Éste no es el salario mínimo *real*, sino el salario mínimo ajustado por la inflación. Por ejemplo, el salario mínimo real en 1970 era \$1.45. Gastar \$1.45 en 1970 era lo mismo que gastar \$8.12 en 2010. (Fuente: en.wikipedia.org)

Año	1970	1975	1980	1981	1990	1996	2007	2009
Salario mínimo	8.12	8.08	8.18	8.01	6.33	6.59	6.14	7.36

- a. ¿Cuál fue la tasa de cambio promedio anual en el salario mínimo ajustado por la inflación de 1970 a 1990? (Nota: una tasa de cambio promedio negativa denota una disminución.)
- b. Antes de 1981, ¿en cuál periodo de cinco años se incrementó la tasa de cambio promedio anual en el salario mínimo ajustado por la inflación? ¿Cuál fue la tasa de cambio promedio anual durante ese periodo?
40.  **Demografía** La siguiente tabla muestra las poblaciones pasada y proyectada de los *baby boomers* (los nacidos en los años posteriores a la Segunda Guerra Mundial) para los años 2000, 2031 y 2046. (Fuente: Oficina del Censo de Estados Unidos)
- a. Calcula la tasa de cambio promedio anual en la población de la generación de los *baby boomers* de 2031 a 2046. (Nota: una tasa de cambio promedio negativa denota una disminución en la población.)
- b. Calcula la tasa de cambio promedio anual en la población de los *baby boomers* de 2000 a 2046. Redondea a los cien mil más cercanos.

Año	2000	2031	2046
Población en millones	79	51	19

 Para los ejercicios 41 y 42, utiliza la siguiente tabla de datos, la cual muestra la temperatura, en grados Fahrenheit, de una taza de café, medida cada 10 minutos durante un periodo de una y media horas.

Minutos	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Temperatura, °F	177.3	144.6	122.3	107.0	96.6	89.4	84.6	81.2	78.9	77.4

41. ¿Durante cuál intervalo de 10 minutos la tasa de cambio promedio fue más cercana a -1 grado por minuto?
42. ¿Durante cuál intervalo de 30 minutos la tasa de cambio promedio fue más cercana a -1 grado por minuto?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

¿Cuál es la distancia del punto dado al eje horizontal?

43. $(-5, 1)$

44. $(3, -4)$

45. $(-6, 0)$


¿Cuál es la distancia del punto dado al eje vertical?

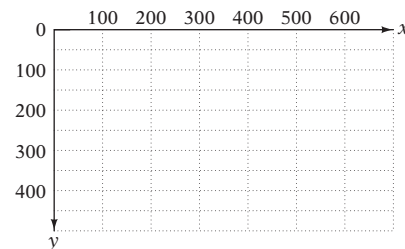
46. $(-2, 4)$

47. $(1, -3)$



48. $(5, 0)$

49. Menciona las coordenadas de un punto trazado en el origen del sistema de coordenadas rectangular.

50. Una pantalla de computadora tiene un sistema de coordenadas que es diferente del sistema de coordenadas xy que hemos estudiado. De un modo, el origen del sistema de coordenadas es el punto superior izquierdo de la pantalla, como se muestra a la derecha. Traza los puntos cuyas coordenadas son $(200, 400)$, $(0, 100)$ y $(100, 300)$.
51.  Escribe un párrafo explicando la forma de trazar los puntos en un sistema de coordenadas rectangulares.



PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

52.  Decide acerca de dos cantidades que pueden estar relacionadas y recaba por lo menos diez pares de valores. Los siguientes son algunos ejemplos: estatura y peso, tiempo de estudio para un examen y calificación del mismo, la antigüedad de un automóvil y su costo. Traza un diagrama de dispersión para los datos. ¿Existe alguna tendencia? Es decir, a medida que se incrementan los valores en el eje horizontal, ¿los valores en el eje vertical aumentan o disminuyen?
53.  Existe un sistema coordenado imaginario de la Tierra que consiste en *longitud* y *latitud*. Redacta un informe sobre cómo se determina la ubicación sobre la superficie de la Tierra.



5.2

Gráficas de rectas

OBJETIVO 1

Determinar soluciones de ecuaciones lineales con dos variables

Una ecuación de la forma $y = mx + b$, donde m es el coeficiente de x y b una constante, es una **ecuación lineal con dos variables**. A continuación siguen algunos ejemplos de ecuaciones lineales.

$$\begin{array}{ll} y = 3x + 4 & (m = 3, b = 4) \\ y = 2x - 3 & (m = 2, b = -3) \\ y = -\frac{2}{3}x + 1 & \left(m = -\frac{2}{3}, b = 1\right) \\ y = -2x & (m = -2, b = 0) \\ y = x + 2 & (m = 1, b = 2) \end{array}$$

En una ecuación lineal, el exponente de cada variable es 1. La ecuación $y = 2x^2 - 1$ y $y = \frac{1}{x}$ no son ecuaciones lineales.

Una **solución de una ecuación lineal con dos variables** es un par ordenado de números (x, y) que hacen que la ecuación sea una expresión verdadera.

Concéntrate en determinar si un par ordenado es una solución de una ecuación con dos variables

Toma nota

Cada par ordenado es de la forma (x, y) . Para el punto $(1, -2)$, 1 es el valor de x y -2 el valor de y . Sustituye x por 1 y y por -2 .

¿Es $(1, -2)$ una solución de $y = 3x - 5$?

Sustituye x por 1. Sustituye y por -2 .

Compara los resultados. Si los resultados son iguales, el par ordenado dado es una solución. Si los resultados no son iguales, el par ordenado dado no es una solución.

$$\begin{array}{r|l} y = 3x - 5 & \\ -2 & 3(1) - 5 \\ & 3 - 5 \\ & -2 = -2 \end{array}$$

Sí, $(1, -2)$ es una solución de la ecuación $y = 3x - 5$.

Además del par ordenado $(1, -2)$, existen muchas otras soluciones de par ordenado de la ecuación $y = 3x - 5$. Por ejemplo, el método utilizado antes también se puede utilizar para mostrar que $(2, 1)$, $(-1, -8)$, $(\frac{2}{3}, -3)$ y $(0, -5)$ también son soluciones.

EJEMPLO 1

¿Es $(-3, 2)$ una solución de $y = 2x + 2$?

Solución

$$\begin{array}{r|l} y = 2x + 2 & \\ 2 & 2(-3) + 2 \\ & -6 + 2 \\ & -4 \\ 2 & \neq -4 \end{array} \quad \bullet \text{ Sustituye } x \text{ por } -3 \text{ y } y \text{ por } 2.$$

No, $(-3, 2)$ no es una solución de $y = 2x + 2$.

Problema 1

¿Es $(2, -4)$ una solución de $y = -\frac{1}{2}x - 3$?

Solución

Revisa la página S11.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 223.

En general, una ecuación lineal con dos variables tiene un número infinito de soluciones representadas por el par ordenado. Al elegir cualquier valor para x y sustituir ese valor en la ecuación lineal, podemos encontrar un valor correspondiente de y .

EJEMPLO 2

Encuentra la solución representada por el par ordenado de $y = \frac{2}{3}x - 1$ que corresponde a $x = 3$.

Solución

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{3}x - 1 \\ y &= \frac{2}{3}(3) - 1 && \bullet \text{ Sustituye } x \text{ por } 3. \\ y &= 2 - 1 && \bullet \text{ Resuelve para } y. \\ y &= 1 && \bullet \text{ Cuando } x = 3, y = 1. \end{aligned}$$

El par ordenado que representa la solución es $(3, 1)$.

Problema 2

Encuentra la solución representada por el par ordenado $y = -\frac{1}{4}x + 1$ que corresponde a $x = 4$.

Solución

Revisa la página S11.

➡ Intenta resolver el ejercicio 29, página 224.

OBJETIVO 2**Graficar ecuaciones de la forma $y = mx + b$**

La **gráfica de una ecuación con dos variables** es un dibujo de la solución representada por el par ordenado de la ecuación. **Para una ecuación lineal con dos variables, la gráfica es una recta.**

Para graficar una ecuación lineal encuentra soluciones representadas por el par ordenado de la ecuación. Lo haces al seleccionar cualquier valor de x y encontrar el valor correspondiente de y . Repite este procedimiento eligiendo diferentes valores para x , hasta que hayas encontrado el número deseado de soluciones.

Porque la gráfica es una ecuación lineal de dos variables de una línea recta, y la línea recta está determinada por dos puntos, es necesario encontrar solamente dos soluciones. Sin embargo, es necesario encontrar por lo menor tres puntos para asegurar su exactitud.

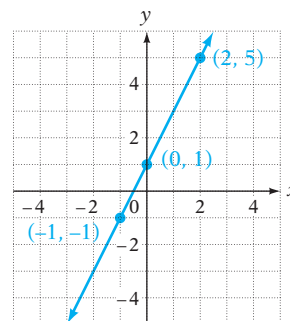
Concéntrate en graficar la ecuación de la forma $y = mx + b$

Grafica $y = 2x + 1$.

Elige cualesquiera valores de x y después calcula los valores correspondientes de y . Los números 0, 2 y -1 se eligieron arbitrariamente para x . Es conveniente registrar las soluciones en una tabla.

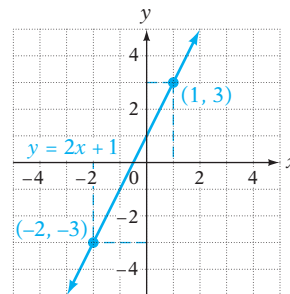
x	$y = 2x + 1$	y
0	$2(0) + 1$	1
2	$2(2) + 1$	5
-1	$2(-1) + 1$	-1

Grafica las soluciones representadas por los pares ordenados $(0, 1)$, $(2, 5)$ y $(-1, -1)$. Traza una recta a través de los pares ordenados de las soluciones.



Observa que los puntos cuyas coordenadas son $(-2, -3)$ y $(1, 3)$ están en la gráfica y que esos pares ordenados son soluciones de la ecuación $y = 2x + 1$.

Recuerda que una gráfica es una representación de las soluciones de pares ordenados de una ecuación. Por consiguiente, cada punto en la gráfica es una solución de la ecuación y cada solución de la ecuación es un punto en la gráfica.

**Toma nota**

Si los tres puntos que graficas no están en línea recta, has cometido un error aritmético al calcular un punto o has trazado incorrectamente un punto.

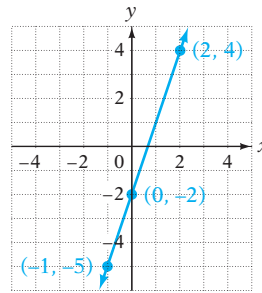
EJEMPLO 3

Grafica: $y = 3x - 2$

Solución

x	$y = 3x - 2$
0	-2
2	4
-1	-5

- Elige tres valores para x . Encuentra los valores correspondientes de y .



- Grafica las soluciones representadas por el par ordenado. Traza una recta a través de los puntos.

Problema 3 Grafica: $y = 3x + 1$

Solución Revisa la página S11.

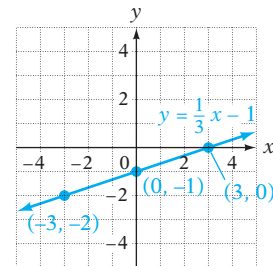
➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 225.



Las calculadoras graficadoras generan gráficas al trazar puntos y después conectarlos para formar una curva. Utilizando una calculadora graficadora, ingresa la ecuación $y = 3x - 2$ y verifica la gráfica trazada en el ejemplo 3. (Consulta el apéndice para instrucciones sobre cómo usar una calculadora graficadora para graficar una ecuación lineal.) Traza a lo largo de la gráfica y verifica que $(0, -2)$, $(2, 4)$ y $(-1, -5)$ sean coordenadas de puntos en ella. Ahora ingresa la ecuación $y = 3x + 1$ dada en el problema 3. Verifica que los pares ordenados que encuentres para esta ecuación sean las coordenadas de los puntos en la gráfica.

Cuando m es una fracción en la ecuación $y = mx + b$, elige valores de x que simplificarán la evaluación. Por ejemplo, para graficar $y = \frac{1}{3}x - 1$, podríamos elegir los números 0, 3 y -3 para x . Observa que estos números son múltiplos del denominador de $\frac{1}{3}$, el coeficiente de x .

x	$y = \frac{1}{3}x - 1$
0	-1
3	0
-3	-2

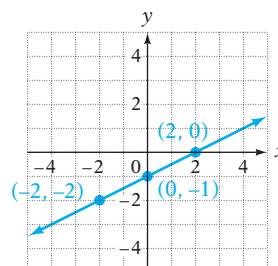


EJEMPLO 4

Grafica: $y = \frac{1}{2}x - 1$

Solución

x	$y = \frac{1}{2}x - 1$
0	-1
2	0
-2	-2



- El valor de m es $\frac{1}{2}$. Elige tres valores para x que sean múltiplos del denominador 2. Encuentra los valores correspondientes de y .
- Grafica las soluciones representadas por el par ordenado. Traza una recta a través de los puntos.

Problema 4 Grafica: $y = \frac{1}{3}x - 3$

Solución Revisa la página S11.

► Intenta resolver el ejercicio 41, página 224.



Utilizando una calculadora graficadora, ingresa la ecuación $y = \frac{1}{2}x - 1$ y verifica la gráfica trazada en el ejemplo 4. Sigue a lo largo de la gráfica y verifica que $(0, -1)$, $(2, 0)$ y $(-2, -2)$ sean coordenadas de puntos en ella. Sigue el mismo procedimiento para el problema 4. (Revisa el apéndice sobre las instrucciones para ingresar un coeficiente fraccional de x .)

OBJETIVO 3

Graficar ecuaciones de la forma $Ax + By = C$

Una ecuación en la forma $Ax + By = C$, donde A y B son coeficientes y C una constante, también es una ecuación lineal. A continuación se muestran algunos ejemplos de estas ecuaciones.

$$\begin{array}{ll} 2x + 3y = 6 & (A = 2, B = 3, C = 6) \\ x - 2y = -4 & (A = 1, B = -2, C = -4) \\ 2x + y = 0 & (A = 2, B = 1, C = 0) \\ 4x - 5y = 2 & (A = 4, B = -5, C = 2) \end{array}$$

Un método para graficar una ecuación de la forma $Ax + By = C$ implica resolver primero la ecuación para y y después seguir el mismo procedimiento utilizado para graficar una ecuación de la forma $y = mx + b$. Resolver la ecuación para y significa reescribir la ecuación de manera que y esté sola en un lado de la ecuación y el término que contiene x y la constante estén en el otro lado de la ecuación. Las propiedades de suma y multiplicación de las ecuaciones se utilizan para reescribir una ecuación de la forma $Ax + By = C$ en la forma $y = mx + b$.

Concéntrate

en resolver una ecuación de la forma $Ax + By = C$ para y

Resuelve para y la ecuación $3x + 2y = 4$.

La ecuación está en la forma $Ax + By = C$. $3x + 2y = 4$

Utiliza la propiedad de suma de las ecuaciones para **restar** a cada lado de la ecuación el término $3x$. $3x - 3x + 2y = -3x + 4$

Simplifica. Observa que en el lado derecho de la ecuación, el término que contiene x está primero, seguido por la constante. $2y = -3x + 4$

Utiliza la propiedad de multiplicación de las ecuaciones para multiplicar cada lado de la ecuación por el recíproco del coeficiente de y . (El coeficiente de y es 2; el recíproco de 2 es $\frac{1}{2}$.) $\frac{1}{2} \cdot 2y = \frac{1}{2}(-3x + 4)$

Simplifica. Utiliza la propiedad distributiva en el lado derecho de la ecuación. $y = \frac{1}{2}(-3x) + \frac{1}{2}(4)$

La ecuación está ahora en la forma $y = mx + b$, con $m = -\frac{3}{2}$ y $b = 2$. $y = -\frac{3}{2}x + 2$

Al resolver para y la ecuación $3x + 2y = 4$, cuando multiplicamos ambos lados de la ecuación por $\frac{1}{2}$, habríamos podido dividir entre 2 ambos lados de la ecuación, como se muestra a la derecha. Al simplificar el lado derecho después de dividir ambos lados entre 2, asegúrate de dividir *cada término* entre 2.

$$\begin{aligned} 2y &= -3x + 4 \\ \frac{2y}{2} &= \frac{-3x + 4}{2} \\ y &= \frac{-3x}{2} + \frac{4}{2} \\ y &= -\frac{3}{2}x + 2 \end{aligned}$$



Es importante saber cómo resolver una ecuación de la forma $Ax + By = C$, debido a que las calculadoras graficadoras requieren que una ecuación esté en la forma $y = mx + b$ cuando se ingresa para graficarla.

EJEMPLO 5

Escribe $3x - 4y = 12$ en la forma $y = mx + b$.

Solución

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= 12 \\ 3x - 3x - 4y &= -3x + 12 \\ -4y &= -3x + 12 \\ \frac{-4y}{-4} &= \frac{-3x + 12}{-4} \\ y &= \frac{-3x}{-4} + \frac{12}{-4} \\ y &= \frac{3}{4}x - 3 \end{aligned}$$

- **Resta 3x** a cada lado de la ecuación.
- **Simplifica.**
- **Divide cada lado de la ecuación entre -4.**

Problema 5

Escribe $5x - 2y = 10$ en la forma $y = mx + b$.

Solución

Revisa la página S11.

➡ Intenta resolver el ejercicio 69, página 226.

Para graficar una ecuación de la forma $Ax + By = C$, primero podemos resolver para y la ecuación y después seguir el mismo procedimiento utilizado para graficar una ecuación de la forma $y = mx + b$. A continuación presentamos un ejemplo.

Concéntrate

en graficar una ecuación de la forma $Ax + By = C$

Grafica: $3x + 4y = 12$

Resuelve para y la ecuación.

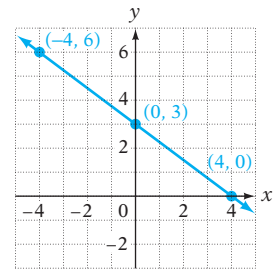
$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 12 \\ 4y &= -3x + 12 \\ y &= -\frac{3}{4}x + 3 \end{aligned}$$

El valor de m es $-\frac{3}{4}$.

Elige tres valores para x que sean múltiplos del denominador 4. Calcula los valores correspondientes de y .

x	$y = -\frac{3}{4}x + 3$
0	3
4	0
-4	6

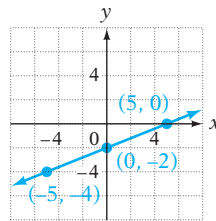
Grafica las soluciones representadas por el par ordenado.
Traza una recta a través de los puntos.

**EJEMPLO 6**Grafica. **A.** $2x - 5y = 10$ **B.** $x + 2y = 6$ **Solución****A.** $2x - 5y = 10$

$$-5y = -2x + 10$$

$$y = \frac{2}{5}x - 2$$

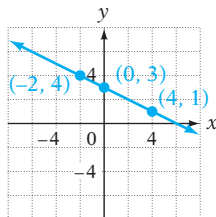
x	$y = \frac{2}{5}x - 2$
0	-2
5	0
-5	-4

**B.** $x + 2y = 6$

$$2y = -x + 6$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

x	$y = -\frac{1}{2}x + 3$
0	3
-2	4
4	1



- Resuelve para y la ecuación.

- El valor de m es $\frac{2}{5}$.
Elige tres valores para x que sean múltiplos del denominador 5. Calcula los valores correspondientes de y .

- Grafica las soluciones representadas por el par ordenado. Traza una recta a través de los puntos.

- Resuelve para y la ecuación.

- El valor de m es $-\frac{1}{2}$.
Elige tres valores para x que sean múltiplos del denominador 2. Calcula los valores correspondientes de y .

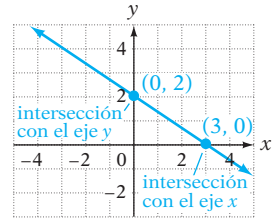
- Grafica las soluciones representadas por el par ordenado. Traza una recta a través de los puntos.

Problema 6Grafica. **A.** $5x - 2y = 10$ **B.** $x - 3y = 9$ **Solución**

Revisa las páginas S11–S12.

➡ Intenta resolver el ejercicio 77, página 226.

La gráfica de la ecuación $2x + 3y = 6$ se muestra a la derecha. La gráfica cruza el eje x en $(3, 0)$. Este punto se llama **intersección con el eje x** . La gráfica cruza el eje y en $(0, 2)$. Este punto se llama **intersección con el eje y** .



Concéntrate en encontrar las intersecciones x y y de una ecuación de la forma $Ax + By = C$

Calcula algebraicamente la intersección con el eje x y la intersección con el eje y de la gráfica de la ecuación $2x + 3y = 6$.

Para encontrar la intersección con el eje x , sea $y = 0$.
(Cualquier punto en el eje x tiene una coordenada y 0.)

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 6 \\ 2x + 3(0) &= 6 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

La intersección con el eje x es $(3, 0)$.

Para encontrar la intersección con el eje y , sea $x = 0$.
(Cualquier punto en el eje y tiene una coordenada x 0.)

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 6 \\ 2(0) + 3y &= 6 \\ 3y &= 6 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

La intersección con el eje y es $(0, 2)$.

Toma nota

Para encontrar la intersección con el eje x , sea $y = 0$.
Para encontrar la intersección con el eje y , sea $x = 0$.

Otro método para graficar algunas ecuaciones de la forma $Ax + By = C$ es encontrar las intersecciones con el eje x y con el eje y , trazar ambas intersecciones y después una recta a través de los dos puntos.

EJEMPLO 7

Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y para $x - 2y = 4$. Trazas la recta.

Solución

Intersección con el eje x : $x - 2y = 4$

$$x - 2(0) = 4$$

$$x = 4$$

La intersección con el eje x es $(4, 0)$.

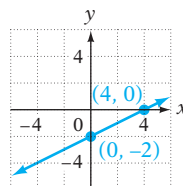
Intersección con el eje y : $x - 2y = 4$

$$0 - 2y = 4$$

$$-2y = 4$$

$$y = -2$$

La intersección con el eje y es $(0, -2)$.



- Para encontrar la intersección con el eje x , sea $y = 0$.

- Para encontrar la intersección con el eje y , sea $x = 0$.

- Grafica los pares ordenados $(4, 0)$ y $(0, -2)$. Trazas una recta a través de los puntos.

Problema 7

Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y para $4x - y = 4$. Trazas la recta.

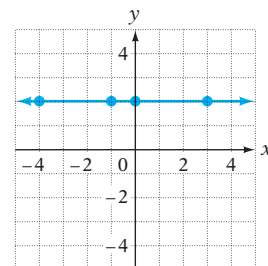
Solución

Revisa la página S12.

➡ Intenta resolver el ejercicio 103, página 226.

La gráfica de una ecuación en la cual falta una de las variables es una recta horizontal o una vertical.

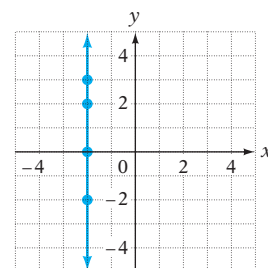
La ecuación $y = 2$ se podría escribir $0x + y = 2$. No importa cuál valor de x se elija, y es siempre 2. Algunas soluciones de la ecuación son $(3, 2)$, $(-1, 2)$, $(0, 2)$ y $(-4, 2)$. La gráfica se muestra a la derecha.



La **gráfica de $y = b$** es una línea horizontal que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(0, b)$.

Observa que $(0, b)$ es la intersección con el eje y de la gráfica de $y = b$. Una ecuación de la forma $y = b$ no tiene intersección con el eje x .

La ecuación $x = -2$ se podría escribir $x + 0y = -2$. No importa cuál valor de y se elija, x es siempre -2 . Algunas soluciones de la ecuación son $(-2, 3)$, $(-2, -2)$, $(-2, 0)$ y $(-2, 2)$. La gráfica se muestra a la derecha.



La **gráfica de $x = a$** es una recta vertical que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(a, 0)$.

Observa que $(a, 0)$ es la intersección con el eje x de la gráfica de $x = a$. Una ecuación de la forma $x = a$ no tiene intersección con el eje y .

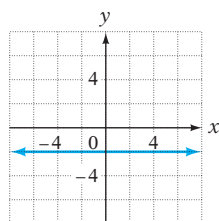
EJEMPLO 8

Grafica. A. $y = -2$ B. $x = 3$

Solución

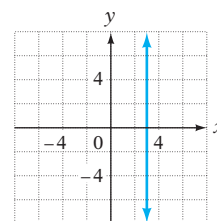
A. La gráfica de la ecuación de la forma $y = b$ es una recta horizontal con intersección con el eje y $(0, b)$.

La gráfica de la ecuación $y = -2$ es una recta horizontal a través de $(0, -2)$.



B. La gráfica de la ecuación de la forma $x = a$ es una recta vertical con intersección con el eje x $(a, 0)$.

La gráfica de la ecuación $x = 3$ es una recta vertical a través de $(3, 0)$.



Problema 8 Grafica. A. $y = 3$ B. $x = -4$

Solución

Revisa la página S12.

➡ Intenta resolver el ejercicio 87, página 226.

5.2 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. ¿Cuáles de las siguientes son ecuaciones lineales con dos variables?

- i) $y = -2x + 7$ ii) $x - 3y = 5$ iii) $y = -x^2 + 4$ iv) $y^2 = x - 6$

2. Proporciona el valor de m y el valor de b en cada ecuación.

- a. $y = 5x + 3$ b. $y = -\frac{1}{2}x - 8$ c. $y = x + 1$ d. $y = -x$

3. Declara si la gráfica de la ecuación es una recta.

a. $y = x^2 + 1$ b. $y = -x$ c. $y = \frac{1}{x}$ d. $y = 2 - \frac{1}{2}x$ e. $y = \sqrt{x} - 1$

4. Menciona los valores de x que elegirías para encontrar soluciones de número entero de la ecuación.

a. $y = \frac{3}{4}x + 2$ b. $y = -\frac{2}{5}x - 1$

5. ¿La ecuación está en la forma $y = mx + b$, en la forma $Ax + By = C$, o en ninguna?

a. $6x - 3y = 6$ b. $y = x - 1$ c. $8 - 4y = x$ d. $5x + 4y = 4$

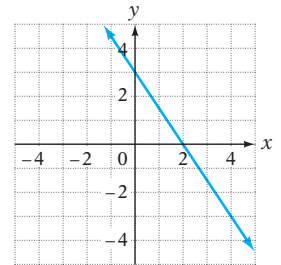
6. ¿Qué coordenada de una intersección con el eje x es 0?

7. ¿Qué coordenada de una intersección con el eje y es 0?

8. Describe la gráfica de una recta que tiene una intersección con el eje x , pero no una intersección con el eje y .

9. Describe la gráfica de una recta que tiene una intersección con el eje y , pero no una intersección con el eje x .

10. Menciona la intersección con el eje y de la gráfica que se muestra a la derecha.



1 Determinar soluciones de ecuaciones lineales con dos variables (Revisa las páginas 214-215).

PREPÁRATE

11. Para decidir si el par ordenado $(1, 7)$ es una solución de la ecuación $y = 2x + 5$, sustituye ? por 1 y ? por 7 para ver si el par ordenado $(1, 7)$ hace que la ecuación $y = 2x + 5$ sea una expresión verdadera.

12. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = -\frac{1}{4}x + 3$ que corresponde a $x = -8$.

$$y = -\frac{1}{4}x + 3$$

$$y = -\frac{1}{4}(-8) + 3 \quad \bullet \text{ Sustituye } \underline{?} \text{ por } \underline{?}.$$

$$y = \underline{?} + 3 \quad \bullet \text{ Multiplica.}$$

$$y = \underline{?} \quad \bullet \text{ Suma.}$$

El par ordenado que representa la solución que corresponde a $x = -8$ es $(\underline{?}, \underline{?})$.

13. ¿Es $(3, 4)$ una solución de $y = -x + 7$?

15. ¿Es $(-1, 2)$ una solución de $y = \frac{1}{2}x - 1$?

➡ 17. ¿Es $(4, 1)$ una solución de $y = \frac{1}{4}x + 1$?

19. ¿Es $(0, 4)$ una solución de $y = \frac{3}{4}x + 4$?

21. ¿Es $(0, 0)$ una solución de $y = 3x + 2$?

14. ¿Es $(2, -3)$ una solución de $y = x + 5$?

16. ¿Es $(1, -3)$ una solución de $y = -2x - 1$?

18. ¿Es $(-5, 3)$ una solución de $y = -\frac{2}{5}x + 1$?



20. ¿Es $(-2, 0)$ una solución de $y = -\frac{1}{2}x - 1$?

22. ¿Es $(0, 0)$ una solución de $y = -\frac{3}{4}x$?

23. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = 3x - 2$ que corresponde a $x = 3$.

24. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = 4x + 1$ que corresponde a $x = -1$.

25. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = \frac{2}{3}x - 1$ que corresponde a $x = 6$.

26. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = \frac{3}{4}x - 2$ que corresponde a $x = 4$.
27. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = -3x + 1$ que corresponde a $x = 0$.
28. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = \frac{2}{5}x - 5$ que corresponde a $x = 0$.
- ➡ 29. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = \frac{2}{5}x + 2$ que corresponde a $x = -5$.
30. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = -\frac{1}{6}x - 2$ que corresponde a $x = 12$.
31.  Utiliza la ecuación lineal $y = -3x + 6$.
- ¿Para qué valor de x el par ordenado $(x, 0)$ es una solución de la ecuación lineal $y = -3x + 6$?
 - Supongamos que (x, a) es una solución de la ecuación lineal $y = -3x + 6$, de manera que $x > 2$. ¿Es a un número positivo o un número negativo?
32.  Supongamos que $y = mx + b$ es una ecuación lineal en la cual $b = -2m$. ¿Para qué valor de x el par ordenado $(x, 0)$ será una solución de la ecuación?

2 Graficar ecuaciones de la forma $y = mx + b$ (Revisa las páginas 216-218).

PREPÁRATE

33. Encuentra tres puntos en la gráfica de $y = 3x - 4$ identificando los valores de y que correspondan a los valores de $x = -1, 0$ y 1 .
- Cuando $x = -1$, $y = \underline{\quad ? \quad}$. Un punto en la gráfica es $(\underline{\quad ? \quad}, \underline{\quad ? \quad})$.
 - Cuando $x = 0$, $y = \underline{\quad ? \quad}$. Un punto en la gráfica es $(\underline{\quad ? \quad}, \underline{\quad ? \quad})$.
 - Cuando $x = 1$, $y = \underline{\quad ? \quad}$. Un punto en la gráfica es $(\underline{\quad ? \quad}, \underline{\quad ? \quad})$.
34. Para encontrar puntos en la gráfica de $y = \frac{1}{5}x - 8$, es útil elegir valores x que sean divisibles entre $\underline{\quad ? \quad}$.

Gráfica.

35. $y = 2x - 3$

36. $y = -2x + 2$

37. $y = \frac{1}{3}x$

38. $y = -3x$

39. $y = \frac{2}{3}x - 1$

40. $y = \frac{3}{4}x + 2$

➡ 41. $y = -\frac{1}{4}x + 2$

42. $y = -\frac{1}{3}x + 1$

43. $y = -\frac{2}{5}x + 1$

44. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

➡ 45. $y = 2x - 4$

46. $y = 3x - 4$

47. $y = -x + 2$

48. $y = -x - 1$

49. $y = -\frac{2}{3}x + 1$

50. $y = 5x - 4$

51. $y = -3x + 2$

52. $y = -x + 3$



Grafica con ayuda de una calculadora graficadora.

53. $y = 3x - 4$

54. $y = 2x - 3$

55. $y = -2x + 3$

56. $y = -2x - 3$

57. $y = \frac{3}{4}x + 2$

58. $y = \frac{2}{3}x - 4$

59. $y = -\frac{3}{2}x - 3$

60. $y = -\frac{2}{5}x + 2$

3 Graficar ecuaciones de la forma $Ax + By = C$ (Revisa las páginas 218-222).**PREPÁRATE**61. Escribe la ecuación $x - 2y = -10$ en la forma $y = mx + b$.

$$x - 2y = -10$$

$$x - x - 2y = -x - 10$$

$$\underline{\quad ? \quad} = -x - 10$$

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{-x - 10}{-2}$$

$$y = \underline{\quad ? \quad} x + \underline{\quad ? \quad}$$

• Resta ? a cada lado de la ecuación

• Simplifica el lado izquierdo de la ecuación.

• Divide entre ? cada lado de la ecuación.

• Simplifica.

62. a. La intersección con el eje x de la gráfica de una ecuación lineal es el punto donde la gráfica cruza el ?. Su coordenada y es ?.b. La intersección con el eje y de la gráfica de una ecuación lineal es el punto donde la gráfica cruza el ?. Su coordenada x es ?.

Resuelve los ejercicios 63 y 64 utilizando la palabra *horizontal* o *vertical*.

63. La gráfica de la ecuación $y = 7$ es una recta ____? que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(0, 7)$.

64. La gráfica de la ecuación $x = -10$ es una recta ____? que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(-10, 0)$.

Escribe la ecuación en la forma $y = mx + b$.

65. $3x + y = 10$

66. $2x + y = 5$

67. $4x - y = 3$

68. $5x - y = 7$

➡ 69. $3x + 2y = 6$

70. $2x + 3y = 9$

71. $2x - 5y = 10$

72. $5x - 2y = 4$

73. $2x + 7y = 14$

74. $6x - 5y = 10$

75. $x + 3y = 6$

76. $x - 4y = 12$

Grafica.

➡ 77. $3x + y = 3$

78. $2x + y = 4$

79. $2x + 3y = 6$

80. $3x + 2y = 4$

81. $x - 2y = 4$

82. $x - 3y = 6$

83. $2x - 3y = 6$

84. $3x - 2y = 8$

85. $y = 4$

86. $y = -4$

➡ 87. $x = -2$

88. $x = 3$

Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y .

89. $x - y = 3$

90. $3x + 4y = 12$

91. $y = 2x - 6$

92. $y = 2x + 10$

93. $x - 5y = 10$

94. $3x + 2y = 12$

95. $y = 3x + 12$

96. $y = 5x + 10$

97. $2x - 3y = 0$

98. $3x + 4y = 0$

99. $y = \frac{1}{2}x + 3$

100. $y = \frac{2}{3}x - 4$

Grafica utilizando las intersecciones con el eje x y con el eje y .

101. $5x + 2y = 10$

102. $x - 3y = 6$

➡ 103. $3x - 4y = 12$

104. $2x - 3y = -6$

105. $2x + 3y = 6$

106. $x + 2y = 4$

107. $2x + 5y = 10$

108. $3x + 4y = 12$

109. $x - 3y = 6$

110. $3x - y = 6$

111. $x - 4y = 8$

112. $4x + 3y = 12$





Gráfica con ayuda de una calculadora graficadora. Verifica que la gráfica tenga las intersecciones correctas con el eje x y con el eje y .

113. $3x + 4y = -12$

114. $3x - 2y = -6$

115. $2x - y = 4$

116.  Supongamos que A y B son positivos y C es negativo. ¿La intersección con el eje y de la gráfica de $Ax + By = C$ está arriba o abajo del eje x ?

117.  Supongamos que A y C son negativos y B es positivo. ¿La intersección con el eje x de la gráfica de $Ax + By = C$ está a la izquierda o a la derecha del eje y ?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

118. a. Demuestra que la ecuación $y + 3 = 2(x + 4)$ es una ecuación lineal escribiéndola en la forma $y = mx + b$.

b. Encuentra la solución representada por el par ordenado que corresponde a $x = -4$.


119. a. Demuestra que la ecuación $y + 4 = -\frac{1}{2}(x + 2)$ es una ecuación lineal escribiéndola en la forma $y = mx + b$.

b. Encuentra la solución representada por el par ordenado que corresponde a $x = -2$.

120. Para la ecuación lineal $y = 2x - 3$, ¿cuál es el incremento en y cuando x aumenta 1?

121. Para la ecuación lineal $y = -x - 4$, ¿cuál es el decremento en y cuando x aumenta 1?

122. Escribe la ecuación de una recta que tiene $(0, 0)$ tanto en la intersección con el eje x como en la intersección con el eje y .

123.  Explica a. por qué la coordenada y de cualquier punto en el eje x es 0 y b. por qué la coordenada x de cualquier punto en el eje y es 0.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Para graficar una ecuación lineal se puede utilizar una calculadora graficadora. Éstas son las teclas clave para graficar $y = \frac{2}{3}x + 1$. Primero se ingresa la ecuación. Después se ingresan el dominio (Xmin a Xmax) y el rango (Ymin a Ymax). Esto se llama **ventana de visualización**. Xmin y Xmax son los valores menores y mayores de x que se mostrarán en la pantalla. Ymin y Ymax son los valores menores y mayores de y que se mostrarán en la pantalla.



Al cambiar las teclas clave 2   3  1, puedes graficar diferentes ecuaciones.

Grafica las siguientes ecuaciones.

124. $y = 2x + 1$ Para $2x$ puedes ingresar $2 \times x$ o sólo $2x$. El signo \times de multiplicación no es necesario en muchas calculadoras graficadoras.

125. $y = -\frac{1}{2}x - 2$ Utiliza la tecla  para ingresar un signo negativo.

126. $3x + 2y = 6$ Resuelve para y . Después ingresa la ecuación.

127. $4x + 3y = 75$ Debes ajustar la ventana de visualización. *Sugerencia:* Xmin = -25, Xmax = 25, Xscl = 5; Ymin = -35, Ymax = 35, Yscl = 5. Para ayuda consulta el Apéndice.

5.3

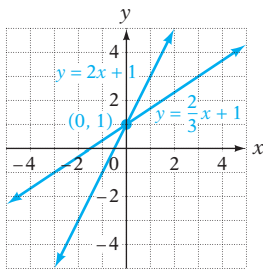
Pendientes de rectas

OBJETIVO 1

Calcular la pendiente de una recta

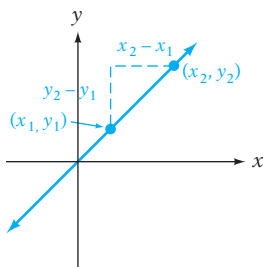
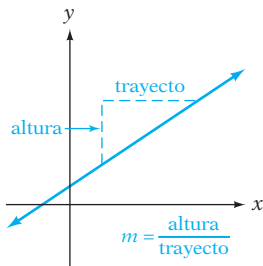
Las gráficas de $y = \frac{2}{3}x + 1$ y $y = 2x + 1$ se muestran en la parte superior de la siguiente página. Cada gráfica cruza el eje x en $(0, 1)$, pero las gráficas tienen diferentes inclinaciones. La **pendiente** de una recta es una medida de su inclinación. El símbolo de la pendiente es m .

La pendiente de una recta es la razón de cambio en las coordenadas y entre dos puntos cualesquiera en la recta por el cambio en las coordenadas x .



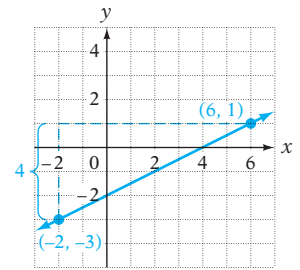
Toma nota

Se puede pensar en el cambio en los valores y como la *altura* de la recta y se puede pensar en el cambio en los valores x como el *trayecto*. Entonces

$$\text{pendiente} = m = \frac{\text{subida}}{\text{corrida}}.$$


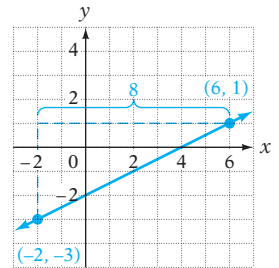
La recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(-2, -3)$ y $(6, 1)$ está representada a la derecha. El cambio en y es la diferencia entre las dos coordenadas y .

$$\text{Cambio en } y = 1 - (-3) = 4$$



El cambio en x es la diferencia entre las dos coordenadas x .

$$\text{Cambio en } x = 6 - (-2) = 8$$



Para la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(-2, -3)$ y $(6, 1)$,

$$\text{Pendiente} = m = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

La pendiente de la recta también se puede describir como la razón del cambio vertical (4 unidades) con el cambio horizontal (8 unidades) desde el punto cuyas coordenadas son $(-2, -3)$ hasta el punto cuyas coordenadas son $(6, 1)$.

FÓRMULA DE LA PENDIENTE

La pendiente de una recta que contiene dos puntos, P_1 y P_2 , cuyas coordenadas son (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , está dada por

$$\text{Pendiente} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, x_1 \neq x_2$$

En la forma de la pendiente, los puntos P_1 y P_2 son dos puntos cualesquiera en la recta. La pendiente de una recta es constante; entonces, la pendiente calculada, utilizando dos puntos cualesquiera en la recta, será la misma.

En la sección 1, objetivo 3 de este capítulo, calculamos la tasa de cambio promedio de la población de Estados Unidos para diferentes intervalos de tiempo. En cada caso, la tasa de cambio promedio era diferente. Observa que la gráfica de los datos de la población no estaba en una recta.

La gráfica de una ecuación de la forma $y = mx + b$ es una recta y la tasa de cambio promedio es constante. Podemos calcular la tasa de cambio promedio entre dos puntos cualesquiera en la recta y siempre será la misma. Para una ecuación lineal, se hace referencia a la tasa de cambio como una pendiente.

Concéntrate en calcular la pendiente de una recta

- Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(-1, 1)$ y $(2, 3)$.

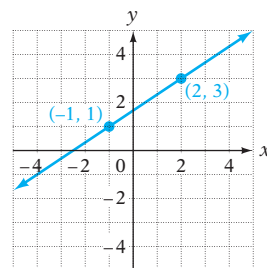
Sea $P_1 = (-1, 1)$ y $P_2 = (2, 3)$. Entonces $x_1 = -1$, $y_1 = 1$, $x_2 = 2$, y $y_2 = 3$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{2 - (-1)} = \frac{2}{3}$$

No importa cuál punto se llame P_1 y cuál P_2 ; la pendiente de la recta será la misma. Si los puntos se invierten, entonces $P_1 = (2, 3)$ y $P_2 = (-1, 1)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{-1 - 2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

Éste es el mismo resultado. Aquí la pendiente es un número positivo. Una recta que se inclina hacia arriba a la derecha tiene **pendiente positiva**.

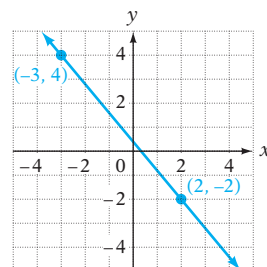


Pendiente positiva

- B.** Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(-3, 4)$ y $(2, -2)$.

Sea $P_1 = (-3, 4)$ y $P_2 = (2, -2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{2 - (-3)} = \frac{-6}{5} = -\frac{6}{5}$$



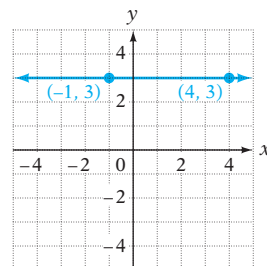
Pendiente negativa

Aquí la pendiente es un número negativo. Una recta que se inclina hacia abajo a la derecha tiene **pendiente negativa**.

- C.** Calcula la pendiente de una recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(-1, 3)$ y $(4, 3)$.

Sea $P_1 = (-1, 3)$ y $P_2 = (4, 3)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 3}{4 - (-1)} = \frac{0}{5} = 0$$



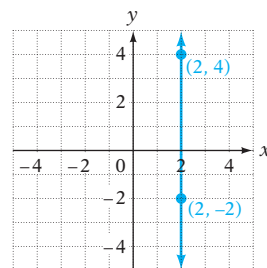
Pendiente cero

Cuando $y_1 = y_2$, la gráfica es una recta horizontal. Una recta horizontal tiene **pendiente cero**.

- D.** Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(2, -2)$ y $(2, 4)$.

Sea $P_1 = (2, -2)$ y $P_2 = (2, 4)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{2 - 2} = \frac{6}{0} \leftarrow \text{No es un número real}$$



Pendiente no definida

Toma nota

Pendiente positiva significa que el valor de y aumenta a medida que el valor de x aumenta.

Toma nota

Pendiente negativa significa que el valor de y disminuye a medida que se aumenta el valor de x . Compara esto con la pendiente positiva.

Cuando $x_1 = x_2$, el denominador de $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ es 0 y la gráfica es una recta vertical. Debido a que la división entre cero no está definida, la pendiente de la recta no está definida. La pendiente de una recta vertical **no está definida**.

EJEMPLO 1

Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos P_1 y P_2 .

- A. $P_1(-2, -1), P_2(3, 4)$ B. $P_1(-3, 1), P_2(2, -2)$
 C. $P_1(-1, 4), P_2(-1, 0)$ D. $P_1(-1, 2), P_2(4, 2)$

Solución

$$\text{A. } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-1)}{3 - (-2)} = \frac{5}{5} = 1$$

La pendiente es 1.

$$\text{B. } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 1}{2 - (-3)} = \frac{-3}{5}$$

La pendiente es $-\frac{3}{5}$.

$$\text{C. } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 4}{-1 - (-1)} = \frac{-4}{0}$$

La pendiente no está definida.

$$\text{D. } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 2}{4 - (-1)} = \frac{0}{5} = 0$$

La pendiente es 0.

Problema 1

Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos P_1 y P_2 .

- A. $P_1(-1, 2), P_2(1, 3)$ B. $P_1(1, 2), P_2(4, -5)$
 C. $P_1(2, 3), P_2(2, 7)$ D. $P_1(1, -3), P_2(-5, -3)$

Solución

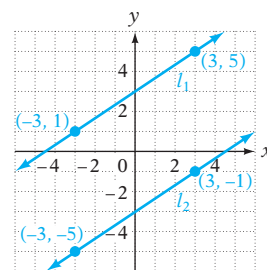
Revisa la página S12.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 237.

Dos rectas en el sistema de coordenadas rectangulares que nunca se intersecan se llaman **rectas paralelas**. Las rectas l_1 y l_2 representadas a la derecha son paralelas. Al calcular la pendiente de cada recta, tenemos

$$\text{Pendiente de } l_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{3 - (-3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Pendiente de } l_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-5)}{3 - (-3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



Observa que estas rectas paralelas tienen la misma pendiente. Esto es verdad para todas las rectas paralelas.

RECTAS PARALELAS

Dos rectas no verticales en el sistema de coordenadas rectangulares son paralelas si y sólo si tienen la misma pendiente. Cualesquiera dos rectas verticales en el sistema de coordenadas rectangulares son rectas paralelas.

EJEMPLOS

1. La gráfica de $y = -3x - 2$ es paralela a la gráfica de $y = -3x + 4$ debido a que ambas rectas tienen una pendiente de -3 .
2. La gráfica de $y = -6$ es paralela a la gráfica de $y = 5$ debido a que ambas rectas tienen pendiente 0.
3. La gráfica de $x = 2$ es paralela a la gráfica de $x = -1$ debido a que ambas rectas son verticales.

Debemos distinguir entre rectas verticales y no verticales en la descripción de las rectas paralelas, debido a que las rectas verticales en el sistema de coordenadas rectangulares son paralelas, pero sus pendientes no están definidas.

EJEMPLO 2

¿La recta que contiene los puntos $(-2, 1)$ y $(-5, -1)$ es paralela a la recta que contiene los puntos $(1, 0)$ y $(4, 2)$?

Solución

Calcula la pendiente de la recta a través de $(-2, 1)$ y $(-5, -1)$.

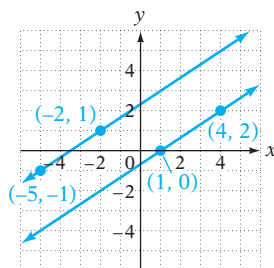
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 1}{-5 - (-2)} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

Calcula la pendiente de la recta a través de $(1, 0)$ y $(4, 2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{4 - 1} = \frac{2}{3}$$

Las pendientes son iguales.

Las rectas son paralelas.

**Problema 2**

¿La recta que contiene los puntos $(-2, -3)$ y $(7, 1)$ es paralela a la recta que contiene los puntos $(1, 4)$ y $(-5, 6)$?

Solución

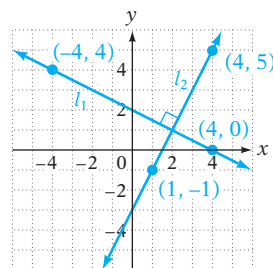
Revisa la página S12.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 237.

Dos rectas en el sistema de coordenadas rectangulares que se intersectan en un ángulo de 90° (ángulo recto) son **rectas perpendiculares**. Las rectas l_1 y l_2 representadas a la derecha son perpendiculares. Calculando la pendiente de cada recta, tenemos

$$\text{Pendiente de } l_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 4}{4 - (-4)} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Pendiente de } l_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-1)}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$$



Observa que el producto de las pendientes de l_1 y l_2 es $\left(-\frac{1}{2}\right)(2) = -1$. El producto de las pendientes de dos rectas perpendiculares cualesquiera es -1 .

RECTAS PERPENDICULARES

Dos rectas no verticales en el plano son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes son -1 . Una recta vertical y una horizontal son perpendiculares.

EJEMPLOS

1. La gráfica de $y = -3x + 1$ es perpendicular a la gráfica de $y = \frac{1}{3}x + 4$, debido a que el producto de sus pendientes es $(-3)(\frac{1}{3}) = -1$.
2. La gráfica de $y = -5$ es perpendicular a la gráfica de $x = 2$, debido a que una recta horizontal y una vertical son perpendiculares.

EJEMPLO 3

¿La recta que contiene los puntos $(3, -2)$ y $(-1, 4)$ es perpendicular a la recta que contiene los puntos $(-2, 5)$ y $(1, 3)$?

Solución

Calcula la pendiente de la recta a través de $(3, -2)$ y $(-1, 4)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{-1 - 3} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

Calcula la pendiente de la recta a través de $(-2, 5)$ y $(1, 3)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 5}{1 - (-2)} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$$

El producto de las pendientes es $(-\frac{3}{2})(-\frac{2}{3}) = 1$, no -1 .

No, las rectas no son perpendiculares.

Problema 3

¿La recta que contiene los puntos $(4, -5)$ y $(-2, 3)$ es perpendicular a la recta que contiene los puntos $(-1, 6)$ y $(-5, 3)$?

Solución

Revisa la página S12.

➡ Intenta resolver el ejercicio 49, página 238.



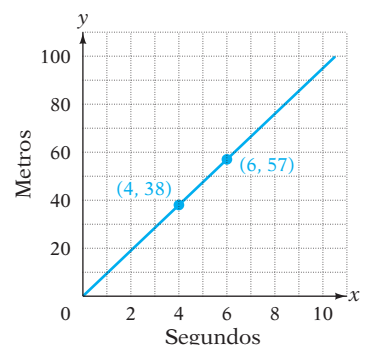
Florence Griffith-Joyner

BCU Photo Bank via AP Images

Existen muchas aplicaciones del concepto de pendiente. El siguiente es un ejemplo.

Cuando Florence Griffith-Joyner estableció el récord mundial para la carrera de 100 metros, su tasa de velocidad fue aproximadamente 9.5 m/s . La gráfica de la derecha muestra la distancia que recorrió durante su carrera que estableció un récord. En la gráfica, observa que después de 4 s había recorrido 38 m y que después de 6 s había recorrido 57 m . La pendiente de la recta entre estos dos puntos es

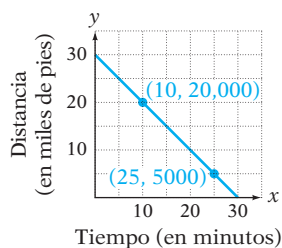
$$m = \frac{57 - 38}{6 - 4} = \frac{19}{2} = 9.5$$



Observa que la pendiente de la recta es igual que la tasa en la que estaba corriendo, 9.5 m/s . La velocidad promedio de un objeto se relaciona con la pendiente.

EJEMPLO 4

La gráfica de la derecha muestra la altura de un avión arriba de un aeropuerto durante su descenso de 30 minutos desde la altitud de crucero hasta el aterrizaje. Calcula la pendiente de la recta. Escribe una expresión que explique el significado de la pendiente.

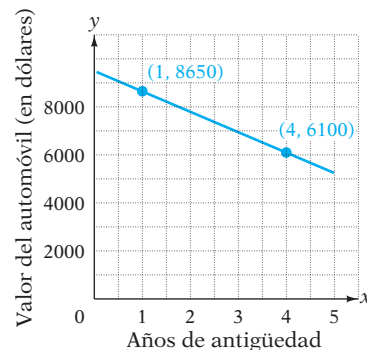
**Solución**

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{5000 - 20,000}{25 - 10} = \frac{-15,000}{15} = -1000 \end{aligned}$$

Una pendiente de -1000 significa que la altura del avión *disminuye* a una tasa de 1000 pies por minuto.

Problema 4

La gráfica de la derecha muestra la disminución del valor de un automóvil utilizado a lo largo de cinco años. Calcula la pendiente de la recta. Escribe una expresión que explique el significado de la pendiente.

**Solución**

Revisa la página S12.

➡ Intenta resolver el ejercicio 55, página 238.

OBJETIVO 2**Graficar una recta utilizando la pendiente y la intersección con el eje y**

Recuerda que podemos encontrar la intersección con el eje y de una ecuación lineal estableciendo $x = 0$. Para encontrar la intersección con el eje y de $y = 3x + 4$, sea $x = 0$.

$$\begin{aligned} y &= 3x + 4 \\ y &= 3(0) + 4 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

La intersección con el eje y es $(0, 4)$.

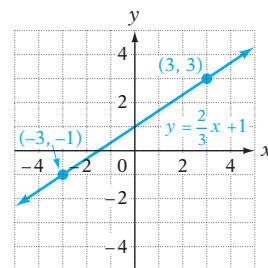
El término constante de $y = 3x + 4$ es la coordenada y de la intersección con el eje y .

En general, para cualquier ecuación de la forma $y = mx + b$, la intersección con el eje y es $(0, b)$.

La gráfica de la ecuación $y = \frac{2}{3}x + 1$ se muestra a la derecha. Los puntos cuyas coordenadas son $(-3, -1)$ y $(3, 3)$ aparecen en la gráfica. La pendiente de la recta es

$$m = \frac{3 - (-1)}{3 - (-3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Observa que la pendiente de la recta tiene el mismo valor que el coeficiente de x .

**FORMA PENDIENTE ORDENADA AL ORIGEN DE UNA RECTA**

Para cualquier ecuación de la forma $y = mx + b$, la pendiente de la recta es m , el coeficiente de x . La intersección con el eje y es $(0, b)$. La ecuación

$$y = mx + b$$

se llama **forma pendiente ordenada al origen**.

EJEMPLOS

1. La pendiente de la gráfica de $y = -\frac{3}{4}x + 1$ es $-\frac{3}{4}$. La intersección con el eje y es $(0, 1)$.

$$y = \boxed{m} x + \boxed{b}$$

$$y = -\frac{3}{4} x + 1$$

Pendiente = $m = -\frac{3}{4}$ intersección con el eje $y = (0, b) = (0, 1)$

2. La pendiente de la gráfica de $y = 5x - 2$ es 5. La intersección con el eje y es $(0, -2)$.
3. La pendiente de la gráfica de $y = x$ es 1. La intersección con el eje y es $(0, 0)$.

Cuando la ecuación de una recta está en la forma $y = mx + b$, la gráfica se puede trazar utilizando la pendiente y la intersección con el eje y . Primero localiza la intersección con el eje y . Utiliza la pendiente para encontrar un segundo punto en la recta. Después traza una recta a través de los dos puntos.

Concéntrate en graficar una recta utilizando la pendiente y la intersección con el eje y

Grafica $y = 2x - 3$ utilizando la pendiente y la intersección con el eje y .

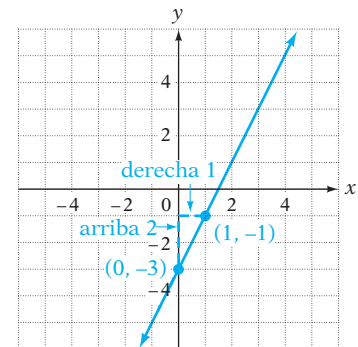
intersección con el eje $y = (0, b) = (0, -3)$

$$m = 2 = \frac{2}{1} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x}$$

Comenzando en la intersección con el eje y $(0, -3)$, desplaza hacia arriba 2 unidades (cambio en y) y después a la derecha 1 unidad (cambio en x).

$(1, -1)$ son las coordenadas de un segundo punto en la gráfica.

Traza una recta a través de $(0, -3)$ y $(1, -1)$.



Utilizando una calculadora graficadora, ingresa la ecuación $y = 2x - 3$ y verifica la gráfica que se muestra arriba. Traza a lo largo de la gráfica y verifica que $(0, -3)$ sea la intersección con el eje y y que el punto cuyas coordenadas son $(1, -1)$ esté en la gráfica.

EJEMPLO 5

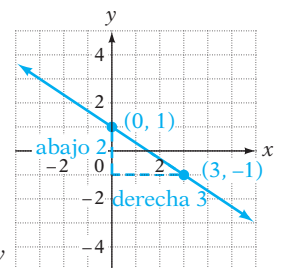
Grafica $y = -\frac{2}{3}x + 1$ utilizando la pendiente y la intersección con el eje y .

Solución intersección con el eje $y = (0, b) = (0, 1)$

$$m = -\frac{2}{3} = \frac{-2}{3}$$

Una pendiente de $-\frac{2}{3}$ significa desplazar hacia abajo 2 unidades (cambio en y) y después hacia la derecha 3 unidades (cambio en x).

Comenzando en la intersección con el eje y $(0, 1)$, desplaza hacia abajo 2 unidades y después a la derecha 3 unidades.



El punto cuyas coordenadas son $(3, -1)$ es un segundo punto en la gráfica.

Traza una recta a través de $(0, 1)$ y $(3, -1)$.

Problema 5 Grafica $y = -\frac{1}{4}x - 1$ utilizando la pendiente y la intersección con el eje y .

Solución Revisa la página S12.

➡ Intenta resolver el ejercicio 65, página 239.

EJEMPLO 6

Grafica $2x - 3y = 6$ utilizando la pendiente y la intersección con el eje y .

Solución Resuelve para y la ecuación.

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 6 \\ -3y &= -2x + 6 \\ y &= \frac{2}{3}x - 2 \end{aligned}$$

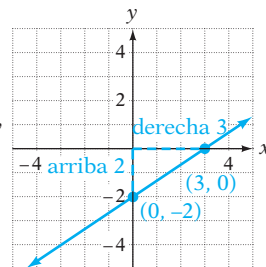
La pendiente es $m = \frac{2}{3}$.

La intersección con el eje y es $(0, -2)$.

Comenzando en la intersección con el eje y $(0, -2)$, desplaza hacia arriba 2 unidades (cambio en y) y después hacia la derecha 3 unidades (cambio en x).

El punto cuyas coordenadas son $(3, 0)$ es un segundo punto en la gráfica.

Traza una recta a través de $(0, -2)$ y $(3, 0)$.



Problema 6 Grafica $x - 2y = 4$ utilizando la pendiente y la intersección con el eje y .

Solución Revisa la página S13.

➡ Intenta resolver el ejercicio 75, página 240.



5.3 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

- ¿Cuál es el símbolo de la pendiente en la ecuación $y = mx + b$?
- ¿Cuál es el símbolo de la coordenada y de la intersección con el eje y en la ecuación $y = mx + b$?
- La fórmula de la pendiente es $m = \frac{?}{?}$.
- Una recta que se inclina hacia arriba a la derecha tiene pendiente $\frac{?}{?}$.
 - Una recta que se inclina hacia abajo a la derecha tiene pendiente $\frac{?}{?}$.
 - Una recta horizontal tiene pendiente $\frac{?}{?}$.
 - La pendiente de una recta vertical es $\frac{?}{?}$.

5. La pendiente de una recta es -4 . ¿Cuál es la pendiente de cualquier recta paralela a esta recta?
6. La pendiente de una recta es $\frac{6}{5}$. ¿Cuál es la pendiente de cualquier recta paralela a esta recta?
7. La pendiente de una recta es $\frac{3}{2}$. ¿Cuál es la pendiente de cualquier recta perpendicular a esta recta?
8. La pendiente de una recta es -6 . ¿Cuál es la pendiente de cualquier recta perpendicular a esta recta?

1 Calcular la pendiente de una recta (Revisa las páginas 228-234).

9.  Explica cómo calcular la pendiente de una recta cuando conoces dos puntos de ella.
10.  ¿Cuál es la diferencia entre una recta que tiene una pendiente cero y una recta cuya pendiente no está definida?

PREPÁRATE

11. Identifica cada valor x y cada valor y para insertar en la fórmula de la pendiente


$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ para calcular la pendiente de la recta que contiene } P_1(1, -4) \text{ y } P_2(3, 2).$$

$$y_2 = \text{?}; y_1 = \text{?}; x_2 = \text{?}; x_1 = \text{?}$$

12. La pendiente de la recta que contiene $P_1(-4, 3)$ y $P_2(1, -3)$ es $m = \frac{-3 - \text{?}}{1 - (\text{?})} = \text{?}$.

¿Esta recta se inclina hacia abajo a la derecha o hacia arriba a la derecha?

Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos P_1 y P_2 .

- | | | |
|-------------------------------|---|-------------------------------|
| 13. $P_1(4, 2), P_2(3, 4)$ | 14. $P_1(2, 1), P_2(3, 4)$ | 15. $P_1(-1, 3), P_2(2, 4)$ |
| 16. $P_1(-2, 1), P_2(2, 2)$ |  17. $P_1(2, 4), P_2(4, -1)$ | 18. $P_1(1, 3), P_2(5, -3)$ |
| 19. $P_1(-2, 3), P_2(2, 1)$ | 20. $P_1(5, -2), P_2(1, 0)$ | 21. $P_1(8, -3), P_2(4, 1)$ |
| 22. $P_1(0, 3), P_2(2, -1)$ | 23. $P_1(3, -4), P_2(3, 5)$ | 24. $P_1(-1, 2), P_2(-1, 3)$ |
| 25. $P_1(4, -2), P_2(3, -2)$ | 26. $P_1(5, 1), P_2(-2, 1)$ | 27. $P_1(0, -1), P_2(3, -2)$ |
| 28. $P_1(3, 0), P_2(2, -1)$ | 29. $P_1(-2, 3), P_2(1, 3)$ | 30. $P_1(4, -1), P_2(-3, -1)$ |
| 31. $P_1(-2, 4), P_2(-1, -1)$ | 32. $P_1(6, -4), P_2(4, -2)$ | 33. $P_1(-2, -3), P_2(-2, 1)$ |
| 34. $P_1(5, 1), P_2(5, -2)$ | 35. $P_1(-1, 5), P_2(5, 1)$ | 36. $P_1(-1, 5), P_2(7, 1)$ |

37. Proporciona la pendiente de cualquier recta que sea paralela a la recta $y = 4x + 6$.

38. Proporciona la pendiente de cualquier recta que sea paralela a la recta $y = x - 5$.

39. Proporciona la pendiente de cualquier recta que sea perpendicular a la recta $y = -\frac{1}{3}x - 2$.


40. Proporciona la pendiente de cualquier recta que sea perpendicular a la recta $y = 6x + 7$.

41. ¿Las gráficas de $y = \frac{3}{8}x - 5$ y $y = \frac{3}{8}x + 2$ son paralelas?


42. ¿Las gráficas de $y = -4x + 1$ y $y = 4x - 3$ son paralelas?

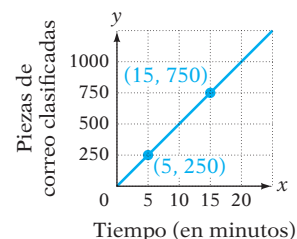
43. ¿Las gráficas de $y = \frac{7}{2}x$ y $y = -\frac{2}{7}x + 2$ son perpendiculares?


44. ¿Las gráficas de $y = 3x - 8$ y $y = -3x + 8$ son perpendiculares?

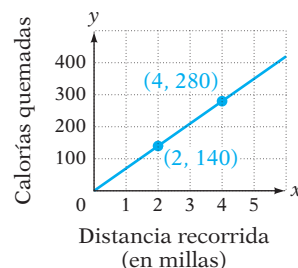
-  45. ¿La recta que contiene los puntos $(-4, 2)$ y $(1, 6)$ es paralela a la recta que contiene los puntos $(2, -4)$ y $(7, 0)$?


46. ¿La recta que contiene los puntos $(-5, 0)$ y $(0, 2)$ es paralela a la recta que contiene los puntos $(5, 1)$ y $(0, -1)$?
47. ¿La recta que contiene los puntos $(-2, -3)$ y $(7, 1)$ es paralela a la recta que contiene los puntos $(6, -5)$ y $(4, 1)$?
48. ¿La recta que contiene los puntos $(4, -3)$ y $(2, 5)$ es paralela a la recta que contiene los puntos $(-2, -3)$ y $(-4, 1)$?
- ➡ 49. ¿La recta que contiene los puntos $(1, -1)$ y $(3, -2)$ es perpendicular a la recta que contiene los puntos $(-4, 1)$ y $(2, -5)$?
50. ¿La recta que contiene los puntos $(0, 1)$ y $(2, 4)$ es perpendicular a la recta que contiene los puntos $(-4, -7)$ y $(2, 5)$?
51. ¿La recta que contiene los puntos $(5, 1)$ y $(3, -2)$ es perpendicular a la recta que contiene los puntos $(0, -2)$ y $(3, -4)$?
52. ¿La recta que contiene los puntos $(5, -2)$ y $(-1, 3)$ es perpendicular a la recta que contiene los puntos $(3, 4)$ y $(-2, -2)$?

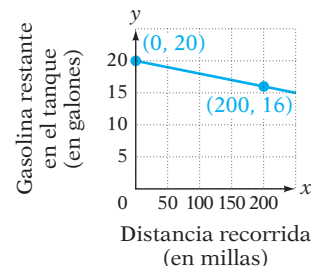
53.  **Servicio postal** La gráfica de la derecha muestra el trabajo logrado por un clasificador electrónico de correo. Calcula la pendiente de la recta. Escribe una expresión que explique el significado de la pendiente.




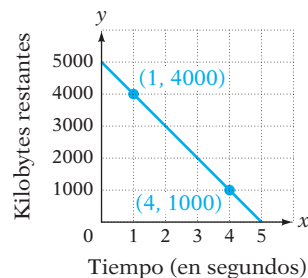
54.  **Salud** La gráfica de la derecha muestra la relación entre la distancia recorrida y las calorías quemadas. Calcula la pendiente de la recta. Escribe una expresión que explique el significado de la pendiente.



➡ 55.  **Consumo de combustible** La gráfica de la derecha muestra la forma en la cual la cantidad de gasolina en el tanque de un automóvil disminuye cuando éste es conducido a una velocidad constante de 60 mph. Calcula la pendiente de la recta. Escribe una expresión que explique el significado de la pendiente.



56.  **Ciencias computacionales** La gráfica de la derecha muestra la relación entre el tiempo y el número de kilobytes de un archivo que se deben descargar. Calcula la pendiente de la recta. Escribe una expresión que aclare el significado de la pendiente.



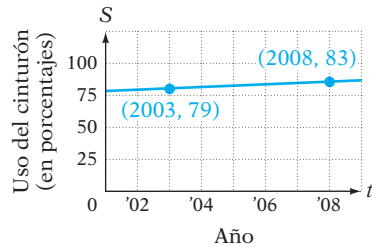
Uso del cinturón de seguridad Lee el recorte de noticias siguiente. Utiliza la información del mismo para los ejercicios 57 y 58.

En las noticias

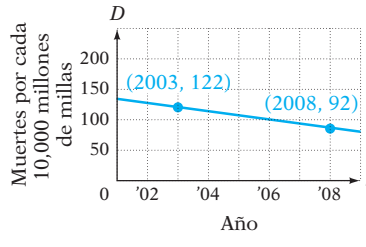
Ajustarse el cinturón de seguridad salva vidas

Las encuestas nacionales que elabora la Oficina Nacional de Seguridad Vial revelan que el incremento en el uso del cinturón de seguridad ha estado acompañado de una disminución en las muertes causadas por accidentes automovilísticos.

Uso del cinturón de seguridad



Muertes de pasajeros



Fuente: National Highway Traffic Safety Association

57. Calcula la pendiente de la recta en la gráfica del uso del cinturón de seguridad. Escribe una expresión que explique el significado de la pendiente en el contexto del artículo.
58. Calcula la pendiente de la recta en la gráfica de muertes de pasajeros. Escribe una expresión que explique el significado de la pendiente en el contexto del artículo.
59. Sea l una recta que pasa a través de los puntos (a, b) y (c, d) .
- Describe cualesquiera relaciones que deben existir entre los números a, b, c y d con el fin de que la pendiente de l no está definida.
 - Describe cualesquiera relaciones que deben existir entre los números a, b, c y d con el fin de que la pendiente l sea 0.
 - Supongamos que a, b, c y d son todos positivos con $a > c$ y $d > b$. ¿ l se inclina hacia arriba a la derecha o hacia abajo a la derecha?
60. La recta l pasa a través del punto $(-2, 4)$ y es paralela a la recta que pasa a través de los puntos $(-4, 1)$ y $(0, 3)$.
- ¿A través de cuáles cuadrantes pasa la recta l ?
 - ¿Hay cualesquiera puntos (a, b) en la recta l para los cuales tanto a como b son negativos?

2 Graficar una recta utilizando la pendiente y la intersección con el eje y (Revisa las páginas 234-236).

PREPÁRATE

61. La pendiente de la recta con la ecuación $y = 5x - 3$ es ? y su intersección con el eje y es ?.
62. ¿Por qué se dice que una ecuación de la forma $y = mx + b$ está en la forma pendiente ordenada al origen?

Grafica utilizando la pendiente y la intersección con el eje y .

63. $y = 3x + 1$

64. $y = -2x - 1$

65. $y = \frac{2}{5}x - 2$

66. $y = \frac{3}{4}x + 1$

67. $2x + y = 3$

68. $3x - y = 1$

69. $x - 2y = 4$


70. $x + 3y = 6$

71. $y = \frac{2}{3}x$

72. $y = \frac{1}{2}x$

73. $y = -x + 1$

74. $y = -x - 3$

 75. $3x - 4y = 12$


76. $5x - 2y = 10$


77. $y = -4x + 2$

78. $y = 5x - 2$

79. $4x - 5y = 20$

80. $x - 3y = 6$

81.  Supongamos que A , B y C son números positivos. ¿La intersección con el eje y de la gráfica de $Ax + By = C$ está arriba o abajo del eje x ? ¿La gráfica se inclina hacia arriba a la derecha o hacia abajo a la derecha?

82.  Supongamos que A es un número negativo y B y C son números positivos. ¿La intersección con el eje y de la gráfica de $Ax + By = C$ está arriba o abajo del eje x ? ¿La gráfica se inclina hacia arriba a la derecha o hacia abajo a la derecha?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

83. ¿Qué efecto tiene incrementar el coeficiente de x en la gráfica de $y = mx + b$, $m > 0$?

84. ¿Qué efecto sobre la gráfica de $y = mx + b$, $m > 0$ tiene disminuir el coeficiente de x ?

85. ¿Qué efecto sobre la gráfica de $y = mx + b$ tiene incrementar el término constante?

86. ¿Qué efecto sobre la gráfica de $y = mx + b$ tiene disminuir el término constante?

87. Relaciona cada ecuación con su gráfica.

i) $y = -2x + 4$

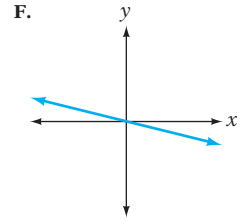
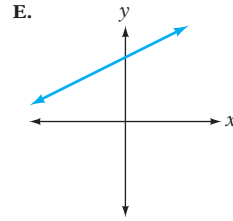
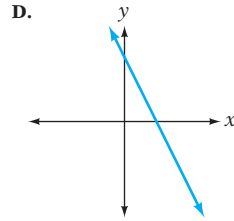
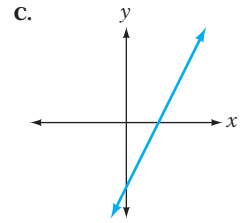
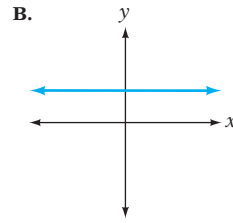
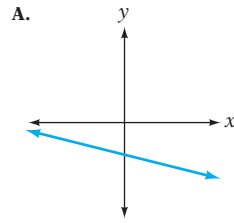
ii) $y = 2x - 4$

iii) $y = 2$

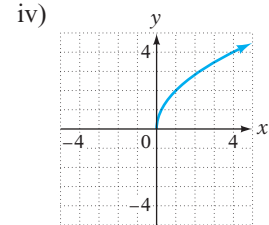
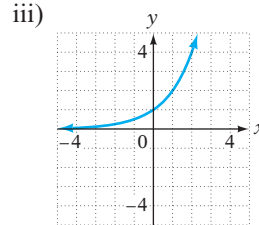
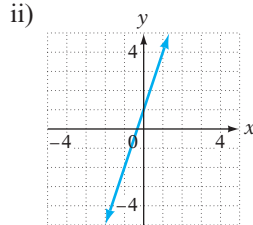
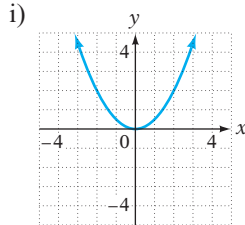
iv) $2x + 4y = 0$

v) $y = \frac{1}{2}x + 4$

vi) $y = -\frac{1}{4}x - 2$



88. ¿Cuál de las gráficas muestra una tasa de cambio constante?



89. ¿Las gráficas de todas las rectas tienen intersección con el eje y ? De no ser así, proporciona un ejemplo de una que no la tenga.

90. Si dos rectas tienen la misma pendiente e intersección con el eje y , ¿las gráficas de las rectas deben ser iguales? De no ser así, proporciona un ejemplo.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Para cada par de ecuaciones explica cómo distinguirlas entre sus gráficas.

91. a. $y = \frac{3}{5}x - 2$

b. $y = -\frac{3}{5}x - 2$

92. a. $y = x + 1$

b. $y = -x + 1$

93. a. $y = \frac{3}{4}x + 5$

b. $y = \frac{3}{4}x - 5$

94. a. $y = 2x - 4$

b. $y = 2x + 4$

95. a. $y = 6$

b. $x = 6$

96. a. $y = 1$

b. $y = -1$

5.4

Ecuaciones de rectas

OBJETIVO 1

Encontrar la ecuación de una recta utilizando la ecuación $y = mx + b$

Cuando se conocen la pendiente y un punto de la recta, la ecuación de la recta se puede escribir utilizando la forma pendiente ordenada al origen, $y = mx + b$. En el ejemplo 1 siguiente, el punto conocido es la intersección con el eje y .

EJEMPLO 1

Encuentra la ecuación de la recta que tiene pendiente 3 e intersección con el eje y (0, 2).

Solución

$$y = mx + b$$

$$y = 3x + b$$

$$y = 3x + 2$$

• La pendiente dada, 3, es m . Sustituye m por 3.

• El punto dado, (0, 2), es la intersección con el eje y . Sustituye b por 2.

La ecuación cuya pendiente es 3 y su intersección con el eje y (0, 2) es $y = 3x + 2$.

Problema 1

Encuentra la ecuación de la recta que tiene pendiente $\frac{4}{3}$ e intersección con el eje y (0, -1).

Solución

Revisa la página S13.

➡ Intenta resolver el ejercicio 7, página 246.

En el siguiente ejemplo, el punto conocido es un punto distinto de la intersección con el eje y .

Concéntrate

en encontrar la ecuación de una recta dados la pendiente y un punto en la recta

Encuentra la ecuación de la recta que tiene pendiente $\frac{1}{2}$ y contiene el punto cuyas coordenadas son (-2, 4).

$$y = mx + b$$

La pendiente dada, $\frac{1}{2}$, es m . Sustituye m por $\frac{1}{2}$.

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

El punto dado, (-2, 4) es una solución de la ecuación de la recta. Sustituye en la ecuación x y y por las coordenadas del punto.

$$4 = \frac{1}{2}(-2) + b$$

Resuelve para b la intersección con el eje y .

$$4 = -1 + b$$

$$5 = b$$

Escribe la ecuación de la recta sustituyendo por sus valores m y b en la ecuación $y = mx + b$.

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{1}{2}x + 5$$

La ecuación de la recta que tiene pendiente $\frac{1}{2}$ y contiene el punto cuyas coordenadas son (-2, 4) es $y = \frac{1}{2}x + 5$.

Toma nota

Cada par ordenado es de la forma (x, y) . Para el punto (-2, 4), -2 es el valor x y 4 el valor y . Sustituye x por -2 y y por 4.

EJEMPLO 2

Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son (3, -3) y tiene pendiente $\frac{2}{3}$.

Solución

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{2}{3}x + b$$

$$-3 = \frac{2}{3}(3) + b$$

$$-3 = 2 + b$$

$$-5 = b$$

$$y = \frac{2}{3}x - 5$$

- Sustituye m con la pendiente dada.

- Sustituye en la ecuación x y y con las coordenadas del punto dado.

- Resuelve para b .

- Escribe la ecuación de la recta sustituyendo m y b por sus valores en $y = mx + b$.

La ecuación de la recta es $y = \frac{2}{3}x - 5$.

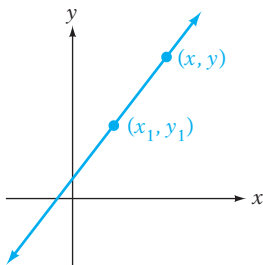
Problema 2

Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(4, -2)$ y tiene pendiente $\frac{3}{2}$.

Solución

Revisa la página S13.

➡ Intenta resolver el ejercicio 13, página 246.

OBJETIVO 2**Encontrar la ecuación de una recta utilizando la forma punto-pendiente**

Un método alternativo para encontrar la ecuación de una recta, dadas la pendiente y las coordenadas de un punto en la recta, implica el uso de la forma punto-pendiente. La forma punto-pendiente se deriva de la fórmula de la pendiente.

Sean (x_1, y_1) las coordenadas del punto dado en la recta, y (x, y) las coordenadas de cualquier otro punto en la recta. Utiliza la fórmula para la pendiente.

Multiplica por $(x - x_1)$ ambos lados de la ecuación.

Simplifica.

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1}(x - x_1) = m(x - x_1)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

FORMA PUNTO-PENDIENTE

La ecuación de la recta que tiene pendiente m y contiene el punto cuyas coordenadas son (x_1, y_1) se puede encontrar por medio de la forma punto-pendiente:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

EJEMPLO 3

Utiliza la forma punto-pendiente para encontrar la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(-2, -1)$ y tiene pendiente $\frac{3}{2}$.

Solución

$$(x_1, y_1) = (-2, -1)$$

$$m = \frac{3}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-1) = \frac{3}{2}[x - (-2)]$$

$$y + 1 = \frac{3}{2}(x + 2)$$

$$y + 1 = \frac{3}{2}x + 3$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

- Sea (x_1, y_1) el punto dado.

- m es la pendiente dada.

- Ésta es la forma punto-pendiente.

- Sustituye x_1 por -2 , y_1 por -1 , y m por $\frac{3}{2}$.

- Reescribe la ecuación en la forma $y = mx + b$.

La ecuación de la recta es $y = \frac{3}{2}x + 2$.

Problema 3

Utiliza la forma punto-pendiente para encontrar la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(5, 4)$ y tiene pendiente $\frac{2}{5}$.

Solución

Revisa la página S13.

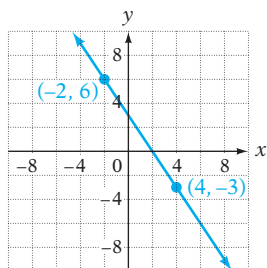
➡ Intenta resolver el ejercicio 35, página 248.

OBJETIVO 3**Encontrar la ecuación de una recta dados dos puntos**

La recta que pasa a través de los puntos cuyas coordenadas son $(-2, 6)$ y $(4, -3)$ se muestra abajo a la izquierda. En el siguiente ejemplo encontramos la ecuación de esta recta.

Concéntrate

en encontrar la ecuación de una recta dados dos puntos



Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través de los puntos cuyas coordenadas son $(-2, 6)$ y $(4, -3)$.

Utiliza la fórmula de la pendiente con $(x_1, y_1) = (-2, 6)$ y $(x_2, y_2) = (4, -3)$ para calcular la pendiente de la recta entre los dos puntos.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 6}{4 - (-2)} = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$$

La pendiente de la recta es $-\frac{3}{2}$.

Ahora utiliza la forma punto-pendiente con $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$m = -\frac{3}{2} \text{ y } (x_1, y_1) = (-2, 6).$$

$$y - 6 = -\frac{3}{2}[x - (-2)]$$

$$y - 6 = -\frac{3}{2}(x + 2)$$

$$y - 6 = -\frac{3}{2}x - 3$$

Utiliza la propiedad distributiva.

Escribe en la forma pendiente ordenada al origen.

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

Comprobación: Puedes verificar que ésta es la ecuación correcta sustituyendo $(-2, 6)$ y $(4, -3)$ en la ecuación, como se muestra a continuación.

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$6 \mid -\frac{3}{2}(-2) + 3$$

$$6 \mid 3 + 3$$

$$6 = 6 \checkmark$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$-3 \mid -\frac{3}{2}(4) + 3$$

$$-3 \mid -6 + 3$$

$$-3 = -3 \checkmark$$

La ecuación de la recta es $y = -\frac{3}{2}x + 3$.

Toma nota

Podríamos haber utilizado $(4, -3)$ para (x_i, y_i) en lugar de $(-2, 6)$. El resultado habría sido el mismo

$$y - y_i = m(x - x_i)$$

$$y - (-3) = -\frac{3}{2}(x - 4)$$

$$y + 3 = -\frac{3}{2}x + 6$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

EJEMPLO 4

Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través de los puntos cuyas coordenadas son $(-4, -5)$ y $(8, 4)$.

Solución Calcula la pendiente de la recta entre los dos puntos.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-5)}{8 - (-4)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

• Sea $(x_1, y_1) = (-4, -5)$ y $(x_2, y_2) = (8, 4)$.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

• Utiliza la forma punto-pendiente.

$$y - (-5) = \frac{3}{4}[x - (-4)]$$

• $m = \frac{3}{4}; (x_1, y_1) = (-4, -5)$

$$y + 5 = \frac{3}{4}(x + 4)$$

$$y + 5 = \frac{3}{4}x + 3$$

• Utiliza la propiedad distributiva.

$$y = \frac{3}{4}x - 2$$

• Escribe en la forma pendiente ordenada al origen.

La ecuación de la recta es $y = \frac{3}{4}x - 2$.

Problema 4 Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través de los puntos cuyas coordenadas son $(-3, -9)$ y $(1, -1)$.

Solución Revisa la página S13.

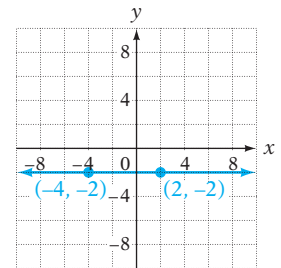
➡ Intenta resolver el ejercicio 49, página 248.

Si los dos puntos dados se encuentran en una recta horizontal, se puede utilizar el procedimiento anterior para encontrar la ecuación de la recta. Sin embargo, es más rápido sólo recordar que la ecuación de una recta horizontal es $y = b$, donde b es la intersección con el eje y de la gráfica de la recta, b es también la coordenada y de cada uno de los dos puntos dados.

Concéntrate en encontrar la ecuación de una recta horizontal

Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través de los puntos cuyas coordenadas son $(-4, -2)$ y $(2, -2)$.

Las coordenadas de los dos puntos son iguales. Los puntos se encuentran en una recta horizontal. La ecuación de la recta es $y = b$, donde b es la intersección con el eje y de la gráfica de la recta. La ecuación de la recta es $y = -2$.

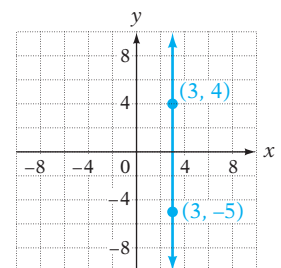


Si los dos puntos dados se encuentran en una recta vertical, el procedimiento anterior no se puede utilizar para encontrar la ecuación de la recta. En este caso, recuerda que la ecuación de una recta vertical es $x = a$, donde a es la intersección con el eje x de la gráfica de la recta. a es también la coordenada x de cada uno de los dos puntos dados.

Concéntrate en encontrar la ecuación de una recta vertical

Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través de los puntos cuyas coordenadas son $(3, 4)$ y $(3, -5)$.

Las coordenadas x de los dos puntos son iguales. Los puntos se encuentran en una recta vertical. La ecuación de la recta es $x = a$, donde a es la intersección con el eje x de la gráfica de la recta. La ecuación de la recta es $x = 3$.



5.4 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. La gráfica de la ecuación $y = 5x + 7$ tiene pendiente ? e intersección con el eje y $(0, \text{?})$.
2. Si la ecuación de una recta tiene intersección $(0, 4)$, entonces 4 puede sustituir a ? en la ecuación $y = mx + b$.
3. Si se afirma que la intersección con el eje y es 2, entonces la intersección con el eje y es el punto $(\text{?}, \text{?})$.
4. La ecuación de la recta contiene el punto $(-3, 1)$. Esto significa que cuando y es ?, x es ?.
5. La forma punto-pendiente es ?.
6. ¿Qué propiedades de una recta debemos conocer con el fin de utilizar la forma punto-pendiente para encontrar la ecuación de la recta?

- 1 Encontrar la ecuación de una recta utilizando la ecuación $y = mx + b$** (Revisa las páginas 242-243).

PREPÁRATE

- ➡ 7. En la ecuación de la recta que tiene pendiente 3 e intersección con el eje y $(0, 1)$, $m = \text{?}$ y $b = \text{?}$. La ecuación es $y = \text{?}$.

8. Para encontrar la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-4, 1)$ y tiene pendiente $\frac{3}{2}$, primero utiliza el punto y la pendiente dados para encontrar la intersección con el eje y de la recta:

$$y = mx + b$$

$$1 = \frac{3}{2}(-4) + b$$

$$1 = \text{?} + b$$

$$\text{?} = b$$

• Escribe la ecuación en la forma pendiente ordenada al origen de la ecuación de una recta.

• Sustituye y por ?, m por ?, y x por ?.

• Resuelve para b .

La intersección con el eje y de la recta a través de $(-4, 1)$ que tiene pendiente $\frac{3}{2}$ es $(0, \text{?})$.



9. Después de que encuentras la ecuación de una recta dados su pendiente y las coordenadas de un punto en la recta, ¿cómo puedes determinar si tienes la ecuación correcta?
10. ¿A través de qué punto debe pasar la gráfica de $y = mx$?

Utiliza la forma pendiente ordenada al origen.

11. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(0, 2)$ y tiene pendiente 2.
12. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(0, -1)$ y tiene pendiente -2 .
- ➡ 13. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-1, 2)$ y tiene pendiente -3 .
14. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(2, -3)$ y tiene pendiente 3.
15. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(3, 1)$ y tiene pendiente $\frac{1}{3}$.

16. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-2, 3)$ y tiene pendiente $\frac{1}{2}$.
17. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(4, -2)$ y tiene pendiente $\frac{3}{4}$.
18. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(2, 3)$ y tiene pendiente $-\frac{1}{2}$.
19. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(5, -3)$ y tiene pendiente $-\frac{3}{5}$.
20. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(5, -1)$ y tiene pendiente $\frac{1}{5}$.
21. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(2, 3)$ y tiene pendiente $\frac{1}{4}$.
22. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-1, 2)$ y tiene pendiente $-\frac{1}{2}$.
23. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-3, -5)$ y tiene pendiente $-\frac{2}{3}$.
24. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-4, 0)$ y tiene pendiente $\frac{5}{2}$.

2 Encontrar la ecuación de una recta utilizando la forma punto-pendiente (Revisa las páginas 243-244).

25.  ¿Cuándo se utiliza la forma punto-pendiente?
26.  Explica el significado de cada variable en la forma de punto-pendiente.

PREPÁRATE



27. En la ecuación de la recta que tiene pendiente $-\frac{4}{5}$ e intersección con el eje y $(0, 3)$, m es ? y b es ?. La ecuación es $y = \underline{\hspace{1cm}}$.
28. Realiza las sustituciones apropiadas en la forma punto-pendiente para encontrar la ecuación de la recta que contiene el punto $(3, 2)$ y tiene pendiente 6.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})(x - \underline{\hspace{1cm}})$$

Utiliza la forma punto-pendiente.

29. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(1, -1)$ y tiene pendiente 2.
30. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(2, 3)$ y tiene pendiente -1 .
31. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(-2, 1)$ y tiene pendiente -2 .
32. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(-1, -3)$ y tiene pendiente -3 .
33. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(0, 0)$ y tiene pendiente $\frac{2}{3}$.
34. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(0, 0)$ y tiene pendiente $-\frac{1}{5}$.

- ➡ 35. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(2, 3)$ y tiene pendiente $\frac{1}{2}$.
36. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(3, -1)$ y tiene pendiente $\frac{2}{3}$.
37. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(-4, 1)$ y tiene pendiente $-\frac{3}{4}$.
38. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(-5, 0)$ y tiene pendiente $-\frac{1}{5}$.
39. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(-2, 1)$ y tiene pendiente $\frac{3}{4}$.
40. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(3, -2)$ y tiene pendiente $\frac{1}{6}$.
41. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(-3, -5)$ y tiene pendiente $-\frac{4}{3}$.
42. Encuentra la ecuación de la recta que pasa a través del punto cuyas coordenadas son $(3, -1)$ y tiene pendiente $\frac{3}{5}$.
43.  a. Utiliza la forma punto-pendiente para encontrar la ecuación de la recta con pendiente m e intersección con el eje y en $(0, b)$.
b. ¿Tu respuesta a la parte (a) simplifica la forma pendiente ordenada al origen de una recta con pendiente m e intersección con el eje y $(0, b)$?
44.  a. Utiliza la forma punto-pendiente para encontrar la ecuación de la recta que pasa a través del punto $(5, 3)$ y tiene pendiente cero.
b. ¿Tu respuesta a la parte (a) simplifica para la ecuación de una recta horizontal a través de $(0, 3)$?

3 Encontrar la ecuación de una recta dados dos puntos (Revisa las páginas 244-245).


PREPÁRATE


45. Te piden que encuentres la ecuación de una recta dadas las coordenadas de dos puntos en la recta. Antes de utilizar la forma punto-pendiente, debes encontrar la ? de la recta entre los dos puntos.
46. Traza la recta descrita en el ejercicio indicado. Utiliza tu gráfica para determinar si el valor de m en la ecuación de la recta es positivo o negativo.
a. En el ejercicio 47, el valor de m en la ecuación de la recta es ?.
b. En el ejercicio 49, el valor de m en la ecuación de la recta es ?.

Encuentra la ecuación de la recta a través de los puntos dados.

- | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 47. $(-2, -2)$ y $(1, 7)$ | 48. $(1, 5)$ y $(3, 9)$ | ➡ 49. $(-5, 1)$ y $(2, -6)$ | 50. $(-3, 9)$ y $(1, 1)$ |
| 51. $(5, -1)$ y $(-5, 11)$ | 52. $(-6, 12)$ y $(-4, 9)$ | 53. $(-10, -3)$ y $(5, -9)$ | 54. $(-6, -13)$ y $(6, -1)$ |
| 55. $(1, 5)$ y $(-6, 5)$ | 56. $(-3, -4)$ y $(5, -4)$ | 57. $(5, -1)$ y $(5, -7)$ | 58. $(-3, 6)$ y $(-3, 0)$ |
| 59. $(-20, -8)$ y $(5, 12)$ | 60. $(-6, 19)$ y $(2, 7)$ | 61. $(0, -2)$ y $(-6, 1)$ | 62. $(15, -9)$ y $(-20, 5)$ |
| 63. $(6, -11)$ y $(-3, 1)$ | 64. $(14, -1)$ y $(-7, -7)$ | 65. $(3, 6)$ y $(0, -3)$ | 66. $(5, 9)$ y $(-5, 3)$ |

67. $(-1, -3)$ y $(2, 6)$ 68. $(-3, 6)$ y $(4, -8)$ 69. $(3, -5)$ y $(3, 1)$ 70. $(2, -1)$ y $(5, -1)$

71.  ¿Es posible encontrar la ecuación de una recta por medio de tres puntos dados? Explica.

72.  Si $y = 2x - 3$ y (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son las coordenadas de dos puntos en la gráfica de la recta, ¿cuál es el valor de $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

¿Existe una ecuación lineal que contenga todos los pares ordenados dados? Si la hay, encuentra la ecuación.

73. $(5, 1), (4, 2), (0, 6)$ 74. $(-2, -4), (0, -3), (4, -1)$
 75. $(-1, -5), (2, 4), (0, 2)$ 76. $(3, -1), (12, -4), (-6, 2)$

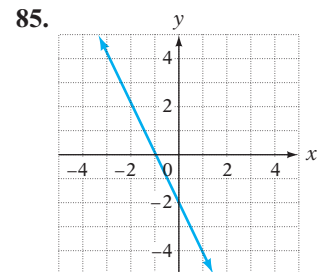
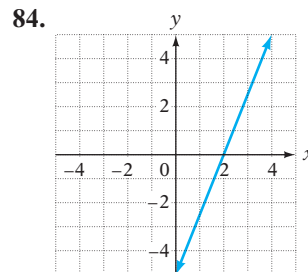
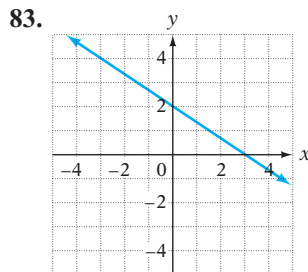
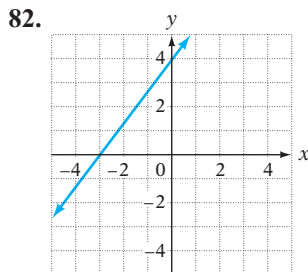
Los pares ordenados dados son soluciones de la misma ecuación lineal. Encuentra n .

77. $(0, 1), (4, 9), (3, n)$ 78. $(2, 2), (-1, 5), (3, n)$
 79. $(2, -2), (-2, -4), (4, n)$ 80. $(1, -2), (-2, 4), (4, n)$

81. La gráfica de una ecuación lineal pasa a través de los puntos $(2, 3)$ y $(-1, -3)$. También pasa a través del punto $(1, y)$. Encuentra el valor de y .

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Para los ejercicios 82 al 85, (a) encuentra la intersección con el eje x en la gráfica, (b) encuentra la intersección con el eje y en la gráfica, (c) determina la pendiente, y (d) escribe la ecuación de la forma punto-pendiente.



5.5

Funciones

OBJETIVO 1

Introducción a las funciones

La definición de *conjunto* que dimos en el capítulo “Repaso previo al álgebra” establece que una serie es una colección de objetos. Recuerda que los objetos en un conjunto se llaman elementos del conjunto. Los elementos de un conjunto pueden ser cualquier cosa.

El conjunto de los planetas en nuestro sistema solar es

$\{\text{Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno}\}$

Los objetos en un conjunto se pueden ordenar en pares. Cuando los elementos de un conjunto son pares ordenados, el conjunto se llama una relación. Una **relación** es cualquier conjunto de pares ordenados.

El conjunto $\{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25)\}$ es una relación. Hay cinco elementos en el conjunto. Los elementos son los pares ordenados $(1, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 9)$, $(4, 16)$ y $(5, 25)$.

La siguiente tabla muestra el número de horas que pasa cada uno de ocho estudiantes en el laboratorio de matemáticas durante la semana del examen parcial y la calificación que recibió cada estudiante en el examen parcial de matemáticas.

Horas	2	3	4	4	5	6	6	7
Calificación	60	70	70	80	85	85	95	90

Esta información se puede escribir como la relación

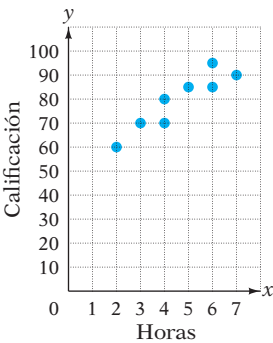
$\{(2, 60), (3, 70), (4, 70), (4, 80), (5, 85), (6, 85), (6, 95), (7, 90)\}$

donde la primera coordenada de cada par ordenado es las horas transcurridas en el laboratorio de matemáticas y la segunda coordenada es la calificación en el examen parcial.

El **dominio** de una relación es el conjunto de las primeras coordenadas de los pares ordenados. El **rango** es el conjunto de las segundas coordenadas de los pares ordenados. Para la relación anterior,

Domínio = $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ Rango = $\{60, 70, 80, 85, 90, 95\}$

La **gráfica de una relación** es la gráfica de los pares ordenados que pertenecen a la relación. La gráfica de la relación anterior se muestra a la izquierda. El eje horizontal representa el dominio (las horas transcurridas en el laboratorio de matemáticas) y el eje vertical representa el rango (la calificación del examen).



Una **función** es un tipo especial de relación en la cual no hay dos pares ordenados que tengan la misma primera coordenada y diferentes segundas coordenadas. La relación anterior no es una función debido a que los pares ordenados $(4, 70)$ y $(4, 80)$ tienen la misma primera coordenada y diferentes segundas coordenadas. Los pares ordenados $(6, 85)$ y $(6, 95)$ también tienen la misma primera coordenada y segundas coordenadas diferentes.

La tabla a la derecha describe una escala de calificaciones que define una relación entre la puntuación de un examen y una calificación en letras. Algunos de los pares ordenados en esta relación son $(38, F)$, $(73, C)$ y $(94, A)$.

Puntuación	Calificación por letras
90–100	A
80–89	B
70–79	C
60–69	D
0–59	F

Esta relación define una función debido a que no existen dos pares ordenados que puedan tener la *misma* primera coordenada y segundas coordenadas *diferentes*. Por ejemplo, no es posible tener un promedio de 73 con cualquier otra calificación que no sea C. Ambas $(73, C)$ y $(73, A)$ no pueden ser pares ordenados que pertenezcan a la función, o dos estudiantes con la misma puntuación obtendrían diferentes calificaciones. Observa que $(81, B)$ y $(88, B)$ son pares ordenados de esta función. Los pares ordenados de una función pueden tener el mismo *segundo* par coordenado con *primeras* coordenadas diferentes.

El dominio de esta función es $\{0, 1, 2, 3, \dots, 98, 99, 100\}$.

El rango de esta función es $\{A, B, C, D, F\}$.

EJEMPLO 1

Encuentra el dominio y el rango de la relación $\{(-5, 1), (-3, 3), (-1, 5)\}$. ¿Es la relación una función?

Solución El dominio es $\{-5, -3, -1\}$.

- El dominio de la relación es el conjunto de los primeros componentes de los pares ordenados.

El rango es $\{1, 3, 5\}$.

- El rango de la relación es el conjunto de los segundos componentes de los pares ordenados.

No existen dos pares ordenados que tengan la misma primera coordenada.
La relación es una función.

Problema 1 Encuentra el dominio y el rango de la relación $\{(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$. ¿Es la relación una función?

Solución Revisa la página S13.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 256.

Aun cuando una función se puede describir en términos de pares ordenados o en una tabla, las funciones a menudo son descritas por una ecuación. La letra f se utiliza comúnmente para representar una función, pero se puede utilizar cualquier letra.

La función “cuadrado” le asigna a cada número real su cuadrado. La función del cuadrado es descrita por la ecuación

$$f(x) = x^2 \quad \text{Lee } f(x) \text{ como “} f \text{ de } x \text{” o “el valor de } f \text{ en } x \text{.”}$$

$f(x)$ es el símbolo para el número que hace par con x . En términos de los pares ordenados, esto se escribe $(x, f(x))$. $f(x)$ es el **valor de la función** en x , debido a que es el resultado de evaluar la expresión algebraica. Por ejemplo, $f(4)$ significa sustituir f por 4 y después simplificar la expresión numérica resultante. Este proceso se llama **evaluación de la función**.

La notación $f(4)$ se utiliza para indicar el número que hace par con 4. Para evaluar $f(x) = x^2$ en 4, reemplaza x con 4 y simplifica.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 \\ f(4) &= 4^2 \\ f(4) &= 16 \end{aligned}$$

La función del cuadrado eleva un número al cuadrado y cuando 4 es elevado al cuadrado, el resultado es 16. Para la función cuadrado, el número 4 hace par con 16. En otras palabras, cuando x es 4, $f(x)$ es 16. El par ordenado $(4, 16)$ es un elemento de la función.

Es importante recordar que $f(x)$ no significa f multiplicado por x . La letra f representa la función y $f(x)$ es el número que hace par con x .

EJEMPLO 2

Evalúa $f(x) = 2x - 4$ en $x = 3$. Escribe un par ordenado que sea un elemento de la función.

Solución

$$f(x) = 2x - 4$$

$$f(3) = 2(3) - 4$$

$$f(3) = 6 - 4$$

$$f(3) = 2$$

- Escribe la función.

- $f(3)$ es el número que hace pareja con 3.

Sustituye x por 3 y evalúa.

El par ordenado $(3, 2)$ es un elemento de la función.

Problema 2 Evalúa $f(x) = -5x + 1$ at $x = 2$. Escribe un par ordenado que sea un elemento de la función.

Solución Revisa la página S13.

➡ Intenta resolver el ejercicio 25, página 256.

Cuando una función es descrita por una ecuación y se especifica el dominio, el rango de la función se puede encontrar al evaluar la función en cada punto del dominio.

EJEMPLO 3

Encuentra el rango de la función dado por la ecuación

$f(x) = -3x + 2$ si el dominio es $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$. Escribe cinco pares ordenados que pertenezcan a la función.

Solución

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -3x + 2 \\
 f(-4) &= -3(-4) + 2 = 12 + 2 = 14 \\
 f(-2) &= -3(-2) + 2 = 6 + 2 = 8 \\
 f(0) &= -3(0) + 2 = 0 + 2 = 2 \\
 f(2) &= -3(2) + 2 = -6 + 2 = -4 \\
 f(4) &= -3(4) + 2 = -12 + 2 = -10
 \end{aligned}$$

- Escribe la función.
- Sustituye x por cada miembro del dominio.

El rango es $\{-10, -4, 2, 8, 14\}$.

Los pares ordenados $(-4, 14)$, $(-2, 8)$, $(0, 2)$, $(2, -4)$, y $(4, -10)$ pertenecen a la función.

Problema 3

Encuentra el rango de la función dado por la ecuación

$f(x) = 4x - 3$ si el dominio es $\{-5, -3, -1, 1\}$. Escribe cuatro pares ordenados que pertenezcan a la función.

Solución

Revisa la página S13.

➡ Intenta resolver el ejercicio 35, página 256.

OBJETIVO**2****Graficar funciones lineales**

Las soluciones de la ecuación

$$y = 7x - 3$$

son pares ordenados (x, y) . Por ejemplo, los pares ordenados $(-1, -10)$, $(0, -3)$ y $(1, 4)$ son soluciones de la ecuación. Por consiguiente, la ecuación define una relación.

No es posible sustituir un valor de x en la ecuación $y = 7x - 3$ y obtener dos valores diferentes de y . Por ejemplo, el número 1 en el dominio no puede hacer par con cualquier número distinto de 4 en el rango. (*Recuerda:* una función no puede tener pares ordenados en los cuales la misma relación sea par con segundas coordenadas diferentes). Por consiguiente, la ecuación define una función.

La ecuación $y = 7x - 3$ es de la forma $y = mx + b$. En general, cualquier ecuación de la forma $y = mx + b$ es una función.

En la ecuación $y = 7x - 3$, la variable y se llama la **variable dependiente**, debido a que su valor depende del valor de x . La variable x se llama la **variable independiente**. Elegimos un valor para x y lo sustituimos en la ecuación para determinar el valor de y . Decimos que y es una función de x .

Cuando una ecuación define a y como una función de x , con frecuencia se utiliza la notación de función para hacer hincapié en que la relación es una función. En este caso, es común utilizar la notación $f(x)$. Por consiguiente, podemos escribir la ecuación

$$y = 7x - 3$$

en notación de función como

$$f(x) = 7x - 3$$

La **gráfica de una función** es una gráfica de los pares ordenados (x, y) de la función. Debido a que la gráfica de la ecuación $y = mx + b$ es una recta, una función de la forma $f(x) = mx + b$ es una **función lineal**.

Toma nota

Cuando y es una función de x , y $f(x)$ son intercambiables

Concéntrate en graficar una función lineal

Grafica: $f(x) = \frac{2}{3}x - 1$

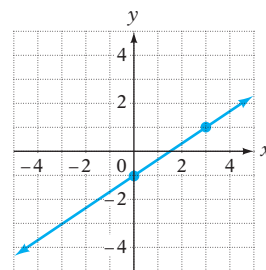
Piensa en la función como la ecuación $y = \frac{2}{3}x - 1$.

Esta es la ecuación de una recta.

La intersección con el eje y es $(0, -1)$. La pendiente es $\frac{2}{3}$.

Grafica el punto $(0, -1)$. Desde la intersección con el eje y , desplaza hacia arriba 2 unidades y después a la derecha 3 unidades. Grafica el punto $(3, 1)$.

Traza una recta a través de los dos puntos.

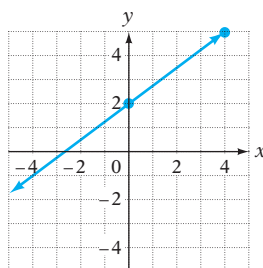


EJEMPLO 4

Grafica: $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$

Solución $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$

$$y = \frac{3}{4}x + 2$$



• Piensa en la función como la ecuación $y = \frac{3}{4}x + 2$.

• La gráfica es una recta con intersección con el eje y $(0, 2)$ y pendiente $\frac{3}{4}$.

Problema 4 Grafica: $f(x) = -\frac{1}{2}x - 3$

Solución Revisa la página S13.

➡ Intenta resolver el ejercicio 51, página 257.



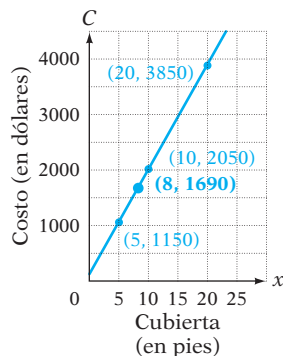
Las calculadoras graficadoras se utilizan para graficar las funciones. Utilizando una de estas calculadoras, ingresa la ecuación $y = \frac{3}{4}x + 2$ y verifica la gráfica trazada en el ejemplo 4. Traza a lo largo de la gráfica y verifica que $(-4, -1)$, $(0, 2)$ y $(4, 5)$ sean coordenadas de los puntos en la gráfica. Ahora ingresa la ecuación dada en el problema 4 y verifica la gráfica que trazaste.

Existe una variedad de aplicaciones de las funciones lineales. Por ejemplo, supongamos que un instalador de cubiertas de mármol para cocina cobra \$250 más \$180 por pie lineal de cubierta. La ecuación que describe el costo total C (en dólares) por tener x pies de cubierta instalados es $C = 180x + 250$. En esta situación, C es una función de x ; el costo total depende de cuántos pies de cubierta se instalen. Por consiguiente, podríamos reescribir la ecuación

$$C = 180x + 250$$

como la función

$$f(x) = 180x + 250$$



Para graficar $f(x) = 180x + 250$, primero elegimos un dominio razonable para tener $x \leq 0$, debido a que nadie ordenaría una instalación de 0 pies de cubierta y cualquier cantidad menor que 0 sería una cantidad negativa de cubierta. El límite superior de 25 se elige debido a que la mayoría de las cocinas tienen menos de 25 pies de cubierta.

La elección de $x = 5, 10$, y 20 resulta en los pares ordenados $(5, 1150)$, $(10, 2050)$ y $(20, 3850)$. Grafica estos puntos y traza una recta a través de ellos. La gráfica se muestra a la izquierda.

El punto cuyas coordenadas son $(8, 1690)$ está en la gráfica. Este par ordenado se puede interpretar como si significara que **la instalación de 8 pies de cubierta cuesta \$1690**.

EJEMPLO 5

El valor V de una inversión de \$2500 a una tasa de interés anual simple de 6% lo da la ecuación $V = 150t + 2500$, donde t es la cantidad de tiempo, en años, que se invierte el dinero.

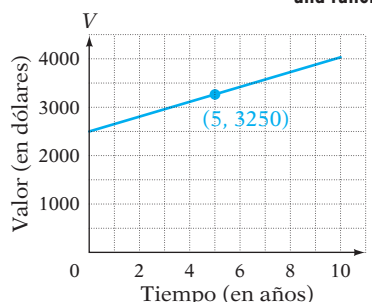
- Escribe la ecuación en notación de función.
- Grafica la ecuación para los valores de t entre 0 y 10.
- El punto cuyas coordenadas son $(5, 3250)$ está en la gráfica. Escribe una expresión que explique el significado de este par ordenado.

Solución

- $V = 150t + 2500$
 $f(t) = 150t + 2500$

• El valor V de la inversión depende de la cantidad de tiempo t que se invierte. El valor V es una función del tiempo t .

-



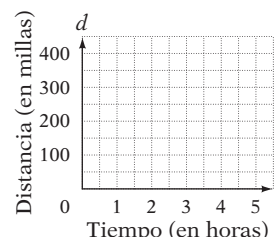
• Algunos pares ordenados de la función son $(2, 2800)$, $(4, 3100)$ y $(6, 3400)$.

- El par ordenado $(5, 3250)$ significa que en 5 años el valor de la inversión será \$3250.

Problema 5

Un automóvil viaja a una velocidad uniforme de 40 mph. La distancia d (en millas) que recorre en t horas la proporciona la ecuación $d = 40t$.

- Escribe la ecuación en notación de función.
- Utiliza los ejes coordenados de la derecha para graficar esta ecuación para valores de t entre 0 y 5.
- El punto cuyas coordenadas son $(3, 120)$ está en la gráfica. Escribe una expresión que explique el significado de este par ordenado.



Solución

Revisa la página S13.

➡ Intenta resolver el ejercicio 61, página 258.

5.5 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. Indica si la ecuación es una ecuación lineal. De ser así, escríbela en notación de función.

a. $y = -\frac{3}{5}x - 2$

b. $y = x + 1$

c. $y = x^2 + 5$

d. $y^2 = 3x + 6$

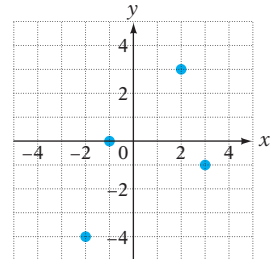
e. $y = 2x - 4$

f. $y = 6$

2. Las gráficas de $y = \frac{1}{4}x - 6$ y $f(x) = \underline{\quad? \quad}$ son idénticas.

3. Para la relación graficada a la derecha, el dominio es $\{\underline{\quad? \quad}\}$.

4. El valor de la función $\{(-3, 3), (-2, 2), (-1, 1), (0, 0)\}$ en -2 es $\underline{\quad? \quad}$.



1 Introducción a las funciones (Revisa las páginas 249-252).

PREPÁRATE

5. Una relación es un conjunto de $\underline{\quad? \quad}$. El conjunto de primeras coordenadas de los pares ordenados se llama $\underline{\quad? \quad}$.

6. a. El símbolo $f(x)$ se lee “ f $\underline{\quad? \quad} x$ ” o “El valor de f $\underline{\quad? \quad} x$.” Es un símbolo para el número que la función f hace par con $\underline{\quad? \quad}$.

b. El símbolo $f(3)$ es un símbolo para el número con el que la función hace par con $\underline{\quad? \quad}$.

c. Si $f(x) = 4x - 1$, entonces $f(3) = 4(\underline{\quad? \quad}) - 1 = \underline{\quad? \quad}$. Esto significa que $(\underline{\quad? \quad}, \underline{\quad? \quad})$ es un par ordenado de la función f .

7. **Maratones** Revisa el recorte de noticias de la derecha. La tabla siguiente muestra las edades y los tiempos de llegada de los primeros ocho finalistas en el Manhattan Island Swim. Escribe una relación en la cual la primera coordenada es la edad de un nadador y la segunda su tiempo de llegada. ¿Es la relación una función?

Edades (en años)	35	45	38	24	47	51	35	48
Tiempo (en horas)	7.50	7.58	7.63	7.78	7.80	7.86	7.89	7.92

8. **Salud** La tabla de la derecha muestra el límite de ingestión de grasas saturadas en gramos proporcionado por el Departamento de Agricultura de Estados Unidos. Escribe una relación en la cual la primera coordenada es la ingestión diaria de calorías de una persona y la segunda coordenada es el límite de la ingestión de grasas saturadas. ¿Es la relación una función?

Para los ejercicios 9 y 10, utiliza los siguientes conjuntos. El conjunto A es el conjunto de todas las fechas del año ($\{\text{Enero 1, Enero 2, Enero 3, ...}\}$). El conjunto B es el conjunto de todas las personas del mundo.

9. Una relación tiene un dominio A y un rango B . Cada par ordenado en la relación está en la forma (fecha, persona nacida en esa fecha). ¿Es esta relación una función?

10. Una relación tiene un dominio B y un rango A . Cada par ordenado en la relación está en la forma (fecha, persona nacida en esa fecha). ¿Es esta relación una función?


En las noticias

Los nadadores recorren la distancia


Veintitres nadadores completaron el Manhattan Island Swim anual de la ciudad de Nueva York. Los nadadores inician en Battery Park City-South Cove y nadan 28.5 millas alrededor de la isla de Manhattan. El finalista en primer lugar, de 35 años de edad, nadó la distancia en 7 horas, 30 minutos y 15 segundos.

Fuente: www.nycswim.org

Calorías diarias	Grasas saturadas (en gramos)
1600	18
2000	20
2200	24
2500	25
2800	31


11.  **Jogging** La tabla de la derecha muestra la cantidad de calorías que quema en una hora una persona que pesa 150 libras mientras corre a varias velocidades, en millas por hora. Escribe una relación en la cual la primera coordenada es la velocidad del corredor y la segunda la cantidad de calorías quemadas. ¿Es la relación una función?

Velocidad (en mph)	Calorías
4	411
5	514
6	618
7	720
8	823

12.  **Salud** La tabla de la derecha muestra las tasas de natalidad de varios países, en nacimientos por mil y la esperanza de vida, en años. (Fuente: www.cka.gov). Escribe una relación en la cual la primera coordenada es la tasa de natalidad y la segunda la esperanza de vida. ¿Es la relación una función?

País	Tasa de natalidad	Esperanza de vida
Bélgica	10.48	78.6
Brasil	16.8	71.7
Martinica	14.14	79.0
México	21.0	75.2
Suecia	10.36	80.4
Estados Unidos	14.14	77.7

Completa la expresión utilizando las palabras *dominio* y *rango*.

13. Para la función $f(x) = 3x - 4$, $f(-1) = -7$. El número -1 está en el ? de la función y el número -7 está en el ? de la función.
14.  $f(a)$ representa un valor en el ? de una función cuando a es un valor en el ? de la función.

Calcula el dominio y el rango de la relación. Indica si la relación es o no una función.

15. $\{(0, 0), (2, 0), (4, 0), (6, 0)\}$
16. $\{(-2, 2), (0, 2), (1, 2), (2, 2)\}$
- ➡ 17. $\{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (2, 8)\}$
18. $\{(-4, 4), (-2, 2), (0, 0), (-2, -2)\}$
19. $\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
20. $\{(0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)\}$
21. $\{(-2, -3), (2, 3), (-1, 2), (1, 2), (-3, 4), (3, 4)\}$
22. $\{(-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 5)\}$

Evalúa la función en el valor dado de x . Escribe un par ordenado que sea un elemento de la función.

23. $f(x) = 4x$; $x = 10$
24. $f(x) = 8x$; $x = 11$
- ➡ 25. $f(x) = x - 5$; $x = -6$
26. $f(x) = x + 7$; $x = -9$
27. $f(x) = 3x^2$; $x = -2$
28. $f(x) = x^2 - 1$; $x = -8$
29. $f(x) = 5x + 1$; $x = \frac{1}{2}$
30. $f(x) = 2x - 6$; $x = \frac{3}{4}$
31. $f(x) = \frac{2}{5}x + 4$; $x = -5$
32. $f(x) = \frac{3}{2}x - 5$; $x = 2$
33. $f(x) = 2x^2$; $x = -4$
34. $f(x) = 4x^2 + 2$; $x = -3$

Calcula el rango de la función definida por la ecuación dada. Escribe cinco pares ordenados que pertenezcan a la función.

- ➡ 35. $f(x) = 3x - 4$; dominio = $\{-5, -3, -1, 1, 3\}$
36. $f(x) = 2x + 5$; dominio = $\{-10, -5, 0, 5, 10\}$

37. $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$; dominio = $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$

38. $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$; dominio = $\{-8, -4, 0, 4, 8\}$

39. $f(x) = x^2 + 6$; dominio = $\{-3, -1, 0, 1, 3\}$

40. $f(x) = 3x^2 + 6$; dominio = $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2 Gráficar funciones lineales (Revisa las páginas 252-254).**PREPÁRATE**

41. En la ecuación lineal $y = 5x - 9$, la variable independiente es ? y la variable dependientes ?. Para escribir esta ecuación en notación de función, sustituye y con el símbolo ?.

42. Para graficar la función $f(x) = \frac{1}{2}x + 4$, Sustituye $f(x)$ con ?. ¿Es esta la ecuación de una recta con intersección con el eje y ? y pendiente ??

Grafica.

43. $f(x) = 5x$

44. $f(x) = -4x$

45. $f(x) = x + 2$


46. $f(x) = x - 3$

47. $f(x) = 6x - 1$

48. $f(x) = 3x + 4$

49. $f(x) = -2x + 3$

50. $f(x) = -5x - 2$

 51. $f(x) = \frac{1}{3}x - 4$

52. $f(x) = \frac{3}{5}x + 1$

53. $f(x) = 4$

54. $f(x) = -3$



Grafica utilizando una calculadora graficadora.

55. $f(x) = 2x - 1$

56. $f(x) = -3x - 1$

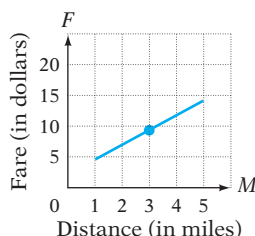
57. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

58. $f(x) = \frac{2}{3}x + 4$

59. $f(x) = \frac{5}{2}x$

60. $f(x) = -1$

- ➡ 61. **Tarifas de taxis** Lee el recorte de noticias de la derecha. Un pasajero de un taxi de San Francisco puede utilizar la ecuación $F = 2.25M + 2.65$ para calcular la tarifa F en dólares, para un recorrido de M millas.
- Escribe la ecuación en notación de función.
 - Utiliza los ejes coordenados de la gráfica de la derecha para graficar la ecuación para los valores de M entre 1 y 5.
 - El punto $(3, 9.40)$ está en la gráfica. Escribe una expresión que explique el significado de este par ordenado.



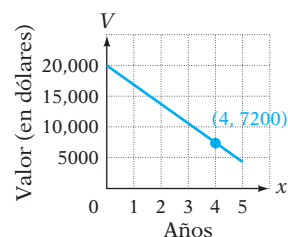
En las noticias

Los primeros taxis híbridos

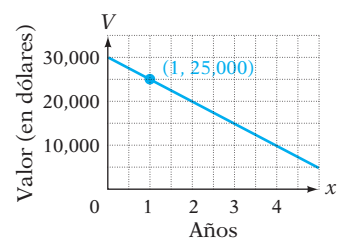
Los primeros taxis híbridos de la nación, 15 vehículos de San Francisco, han llegado a la marca de retiro de 300,000 millas. Con los costos reducidos de la gasolina, los conductores de los automóviles híbridos se han mantenido a \$9000 más por año de sus cuotas de pasajeros (\$3.10 por los primeros 0.2 minutos más \$45 por cada 0.2 milla adicional) que los conductores de taxis convencionales.

Fuente: Los Angeles Times

62. **Depreciación** La depreciación es la disminución del valor de un activo. Por ejemplo, una empresa compra un camión en \$20,000. El camión es un activo que vale \$20,000. Sin embargo, en 5 años, el valor del camión habrá disminuido y tal vez sólo valga \$4000. Una ecuación que representa esta disminución es $V = 20,000 - 3200x$, donde V es el valor, en dólares, del camión después de x años.
- Escribe la ecuación en notación de función.
 - Utiliza los ejes coordenados de la derecha para graficar la ecuación para valores de x entre 0 y 5.
 - El punto $(4, 7200)$ está en la gráfica. Escribe un enunciado que explique el significado de este par ordenado.

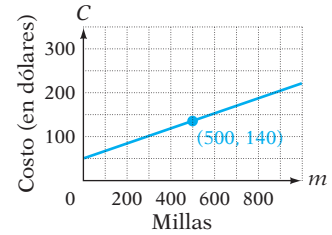


63. **Depreciación** Una empresa utiliza la ecuación $V = 30,000 - 5000x$ para estimar el valor depreciado, en dólares, de una computadora. (Revisa el ejercicio 62.)
- Escribe la ecuación en notación de función.
 - Utiliza los ejes coordenados de la derecha para graficar la ecuación para valores de x entre 0 y 5.
 - El punto $(1, 25,000)$ está en la gráfica. Escribe una expresión que explique el significado de este par ordenado.



- 64. Negocios** Una compañía de renta de automóviles cobra una tarifa de “entrega” de \$50 por devolver un automóvil en una ubicación diferente de donde lo rentó. Además, cobra una tarifa de \$0.18 por milla que es conducido el automóvil. Una ecuación que representa el costo total de rentar un automóvil de esta empresa es $C = 0.18m + 50$, donde C es el costo total, en dólares, y m el número de millas que es conducido el automóvil.

- Escribe la ecuación en notación de función.
- Utiliza los ejes coordenados de la derecha para graficar la ecuación para valores de m entre 0 y 1000.
- El punto $(500, 140)$ está en la gráfica. Escribe una expresión que explique el significado de este par ordenado.



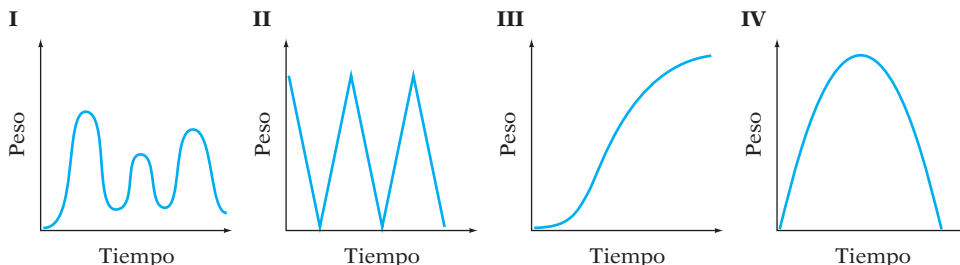
APLICACIÓN DE CONCEPTOS

- Una función f consiste en las pares ordenados $\{(-4, -6), (-2, -2), (0, 2), (2, 6), (4, 10)\}$. Encuentra $f(2)$.
 - Una función f consiste en las pares ordenados $\{(0, 9), (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)\}$. Encuentra $f(1)$.
- 66.** Una de las funciones representadas en las tablas siguientes es lineal. Determina cuál de las funciones es lineal y explica por qué lo es.

x	$g(x)$
1	22.50
2	25.19
3	28.20
4	31.57
5	35.35
6	39.58

x	$h(x)$
1	2.3
2	2.6
3	2.9
4	3.2
5	3.5
6	3.8

- 67. Gráficas de estatura-tiempo** La estatura de un niño es una función de su edad. La gráfica de esta función no es lineal, debido a que los niños pasan por incrementos repentinos de crecimiento a medida que se desarrollan. Sin embargo, para que la gráfica sea razonable, la función debe ser una función creciente (es decir, a medida que aumenta la edad, aumenta la estatura), debido a que los niños no pierden estatura a medida que crecen. Iguala cada función descrita a continuación con una gráfica razonable de la función.
- La altura de un avión durante el despegue depende de cuánto tiempo ha transcurrido desde que el partió.
 - La altura de un balón de fútbol arriba del suelo está relacionada con el número de segundos que han transcurrido desde que fue pateado.
 - Un jugador de baloncesto está driblando un balón. La distancia del balón al suelo está relacionada con el número de segundos que han pasado desde que el jugador empezó a driblar el balón.
 - Dos niños están sentados juntos en una montaña rusa. La altura de los niños arriba del suelo depende de cuánto tiempo han estado en el recorrido.



PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

68. La investigación de una relación entre dos variables es una tarea importante en las aplicaciones matemáticas. Por ejemplo, los botánicos estudian la relación entre el número de bushels de trigo producidos por acre y la cantidad de riego por acre. Los científicos ambientales estudian la relación entre la incidencia de cáncer de piel y la cantidad de ozono en la atmósfera. Los analistas de negocios estudian la relación entre el precio de un producto y el número de productos que se venden a ese precio. Describe una relación que sea importante para tu principal campo de estudio.
69. Las funciones son una parte de nuestra vida cotidiana. Por ejemplo, el costo de enviar un paquete por correo de primera clase es una función del peso del mismo. La colegiatura por hora pagada por un estudiante es una función del número de horas acreditadas para las que se registra. Proporciona otros ejemplos de funciones.
70. Define tres situaciones que son relaciones pero no funciones. Por ejemplo, el conjunto de pares ordenados en los cuales las primeras coordenadas son las carreras anotadas por un equipo de béisbol y las segundas coordenadas son ya sea G de ganar o P de perder.
71. Evalúa $f(x) = x^2 + 4x + 6$ para $x = -5$ y $x = 1$. Con base en los resultados, si $f(a) = f(b)$, ¿de ello se deduce que $a = b$?

5.6

Graficación de desigualdades lineales

OBJETIVO 1

Graficar desigualdades con dos variables

Punto de interés

Las desigualdades lineales desempeñan un papel importante en las matemáticas aplicadas. Se utilizan en una rama llamada *programación lineal*, que fue desarrollada durante la Segunda Guerra Mundial para ayudar a proporcionar a la Fuerza Aérea las partes de las máquinas necesarias para mantener a los aviones en vuelo. Hoy las aplicaciones de la programación lineal se han ampliado para incluir muchas otras disciplinas.

La gráfica de la ecuación lineal $y = x - 2$ separa un plano en tres conjuntos:

- el conjunto de puntos en la recta
- el conjunto de puntos arriba de la recta
- el conjunto de puntos debajo de la recta

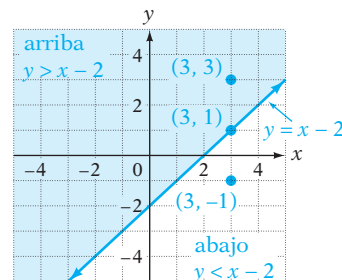
El punto cuyas coordenadas son $(3, 1)$ es una solución de $y = x - 2$.

$$\begin{array}{r} y = x - 2 \\ 1 \mid 3 - 2 \\ 1 = 1 \end{array}$$

El punto cuyas coordenadas son $(3, 3)$ es una solución de $y > x - 2$.

$$\begin{array}{r} y > x - 2 \\ 3 \mid 3 - 2 \\ 3 > 1 \end{array}$$

El punto cuyas coordenadas son $(3, -1)$ es una solución de $y < x - 2$.

$$\begin{array}{r} y < x - 2 \\ -1 \mid 3 - 2 \\ -1 < 1 \end{array}$$


Cualquier punto **arriba** de la recta es una solución de $y > x - 2$.

Cualquier punto **abajo** de la recta es una solución de $y < x - 2$.

El conjunto solución de $y = x - 2$ es todos los puntos en la recta. El conjunto solución de $y > x - 2$ es todos los puntos arriba de la recta. El conjunto solución de $y < x - 2$ es todos los puntos debajo de la recta. El conjunto de una desigualdad con dos variables es un **semiplano**.

Lo siguiente ilustra el procedimiento para graficar una desigualdad lineal.

Concéntrate en graficar una desigualdad lineal

Grafica el conjunto solución de $2x + 3y \leq 6$.

Resuelve para y la desigualdad.

Cambia la desigualdad a una igualdad y grafica la recta. Si la desigualdad es \geq o \leq , la recta es parte del conjunto solución y se muestra mediante una **recta sólida**. Si la desigualdad es $>$ o $<$, la recta no es parte del conjunto solución y se muestra mediante una **recta discontinua**.

Si la desigualdad es de la forma $y > mx + b$ o $y \geq mx + b$, sombrea el **semiplano superior**.

Si la desigualdad es de la forma $y < mx + b$ o $y \leq mx + b$, sombrea el **semiplano inferior**.

La ecuación $y \leq -\frac{2}{3}x + 2$ es de la forma $y \leq mx + b$. Traza una recta sólida y sombrea el semiplano inferior.

La desigualdad $2x + 3y \leq 6$ también se puede graficar como se muestra a continuación.

Cambia la desigualdad a una igualdad.

Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y de la ecuación. Para encontrar la intersección con el eje x , sea $y = 0$.

Para encontrar la intersección con el eje y , sea $x = 0$.

Grafica los pares ordenados $(3, 0)$ y $(0, 2)$. Traza una recta sólida a través de los puntos debido a que la desigualdad es \leq .

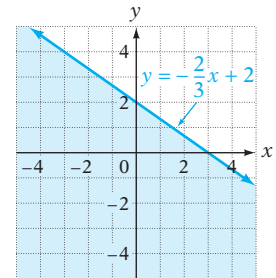
El punto $(0, 0)$ se puede utilizar para determinar cuál región se debe sombread. Si $(0, 0)$ es una solución de la desigualdad, entonces sombrea la región que incluye el punto $(0, 0)$.

Si $(0, 0)$ no es una solución de la desigualdad, entonces sombrea la región que no incluye el punto $(0, 0)$.

Para este ejemplo, $(0, 0)$ es una solución de la desigualdad. La región que contiene el punto $(0, 0)$ está sombreada.

Si la recta pasa a través del punto $(0, 0)$, se debe utilizar otro punto para determinar cuál región se debe sombread. Por ejemplo, utiliza el punto $(1, 0)$.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &\leq 6 \\ 2x - 2x + 3y &\leq -2x + 6 \\ 3y &\leq -2x + 6 \\ \frac{3y}{3} &\leq \frac{-2x + 6}{3} \\ y &\leq -\frac{2}{3}x + 2 \\ y &= -\frac{2}{3}x + 2 \end{aligned}$$



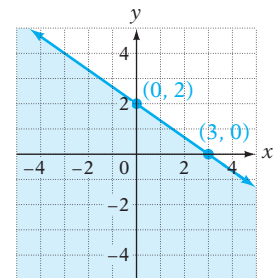
$$2x + 3y = 6$$

$$\begin{aligned} 2x + 3(0) &= 6 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

La intersección con el eje x es $(3, 0)$.

$$\begin{aligned} 2(0) + 3y &= 6 \\ 3y &= 6 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

La intersección con el eje y es $(0, 2)$.



$$\begin{aligned} 2x + 3y &\leq 6 \\ 2(0) + 3(0) &\leq 6 \\ 0 &\leq 6 \quad \text{Verdadero} \end{aligned}$$

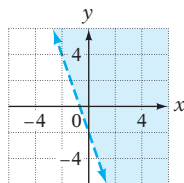
Toma nota

Cualquier par ordenado es de la forma (x, y) . Para el punto $(0, 0)$, sustituye en la desigualdad x por 0 y y por 0.

Es importante observar que cada punto en la región sombreada es una solución de la desigualdad y que cada solución de la desigualdad es un punto en la región sombreada. Ningún punto fuera de la región sombreada es una solución de la desigualdad.

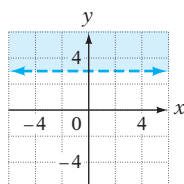
EJEMPLO 1Grafica el conjunto solución de $3x + y > -2$.**Solución**

$$\begin{aligned}
 3x + y &> -2 \\
 3x - 3x + y &> -3x - 2 \\
 y &> -3x - 2
 \end{aligned}$$

• Resuelve para y la desigualdad.• Grafica $y = -3x - 2$ como una recta discontinua. Sombrea el semiplano superior.**Problema 1**Grafica el conjunto solución de $x - 3y < 2$.**Solución**

Revisa la página S14.

➡ Intenta resolver el ejercicio 25, página 264.

EJEMPLO 2Grafica el conjunto solución de $y > 3$.**Solución**• La desigualdad se resuelve para y . Grafica $y = 3$ como una recta discontinua. Sombrea el semiplano superior.**Problema 2**Grafica el conjunto solución de $x < 3$.**Solución**

Revisa la página S14.

➡ Intenta resolver el ejercicio 21, página 263.

5.6 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

- Indica si $(0, 0)$ es una solución de la desigualdad.
 - $y < -5x + 2$
 - $y > x + 1$
 - $y \leq \frac{1}{4}x - 5$
 - $y \geq -\frac{2}{3}x - 6$
- Cuando graficas el conjunto solución de una desigualdad, traza una recta sólida cuando el símbolo de desigualdad es ? o ?.
- Cuando graficas el conjunto solución de una desigualdad, traza una recta discontinua cuando el símbolo de desigualdad es ? o ?.
- Cuando graficas el conjunto solución de una desigualdad de la forma $y > mx + b$, ¿debes sombrear el semiplano superior o el semiplano inferior?
- Cuando graficas el conjunto solución de una desigualdad de la forma $y \leq mx + b$, ¿debes sombrear el semiplano superior o el semiplano inferior?

6. Describe la diferencia entre la gráfica de $y \leq 3x + 1$ y la gráfica de $y < 3x + 1$.

1 Graficar desigualdades con dos variables (Revisa las páginas 260-262).

PREPÁRATE

7. Llena los espacios en blanco con “son” o “no son”.
En la gráfica de una desigualdad lineal, los puntos en una recta sólida ? elementos del conjunto solución de la desigualdad. Los puntos en una recta discontinua ? elementos del conjunto solución de la desigualdad.
8. En la gráfica de una desigualdad lineal, la porción sombreada de la gráfica representa los ? de la desigualdad.

Grafica el conjunto solución.

9. $y > 2x + 3$

10. $y > 3x - 9$

11. $y > \frac{3}{2}x - 4$

12. $y > -\frac{5}{4}x + 1$

13. $y \leq -\frac{3}{4}x - 1$

14. $y \leq -\frac{5}{2}x - 4$

15. $y \leq -\frac{6}{5}x - 2$


16. $y < \frac{4}{5}x + 3$

17. $x + y > 4$

18. $x - y > -3$

19. $2x + y \geq 4$

20. $3x + y \geq 6$

 21. $y \leq -2$



22. $y > 3$

23. $2x + 3y \leq -6$

24. $-4x + 3y < -12$

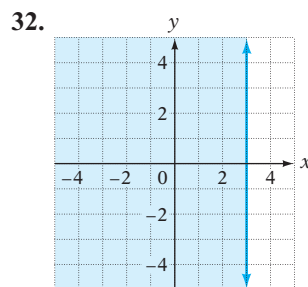
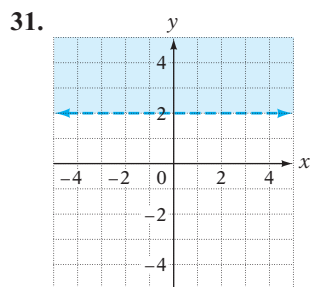
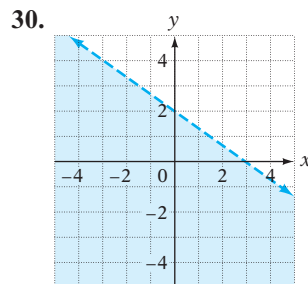
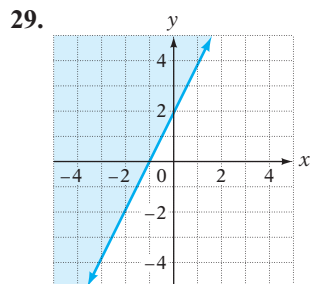
➡ 25. $5x - 2y > 10$

26. $3x - 5y \geq -15$

27.  Si $(0, 0)$ es un punto en la gráfica de la desigualdad lineal $Ax + By > C$, donde C es diferente de cero, ¿ C es positivo o negativo?
28.  Si $Ax + By < C$, donde C es un número negativo, ¿ $(0, 0)$ es un punto en la gráfica de esta desigualdad lineal?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Escribe la desigualdad, dada su gráfica.



Grafica el conjunto solución.




33. $y - 5 < 4(x - 2)$

34. $y + 3 < 6(x + 1)$

35. $3x - 2(y + 1) \leq y - (5 - x)$

36. $2x - 3(y + 1) \geq y - (7 - x)$

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

37.  ¿Una desigualdad con dos variables define una relación? ¿Por qué? ¿Una desigualdad con dos variables define una función? ¿Por qué?
38.  ¿Existen puntos cuyas coordenadas satisfagan tanto $y < 2x - 3$ y $y > -\frac{1}{4}x + 1$? De ser así, proporciona las coordenadas de tres puntos. De no ser así, explica por qué no.
39.  ¿Existen puntos cuyas coordenadas satisfagan tanto $y > 3x + 1$ como $y < 3x - 4$? De ser así, proporciona las coordenadas de tres puntos. De no ser así, explica por qué no.

CAPÍTULO 5 Resumen

Términos clave

Un **sistema de coordenadas rectangulares** está formado por dos rectas numéricas, una horizontal y una vertical, que se intersectan en el punto cero de cada recta. Las rectas numéricas que se forman en sistema de coordenadas rectangulares se llaman *ejes coordenados*, o simplemente **ejes**. El **origen** es el punto de intersección de los dos ejes coordenados. Por lo general, el eje horizontal se designa como **eje x** y el eje vertical como **eje y**. Un sistema de coordenadas rectangulares divide en cuatro regiones llamadas **cuadrantes** el plano determinado por los ejes.

Los ejes coordenados determinan un **plano**. Cada punto en el plano se puede identificar por un par ordenado (x, y) . El primer número en un par ordenado se llama **coordenada x** o **abscisa**. El segundo número se llama **coordenada y** u **ordenada**. Las **coordenadas** de un punto son los números en el par ordenado asociado con el punto. Para **graficar un punto en el plano**, coloca un punto en la ubicación dada por el par ordenado. La **gráfica de un par ordenado** es el punto trazado en las coordenadas del punto en el plano.

Una ecuación de la forma $y = mx + b$, en donde m es el coeficiente de x y b es una constante, es una **ecuación lineal con dos variables**. Una **solución de una ecuación lineal con dos variables** es un par ordenado (x, y) que hace que la ecuación sea una expresión verdadera.

La **gráfica de una ecuación con dos variables** es un dibujo de las soluciones de par ordenado de la ecuación. Para una ecuación lineal con dos variables, la gráfica es una recta.

El punto en el cual una gráfica cruza el eje x se llama la **intersección con el eje x**. En la intersección con el eje x , la coordenada y es 0. El punto en el cual una gráfica cruza el eje y se llama la **intersección con el eje y**. En la intersección con el eje y , la coordenada x es 0.

Objetivo y referencia de página

[5.1.1, p. 202]

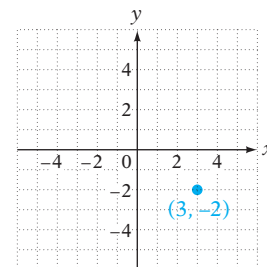
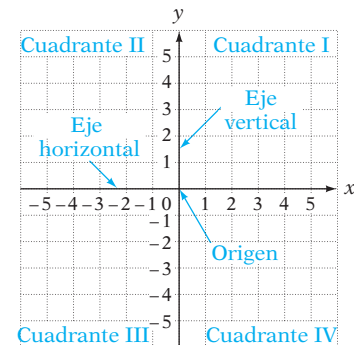
[5.1.1, p. 202]

[5.2.1, p. 214]

[5.2.2, p. 216]

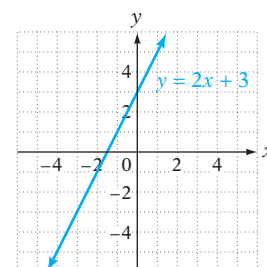
[5.2.3, p. 221]

Ejemplos

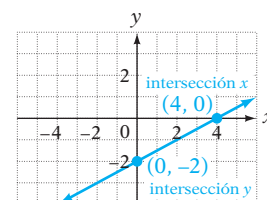


La gráfica de $(3, 2)$ se muestra arriba. El par ordenado $(3, 2)$ tiene una coordenada x 3 y una coordenada y -2 .

$y = 2x + 3$ es un ejemplo de una ecuación lineal con dos variables. El par ordenado $(1, 5)$ es una solución de esta ecuación debido a que cuando 1 es sustituido por x y 5 es sustituido por y , el resultado es una ecuación verdadera.



La gráfica de $y = 2x + 3$ se muestra arriba.



Una ecuación de la forma $Ax + By = C$ también es una **ecuación lineal con dos variables**.

[5.2.3, p. 218]

La **gráfica de $y = b$** es una recta horizontal con intersección con el eje y $(0, b)$. La **gráfica de $x = a$** es una recta vertical con intersección con el eje x $(a, 0)$.

[5.2.3, p. 222]

La **pendiente** de una recta es una medida de la inclinación de la recta. El símbolo de la pendiente es m . Una recta que se inclina hacia arriba a la derecha tiene **pendiente positiva**. Una recta que se inclina hacia abajo a la derecha tiene **pendiente negativa**. Una recta horizontal tiene **pendiente cero**. La pendiente de una recta vertical **no está definida**.

[5.3.1, pp. 228–231]

Dos rectas en el sistema de coordenadas rectangulares que nunca se intersecan son **rectas paralelas**. Las rectas paralelas tienen la misma pendiente.

[5.3.1, p. 231]

Una **relación** es cualquier conjunto de pares ordenados. El **dominio** de una relación es el conjunto de primeras ordenadas de los pares ordenados. El **rango** es el conjunto de segundas coordenadas de los pares ordenados. Una **función** es una relación en la cual ningunos pares ordenados tienen la misma primera coordenada y diferentes segundas coordenadas.

[5.5.1, p. 250]

Una función de la forma $f(x) = mx + b$ es una **función lineal**. Su gráfica es una recta.

[5.5.2, p. 252]

El conjunto solución de una desigualdad lineal con dos variables es un **semiplano**.

[5.6.1, p. 260]

$5x - 2y = 10$ es un ejemplo de una ecuación de la forma $Ax + By = C$.

La gráfica de $y = -3$ es una recta horizontal con intersección con el eje y $(0, -3)$. La gráfica de $x = 2$ es una recta vertical con intersección con el eje x $(2, 0)$.

Para la gráfica de $y = 4x - 3$, $m = 4$; la pendiente es positiva.

Para la gráfica de $y = -6x + 1$, $m = -6$; la pendiente es negativa.

Para la gráfica de $y = -7$, $m = 0$; la pendiente es 0.

Para la gráfica de $x = 8$, la pendiente no está definida.

Las rectas $y = -2x + 1$ y $y = -2x - 3$ tienen la misma pendiente y diferentes intersecciones con el eje y . Las rectas son paralelas.

Para la relación $\{(-2, -5), (0, -3), (4, -1)\}$, el dominio es $\{-2, 0, 4\}$ y el rango $\{-5, -3, -1\}$.

$\{(-2, -5), (0, -3), (4, -1)\}$ es una función.

$\{(-2, -5), (-2, -3), (4, -1)\}$ no es una función, debido a que dos pares ordenados tienen la misma coordenada x , -2 y diferentes coordenadas y .

$f(x) = -3x + 8$ es un ejemplo de una función lineal.

El conjunto solución de $y > x - 2$ es todos los puntos arriba de la recta $y = x - 2$. El conjunto solución de $y < x - 2$ es todos los puntos abajo de la recta $y = x - 2$.

Reglas y procedimientos esenciales

Objetivo y referencia de página

Ejemplos

Tasa de cambio promedio

[5.1.3, p. 206]

La tasa de cambio promedio de y respecto a x es $\frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x}$.

En 1979, el precio promedio de una entrada para el cine era \$2.47; en 2009, el precio promedio era \$7.50.

(Fuente: www.natoonline.org)

$$\frac{7.50 - 2.47}{2009 - 1979} = \frac{5.03}{30} = 0.17$$

Al centavo más cercano, la tasa de cambio anual promedio de un boleto para el cine era \$0.17.

Para encontrar la intersección con el eje x , sea $y = 0$.

Para encontrar la intersección con el eje y , sea $x = 0$.

Pendiente de una ecuación lineal

$$\text{Pendiente} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, x_2 \neq x_1$$

Forma pendiente ordenada al origen de una ecuación lineal

$$y = mx + b$$

Forma punto-pendiente

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Notación de función

La ecuación de una función se escribe en notación de función cuando se reemplaza por el símbolo $f(x)$, donde $f(x)$ se lee “ f de x ” o “el valor de f en x ”. Para evaluar una función a un valor dado de x , sustituye x por el valor dado y después simplifica la expresión numérica resultante para encontrar el valor de $f(x)$.

[5.2.3, p. 221]

Para encontrar la intersección con el eje x de $4x - 3y = 12$, sea $y = 0$. Para encontrar la intersección con el eje y , sea $x = 0$.

$$\begin{array}{rcl} 4x - 3y & = & 12 \\ 4x - 3(0) & = & 12 \\ 4x - 0 & = & 12 \\ 4x & = & 12 \\ x & = & 3 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 4x - 3y & = & 12 \\ 4(0) - 3y & = & 12 \\ 0 - 3y & = & 12 \\ -3y & = & 12 \\ y & = & -4 \end{array}$$

La intersección con el eje x es $(3, 0)$.

La intersección con el eje y es $(0, -4)$.

[5.3.1, p. 229]

Para calcular la pendiente de la recta entre los puntos $(2, -3)$ y $(-1, 6)$, sea $P_1 = (2, -3)$ y $P_2 = (-1, 6)$. Entonces $(x_1, y_1) = (2, -3)$ y $(x_2, y_2) = (-1, 6)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-3)}{-1 - 2} = \frac{9}{-3} = -3$$

[5.3.2, p. 234]

Para la ecuación $y = -4x + 7$, la pendiente es $m = -4$ y la intersección con el eje y $(0, b) = (0, 7)$.

[5.4.2, p. 243]

Para encontrar la ecuación de la recta que contiene el punto $(6, -1)$ y tiene pendiente 2, sea $(x_1, y_1) = (6, -1)$ y $m = 2$.

$$\begin{array}{l} y - y_1 = m(x - x_1) \\ y - (-1) = 2(x - 6) \\ y + 1 = 2x - 12 \\ y = 2x - 13 \end{array}$$

[5.5.1, p. 251]

$y = x^2 + 2x - 1$ está escrita en notación de función como $f(x) = x^2 + 2x - 1$.

Para evaluar $f(x) = x^2 + 2x - 1$ en $x = -3$, calcula $f(-3)$.

$$\begin{array}{l} f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) - 1 \\ \quad = 9 - 6 - 1 \\ \quad = 2 \end{array}$$

CAPÍTULO 5 Ejercicios de repaso


1. Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = -\frac{2}{3}x + 2$ que corresponde a $x = 3$.

3. Grafica: $x = -3$

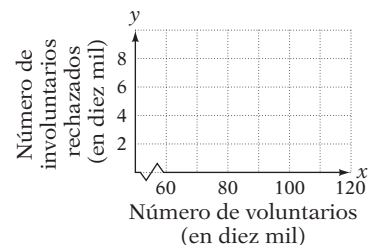
2. Encuentra la ecuación de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(0, -1)$ y tiene pendiente 3.

4. Grafica los pares ordenados $(-3, 1)$ y $(0, 2)$.

5. Evalúa $f(x) = 3x^2 + 4$ en $x = -5$.
6. Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(3, -4)$ y $(1, -4)$.
7. Grafica: $y = 3x + 1$
8. Grafica: $3x - 2y = 6$
9. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-1, 2)$ y tiene pendiente $-\frac{2}{3}$.
10. Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y para $6x - 4y = 12$.
11. Grafica la recta que tiene pendiente $\frac{1}{2}$ e intersección con el eje y $(0, -1)$.
12. Grafica: $f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$
13. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-3, 1)$ y tiene pendiente $\frac{2}{3}$.
14. Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(2, -3)$ y $(4, 1)$.
15. Evalúa $f(x) = \frac{3}{5}x + 2$ en $x = -10$.
16. Calcula el dominio y el rango de la relación $\{(-20, -10), (-10, -5), (0, 0), (10, 5)\}$. ¿Es la relación una función?
17. Grafica: $y = -\frac{3}{4}x + 3$
18. Grafica la recta que tiene pendiente 2 e intersección con el eje y $(0, -2)$.
19. Grafica los pares ordenados $(-2, -3)$ y $(2, 4)$.
20. Grafica: $f(x) = 5x + 1$
21. Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y para $2x - 3y = 12$.
22. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-1, 0)$ y tiene pendiente 2.
23. Grafica: $y = 3$
24. Grafica el conjunto solución de $3x + 2y \leq 12$.
25. ¿La recta que contiene los puntos $(-2, 1)$ y $(3, 5)$ es paralela a la recta que contiene los puntos $(4, -5)$ y $(9, -1)$?
26. Encuentra la ecuación de la recta a través de los puntos cuyas coordenadas son $(4, 14)$ y $(-8, -1)$.
27. Grafica la recta que tiene pendiente -1 e intersección con el eje y $(0, 2)$.
28. Grafica: $2x - 3y = 6$

29. Encuentra la solución representada por el par ordenado de $y = 2x - 1$ que corresponde a $x = -2$.
30. Calcula la ecuación de la recta que contiene el punto $(0, 2)$ y tiene pendiente -3 .
31. Grafica: $f(x) = 2x$
32. Evalúa $f(x) = 3x - 5$ en $x = \frac{5}{3}$.
33. Encuentra la ecuación de la recta a través de los puntos cuyas coordenadas son $(-6, 0)$ y $(3, -3)$.
34. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(2, -1)$ y tiene pendiente $\frac{1}{2}$.
35. ¿Es $(-10, 0)$ una solución de $y = \frac{1}{3}x + 2$?
36. Encuentra la solución representada por el par ordenado de $y = 4x - 9$ que corresponde a $x = 2$.
37. Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y para $4x - 3y = 0$.
38. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-2, 3)$ y tiene pendiente cero.
39. Grafica el conjunto solución de $6x - y > 6$.
40. Grafica la recta que tiene pendiente -3 e intersección con el eje y $(0, 1)$.
41. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(0, -4)$ y tiene pendiente 3.
42. Grafica: $x + 2y = -4$
43. Encuentra el dominio y el rango de la relación $\{(-10, -5), (-5, 0), (5, 0), (-10, 0)\}$. ¿Es la relación una función?
44. Encuentra el rango de la función dada por la ecuación $f(x) = 3x + 7$ si el dominio es $\{-20, -10, 0, 10, 20\}$.
45. Encuentra el rango de la función dado por la ecuación $f(x) = \frac{1}{3}x + 4$ si el dominio es $\{-6, -3, 0, 3, 6\}$.
46. ¿La recta que contiene los puntos $(-3, 6)$ y $(2, -4)$ es perpendicular a la que contiene los puntos $(-5, -1)$ y $(7, 5)$?
47.  **Industria de las aerolíneas** Las principales aerolíneas a menudo sobrevenden los vuelos, pero por lo general los pasajeros renuncian voluntariamente a sus asientos cuando les ofrecen boletos de avión gratuitos como compensación. La tabla siguiente proporciona el número de pasajeros que renuncian voluntariamente a sus asientos y el número de pasajeros que involuntariamente renuncian a sus asientos durante un periodo de cinco años. Los números están redondeados a los diez mil más cercanos. (Fuente: análisis de USA TODAY de los datos del Departamento de Transporte.) Traza el diagrama de dispersión para estos datos.

Número de voluntarios, en diez mil, x	60	77	79	90	102
Número de involuntarios, en diez mil, y	4	5	5	6	5

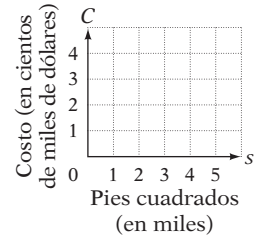


- 48. Neumáticos para automóvil** La siguiente tabla muestra el grosor del reencauche, en milímetros, de un neumático y el número de millas, en miles, recorridas con él.

Millas conducidas	25	35	40	20	45
Profundidad del reencauche	4.8	3.5	2.1	5.5	1.0

Escribe una relación en la cual la primera coordenada sea el número de millas conducidas y la segunda la profundidad del reencauche. ¿Es la relación una función?

- 49. Contratistas de construcción** Un contratista utiliza la ecuación $C = 70s + 40,000$ para estimar el costo de construir una casa nueva. En esta ecuación, C es el costo total, en dólares, y s el número de pies cuadrados en la casa.
- Escribe la ecuación en notación de función.
 - Utiliza los ejes coordenados de la derecha para graficar la ecuación para los valores de s entre 0 y 5000.
 - El punto (1500, 145,000) está en la gráfica. Escribe una expresión que explique el significado de este par ordenado.
- 50. Salarios por hora** El salario promedio por hora de un trabajador en Estados Unidos en 1980 era \$6.85, mientras que en 2010 era \$18.97. (Fuente: ftp.bls.gov.) Calcula la tasa de cambio anual promedio en el salario por hora de 1980 a 2010.



CAPÍTULO 5 Examen

- Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son (9, -3) y tiene pendiente $-\frac{1}{3}$.
- Calcula las intersecciones con el eje x y con el eje y para $3x - 2y = 24$.
- Grafica: $5x + 3y = 15$
- Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son (9, 8) y (-2, 1).
- Encuentra la solución representada por el par ordenado de $y = -\frac{4}{3}x - 1$ que corresponde a $x = 9$.
- Grafica: $y = \frac{1}{4}x + 3$
- Evalúa $f(x) = 4x + 7$ en $x = \frac{3}{4}$.
- ¿Es (6, 3) una solución de $y = \frac{2}{3}x + 1$?
- Grafica la recta que tiene pendiente $-\frac{2}{3}$ e intersección con el eje y (0, 4).
- Grafica el conjunto solución de $2x - y \geq 2$.
- Grafica los pares ordenados (3, -2) y (0, 4).
- Grafica la recta que tiene pendiente 2 e intersección con el eje y (0, -4).

13. Encuentra la ecuación de la recta a través de los puntos cuyas coordenadas son $(-5, 5)$ y $(10, 14)$.
14. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(0, 7)$ y tiene pendiente $-\frac{2}{5}$.
15. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(2, 1)$ y tiene pendiente 4.
16. Evalúa $f(x) = 4x^2 - 3$ at $x = -2$.
17. Grafica: $y = -2x - 1$
18. Grafica el conjunto solución de $y > 2$.

19. Grafica: $x = 4$

20. Grafica la recta que tiene pendiente $\frac{1}{2}$ e intersección con el eje y $(0, -3)$.

21. Grafica: $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

22. Grafica: $f(x) = -5x$

23. ¿La recta que contiene los puntos $(-4, 2)$ y $(1, 5)$ es perpendicular a la recta que contiene los puntos $(-1, 2)$ y $(-4, 7)$?

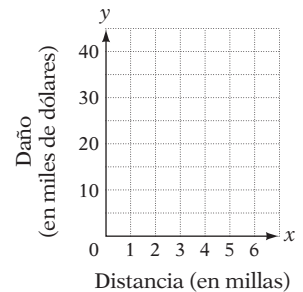
24. Encuentra el rango de la función dado por la ecuación $f(x) = -3x + 5$ si el dominio es $\{-7, -2, 0, 4, 9\}$.

25. ¿La recta que contiene los puntos $(-3, -2)$ y $(6, 0)$ es paralela a la recta que contiene los puntos $(6, -4)$ y $(3, 2)$?

26. **Conductores** Los conductores mayores de 70 años suman hoy alrededor de 18 millones, de alrededor de 13 millones hace diez años. (*Fuente:* Oficina Nacional de Seguridad en las Carreteras.) Calcula la tasa de cambio anual promedio de conductores mayores de 70 años de edad durante la última década.

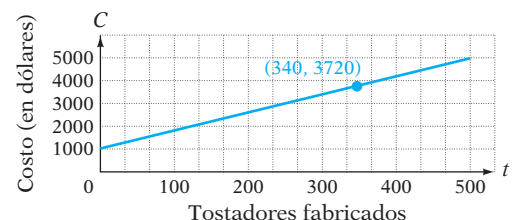
27. **Ciencia de los incendios** La distancia en millas de una casa a una estación de bomberos y la cantidad, en miles de dólares, de daños por incendio que sufrió una casa se presentan en la siguiente tabla. Traza el diagrama de dispersión para estos datos.

Distancia (en millas), x	3.5	4.0	5.5	6.0
Daño (en miles de dólares), y	25	30	40	35



28. **Manufactura** Una empresa que fabrica tostadores tiene costos fijos de \$1000 cada mes. El costo de fabricación por tostador es \$8. Una ecuación que representa el costo total de fabricar los tostadores es $C = 8t + 1000$, donde C es el costo total, en dólares, y t el número de tostadores fabricados cada mes.

- Escribe la ecuación en notación de función.
- Utiliza los ejes coordenados de la derecha para graficar la ecuación para valores de t entre 0 y 500.
- El punto $(340, 3720)$ está en la gráfica. Escribe una expresión que explique el significado de este par ordenado.

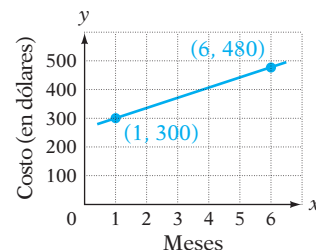


- 29. Calificaciones de exámenes** Los datos en la siguiente tabla muestran una calificación de un examen de lectura y la calificación del examen final en una clase de historia.

Calificación del examen de lectura	8.5	9.4	10.1	11.4	12.0
Examen de historia	64	68	76	87	92

Escribe una relación en la cual la primera coordenada es la calificación del examen de lectura y la segunda coordenada es la calificación en el examen final de historia. ¿Es la relación una función?

- 30. Madera** La gráfica de la derecha muestra el costo, en dólares, por 1000 pies de tabla de madera a lo largo de un periodo de seis meses. Calcula la pendiente de la recta. Escribe una expresión que explique el significado de la pendiente.



Ejercicios de repaso acumulativos

- Simplifica: $12 - 18 \div 3 \cdot (-2)^2$
- Evalúa $\frac{a-b}{a^2-c}$ cuando $a = -2$, $b = 3$ y $c = -4$.
- Simplifica: $4(2 - 3x) - 5(x - 4)$
- Resuelve: $2x - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$
- Resuelve: $3x - 2[x - 3(2 - 3x)] = x - 6$
- Escribe como fracción $6\frac{2}{3}\%$.
- Utiliza el método de lista para escribir el conjunto de los números naturales menores que 9.
- Dado que $D = \{-23, -18, -4, 0, 5\}$, ¿qué elementos del conjunto de son mayores que -16 ?
- Resuelve: $8a - 3 \geq 5a - 6$
- Resuelve $4x - 5y = 15$ para y .
- Encuentra el par ordenado que representa la solución de $y = 3x - 1$ que corresponde a $x = -2$.
- Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(2, 3)$ y $(-2, 3)$.
- Calcula las intersecciones con el eje x y con el eje y para $5x + 2y = 20$.
- Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(3, 2)$ y tiene pendiente -1 .
- Grafica: $y = \frac{1}{2}x + 2$
- Grafica: $3x + y = 2$
- Grafica: $f(x) = -4x - 1$
- Grafica el conjunto solución de $x - y \leq 5$.

19. Encuentra el dominio y el rango de la relación $\{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$. ¿Es la relación una función?
20. Evalúa $f(x) = -4x + 9$ para $x = 5$.
21. Encuentra el rango de la función dada la ecuación $f(x) = -\frac{5}{3}x + 3$ si el dominio es $\{-9, -6, -3, 0, 3, 6\}$.
22. **Inversiones** Un inversionista depositó un total de \$15,000 en dos cuentas de interés simple. En la primera, la tasa de interés anual simple era 4.5%. En la segunda, la tasa de interés anual simple era 3.2%. ¿Cuánto se invirtió en la primera cuenta si el interés total anual ganado sobre las dos cuentas fueron \$584?
23. **Sistemas de palanca** Una palanca tiene 8 pies de largo. Una fuerza de 80 libras se aplica en un extremo de la palanca y una fuerza de 560 libras se aplica en el otro extremo. ¿En dónde está ubicado el punto de apoyo cuando el sistema se equilibra? La ecuación del sistema de palanca es $F_1x = F_2(d - x)$.
24. **Geometría** El perímetro de un triángulo es de 49 pies. El largo del primer lado es dos veces el largo del tercer lado y el largo del segundo lado es 5 pies más que el largo del tercer lado. Calcula el largo del primer lado.
25. **Descuento** Un vestido que regularmente se vende en \$89 está a la venta con 30% menos del precio regular. Calcula el precio de venta.

Sistemas de ecuaciones lineales

Concéntrate en el éxito

¿Leíste al principio del libro la sección “Pregunta a los autores”? De ser así, entonces sabes que su recomendación es que practiques, practiques y luego practiques más. Mientras más te dediques a realizar ejercicios de matemáticas fuera de clase, más éxito tendrás en el curso. (Consulta en la página ASP-3 ¡Haz un compromiso con el éxito!)

OBJETIVOS

- 6.1** 1 Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico
- 6.2** 1 Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución
- 6.3** 1 Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de suma y resta
- 6.4** 1 Problemas con velocidad del viento y velocidad de una corriente
- 2 Problemas de aplicación

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Resuelve $3x - 4y = 24$ para y .
2. Resuelve: $50 + 0.07x = 0.05(x + 1400)$
3. Simplifica: $-3(2x - 7y) + 3(2x + 4y)$
4. Simplifica: $4x + 2(3x - 5)$
5. ¿ $(-4, 2)$ es una solución de $3x - 5y = -22$?
6. Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y de $3x - 4y = 12$
7. ¿Las gráficas de $y = -3x + 6$ y $y = -3x - 4$ son paralelas?
8. Grafica: $y = \frac{5}{4}x - 2$
9. Un excursionista inicia una caminata por un sendero a una velocidad de 3 mph. Media hora después, otro excursionista empieza por el mismo sendero a una velocidad de 4 mph. ¿Cuánto tardará el segundo excursionista después de haber comenzado para ir a la par del otro?

6.1

Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico

OBJETIVO 1

Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico

Toma nota

Los sistemas de ecuaciones de la derecha son *sistemas de ecuaciones lineales*, porque la gráfica de cada ecuación en el sistema es una recta. Asimismo, cada ecuación tiene dos variables. En futuros cursos de matemáticas aprenderás las ecuaciones que contienen más de dos variables.

Las ecuaciones en conjunto se denominan **sistema de ecuaciones**.

A la derecha se muestra un sistema de ecuaciones.

$$2x + y = 3$$

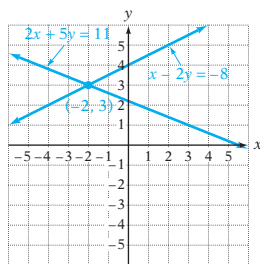
$$x + y = 1$$

La solución de un sistema de ecuaciones lineales se puede encontrar con la gráfica de las rectas del sistema en los mismos ejes coordenados. A continuación se presentan tres ejemplos de **sistemas de ecuaciones lineales con dos variables**, junto con las gráficas de las ecuaciones de cada sistema.

Sistema I

$$x - 2y = -8$$

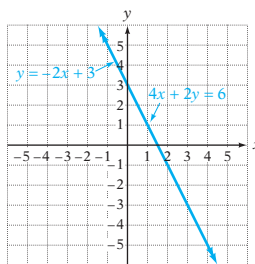
$$2x + 5y = 11$$



Sistema II

$$4x + 2y = 6$$

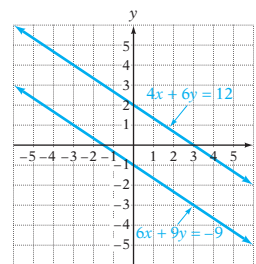
$$y = -2x + 3$$



Sistema III

$$4x + 6y = 12$$

$$6x + 9y = -9$$



Para el Sistema I, las dos rectas se intersectan en un solo punto, cuyas coordenadas son $(-2, 3)$. Como este punto se encuentra en ambas rectas, es una solución de cada ecuación del sistema de ecuaciones. Podemos demostrarlo sustituyendo x con -2 y y con 3 en cada ecuación. La comprobación se presenta abajo.

$$\begin{array}{r|l} x - 2y = -8 & \\ -2 - 2(3) & -8 \\ -2 - 6 & -8 \\ -8 = -8 & \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2x + 5y = 11 & \\ 2(-2) + 5(3) & 11 \\ -4 + 15 & 11 \\ 11 = 11 & \checkmark \end{array}$$

• Sustituye x con -2 y y con 3 .

Una **solución de un sistema de ecuaciones con dos variables** es un par ordenado que es una solución de cada ecuación del sistema. **El par ordenado $(-2, 3)$ es una solución del Sistema I.**

Concéntrate

en determinar si un par ordenado es una solución de un sistema de ecuaciones

¿ $(-1, 4)$ es una solución del siguiente sistema de ecuaciones?

$$7x + 3y = 5$$

$$3x - 2y = 12$$

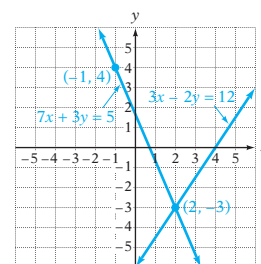
Sustituye x por -1 y y por 4 .

$$\begin{array}{r|l} 7x + 3y = 5 & \\ 7(-1) + 3(4) & 5 \\ -7 + 12 & 5 \\ 5 = 5 & \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3x - 2y = 12 & \\ 3(-1) - 2(4) & 12 \\ -3 - 8 & 12 \\ -11 \neq 12 & \end{array}$$

No está comprobado.

Con el sistema de ecuaciones determinado y la gráfica de la derecha, observa que la gráfica del par ordenado $(-1, 4)$ se encuentra en la gráfica de $7x + 3y = 5$, mas *no en ambas rectas*. El par ordenado $(-1, 4)$ *no es una solución del sistema de ecuaciones*. Sin embargo, el par ordenado $(2, -3)$ se encuentra en ambas rectas y, por tanto, es una solución del sistema de ecuaciones.

**EJEMPLO 1**

¿ $(1, -3)$ es una solución del sistema $3x + 2y = -3$
 $x - 3y = 6$?

Solución Sustituye **1** para x y **-3** para y en cada ecuación.

$\begin{array}{r} 3x + 2y = -3 \\ 3 \cdot 1 + 2(-3) \quad \quad -3 \\ 3 + (-6) \quad \quad -3 \\ -3 = -3 \end{array}$	$\begin{array}{r} x - 3y = 6 \\ 1 - 3(-3) \quad \quad 6 \\ 1 - (-9) \quad \quad 6 \\ 10 \neq 6 \end{array}$
---	---

No, $(1, -3)$ *no es una solución del sistema de ecuaciones*.

Problema 1 ¿ $(-1, -2)$ es una solución del sistema $2x - 5y = 8$
 $-x + 3y = -5$?

Solución Consulta la página S14.

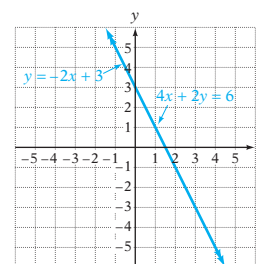
➡ Intenta resolver el ejercicio 9, página 280.

Toma nota

El hecho de que haya un número infinito de pares ordenados que son soluciones del sistema de ecuaciones de la derecha, no significa que todo par ordenado es una solución. Por ejemplo, $(0, 3)$, $(-2, 7)$ y $(2, -1)$ son soluciones. Sin embargo, $(3, 1)$, $(-1, 4)$ y $(1, 6)$ no son soluciones. Debes comprobar estas afirmaciones.

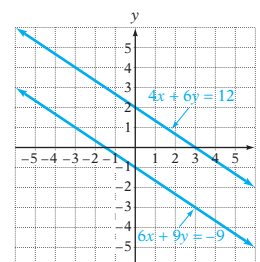
El Sistema II de la página anterior y la gráfica de las ecuaciones de dicho sistema se presentan de nuevo a la derecha. Observa que la gráfica de $y = -2x + 3$ se encuentra directamente arriba de la gráfica de $4x + 2y = 6$. Por tanto, *las dos rectas se intersectan en un número infinito de puntos*. Como las gráficas se intersectan en un número infinito de puntos, *existe un número infinito de soluciones de este sistema de ecuaciones*. Como cada ecuación representa la misma serie de puntos, se pueden establecer las soluciones del sistema de ecuaciones utilizando los pares ordenados de cualquiera de las ecuaciones. Por tanto, podemos decir que “Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen $4x + 2y = 6$ ”, o podemos decir “Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen $y = -2x + 3$ ”.

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 6 \\ y &= -2x + 3 \end{aligned}$$



El Sistema III de la página anterior y la gráfica de las ecuaciones de ese sistema se presentan de nuevo a la derecha. Observa que en este caso *las gráficas de las rectas son paralelas y no se intersectan*. Como las gráficas no se intersectan, no hay un punto sobre ambas rectas. Por tanto, *el sistema de ecuaciones no tiene solución*.

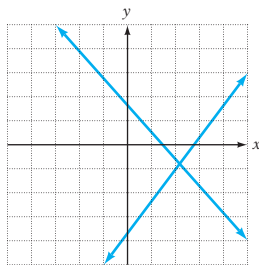
$$\begin{aligned} 4x + 6y &= 12 \\ 6x + 9y &= -9 \end{aligned}$$



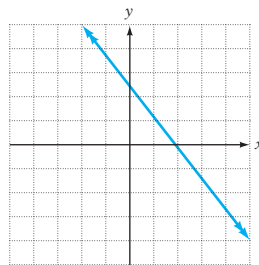
Para un sistema de ecuaciones lineales con dos variables, las gráficas se pueden intersectar en un punto, las gráficas pueden intersectar en un número infinito de puntos (las gráficas son la misma recta) o las gráficas pueden ser paralelas y nunca intersectarse. Dichos sistemas se llaman **independiente**, **dependiente** e **inconsistente**, respectivamente.

Cómo se usa

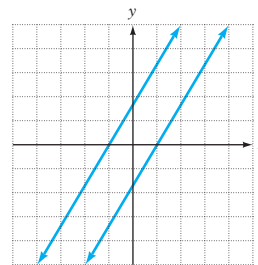
Un economista puede utilizar dos rectas que se intersectan para representar la oferta y la demanda de un producto en particular. Las coordenadas del punto de intersección de las rectas corresponden a la cantidad ideal a producir y el precio ideal por asignar al producto, a fin de maximizar las utilidades.



Independiente
Una solución



Dependiente
Número infinito de soluciones



Inconsistente
Sin soluciones

Resolver un sistema de ecuaciones significa encontrar las soluciones de pares ordenados del sistema. Una forma de hacerlo es trazar las gráficas de las ecuaciones en el sistema y determinar dónde se intersectan las mismas.

Concéntrate

en resolver por el método gráfico un sistema de ecuaciones lineales independiente

Resuelve por el método gráfico: $2x + 3y = 6$
 $2x + y = -2$

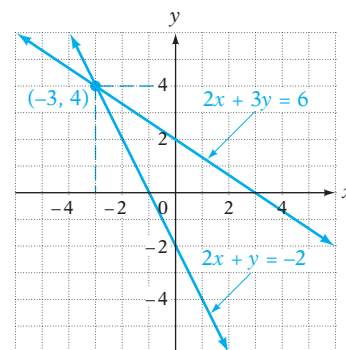
Grafica cada recta.

Las gráficas de las ecuaciones se intersectan en un punto.

El sistema de ecuaciones es independiente.

Encuentra el punto de intersección.

La solución es $(-3, 4)$.



Para encontrar la solución del sistema de ecuaciones mencionado arriba, se puede utilizar la función **INTERSECT** en una calculadora graficadora. Consulta en el Apéndice las instrucciones sobre el uso de la función **INTERSECT**.

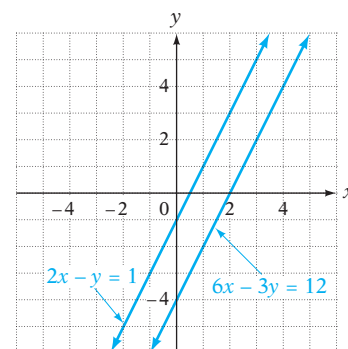
Concéntrate en resolver por el método gráfico un sistema de ecuaciones lineales inconsistente

Resuelve por el método gráfico: $2x - y = 1$
 $6x - 3y = 12$

Grafica cada recta.

Las rectas son paralelas y, por tanto, no se intersecan.

El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución.



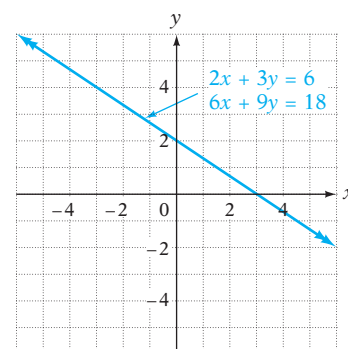
Concéntrate en resolver por el método gráfico un sistema de ecuaciones lineales dependiente

Resuelve por el método gráfico: $2x + 3y = 6$
 $6x + 9y = 18$

Grafica cada recta.

Las dos ecuaciones representan la misma recta. El sistema de ecuaciones es dependiente y, por tanto, tiene un número infinito de soluciones.

Las soluciones son los pares ordenados que son soluciones de la ecuación $2x + 3y = 6$.



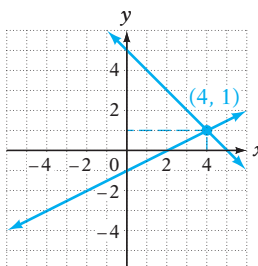
Al elegir los valores para x , sustituir estos valores en la ecuación $2x + 3y = 6$ y encontrar los valores correspondientes para y , podemos encontrar algunas soluciones específicas de pares ordenados. Por ejemplo, $(3, 0)$, $(0, 2)$ y $(6, -2)$ son soluciones de este sistema de ecuaciones.

EJEMPLO 2

Resuelve por el método gráfico.

A. $x - 2y = 2$ B. $4x - 2y = 6$
 $x + y = 5$ $y = 2x - 3$

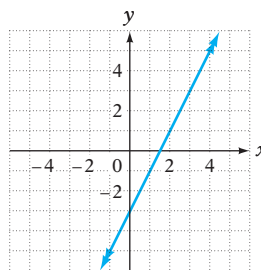
Solución A.



- Grafica cada recta. Encuentra el punto de intersección.

La solución es $(4, 1)$.

B.



- Grafica cada recta. Las dos ecuaciones representan la misma recta. El sistema de ecuaciones tiene un número infinito de soluciones.

El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $y = 2x - 3$.

Problema 2

Resuelve por el método gráfico.

A. $x + 3y = 3$
 $-x + y = 5$

B. $y = 3x - 1$
 $6x - 2y = -6$

Solución

Consulta la página S14.

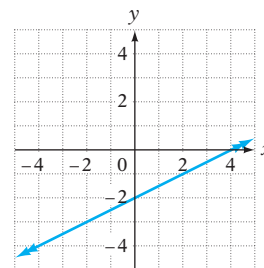
➡ Intenta resolver el ejercicio 49, página 282.

6.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Indica si la expresión es siempre verdadera, a veces verdadera o nunca verdadera.

1. Una solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos variables es un par ordenado (x, y) .
2. Gráficamente, la solución de un sistema de ecuaciones lineales independiente con dos variables es el punto de intersección de las gráficas de las dos ecuaciones.
3. Si un par ordenado es una solución de una ecuación en un sistema de ecuaciones lineales, mas no de la otra ecuación, entonces el sistema no tiene solución.
4. Un sistema de ecuaciones lineales puede tener una solución, representada gráficamente por dos rectas que se intersecan en un punto exacto, o no tener soluciones, representadas gráficamente por dos rectas paralelas.
5. El sistema de dos ecuaciones lineales graficado a la derecha no tiene solución.
6. Un sistema de ecuaciones independiente no tiene solución.



1 Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico (Revisa las páginas 276-280).

7. ¿Es $(4, 3)$ una solución del sistema $5x - 2y = 14$
 $x + y = 8$?

➡ 9. ¿Es $(-1, 3)$ una solución del sistema $4x - y = -5$
 $2x + 5y = 13$?

11. ¿Es $(0, 0)$ una solución del sistema $4x + 3y = 0$
 $2x - y = 1$?

13. ¿Es $(2, -3)$ una solución del sistema $y = 2x - 7$
 $3x - y = 9$?

8. ¿Es $(2, 5)$ una solución del sistema $3x + 2y = 16$
 $2x - 3y = 4$?


10. ¿Es $(4, -1)$ una solución del sistema $x - 4y = 9$
 $2x - 3y = 11$?

12. ¿Es $(2, 0)$ una solución del sistema $3x - y = 6$
 $x + 3y = 2$?

14. ¿Es $(-1, -2)$ una solución del sistema $3x - 4y = 5$
 $y = x - 1$?

15. ¿Es $(5, 2)$ una solución del sistema $y = 2x - 8$
 $y = 3x - 13$?

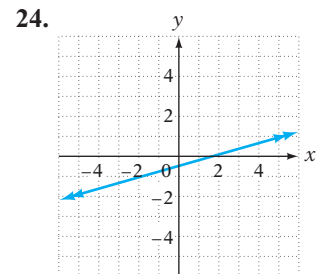
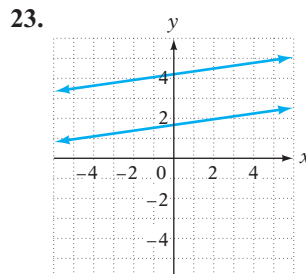
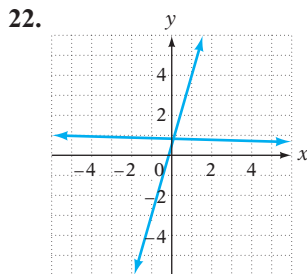
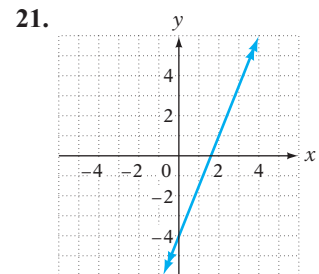
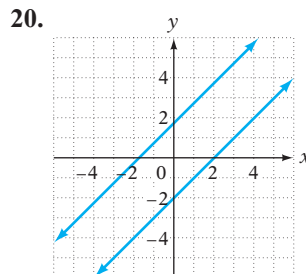
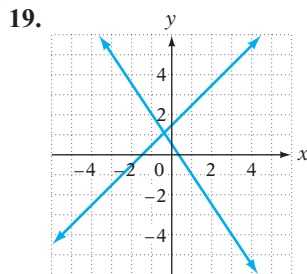
16. ¿Es $(-4, 3)$ una solución del sistema $y = 2x + 11$
 $y = 5x - 19$?

17.  Explica cómo resolver por el método gráfico un sistema de dos ecuaciones con dos variables.

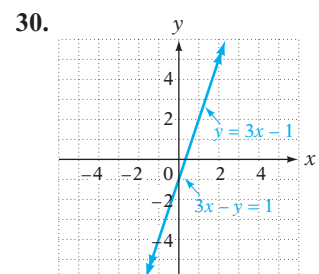
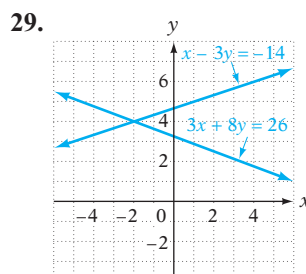
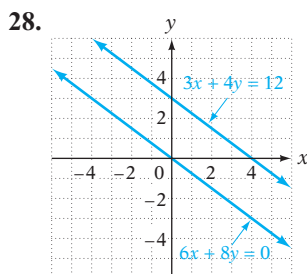
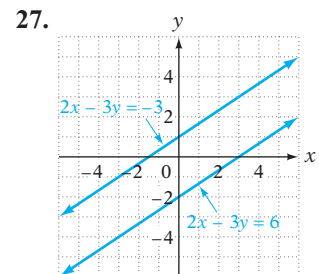
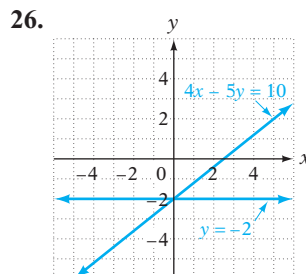
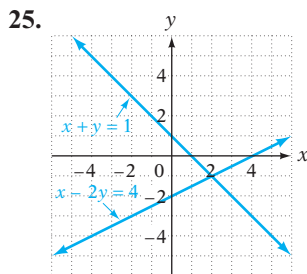
PREPÁRATE

18. Un sistema de ecuaciones independiente tiene ? solución (soluciones), un sistema de ecuaciones inconsistente tiene ? solución (soluciones) y un sistema de ecuaciones dependiente tiene ? solución (soluciones).

Para los ejercicios 19 a 24, establece si el sistema de ecuaciones es independiente, inconsistente o dependiente.



Para los ejercicios 25 a 30, utiliza la gráfica de las ecuaciones en el sistema para determinar la solución del sistema de ecuaciones.



Resuelve por el método gráfico.

31. $x - y = 3$
 $x + y = 5$

34. $3x - y = 3$
 $2x + y = 2$

37. $x = 3$
 $y = -2$

40. $5x - 2y = 11$
 $y = 2x - 5$

43. $4x - 2y = 4$
 $y = 2x - 2$

46. $5x - 2y = 10$
 $3x + 2y = 6$

➡ 49. $x - 3y = 3$
 $2x - 6y = 12$

52. $5x + 2y = -14$
 $3x - 4y = 2$

32. $2x - y = 4$
 $x + y = 5$

35. $3x - 2y = 6$
 $y = 3$

38. $x + 1 = 0$
 $y - 3 = 0$

41. $2x + y = -2$
 $6x + 3y = 6$

44. $2x + 6y = 6$
 $y = -\frac{1}{3}x + 1$

47. $3x + 4y = 0$
 $2x - 5y = 0$

50. $4x + 6y = 12$
 $6x + 9y = 18$

53. $4x - y = 5$
 $3x - 2y = 5$

33. $x + 2y = 6$
 $x - y = 3$

36. $x = 2$
 $3x + 2y = 4$

39. $y = 2x - 6$
 $x + y = 0$

42. $x + y = 5$
 $3x + 3y = 6$

45. $x - y = 5$
 $2x - y = 6$

48. $2x - 3y = 0$
 $y = -\frac{1}{3}x$

51. $3x + 2y = -4$
 $x = 2y + 4$

54. $2x - 3y = 9$
 $4x + 3y = -9$



Resuelve por el método gráfico. Después utiliza una calculadora graficadora para comprobar tu solución.

55. $5x - 2y = 10$
 $3x + 2y = 6$

58. $x - 2y = -5$
 $3x + 4y = -15$

56. $x - y = 5$
 $2x + y = 4$

59. $2x + 3y = 6$
 $y = -\frac{2}{3}x + 1$

57. $2x - 5y = 4$
 $x - y = -1$

60. $2x - 5y = 10$
 $y = \frac{2}{5}x - 2$



En los ejercicios 61 y 62, A , B , C y D son números reales diferentes de cero.

61. ¿El siguiente sistema de ecuaciones es independiente, inconsistente o dependiente?

$y = Ax + B$
 $y = Ax + C, B \neq C$

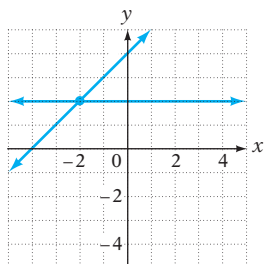
62. ¿El siguiente sistema de ecuaciones es independiente, inconsistente o dependiente?

$x = C$
 $y = D$

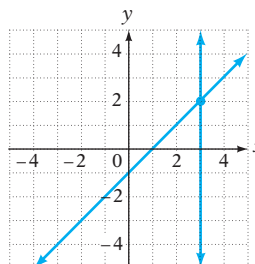
APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Escribe un sistema de ecuaciones según la gráfica.

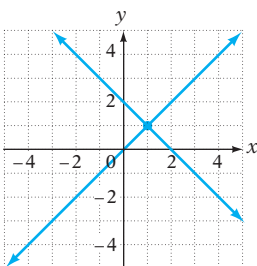
63.



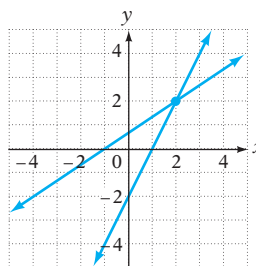
64.



65.




66.



67. Indica si la expresión es siempre verdadera, a veces verdadera o nunca verdadera.

- a. Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente.
- b. Dos rectas diferentes con la misma intersección en y son paralelas.
- c. Dos rectas diferentes con la misma pendiente son paralelas.

68.  Explica cómo puedes determinar de la gráfica de un sistema de dos ecuaciones con dos variables si es un sistema de ecuaciones independiente. Explica cómo puedes determinar si un sistema de ecuaciones es inconsistente.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

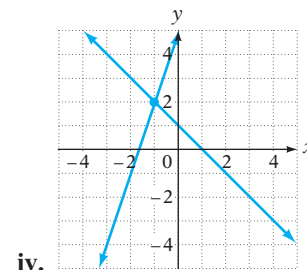
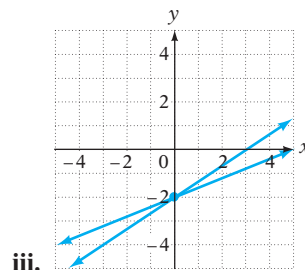
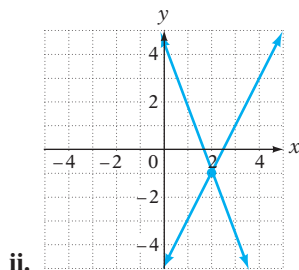
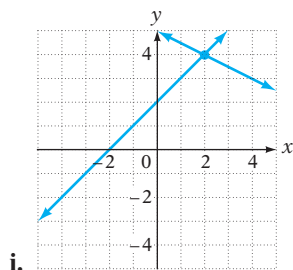
69. Relaciona con su gráfica cada sistema de ecuaciones.

a. $2x - 3y = 6$
 $2x - 5y = 10$

b. $3x - y = -5$
 $x + y = 1$

c. $x + 2y = 10$
 $y = x + 2$

d. $y = -3x + 5$
 $y = 2x - 5$



70. Escribe tres sistemas de ecuaciones diferentes a. uno que tenga $(-3, 5)$ como única solución, b. uno para el que no haya solución y c. uno que sea un sistema de ecuaciones dependiente.

6.2

Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución

OBJETIVO 1

Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución

Encontrar la solución gráfica de un sistema de ecuaciones se basa en la aproximación de las coordenadas de un punto de intersección. Sin embargo, el punto $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ sería difícil de determinar a partir de una gráfica. Se puede utilizar un método algebraico llamado **método de sustitución** para encontrar la solución exacta de un sistema de ecuaciones. Para utilizar el método de sustitución, debemos escribir una de las ecuaciones del sistema en términos de x o de y .

Concéntrate

en resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de sustitución

Resuelve por sustitución.

A. $2x + 5y = -11$
 $y = 3x - 9$

B. $5x + y = 4$
 $2x - 3y = 5$

C. $y = 3x - 1$
 $y = -2x - 6$

A. $2x + 5y = -11$ (1)
 $y = 3x - 9$ (2)

La ecuación (2) establece que $y = 3x - 9$.

Sustituye y por $3x - 9$ en la ecuación (1). $2x + 5(3x - 9) = -11$

Resuelve para x .

$$2x + 15x - 45 = -11$$

$$17x - 45 = -11$$

$$17x = 34$$

$$x = 2$$

Observa que $x = 2$. Ahora debemos encontrar y .

Sustituye el valor de x en la ecuación (2) y resuelve para y .

$$y = 3x - 9$$

$$y = 3 \cdot 2 - 9$$

$$y = 6 - 9$$

$$y = -3$$

La solución es $(2, -3)$.

B. $5x + y = 4$ (1)
 $2x - 3y = 5$ (2)

La ecuación (1) es la ecuación más sencilla de resolver para una variable en términos de la otra.

Resuelve para y la ecuación (1).

$$5x + y = 4$$

$$y = -5x + 4$$

Sustituye y por $-5x + 4$ en la ecuación (2).

$$2x - 3y = 5$$

Resuelve para x .

$$2x - 3(-5x + 4) = 5$$

$$2x + 15x - 12 = 5$$

$$17x - 12 = 5$$

$$17x = 17$$

$$x = 1$$

Sustituye el valor de x en la ecuación (1) y resuelve para y .

$$(1) \quad 5x + y = 4$$

$$5(1) + y = 4$$

$$5 + y = 4$$

$$y = -1$$

La solución es $(1, -1)$.

C. $y = 3x - 1$ (1)
 $y = -2x - 6$ (2)

Sustituye y por $-2x - 6$ en la ecuación (1).

$$y = 3x - 1$$

$$-2x - 6 = 3x - 1$$

Resuelve para x .

$$-5x - 6 = -1$$

$$-5x = 5$$

$$x = -1$$

Sustituye el valor de x en cualquier ecuación y resuelve para y . Aquí se utiliza la ecuación (1).

$$y = 3x - 1$$

$$y = 3(-1) - 1$$

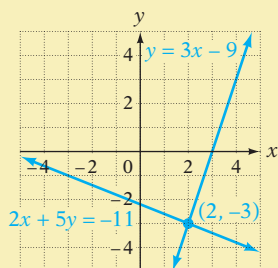
$$y = -3 - 1$$

$$y = -4$$

La solución es $(-1, -4)$.

Toma nota

La gráfica del sistema de ecuaciones de la derecha se presenta abajo. Observa que las rectas se intersecan en el punto con las coordenadas $(2, -3)$, que es la solución algebraica que determinamos con el método de sustitución.

**Toma nota**

Siempre puedes comprobar la solución de un sistema de ecuaciones independiente. Utiliza la habilidad desarrollada en el objetivo 6.1.1 para comprobar que el par ordenado es una solución de cada ecuación en el sistema.

EJEMPLO 1

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por sustitución: } 3x + 4y &= -2 & (1) \\ -x + 2y &= 4 & (2) \end{aligned}$$

Solución

$$\begin{aligned} -x + 2y &= 4 \\ -x &= -2y + 4 \\ x &= 2y - 4 \\ 3x + 4y &= -2 \\ 3(2y - 4) + 4y &= -2 \\ 6y - 12 + 4y &= -2 \\ 10y - 12 &= -2 \\ 10y &= 10 \\ y &= 1 \\ -x + 2y &= 4 \\ -x + 2(1) &= 4 \\ -x + 2 &= 4 \\ -x &= 2 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

• Resuelve para x la ecuación (2).• Sustituye x por $2y - 4$ en la ecuación (1).• Resuelve para y .• Sustituye el valor de y en la ecuación (2).• Resuelve para x .La solución es $(-2, 1)$.**Problema 1**

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por sustitución: } 7x - y &= 4 \\ 3x + 2y &= 9 \end{aligned}$$

Solución

Consulta la página S14.

➡ Intenta resolver el ejercicio 31, página 287.

EJEMPLO 2

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por sustitución: } 4x + 2y &= 5 & (1) \\ y &= -2x + 1 & (2) \end{aligned}$$

Solución

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 5 \\ 4x + 2(-2x + 1) &= 5 \\ 4x - 4x + 2 &= 5 \\ 2 &= 5 \end{aligned}$$

• Sustituye y por $-2x + 1$ en la ecuación (1).

$2 = 5$ no es una igualdad cierta. El sistema de ecuaciones es inconsistente. El sistema no tiene solución.

Problema 2

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por sustitución: } 3x - y &= 4 \\ y &= 3x + 2 \end{aligned}$$

Solución

Consulta la página S14.

➡ Intenta resolver el ejercicio 21, página 287.

EJEMPLO 3

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por sustitución: } 6x - 2y &= 4 & (1) \\ y &= 3x - 2 & (2) \end{aligned}$$

Solución

$$\begin{aligned} 6x - 2y &= 4 \\ 6x - 2(3x - 2) &= 4 \\ 6x - 6x + 4 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

• Sustituye $3x - 2$ para y en la ecuación (1).

$4 = 4$ es una igualdad cierta. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $y = 3x - 2$.

Problema 3

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por sustitución: } y &= -2x + 1 \\ 6x + 3y &= 3 \end{aligned}$$

Solución

Consulta la página S14.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 287.

Toma nota

En el ejemplo 2, resuelve para y la ecuación (1). La ecuación resultante es $y = -2x + \frac{5}{2}$. Por tanto, ambas rectas tienen la misma pendiente, -2 , pero con intersecciones y diferentes. Las rectas son paralelas.

Toma nota

En el ejemplo 3, resuelve para y la ecuación (1). La ecuación resultante es $y = 3x - 2$, que es la misma de la ecuación (2).

Nota de los ejemplos 2 y 3: Si, al resolver un sistema de ecuaciones, se elimina la variable y el resultado es una igualdad falsa, como $2 = 5$, el sistema es inconsistente y no tiene solución. Si el resultado es una igualdad cierta, como $4 = 4$, el sistema es dependiente y tiene un número infinito de soluciones.

6.2 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Determina si la expresión es siempre verdadera, a veces verdadera o nunca verdadera.

1. Si una de las ecuaciones en un sistema de dos ecuaciones lineales es $y = x + 2$, entonces $x + 2$ se puede sustituir por y en la otra ecuación del sistema.
2. Si un sistema de ecuaciones contiene las ecuaciones $y = 2x + 1$ y $x + y = 5$, entonces $x + 2x + 1 = 5$.
3. Si la ecuación $x = 4$ da como resultado la solución de un sistema de ecuaciones por el método de sustitución, entonces la solución del sistema de ecuaciones es 4.
4. Si la igualdad cierta $6 = 6$ da como resultado la solución de un sistema de ecuaciones por el método de sustitución, entonces el sistema de ecuaciones no tiene solución.
5. Si la igualdad falsa $0 = 7$ da como resultado la solución de un sistema de ecuaciones por el método de sustitución, entonces el sistema de ecuaciones tiene un número infinito de soluciones.
6. El par ordenado $(0, 0)$ es una solución de un sistema de ecuaciones lineales.

1 Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución

(Revisa las páginas 283-285).

PREPÁRATE

7. Utiliza este sistema de ecuaciones:
- (1) $y = 3x - 5$
 - (2) $x = 2$

Para resolver el sistema por sustitución, sustituye ? por x en la ecuación (1): $y = 3(2) - 5 = \underline{\quad? \quad}$.

La solución del sistema de ecuaciones es $(\underline{\quad? \quad}, \underline{\quad? \quad})$.

8. Utiliza este sistema de ecuaciones:
- (1) $y = x + 4$
 - (2) $3x + y = 12$

Para resolver el sistema por sustitución, sustituye ? por y en la ecuación (2): $3x + x + 4 = 12$.

La solución de la ecuación $3x + x + 4 = 12$ para x da $x = \underline{\quad? \quad}$.

Para encontrar y , sustituye este valor de x en la ecuación (1): $y = \underline{\quad? \quad} + 4 = \underline{\quad? \quad}$.

La solución del sistema de ecuaciones es $(\underline{\quad? \quad}, \underline{\quad? \quad})$.

Resuelve por sustitución.

- | | | |
|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 9. $2x + 3y = 7$
$x = 2$ | 10. $y = 3$
$3x - 2y = 6$ | 11. $y = x - 3$
$x + y = 5$ |
| 12. $y = x + 2$
$x + y = 6$ | 13. $x = y - 2$
$x + 3y = 2$ | 14. $x = y + 1$
$x + 2y = 7$ |

$$\begin{aligned} 15. \quad 2x + 3y &= 9 \\ y &= x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18. \quad 2x - y &= -5 \\ y &= x + 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 21. \quad \begin{aligned} y &= 4 - 3x \\ 3x + y &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24. \quad x &= 2 - y \\ 3x + 3y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 27. \quad x &= 4y - 3 \\ 2x - 3y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30. \quad y &= x + 4 \\ 2x - y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 33. \quad 4x - 3y &= 5 \\ x + 2y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36. \quad x - 7y &= 4 \\ -3x + 2y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 39. \quad x - 4y &= 9 \\ 2x - 3y &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 42. \quad 3x - y &= 5 \\ 2x + 5y &= -8 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 45. \quad \begin{aligned} 6x - 3y &= 6 \\ 2x - y &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 48. \quad y &= 2x - 8 \\ y &= 3x - 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 51. \quad x &= 4y - 2 \\ x &= 6y + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16. \quad 3x + 2y &= 11 \\ y &= x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19. \quad x &= 2y - 3 \\ 2x - 3y &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22. \quad y &= 2 - 3x \\ 6x + 2y &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25. \quad 3x + 5y &= -6 \\ x &= 5y + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 28. \quad x &= 2y \\ -2x + 4y &= 6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 31. \quad \begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ 3x + 2y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 34. \quad 3x - 5y &= 2 \\ 2x - y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 37. \quad 7x + y &= 14 \\ 2x - 5y &= -33 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 40. \quad 4x - y &= -5 \\ 2x + 5y &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 43. \quad 4x + 3y &= 0 \\ 2x - y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 46. \quad 3x + y &= 4 \\ 9x + 3y &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 49. \quad y &= -4x + 2 \\ y &= -3x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 52. \quad x &= 3 - 2y \\ x &= 5y - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17. \quad 3x - y &= 2 \\ y &= 2x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20. \quad x &= 3y - 1 \\ 3x + 4y &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23. \quad x &= 3y + 3 \\ 2x - 6y &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 26. \quad y &= 2x + 3 \\ 4x - 3y &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 29. \quad y &= 2x - 9 \\ 3x - y &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32. \quad x + y &= 12 \\ 3x - 2y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 35. \quad 7x - y &= 4 \\ 5x + 2y &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 38. \quad 3x + y &= 4 \\ 4x - 3y &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 41. \quad 3x - y &= 6 \\ x + 3y &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 44. \quad 5x + 2y &= 0 \\ x - 3y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 47. \quad y &= 2x + 11 \\ y &= 5x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50. \quad x &= 3y + 7 \\ x &= 2y - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 53. \quad y &= 2x - 7 \\ y &= 4x + 5 \end{aligned}$$

 En los ejercicios 54 y 55, A , B , C y D son números reales diferentes de cero.

54. ¿El siguiente sistema de ecuaciones es independiente, inconsistente o dependiente?

$$\begin{aligned} x + y &= A \\ x &= A - y \end{aligned}$$

55. ¿El siguiente sistema de ecuaciones es independiente, inconsistente o dependiente?

$$\begin{aligned} x + y &= B \\ y &= C - x, C \neq B \end{aligned}$$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Reescribe cada ecuación de modo que los coeficientes sean números enteros. Después resuelve el sistema.

$$\begin{aligned} 56. \quad 0.1x - 0.6y &= -0.4 \\ -0.7x + 0.2y &= 0.5 \end{aligned}$$


$$\begin{aligned} 57. \quad 0.8x - 0.1y &= 0.3 \\ 0.5x - 0.2y &= -0.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 58. \quad 0.4x + 0.5y &= 0.2 \\ 0.3x - 0.1y &= 1.1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 59. \quad -0.1x + 0.3y &= 1.1 \\ 0.4x - 0.1y &= -2.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 60. \quad 1.2x + 0.1y &= 1.9 \\ 0.1x + 0.3y &= 2.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 61. \quad 1.25x - 0.01y &= 1.5 \\ 0.24x - 0.02y &= -1.52 \end{aligned}$$

62.  Cuando resuelves un sistema de ecuaciones por el método de sustitución, ¿cómo determinas si el sistema de ecuaciones es dependiente? ¿Cómo determinas si el sistema de ecuaciones es inconsistente?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

¿Para qué valor de k el sistema de ecuaciones no tiene solución?

63. $2x - 3y = 7$
 $kx - 3y = 4$

64. $8x - 4y = 1$
 $2x - ky = 3$

65. $x = 4y + 4$
 $kx - 8y = 4$

66. La siguiente se presentó como una solución del sistema de ecuaciones de la derecha.

$$\begin{aligned} 2x + 5y &= 10 & \bullet \text{ Ecuación (2)} \\ 2x + 5\left(\frac{1}{2}x + 2\right) &= 10 & \bullet \text{ Sustituye y por } \frac{1}{2}x + 2. \\ 2x + \frac{5}{2}x + 10 &= 10 & \bullet \text{ Resuelve para } x. \\ \frac{9}{2}x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= \frac{1}{2}x + 2 \\ (2) \quad 2x + 5y &= 10 \end{aligned}$$

En este punto, el estudiante establece que como $x = 0$, el sistema de ecuaciones no tiene solución. Si esta afirmación es correcta, ¿el sistema de ecuaciones es independiente, dependiente o inconsistente? Si la afirmación no es correcta, ¿cuál es la solución correcta?

6.3

Solución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de suma y resta (o de eliminación)

OBJETIVO 1

Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de suma y resta

Otro método algebraico para la solución de un sistema de ecuaciones es el **método de suma y resta (o de eliminación)**, el cual se basa en la propiedad de suma y resta de las ecuaciones.

En el sistema de ecuaciones de la derecha, observa el efecto de agregar la ecuación (2) a la ecuación (1). Como $2y$ y $-2y$ son opuestos, agregar las ecuaciones da como resultado una ecuación con una sola variable.

La solución de la ecuación resultante es la primera coordenada de la solución de pares ordenados del sistema.

La segunda coordenada se encuentra al sustituir el valor de x en la ecuación (1) o (2) y después con la solución de y . Aquí se utiliza la ecuación (1).

$$\begin{aligned} (1) \quad 3x + 2y &= 4 \\ (2) \quad 4x - 2y &= 10 \\ \hline 7x + 0y &= 14 \\ 7x &= 14 \\ x &= 2 \\ (1) \quad 3x + 2y &= 4 \\ 3 \cdot 2 + 2y &= 4 \\ 6 + 2y &= 4 \\ 2y &= -2 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

La solución es $(2, -1)$.

A veces la suma y la resta de dos ecuaciones no elimina una de las variables. En este caso, utiliza la propiedad de multiplicación de las ecuaciones para escribir de nuevo una o ambas ecuaciones, de modo que cuando se agreguen las ecuaciones, se elimine una de las variables.

Para ello, primero elige la variable que vas a eliminar. Los coeficientes de esa variable deben ser opuestos. Multiplica cada ecuación por una constante que produzca coeficientes que sean opuestos.

Concéntrate en resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de suma y resta

Resuelve por el método de suma y resta.

A. $3x + 2y = 7$
 $5x - 4y = 19$

B. $5x + 6y = 3$
 $2x - 5y = 16$

C. $2x + y = 2$
 $4x + 2y = -5$

A. $3x + 2y = 7$ (1)
 $5x - 4y = 19$ (2)

Para eliminar y , multiplica cada lado de la ecuación (1) por 2.

Ahora los coeficientes de los términos y son opuestos.

Suma las ecuaciones.

Resuelve para x .

Sustituye el valor de x en una de las ecuaciones y resuelve para y . Aquí se utiliza la ecuación (2).

$$\begin{array}{r} 2(3x + 2y) = 2 \cdot 7 \\ 5x - 4y = 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x + 4y = 14 \\ 5x - 4y = 19 \\ \hline 11x + 0y = 33 \\ 11x = 33 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad 5x - 4y = 19 \\ 5 \cdot 3 - 4y = 19 \\ 15 - 4y = 19 \\ -4y = 4 \\ y = -1 \end{array}$$

La solución es $(3, -1)$.

B. $5x + 6y = 3$ (1)
 $2x - 5y = 16$ (2)

Para eliminar x , multiplica por 2 cada lado de la ecuación (1) y por -5 cada lado de la ecuación (2). Observa cómo se seleccionan las constantes. El signo negativo se utiliza para que los coeficientes sean opuestos.

$$\begin{array}{r} 2 \swarrow (5x + 6y) = 2 \cdot 3 \\ -5 \searrow (2x - 5y) = -5 \cdot 16 \end{array}$$

Ahora los coeficientes para los términos x son opuestos.

Suma las ecuaciones.

Resuelve para y .

Sustituye el valor de y en una de las ecuaciones y resuelve para x . Aquí se utiliza la ecuación (1).

$$\begin{array}{r} 10x + 12y = 6 \\ -10x + 25y = -80 \\ \hline 0x + 37y = -74 \\ 37y = -74 \\ y = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (1) \quad 5x + 6y = 3 \\ 5x + 6(-2) = 3 \\ 5x - 12 = 3 \\ 5x = 15 \\ x = 3 \end{array}$$

La solución es $(3, -2)$.

C. $2x + y = 2$ (1)
 $4x + 2y = -5$ (2)

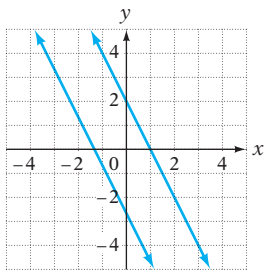
Para eliminar y , multiplica por -2 cada lado de la ecuación (1).

Suma las ecuaciones.

Esta igualdad no es cierta.

El sistema de ecuaciones es inconsistente. El sistema no tiene solución.

$$\begin{array}{r} -4x - 2y = -4 \\ 4x + 2y = -5 \\ \hline 0x + 0y = -9 \\ 0 = -9 \end{array}$$



A la izquierda se presentan las gráficas de las dos ecuaciones en el sistema de ecuaciones anterior. Observa que las gráficas son paralelas y, por tanto, no se intersectan. Por tanto, el sistema de ecuaciones no tiene solución.

EJEMPLO 1

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por el método de suma y resta: } & 2x + 4y = 7 \quad (1) \\ & 5x - 3y = -2 \quad (2) \end{aligned}$$

Solución

$$\begin{aligned} 5(2x + 4y) &= 5 \cdot 7 \\ -2(5x - 3y) &= -2 \cdot (-2) \\ 10x + 20y &= 35 \\ -10x + 6y &= 4 \\ \hline 26y &= 39 \end{aligned}$$

$$y = \frac{39}{26} = \frac{3}{2}$$

$$2x + 4\left(\frac{3}{2}\right) = 7$$

$$2x + 6 = 7$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

La solución es $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

- Elimina x . Multiplica por **5** cada lado de la ecuación (1) y por **-2** cada lado de la ecuación (2).

- Suma las ecuaciones.

- Resuelve para y .

- Sustituye el valor de y en la ecuación (1).

- Resuelve para x .

Problema 1

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por el método de suma y resta: } & x - 2y = 1 \\ & 2x + 4y = 0 \end{aligned}$$

Solución

Consulta la página S14.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 292.

EJEMPLO 2

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por el método de suma y resta: } & 5x = 2y - 7 \quad (1) \\ & 3x + 4y = 1 \quad (2) \end{aligned}$$

Solución

$$5x - 2y = -7$$

$$3x + 4y = 1$$

$$2(5x - 2y) = 2(-7)$$

$$3x + 4y = 1$$

$$10x - 4y = -14$$

$$3x + 4y = 1$$

$$13x + 0y = -13$$

$$13x = -13$$

$$x = -1$$

$$5x = 2y - 7$$

$$5(-1) = 2y - 7$$

$$-5 = 2y - 7$$

$$2 = 2y$$

$$1 = y$$

La solución es $(-1, 1)$.

- Escribe la ecuación (1) en la forma $Ax + By = C$.

- Elimina y . Multiplica por **2** cada lado de la ecuación (1).

- Suma las ecuaciones.

- Resuelve para x .

- Sustituye el valor de x en la ecuación (1) y resuelve para y .

Problema 2

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por el método de suma y resta: } & 4x = y - 6 \\ & 2x + 5y = 8 \end{aligned}$$

Solución

Consulta la página S15.

➡ Intenta resolver el ejercicio 37, página 292.

EJEMPLO 3

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por el método de suma y resta: } 6x + 9y &= 15 & (1) \\ 4x + 6y &= 10 & (2) \end{aligned}$$

Solución

$$\begin{aligned} 4(6x + 9y) &= 4 \cdot 15 \\ -6(4x + 6y) &= -6 \cdot 10 \\ 24x + 36y &= 60 \\ -24x - 36y &= -60 \\ \hline 0 &= 0 \end{aligned}$$

• **Elimina x .** Multiplica por **4** cada lado de la ecuación (1) y por **-6** cada lado de la ecuación (2).

• **Suma las ecuaciones.**

$0 = 0$ es una igualdad cierta. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $6x + 9y = 15$.

Problema 3

$$\begin{aligned} \text{Resuelve por el método de suma y resta: } 2x - 3y &= 4 \\ -4x + 6y &= -8 \end{aligned}$$

Solución

Consulta la página S15.

➡ Intenta resolver el ejercicio 35, página 292.

6.3 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. ¿Cómo se puede determinar si un sistema de ecuaciones es independiente, dependiente o inconsistente cuando cada ecuación del sistema está en la forma $y = mx + b$? Identifica cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones como independiente, dependiente o inconsistente. Explica tu respuesta.

a. $y = -\frac{2}{3}x + 3$
 $y = -\frac{2}{3}x - 3$

b. $y = -x - 1$
 $y = x + 1$

c. $y = 3x + 2$
 $y = 3x + 2$

d. $y = -2x + 3$
 $y = 2x + 3$

Determina si la expresión es verdadera o falsa.

2. Cuando utilizas el método de suma y resta para resolver un sistema de ecuaciones lineales, si multiplicas por un número un lado de una ecuación, entonces debes multiplicar por el mismo número el otro lado de la ecuación.
3. Cuando un sistema de ecuaciones lineales se resuelve por el método de suma y resta, para eliminar una de las variables, los coeficientes de una de las variables deben ser opuestos.
4. Estás utilizando el método de suma y resta para resolver el sistema de ecuaciones que se muestra a la derecha. El primer paso que debes realizar es sumar las dos ecuaciones.

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 6 \\ 2x + 3y &= -6 \end{aligned}$$

- 1 Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de suma y resta**
 (Revisa las páginas 288-291).

PREPÁRATE

5. Utiliza el sistema de ecuaciones: (1) $-3x - y = 5$
 (2) $x - 4y = 7$
 - a. Para eliminar x del sistema de ecuaciones por el método de suma y resta, multiplica por ? cada lado de la ecuación (2).
 - b. Para eliminar y del sistema de ecuaciones por el método de suma y resta, multiplica por ? cada lado de la ecuación (1).

6. Utiliza este sistema de ecuaciones: (1) $2x - 3y = 3$

(2) $x + 6y = 9$

a. Para eliminar x del sistema de ecuaciones por el método de suma y resta, multiplica por ? cada lado de la ecuación (?).

b. Para eliminar y del sistema de ecuaciones por el método de suma y resta, multiplica por ? cada lado de la ecuación (?).

Resuelve por el método de suma y resta.

7. $x + y = 4$
 $x - y = 6$

8. $2x + y = 3$
 $x - y = 3$

9. $x + y = 4$
 $2x + y = 5$

10. $x - 3y = 2$
 $x + 2y = -3$

11. $2x - y = 1$
 $x + 3y = 4$

12. $x - 2y = 4$
 $3x + 4y = 2$

13. $4x - 5y = 22$
 $x + 2y = -1$

14. $3x - y = 11$
 $2x + 5y = 13$

15. $2x - y = 1$
 $4x - 2y = 2$

16. $x + 3y = 2$
 $3x + 9y = 6$

➡ 17. $4x + 3y = 15$
 $2x - 5y = 1$

18. $3x - 7y = 13$
 $6x + 5y = 7$

19. $2x - 3y = 5$
 $4x - 6y = 3$

20. $2x + 4y = 3$
 $3x + 6y = 8$

21. $5x - 2y = -1$
 $x + y = 4$

22. $4x - 3y = 1$
 $8x + 5y = 13$

23. $5x + 7y = 10$
 $3x - 14y = 6$

24. $7x + 10y = 13$
 $4x + 5y = 6$

25. $3x - 2y = 0$
 $6x + 5y = 0$

26. $5x + 2y = 0$
 $3x + 5y = 0$

27. $2x - 3y = 16$
 $3x + 4y = 7$

28. $3x + 4y = 10$
 $4x + 3y = 11$

29. $x + 3y = 4$
 $2x + 5y = 1$

30. $-2x + 7y = 9$
 $3x + 2y = -1$

31. $7x - 2y = 13$
 $5x + 3y = 27$

32. $3x + 5y = -11$
 $2x - 7y = 3$

33. $8x - 3y = 11$
 $6x - 5y = 11$

34. $4x - 8y = 36$
 $3x - 6y = 27$

➡ 35. $5x + 15y = 20$
 $2x + 6y = 8$

36. $2x - 3y = 4$
 $-x + 4y = 3$

➡ 37. $3x = 2y + 7$
 $5x - 2y = 13$

38. $2y = 4 - 9x$
 $9x - y = 25$

39. $2x + 9y = 5$
 $5x = 6 - 3y$

40. $3x - 4 = y + 18$
 $4x + 5y = -21$

41. $2x + 3y = 7 - 2x$
 $7x + 2y = 9$

42. $5x - 3y = 3y + 4$
 $4x + 3y = 11$

43. $3x + y = 1$
 $5x + y = 2$

44. $2x - y = 1$
 $2x - 5y = -1$

45. $4x + 3y = 3$
 $x + 3y = 1$

46. $2x - 5y = 4$
 $x + 5y = 1$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Resuelve.

47. $x - 0.2y = 0.2$
 $0.2x + 0.5y = 2.2$

48. $0.5x - 1.2y = 0.3$
 $0.2x + y = 1.6$


49. $1.25x - 1.5y = -1.75$
 $2.5x - 1.75y = -1$

50. El punto de intersección de las gráficas de las ecuaciones $Ax + 2y = 2$ y $2x + By = 10$ es $(2, -2)$. Encuentra A y B .

51. El punto de intersección de las gráficas de las ecuaciones $Ax - 4y = 9$ y $4x + By = -1$ es $(-1, -3)$. Encuentra A y B .

52. Como todas las gráficas de las ecuaciones $2x - y = 6$, $3x - 4y = 4$ y $Ax - 2y = 0$ se intersecan en el mismo punto, encuentra A .

53. Como las gráficas de las ecuaciones $3x - 2y = -2$, $2x - y = 0$ y $Ax + y = 8$ se intersecan en el mismo punto, encuentra A .

54.  Describe con tus palabras el proceso para resolver un sistema de ecuaciones por el método de suma y resta.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

55. ¿Para qué valor de k el sistema de ecuaciones es dependiente?

$$\begin{array}{lll} \text{a. } 2x + 3y = 7 & \text{b. } y = \frac{2}{3}x - 3 & \text{c. } x = ky - 1 \\ 4x + 6y = k & y = kx - 3 & y = 2x + 2 \end{array}$$

56. ¿Para qué valores de k el sistema de ecuaciones es independiente?

$$\begin{array}{lll} \text{a. } x + y = 7 & \text{b. } x + 2y = 4 & \text{c. } 2x + ky = 1 \\ kx + y = 3 & kx + 3y = 2 & x + 2y = 2 \end{array}$$

57. Para cada uno de los sistemas de ecuaciones siguientes, elabora una gráfica con las ecuaciones y marca el punto de intersección. Luego suma las dos ecuaciones en el sistema y elabora una gráfica de la ecuación resultante en el mismo sistema de coordenadas en la que elaboraste la gráfica del sistema de ecuaciones. ¿Cómo se relaciona la gráfica de la suma de las ecuaciones con la gráfica del sistema de ecuaciones?

$$\begin{array}{llll} \text{a. } 3x - 4y = 12 & \text{b. } 2x - 3y = 6 & \text{c. } 2x - 3y = 2 & \text{d. } 2x - y = 1 \\ 5x + 4y = -12 & -2x + 5y = -10 & 5x + 4y = 5 & x + 2y = 3 \end{array}$$

58. Encuentra una ecuación de modo que el sistema de ecuaciones formado por tu ecuación y la ecuación $3x - 4y = 10$ tenga como solución $(2, -1)$.

6.4

Problemas de aplicación con dos variables

OBJETIVO

1

Problemas con velocidad del viento y velocidad de una corriente

La solución de problemas que un objeto en movimiento a favor o en contra del viento o de una corriente, casi siempre requiere de dos variables. Una variable representa la velocidad del objeto en movimiento con viento o en agua en calma, y una segunda variable representa la velocidad del viento o de la corriente.

Un avión que vuela con el viento viajará una mayor distancia por hora que si viajara sin viento. La velocidad resultante del avión está representada por la suma de la velocidad del avión y la velocidad del viento.

Por otro lado, un avión que viaja con viento en contra recorrerá una distancia más corta por hora que sin el viento. La velocidad resultante del avión está representada por la diferencia entre la velocidad del avión y la velocidad del viento.

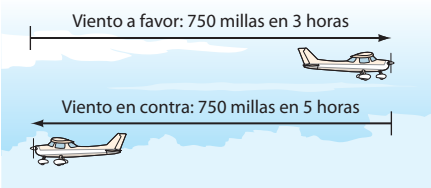
Se utiliza el mismo principio para describir la velocidad de un barco que viaja con o en contra de la corriente.

Resuelve: Con el viento a favor en vuelo, un avión pequeño puede recorrer 750 millas en 3 horas. Con viento en contra, el avión puede recorrer la misma distancia en 5 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS CON VELOCIDAD DEL VIENTO Y VELOCIDAD DE UNA CORRIENTE

- Elige una variable para que represente la velocidad del objeto en condiciones de calma y una segunda variable para que represente la velocidad del viento o la corriente. Luego, utiliza el tiempo recorrido a favor y en contra del viento o de la corriente, con tus expresiones para la velocidad junto con el hecho que $vt = d$ para elaborar las expresiones de la distancia que recorre el objeto. Los resultados se pueden registrar en una tabla.

Velocidad del avión con el viento en calma: p
Velocidad del viento: w



	Velocidad	\cdot	Tiempo	$=$	Distancia
Viento a favor	$p + w$	\cdot	3	$=$	$3(p + w)$
Viento en contra	$p - w$	\cdot	5	$=$	$5(p - w)$

► Determina la relación entre las expresiones para la distancia.

La distancia recorrida con el viento a favor es 750 millas. $3(p + w) = 750$
La distancia recorrida con el viento en contra es 750 millas. $5(p - w) = 750$

Resuelve el sistema de ecuaciones.

$3(p + w) = 750$

\rightarrow

$\frac{3(p + w)}{3} = \frac{750}{3}$

\rightarrow

$p + w = 250$

$5(p - w) = 750$

\rightarrow

$\frac{5(p - w)}{5} = \frac{750}{5}$

\rightarrow

$p - w = 150$

$2p = 400$

$p = 200$

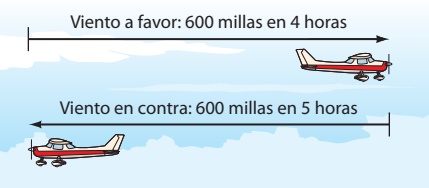
Sustituye el valor de p en la ecuación $p + w = 250$.
Resuelve para w .
 $p + w = 250$
 $200 + w = 250$
 $w = 50$

La velocidad del avión con el viento en calma es 200 mph.
La velocidad del viento es 50 mph.

EJEMPLO 1

Un viaje de 600 millas de una ciudad a otra toma 4 horas cuando el avión vuela con viento a favor. El viaje de regreso con viento en contra toma 5 horas. Calcula la velocidad del avión sin viento y la velocidad del viento..

Estrategia



► Velocidad del avión con viento en calma: p
Velocidad del viento: w

	Velocidad	Tiempo	Distancia
Viento a favor	$p + w$	4	$4(p + w)$
Viento en contra	$p - w$	5	$5(p - w)$

► La distancia recorrida con viento a favor es 600 mi.
La distancia recorrida con viento en contra es 600 mi.

Solución $4(p + w) = 600$ (1)

$5(p - w) = 600$ (2)

$\frac{4(p + w)}{4} = \frac{600}{4}$

$\frac{5(p - w)}{5} = \frac{600}{5}$

$p + w = 150$

$p - w = 120$

$2p = 270$

$p = 135$

$p + w = 150$

$135 + w = 150$

$w = 15$

La velocidad del avión con viento en calma es 135 mph.

La velocidad del viento es 15 mph.

• Simplifica la ecuación (1) dividiendo entre 4 cada lado de la ecuación.

• Simplifica la ecuación (2) dividiendo entre 5 cada lado de la ecuación.

• Suma las dos ecuaciones.

• Resuelve para p , la velocidad del avión con viento en calma.

• Sustituye el valor de p en una de las ecuaciones.

• Resuelve para w , la velocidad del viento.

Problema 1

Una persona que rema con la corriente en una canoa puede recorrer 24 millas en 3 horas. En contra de la corriente tarda 4 horas en recorrer la misma distancia. Calcula la velocidad de la corriente y la velocidad del remero con agua en calma.

Solución Consulta la página S15.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 298.

OBJETIVO 2

Problemas de aplicación

Punto de interés

Los babilonios tenían un método para resolver un sistema de ecuaciones. Ésta es una adaptación de un problema de un antiguo libro babilonio (alrededor de 1500 a. C.). "Hay dos bloques de plata, la suma de $\frac{1}{7}$ del primer bloque y de $\frac{1}{11}$ del segundo bloque es un sheqel (una medida de peso). El primer bloque disminuido $\frac{1}{7}$ de su peso es igual al segundo disminuido $\frac{1}{11}$ de su peso. ¿Cuánto pesan ambos bloques?"

Los problemas de aplicación en esta sección son variantes de los problemas resueltos antes en el libro. Cada una de las estrategias para los problemas en esta sección dará como resultado un sistema de ecuaciones.

Resuleve: Un joyero compró 5 onzas de una aleación de oro y 20 onzas de una aleación de plata a un costo total de 700 dólares. Al día siguiente, con los mismos precios por onza, el joyero compró 4 onzas de la aleación de oro y 30 onzas de la aleación de plata a un costo total de 630 dólares. Calcula el costo por onza de la aleación de plata.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE APLICACIÓN CON DOS VARIABLES

- Selecciona una variable para representar una de las cantidades desconocidas y una segunda variable para representar otra cantidad desconocida. Escribe expresiones numéricas o algebraicas para todas las cantidades restantes. Puedes registrar los resultados en dos tablas, una para cada una de las condiciones.

Costo por onza de aleación de oro: g Costo por onza de aleación de plata: s

Primer día

	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
Aleación de oro	5	·	g	=	$5g$
Aleación de plata	20	·	s	=	$20s$

Segundo día

	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
Aleación de oro	4	·	g	=	$4g$
Aleación de plata	30	·	s	=	$30s$

- Determina un sistema de ecuaciones. Las estrategias presentadas en el capítulo “Solución de ecuaciones y desigualdades: Aplicaciones” se pueden utilizar para determinar las relaciones entre las expresiones en las tablas. Cada tabla dará una ecuación del sistema.

El valor total de la compra del primer día fue \$700. $5g + 20s = 700$
El valor total de la compra del segundo día fue \$630. $4g + 30s = 630$

Resuelve el sistema de ecuaciones.

$$\begin{array}{rcl} 5g + 20s = 700 & \longrightarrow & 4(5g + 20s) = 4 \cdot 700 \\ 4g + 30s = 630 & \longrightarrow & -5(4g + 30s) = -5 \cdot 630 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 20g + 80s = 2800 \\ -20g - 150s = -3150 \\ \hline -70s = -350 \\ s = 5 \end{array}$$

El costo por onza de la aleación de plata fue \$5.

EJEMPLO 2

El propietario de una tienda compró 20 focos de luz incandescente y 30 focos fluorescentes a un costo total de \$40. Una segunda compra, a los mismos precios, incluyó 30 focos incandescentes y 10 fluorescentes a un costo total de \$25. Calcula el costo de un foco incandescente y de un foco fluorescente.

- Estrategia** ► Costo de un foco incandescente: I
Costo de un foco fluorescente: F

Primera compra

	Cantidad	Costo unitario	Valor
Incandescentes	20	I	$20I$
Fluorescentes	30	F	$30F$

Segunda compra

	Cantidad	Costo unitario	Valor
Incandescentes	30	I	$30I$
Fluorescentes	10	F	$10F$

- El valor total de la primera compra fue \$40.
El valor total de la segunda compra fue \$25.

Solución

$$\begin{array}{rcl} 20I + 30F = 40 & (1) \\ 30I + 10F = 25 & (2) \\ 20I + 30F = 40 \\ -3(30I + 10F) = -3(25) \\ \hline 20I + 30F = 40 \\ -90I - 30F = -75 \\ \hline -70I = -35 \\ I = 0.5 \end{array}$$

- Elimina F . Multiplica por -3 cada lado de la ecuación (2).
- Suma las dos ecuaciones.
- Resuelve para I , el costo de un foco incandescente.

$$\begin{aligned}
 20I + 30F &= 40 \\
 20(0.5) + 30F &= 40 \\
 10 + 30F &= 40 \\
 30F &= 30 \\
 F &= 1
 \end{aligned}$$

- Sustituye el valor de I en una de las ecuaciones.
- Resuelve para F .

El costo de un foco incandescente fue \$0.50.

El costo de un foco fluorescente fue \$1.00.

Problema 2

El martes acudes a un centro de copiado y obtienes 85 copias en blanco y negro y 25 a color a un costo total de \$14.20. El miércoles, tu compañero acude al mismo centro de copiado y obtiene 75 copias en blanco y negro y 5 a color a un costo total de \$6.90. Calcula el costo por copia en blanco y negro.

Solución

Consulta la página S15.

➡ Intenta resolver el ejercicio 29, página 299.

6.4 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Para los ejercicios 1 a 5, determina si la expresión es verdadera o falsa.

1. Un avión que vuela con viento a favor viaja a mayor velocidad que si lo hiciera sin viento.
2. La ecuación de movimiento uniforme $v = dt$ se utiliza para resolver problemas de velocidad del viento y velocidad de una corriente.
3. Si b representa la velocidad de un barco en agua tranquila y c representa la velocidad de la corriente, entonces $b + c$ representa la velocidad del barco que viaja contra corriente.
4. Si, en un sistema de ecuaciones, p representa la velocidad de un avión con viento en calma y w representa la velocidad del viento y la solución del sistema es $p = 100$, esto significa que la velocidad del viento es 100.
5. El sistema de ecuaciones de la derecha representa el problema siguiente:

$$\begin{aligned}
 2(p + w) &= 600 \\
 3(p - w) &= 600
 \end{aligned}$$

Un avión que vuela con viento a favor recorrió 600 millas en 2 horas. Al volar con viento en contra, el avión pudo recorrer la misma distancia en 3 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma.

6. Un contratista compró 100 yardas de alfombra de nylon a x dólares por yarda y 50 yardas de alfombra de lana a y dólares por yarda. ¿Cómo puedes representar el costo total de la alfombra?




1 Problemas con velocidad del viento y velocidad de una corriente (Revisa las páginas 293-295).

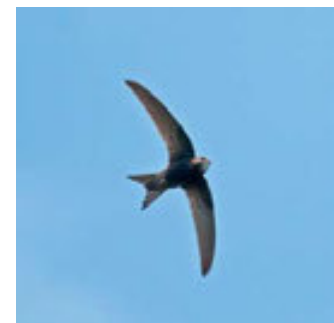
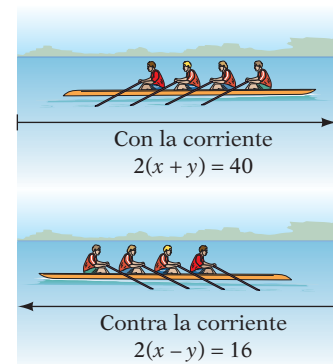
PREPÁRATE

7. Un barco viaja río abajo durante 2 horas (con la corriente), luego da la vuelta y tarda 3 horas en regresar (contra la corriente). Supongamos que b es la velocidad del barco, en millas por hora, en agua tranquila, y que c es la velocidad de la corriente, en millas por hora. Completa la tabla siguiente reemplazando los signos de interrogación.

	Velocidad, r	\cdot	Tiempo, t	$=$	Distancia, d
Con la corriente	<u>?</u>	\cdot	<u>?</u>	$=$	<u>?</u>
Contra la corriente	<u>?</u>	\cdot	<u>?</u>	$=$	<u>?</u>

8. Supongamos que la distancia recorrida río abajo por el barco en el ejercicio 7 es de 36 millas. Utiliza las expresiones en la última columna de la tabla en el ejercicio 7 para escribir un sistema de ecuaciones que se pueda resolver, calculando la velocidad del barco en agua en calma y la velocidad de la corriente.

9.  Con viento a favor, un avión recorre m millas en h horas. Con viento en contra, el avión recorre n millas en h horas. ¿ m es menor que, igual a o mayor que n ?
10.  Contra la corriente, un barco tarda h horas en recorrer m millas. Con la corriente, el barco tarda k horas en recorrer m millas. ¿ k es menor que, igual a o mayor que h ?
11. Una ballena que nadaba contra la corriente del océano viajó 60 millas en 2 horas. Al nadar en dirección contraria, con la corriente, la ballena pudo recorrer la misma distancia en 1.5 horas. Calcula la velocidad de la ballena en el océano en calma y la velocidad de la corriente oceánica.
12. Un avión que vuela con la corriente de chorro llegó de Los Ángeles a Chicago, una distancia de 2250 millas, en 5 horas. Al volar contra la corriente de chorro, el avión sólo pudo recorrer 1750 millas en el mismo tiempo. Calcula la velocidad del avión con el viento en calma y la velocidad del viento.
13. Un equipo que remó con la corriente recorrió 40 km en 2 horas. Al remar contra la corriente, el equipo pudo recorrer sólo 16 km en 2 horas. Calcula la velocidad del equipo al remar en agua en calma y la velocidad de la corriente.
14. Al remar con la corriente, un remero recorrió 14 millas en 2 horas. Contra la corriente, el remero sólo pudo recorrer 10 millas en el mismo tiempo. Calcula la velocidad del remero en agua en calma y la velocidad de la corriente.
15. Una lancha de motor que viaja con la corriente recorrió 35 millas en 3.5 horas. Al viajar contra la corriente, la lancha recorrió 12 millas en 3 horas. Calcula la velocidad de la lancha en agua en calma y la velocidad de la corriente.
16. Un avión pequeño, al volar con vientos contrarios, recorrió 270 millas en 3 horas. Al volar con viento a favor, el avión recorrió 260 millas en 2 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.
-  17. Un Learjet 31A privado que transportaba pasajeros volaba con viento en popa y recorrió 1120 millas en 2 horas. Con viento en contra en el viaje de regreso, el avión pudo recorrer sólo 980 millas en 2 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.
18. Un equipo que rema con la corriente recorrió 18 millas en 2 horas. Contra la corriente, el equipo recorrió una distancia de 8 millas en el mismo tiempo. Calcula la velocidad del equipo de remo en agua en calma y la velocidad de la corriente.
19. Un hidroavión con viento a favor voló de un puerto en el océano a un lago, recorriendo en 2 horas una distancia de 240 millas. Al volar con viento en contra, el hidroavión realizó en 3 horas el viaje del lago al puerto en el océano. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.
20. El vencejo es el ave capaz de alcanzar la mayor velocidad de vuelo. Un vencejo volando con viento a favor hasta un punto donde hay alimento recorrió 26 millas en 0.2 horas. En el viaje de regreso, con viento en contra, el vencejo sólo pudo recorrer 16 millas en el mismo tiempo. Calcula la velocidad del vencejo con viento en calma y la velocidad del viento.
21. Un helicóptero militar Boeing Apache Longbow voló directamente con vientos contrarios y sólo pudo recorrer 450 mi en 2.5 horas. En el vuelo de regreso, ahora con viento a favor, tardó 1 hora 40 minutos. Calcula la velocidad del helicóptero con viento en calma y la velocidad del viento.
22. Con viento a favor, un quarterback lanza un pase de 140 pies en 2 segundos. Con viento en contra, el mismo pase recorrería 80 pies en 2 segundos. Calcula la velocidad del pase y la velocidad del viento.



2 Problemas de aplicación (Revisa las páginas 295-297).

PREPÁRATE

23. Compraste boletos para el teatro 4 para adultos y 2 de niños. Para la misma función, tu vecino compró boletos para 2 adultos y 3 niños. Si A es el costo por boleto de adulto y C el costo por boleto de niño. Completa las tablas siguientes reemplazando los signos de interrogación.



Tu compra	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
Boleto de adulto	<u>?</u>	·	<u>?</u>	=	<u>?</u>
Boleto de niño	<u>?</u>	·	<u>?</u>	=	<u>?</u>

Compra de tu vecino	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
Boleto de adulto	<u>?</u>	·	<u>?</u>	=	<u>?</u>
Boleto de niño	<u>?</u>	·	<u>?</u>	=	<u>?</u>

24. Observa el ejercicio 23. Supongamos que tus boletos costaron \$320 y los de tu vecino \$240. Utiliza las expresiones en las últimas columnas de las tablas en el ejercicio 23 y escribe un sistema de ecuaciones que permita calcular el costo por boleto de adulto y el costo por boleto de niño.



© Bill Aron/PhotoEdit


25.  Un comerciante mezcla 4 libras de té de canela con 1 libra de té de especias para crear una mezcla que cuesta \$12 por libra. Cuando el comerciante mezcla 1 libra del té de canela con 4 libras del té de especias, la mezcla cuesta \$15 por libra. ¿El costo por libra del té de canela es menor que, igual a o mayor que el costo por libra del té de especias?
26.  El valor total de las monedas de cinco y diez centavos en un banco es \$2. Si las monedas de cinco centavos fueran de diez centavos y viceversa, el valor total sería \$3. ¿La cantidad de monedas de cinco centavos en el banco es menor que, igual a o mayor que la de monedas de diez centavos?
27. **Negocios** El gerente de una tienda de cómputo recibió dos embarques de software. El costo del primer embarque, que contenía 12 programas antivirus originales y 10 programas de diseño idénticos, fue \$1780. El segundo embarque, con los mismos precios, contenía 5 copias del programa antivirus y 8 copias del programa de diseño. El costo del segundo embarque fue \$1125. Calcula el costo de una copia del programa antivirus.
28. **Negocios** El gerente de una tienda de ropa de descuento recibió dos embarques de ropa de otoño. El costo del primer embarque, que contenía 10 suéteres idénticos y 20 chamarras idénticas, fue \$800. El segundo embarque, con los mismos precios, contenía 5 suéteres iguales y 15 chamarras iguales. El costo del segundo embarque fue \$550. Calcula el costo de una chamarra.
- ➡ 29. **Negocios** Un pastelero compró 12 libras de harina de trigo y 15 libras de harina de centeno a un costo total de \$39.87. Una segunda compra, a los mismos precios, incluyó 15 libras de harina de trigo y 10 libras de harina de centeno. El costo de la segunda fue \$33.30. Calcula el costo por libra de las harinas de trigo y de centeno.
30. **Mezclas de combustibles** Un número en la gasolina de octano 87 significa que la gasolina dará un golpe tan efectivo que hará funcionar al motor como un combustible de referencia al 87% isooctano, un tipo de gas. Imagina que quieres llenar un tanque vacío con gasolina de octano 87 y gasolina de octano 93 para producir una mezcla de octano 89. ¿Qué tanto de cada gasolina debes usar?

- 31. Mezclas de alimentos** Un chef repostero creó una solución de azúcar de 50 onzas constituida por 34% de azúcar con una solución de azúcar al 20% y otra solución al 40%. ¿Qué cantidad utilizó de la solución de azúcar al 20% y de la solución al 40%?
- 32. Salarios** Shelly Egan trabaja como dependiente en una tienda de abarrotes durante sus vacaciones de verano. Recibe un salario por hora estándar en el horario diurno, pero un salario por hora más alto en el turno de noche. Una semana trabajó 17 horas durante el día y 8 horas por la noche y ganó \$216. La semana siguiente ganó \$246 por un total de 12 horas durante el día y 15 horas por la noche. ¿Qué salario le pagan por hora durante el día y por hora durante la noche?
- 33. Deportes** Un equipo de basquetbol anotó 87 puntos en canastas de dos puntos y canastas de tres puntos. Si las canastas de dos puntos hubieran sido de tres puntos y viceversa, el equipo habría anotado 93 puntos. Calcula cuántas canastas de dos puntos y cuántas canastas de tres puntos anotó el equipo.
- 34. Consumo** Los empleados de una ferretería pidieron el almuerzo a una cafetería local. El almuerzo consistió en 4 emparedados de pavo y 7 órdenes de papas a la francesa, con un costo total de \$38.30. Al día siguiente, los empleados pidieron 5 emparedados de pavo y 5 órdenes de papas a la francesa y el total fue \$40.75. ¿Cuánto cobra la cafetería por un emparedado de pavo? ¿Cuál es el precio de una orden de papas a la francesa?



Andi Berger/Shutterstock.com

Peso corporal ideal Existen varias fórmulas para calcular el peso corporal ideal. En cada una de las fórmulas en los ejercicios 35 y 36, W es el peso corporal ideal en kilogramos y x es la estatura en pulgadas por arriba de 60 pulgadas.

- 35.** J. D. Robinson dio la fórmula siguiente para hombres: $W = 52 + 1.9x$. D. R. Miller publicó una fórmula ligeramente diferente para hombres: $W = 56.2 + 1.41x$. ¿Con qué estatura ambas fórmulas dan el mismo peso corporal ideal? Redondea al entero más próximo.
- 36.** J. D. Robinson dio la fórmula siguiente para mujeres: $W = 49 + 1.7x$. D. R. Miller publicó una fórmula ligeramente diferente para mujeres: $W = 53.1 + 1.36x$. ¿Con qué estatura ambas fórmulas dan el mismo peso corporal ideal? Redondea al entero más próximo.
- 37.**  **Ahorro de combustible** Lee el artículo de la derecha. Supongamos que consumes 10 galones de gasolina conduciendo 208 millas en un Ford Taurus FWD 2010. Con los nuevos cálculos de millas por galón mencionados en el artículo, calcula la cantidad de millas en ciudad y la cantidad de millas en carretera que recorriste.
- 38. Inversiones** Un club de inversión invirtió una parte de sus fondos en una cuenta con interés simple de 9% anual y el resto en otra cuenta con interés simple de 8% anual. El monto de intereses ganados durante un año fue \$860. Si las cantidades depositadas en cada cuenta se invirtieran, el interés obtenido habría sido \$840. ¿Cuánto se invirtió en cada cuenta?
- 39. Inversiones** Un inversionista tiene dos inversiones, una con una ganancia de interés simple de 5% anual y otra con 4.5% anual de interés simple. Las dos cuentas ganan \$240 de intereses en un año. Si las cantidades en cada cuenta se invirtieran, el interés ganado sería \$235. ¿Cuánto se invirtió en la cuenta al 5%?

En las noticias

Nuevos cálculos de millas por galón

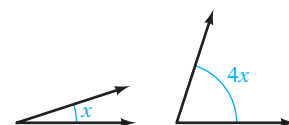
A partir de los nuevos modelos 2008, la Agencia de Protección Ambiental utiliza un nuevo método para calcular el millaje por galón para los vehículos motorizados. En general, las estimaciones son más bajas que antes. Por ejemplo, con base en el nuevo método, el millaje para un Ford Taurus FWD 2010 es 18 mpg en ciudad y 25 mpg en carretera.

Fuente: www.fueleconomy.gov

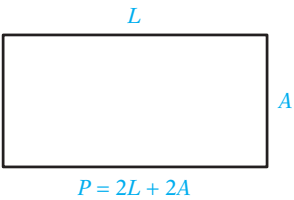
APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Anota un sistema de ecuaciones y resuelve.

- 40. Geometría** Dos ángulos son suplementarios. El ángulo más grande es 15° más del doble de la medida del ángulo más pequeño. Calcula las medidas de los dos ángulos. (Los ángulos suplementarios son dos ángulos cuya suma es 180° .)
- 41. Geometría** Dos ángulos son complementarios. El ángulo más grande es cuatro veces la medida del ángulo más pequeño. Calcula las medidas de los dos ángulos. (Los ángulos complementarios son dos ángulos cuya suma es 90° .)



42. **Geometría** El perímetro de un rectángulo es 56 cm. El largo es 4 cm mayor que tres veces su ancho. Calcula el largo del rectángulo.
43. **Geometría** El perímetro de un rectángulo es 68 pulgadas. El largo es 2 pulgadas menor que tres veces su ancho. Calcula el largo del rectángulo.



PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

44. Calcula el tiempo t entre alineaciones sucesivas de las manecillas que marcan la hora y los minutos de un reloj. (*Consejo:* Empieza con las manecillas alineadas a las 12:00. Supongamos que d° es el ángulo en el que las manecillas se alinean la próxima vez. El tiempo t que la manecilla que marca la hora tarda en girar d° es igual al tiempo que la manecilla que marca los minutos tarda en girar $(d + 360)^\circ$. La manecilla que marca las horas gira a 30° por hora y la manecilla que marca los minutos gira 360° por hora.)

CAPÍTULO 6 Resumen

Términos clave

Las ecuaciones que se consideran en conjunto se conocen como un **sistema de ecuaciones**.

Una **solución de un sistema de ecuaciones con dos variables** es un par ordenado, que es solución de cada ecuación del sistema.

Un **sistema de ecuaciones independiente** tiene una solución. Las gráficas de las ecuaciones en un sistema de ecuaciones lineales independiente se intersectan en un punto.

Un **sistema de ecuaciones inconsistente** no tiene solución. Las gráficas de las ecuaciones en un sistema de ecuaciones lineales inconsistente son rectas paralelas. Si, cuando resuelves algebraicamente un sistema de ecuaciones, la variable se elimina y el resultado es una igualdad falsa, como $-3 = 8$, el sistema es inconsistente.

Objetivo y referencia de página

[6.1.1, pág. 276]

[6.1.1, pág. 276]

[6.1.1, pág. 278]

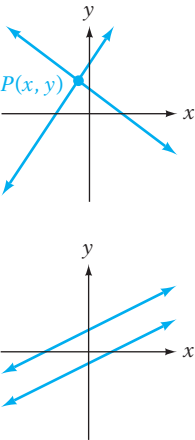
[6.1.1 / 6.2.1 / 6.3.1, págs. 278, 279, 285, 286, 289, 291]

Ejemplos

Un ejemplo de un sistema de ecuaciones es

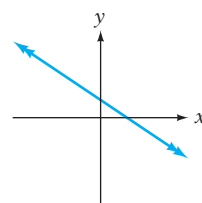
$$\begin{aligned} 4x + y &= 6 \\ 3x + 2y &= 7 \end{aligned}$$

La solución del sistema de ecuaciones mostrado arriba es el par ordenado $(1, 2)$ porque es solución para cada ecuación en el sistema.



Un **sistema de ecuaciones dependiente** tiene un número infinito de soluciones. Las gráficas de las ecuaciones en un sistema de ecuaciones lineales dependiente representan la misma recta. Si al resolver algebraicamente un sistema de ecuaciones, la variable se elimina y el resultado es una igualdad cierta, como $1 = 1$, el sistema es dependiente.

[6.1.1 / 6.2.1 / 6.3.1, págs. 278-280, 285-286, 291]



Reglas y procedimientos esenciales

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos variables por el método gráfico, grafica cada ecuación en el mismo sistema de coordenadas. Si las rectas se intersecan en un punto, el punto de intersección es el par ordenado que representa la solución del sistema. Si las rectas son paralelas, el sistema es inconsistente. Si las gráficas representan la misma recta, el sistema es dependiente.

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de sustitución, escribe una variable en términos de la otra variable.

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de suma y resta, utiliza la propiedad de multiplicación de las ecuaciones para reescribir una o las dos ecuaciones, de modo que los coeficientes de una variable sean opuestos. Luego, suma las dos ecuaciones y resuelve para las variables.

Objetivo y referencia de página

[6.1.1, págs. 276-280]

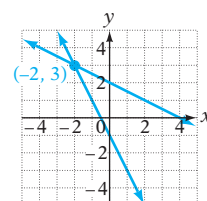
[6.2.1, págs. 283-286]

[6.3.1, págs. 288-291]

Ejemplos

Resuelve por el método gráfico:

$$\begin{aligned}x + 2y &= 4 \\ 2x + y &= -1\end{aligned}$$



La solución es $(-2, 3)$.

Resuelve por sustitución: $2x - y = 5$ (1)
 $3x + y = 5$ (2)

$$\begin{aligned}3x + y &= 5 \\ y &= -3x + 5 \\ 2x - y &= 5 \\ 2x - (-3x + 5) &= 5 \\ 2x + 3x - 5 &= 5 \\ 5x &= 10 \\ x &= 2\end{aligned}$$

• Resuelve para y la ecuación (2).

• Sustituye y en la ecuación (1).

$$\begin{aligned}y &= -3x + 5 \\ y &= -3(2) + 5 \\ y &= -1\end{aligned}$$

• Sustituye el valor de x para calcular y .

La solución $(2, -1)$.

Resuelve por el método de suma y resta:

$$\begin{aligned}3x + y &= 4 \quad (1) \\ x + y &= 6 \quad (2) \\ 3x + y &= 4 \\ -x - y &= -6 \\ \hline 2x &= -2 \\ x &= -1\end{aligned}$$

• Multiplica por -1 ambos lados de la ecuación (2).
• Suma las dos ecuaciones.
• Resuelve para x .

$$\begin{aligned}x + y &= 6 \\ -1 + y &= 6 \\ y &= 7\end{aligned}$$

• Sustituye el valor de x para calcular y .

La solución es $(-1, 7)$.

La solución de problemas de movimiento que comprenden un objeto que se mueve a favor o en contra del viento o en una corriente casi siempre requiere de dos variables. Una variable representa la velocidad del objeto con viento o agua en calma, y la otra representa la velocidad del viento o de la corriente.

[6.4.1, págs. 293-295]

Con viento a favor, un avión pequeño puede recorrer 1200 millas en 4 horas. Con viento en contra, el avión puede recorrer la misma distancia en 6 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.

$$4(p + w) = 1200$$

$$6(p - w) = 1200$$

CAPÍTULO 6 Ejercicios de repaso

1. Resuelve por sustitución: $4x + 7y = 3$
 $x = y - 2$
3. Resuelve por suma y resta: $3x + 8y = -1$
 $x - 2y = -5$
5. Resuelve por el método gráfico: $x + y = 2$
 $x - y = 0$
7. Resuelve por sustitución: $-2x + y = -4$
 $x = y + 1$
9. Resuelve por suma y resta: $5x - 15y = 30$
 $2x + 6y = 0$
11. Resuelve por suma y resta: $7x - 2y = 0$
 $2x + y = -11$
13. ¿Es $(-1, -3)$ la solución del sistema?
 $5x + 4y = -17$
 $2x - y = 1$
15. Resuelve por suma y resta: $5x + 2y = -9$
 $12x - 7y = 2$
17. Resuelve por suma y resta:
 $5x + 7y = 21$
 $20x + 28y = 63$
19. Resuelve por el método gráfico: $4x - 2y = 8$
 $y = 2x - 4$
21. Resuelve por suma y resta: $11x - 2y = 4$
 $25x - 4y = 2$
23. Resuelve por el método gráfico: $y = -\frac{1}{4}x + 3$
 $2x - y = 6$
25. Resuelve por sustitución: $6x + 5y = -2$
 $y = 2x - 2$
27. Resuelve por suma y resta: $6x - 18y = 7$
 $9x + 24y = 2$
2. Resuelve por el método gráfico: $3x + y = 3$
 $x = 2$
4. Resuelve por sustitución: $8x - y = 2$
 $y = 5x + 1$
6. Resuelve por suma y resta: $4x - y = 9$
 $2x + 3y = -13$
8. Resuelve por el método de suma y resta:
 $8x - y = 25$
 $32x - 4y = 100$
10. Resuelve por el método gráfico: $3x - y = 6$
 $y = -3$
12. Resuelve por sustitución: $x - 5y = 4$
 $y = x - 4$
14. Resuelve por suma y resta:
 $6x + 4y = -3$
 $12x - 10y = -15$
16. Resuelve por el método gráfico: $x - 3y = 12$
 $y = x - 6$
18. Resuelve por sustitución: $9x + 12y = -1$
 $x - 4y = -1$
20. Resuelve por suma y resta:
 $3x + y = -2$
 $-9x - 3y = 6$
22. Resuelve por sustitución: $4x + 3y = 12$
 $y = -\frac{4}{3}x + 4$
24. Resuelve por suma y resta: $2x - y = 5$
 $10x - 5y = 20$
26. ¿ $(-2, 0)$ es la solución del sistema?
 $-x + 9y = 2$
 $6x - 4y = 12$
28. Resuelve por sustitución: $12x - 9y = 18$
 $y = \frac{4}{3}x - 3$

29. Resuelve por sustitución: $9x - y = -3$
 $18x - y = 0$

30. Resuelve por el método gráfico: $x + 2y = 3$
 $y = -\frac{1}{2}x + 1$

31. Resuelve por suma y resta: $7x - 9y = 9$
 $3x - y = 1$

32. Resuelve por sustitución: $7x + 3y = -16$
 $x - 2y = 5$

33. Resuelve por sustitución: $5x - 3y = 6$
 $x - y = 2$

34. Resuelve por suma y resta: $6x + y = 12$
 $9x + 2y = 18$

35. Resuelve por suma y resta: $5x + 12y = 4$
 $x + 6y = 8$

36. Resuelve por sustitución: $6x - y = 0$
 $7x - y = 1$

37. **Movimiento uniforme** Con viento a favor, un avión puede recorrer 800 millas en 4 horas. Con viento en contra, el avión requiere de 5 horas para recorrer la misma distancia. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.

38. **Recreación** La entrada a un cine es de \$11 para adultos y \$8 para niños. Si los ingresos por 200 boletos fueron \$1780, ¿cuántos boletos de adulto y cuántos de niño se vendieron?

39. **Movimiento uniforme** Un remero viajando con la corriente recorrió en 3 horas 30 millas entre dos campamentos a la orilla de un río. El viaje de regreso le tomó 5 horas. Calcula la velocidad del remero en agua en calma y la velocidad de la corriente.

40. **Correos** Una pequeña compañía maderera envió 190 anuncios publicitarios, algunos necesitaron estampillas de 46 centavos y otros de 64 centavos. Si el costo total de los envíos fue \$98.20, ¿cuántos envíos que necesitaron estampillas de 46 centavos se realizaron?

41. **Movimiento uniforme** Un bote viajando con la corriente recorrió 48 kilómetros en 3 horas. En contra de la corriente, el bote recorrió 24 kilómetros en 2 horas. Calcula la velocidad del bote en agua en calma y la velocidad de la corriente.

42. **Compras** Una tienda local de música vende algunos discos compactos en \$15 y otros en \$10. Un cliente gastó \$120 en 10 discos compactos. ¿Cuántos discos de cada precio compró el cliente?

43. **Movimiento uniforme** Con viento a favor, un avión recorrió 420 kilómetros en 3 horas. Con viento en contra recorrió 440 kilómetros en 4 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.

44. **Movimiento uniforme** Un bote de remos puede recorrer 4 millas corriente abajo en 1 hora. Remando río arriba, contra la corriente, el bote de remos recorre 2 millas en 1 hora. Calcula la velocidad del bote en agua en calma y la velocidad de la corriente.

45. **Agricultura** Un silo contiene una mezcla de lentejas y maíz. Si se añadieran 50 costales de lentejas a esta mezcla, habría el doble de costales de lentejas que de maíz. Si a la mezcla original se agregaran 150 costales de maíz, habría la misma cantidad de lentejas que de maíz. ¿Cuántos costales de cada uno hay en el silo?

46. **Movimiento uniforme** Con viento a favor, un avión pequeño recorrió 360 millas en 3 horas. Con viento en contra, tardó 4 horas en recorrer la misma distancia. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.

47. **Inversiones** Un inversionista compra 1500 acciones; algunas cuestan \$6 por acción y el resto \$25 por acción. Si el costo total de las acciones es \$12,800, ¿cuántas acciones de cada una compró el inversionista?

48. **Movimiento uniforme** Al remar con la corriente, un equipo de remo recorrió 24 millas en 2 horas. Contra la corriente, recorrió 18 millas en 3 horas. Calcula la velocidad del equipo de remo en agua en calma y la velocidad de la corriente.

CAPÍTULO 6 Examen

1. Resuelve por sustitución: $4x - y = 11$
 $y = 2x - 5$
3. ¿Es $(-2, 3)$ una solución del sistema
 $2x + 5y = 11$
 $x + 3y = 7$?
5. Resuelve por suma y resta: $2x - 5y = 6$
 $4x + 3y = -1$
7. Resuelve por sustitución: $4x + 2y = 3$
 $y = -2x + 1$
9. Resuelve por suma y resta: $7x + 3y = 11$
 $2x - 5y = 9$
11. Resuelve por suma y resta: $5x + 6y = -7$
 $3x + 4y = -5$
13. Resuelve por sustitución: $3x - y = 5$
 $y = 2x - 3$
15. Resuelve por el método gráfico: $3x + 2y = 6$
 $3x - 2y = 6$
17. Resuelve por suma y resta: $5x + 4y = 7$
 $3x - 2y = 13$
19. Resuelve por sustitución: $4x - 3y = 1$
 $2x + y = 3$
21. Resuelve por sustitución: $3x - 5y = -23$
 $x + 2y = -4$
23. **Movimiento uniforme** Con viento a favor, un avión recorre 240 millas en 2 horas. Con viento en contra, el avión requiere de 3 horas para volar la misma distancia. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.
24. **Movimiento uniforme** Con la corriente, una lancha de motor puede recorrer 48 millas en 3 horas. Contra la corriente, la lancha requiere de 4 horas para recorrer la misma distancia. Calcula la velocidad de la lancha en agua en calma y la velocidad de la corriente.
2. Resuelve por suma y resta: $4x + 3y = 11$
 $5x - 3y = 7$
4. Resuelve por sustitución: $x = 2y + 3$
 $3x - 2y = 5$
6. Resuelve por el método gráfico: $3x + 2y = 6$
 $5x + 2y = 2$
8. Resuelve por sustitución: $3x + 5y = 1$
 $2x - y = 5$
10. Resuelve por sustitución: $3x - 5y = 13$
 $x + 3y = 1$
12. ¿Es $(2, 1)$ una solución del sistema $3x - 2y = 8$
 $4x + 5y = 3$?
14. Resuelve por suma y resta: $3x + 2y = 2$
 $5x - 2y = 14$
16. Resuelve por sustitución: $x = 3y + 1$
 $2x + 5y = 13$
18. Resuelve por el método gráfico: $3x + 6y = 2$
 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$
20. Resuelve por suma y resta: $5x - 3y = 29$
 $4x + 7y = -5$
22. Resuelve por suma y resta: $9x - 2y = 17$
 $5x + 3y = -7$

Ejercicios de repaso acumulativos

1. Dado $A = \{-8, -4, 0\}$, ¿qué elementos del conjunto son menores o iguales que -4 ?
3. Simplifica: $12 - 2(7 - 5)^2 \div 4$
5. Evalúa $\frac{a^2 - b^2}{2a}$ cuando $a = 4$ y $b = -2$.
7. Resuelve: $4 - 3(2 - 3x) = 7x - 9$
2. Utiliza el método de lista para anotar el conjunto de números enteros positivos menores o iguales que 10.
4. Simplifica: $2[5a - 3(2 - 5a) - 8]$
6. Resuelve: $-\frac{3}{4}x = \frac{9}{8}$
8. Resuelve: $3[2 - 4(x + 1)] = 6x - 2$

9. Resuelve: $-7x - 5 > 4x + 50$
11. ¿Qué porcentaje de 50 es 12?
13. Encuentra la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(2, -3)$ y $(-3, 4)$.
15. Grafica: $3x - 2y = 6$
17. Grafica el conjunto solución de $y > -3x + 4$.
19. Encuentra el dominio y el rango de la relación $\{(-5, 5), (0, 5), (1, 5), (5, 5)\}$. ¿La relación es una función?
21. ¿Es $(2, 0)$ una solución del sistema $5x - 3y = 10$
 $4x + 7y = 8$?
23. Resuelve por el método gráfico: $2x + 3y = 6$
 $3x + y = 2$
25. Encuentra el rango de la función obtenida con la ecuación $f(x) = 5x - 2$ si el dominio es $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$.
26. **Manufactura** Un gerente de negocios determinó que el costo por unidad de una cámara es \$90 y que los costos fijos al mes son \$3500. Calcula el número de cámaras producidas durante un mes en el que el costo total fue \$21,500. Utiliza la ecuación $T = U \cdot N + F$, donde T es el costo total, U el costo unitario, N el número de unidades producidas y F el costo fijo.
27. **Inversiones** Se invirtió un total de \$8750 en dos cuentas con interés simple. En una cuenta, la tasa de interés es 9.6% anual. En la segunda cuenta, la tasa de interés simple es 7.2% anual. ¿Cuánto se invertiría en cada cuenta para que ambas ganaran la misma cantidad de intereses?
28. **Movimiento uniforme** Con viento a favor, un avión puede recorrer 570 millas en 3 horas. Con viento en contra, tarda el mismo tiempo en recorrer 390 millas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.
29. **Movimiento uniforme** Con la corriente, una lancha de motor puede recorrer 24 millas en 2 horas. Contra la corriente, la lancha necesita 3 horas para recorrer la misma distancia. Calcula la velocidad de la lancha en agua en calma.
30. **Mezclas** Un repostero utiliza 10 libras de chocolate de leche y 8 libras de chocolate amargo para preparar una mezcla que cuesta \$98. El repostero elabora otra mezcla utilizando 5 libras de chocolate de leche y 12 libras de chocolate amargo. La segunda mezcla cuesta \$97. Calcula el costo por libra del chocolate de leche y el costo por libra del chocolate amargo.
10. Resuelve: $5 + 2(x + 1) \leq 13$
12. Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y de la gráfica de $3x - 6y = 12$.
14. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-2, 3)$ y tiene pendiente $-\frac{3}{2}$.
16. Grafica: $y = -\frac{1}{3}x + 3$
18. Grafica: $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$
22. Resuelve por sustitución: $2x - 3y = -7$
 $x + 4y = 2$
24. Resuelve por suma y resta: $5x - 2y = 8$
 $4x + 3y = 11$

Polinomios

Concéntrate en el éxito

¿Resolver un examen de matemáticas te pone nervioso? Entre más preparado estés, menos nervios sentirás. En este libro encontrarás varios recursos que te ayudarán a prepararte. Te sugerimos que comiences por el Resumen, donde se describen los temas importantes del capítulo. La referencia después de cada tema te indica el número del objetivo y la página en el libro donde podrás encontrar más información sobre el concepto. Resuelve los ejercicios de Repaso del capítulo para comprobar tus conocimientos del material en el capítulo. Si tienes problemas con alguna pregunta, estudia de nuevo los objetivos, las preguntas de donde se tomaron e intenta una vez más realizar algunos de los ejercicios en dichos objetivos. Resuelve en un lugar tranquilo el Examen del capítulo y trabaja en él como si fuera un examen real. (Consulta Sobresalir en el examen, página ASP-11).

OBJETIVOS

- 7.1**
 - ➊ Sumar polinomios
 - ➋ Restar polinomios
- 7.2**
 - ➊ Multiplicar monomios
 - ➋ Simplificar las potencias de monomios
- 7.3**
 - ➊ Multiplicar un polinomio por un monomio
 - ➋ Multiplicar dos polinomios
 - ➌ Multiplicar dos binomios
 - ➍ Multiplicar binomios que tienen productos especiales
 - ➎ Problemas de aplicación
- 7.4**
 - ➊ Exponentes con números enteros
 - ➋ Notación científica
- 7.5**
 - ➊ Dividir un polinomio entre un monomio
 - ➋ Dividir polinomios

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Resta: $-2 - (-3)$
2. Multiplica: $-3(6)$
3. Simplifica: $-\frac{24}{-36}$
4. Evalúa $3n^4$ cuando $n = -2$.
5. Si $\frac{a}{b}$ es una fracción en su forma más simple, ¿qué número no es un valor posible de b ?
6. ¿ $2x^2$ y $2x$ son términos semejantes?
7. Simplifica: $3x^2 - 4x + 1 + 2x^2 - 5x - 7$
8. Simplifica: $-4y + 4y$
9. Simplifica: $-3(2x - 8)$
10. Simplifica: $3xy - 4y - 2(5xy - 7y)$

7.1

Suma y resta de polinomios

OBJETIVO 1

Sumar polinomios

Un **monomio** es un número, una variable o un producto de números y variables. Por ejemplo,

7

Un número

 b

Una variable

 $\frac{2}{3}a$ Un producto de un
número y una variable $12xy^2$ Un producto de un
número y variables

La expresión $3\sqrt{x}$ no es un monomio porque \sqrt{x} no puede escribirse como un producto de variables. La expresión $\frac{2x}{y^2}$ no es un monomio porque es un *cociente* de variables.

Un **polinomio** es una expresión algebraica en la cual los términos son monomios.

Un polinomio de *un* término es un **monomio**. $-7x^2$ es un monomio.

Un polinomio de *dos* términos es un **binomio**. $4x + 2$ es un binomio.

Un polinomio de *tres* términos es un **trinomio**. $7x^2 + 5x - 7$ es un trinomio.

Cómo se usa

Los celulares, sondas espaciales y módems son dispositivos que utilizan largas series de números para transmitir datos a grandes distancias. Las operaciones con polinomios son importantes en el diseño de los códigos que calculan y corrigen errores que ocurren en la transmisión de los datos.

Los términos de un polinomio con una variable se ordenan por lo general de tal modo que los exponentes en la variable disminuyen de izquierda a derecha. Se llama **orden descendente**.

$$4x^3 - 3x^2 + 6x - 1$$

$$5y^4 - 2y^3 + y^2 - 7y + 8$$

El **grado de un polinomio en una variable** es el valor del exponente más grande en la variable.

El grado de $4x^3 - 3x^2 + 6x - 1$ es 3.

El grado de $5y^4 - 2y^3 + y^2 - 7y + 8$ es 4.

El grado de una constante diferente de cero es cero.

El grado de 7 es 0.

El número cero no tiene grado.

Los polinomios se pueden sumar, ya sea en formato vertical u horizontal, mediante la simplificación de términos semejantes.

EJEMPLO 1

Suma: $(2x^2 + x - 1) + (3x^3 + 4x^2 - 5)$

Utiliza el formato vertical.

Solución

$$\begin{array}{r} 2x^2 + x - 1 \\ 3x^3 + 4x^2 \quad - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$3x^3 + 6x^2 + x - 6$$

- Acomoda en orden descendente en la misma columna los términos de cada polinomio con términos semejantes.

- Simplifica los términos en cada columna.

Problema 1

Suma: $(2x^2 + 4x - 3) + (5x^2 - 6x)$

Utiliza un formato vertical.

Solución

Revisa la página S15.

➡ Intenta resolver el ejercicio 19, página 310.

EJEMPLO 2

Suma: $(3x^3 - 7x + 2) + (7x^2 + 2x - 7)$
 Utiliza un formato horizontal.

Solución

$$\begin{aligned} & (3x^3 - 7x + 2) + (7x^2 + 2x - 7) \\ &= 3x^3 + 7x^2 + (-7x + 2x) + (2 - 7) \\ &= 3x^3 + 7x^2 - 5x - 5 \end{aligned}$$

- Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa de la suma para reordenar y agrupar los términos semejantes.
- Simplifica los términos semejantes y escribe el polinomio en orden descendente.

Problema 2

Suma: $(-4x^2 - 3xy + 2y^2) + (3x^2 - 4y^2)$
 Utiliza un formato horizontal.

Solución

Revisa las páginas S15.

➡ Intenta resolver el ejercicio 25, página 311.

OBJETIVO 2**Restar polinomios**

El opuesto del polinomio $x^2 - 2x + 3$ se puede escribir $-(x^2 - 2x + 3)$.

El **opuesto de un polinomio** es el polinomio con $-(x^2 - 2x + 3) = -x^2 + 2x - 3$ el signo de cada término cambiado.

Los polinomios se pueden restar utilizando un formato vertical u horizontal. Para restar, suma al primer polinomio el opuesto del segundo polinomio.

EJEMPLO 3

Resta: $(-3x^2 - 7) - (-8x^2 + 3x - 4)$
 Utiliza un formato vertical.

Solución

El opuesto de $-8x^2 + 3x - 4$ es $8x^2 - 3x + 4$.

$$\begin{array}{r} -3x^2 \quad \quad - 7 \\ 8x^2 - 3x + 4 \\ \hline 5x^2 - 3x - 3 \end{array}$$

- Escribe en orden descendente en la misma columna los términos de cada polinomio con los términos semejantes.
- Simplifica los términos de cada columna.

Problema 3

Resta: $(8y^2 - 4xy + x^2) - (2y^2 - xy + 5x^2)$
 Utiliza un formato vertical.

Solución

Revisa la página S15.

➡ Intenta resolver el ejercicio 43, página 311.

EJEMPLO 4

Resta: $(5x^2 - 3x + 4) - (-3x^3 - 2x + 8)$
 Utiliza un formato horizontal.

Solución

$$\begin{aligned} & (5x^2 - 3x + 4) - (-3x^3 - 2x + 8) \\ &= (5x^2 - 3x + 4) + (3x^3 + 2x - 8) \\ &= 3x^3 + 5x^2 + (-3x + 2x) + (4 - 8) \\ &= 3x^3 + 5x^2 - x - 4 \end{aligned}$$

- Reescribe la resta como suma del opuesto.
- Reacomoda y agrupa los términos semejantes.
- Simplifica los términos semejantes. Escribe el polinomio en orden descendente.

Problema 4 Resta: $(-3a^2 - 4a + 2) - (5a^3 + 2a - 6)$
Utiliza un formato horizontal.

Solución Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 53, página 311.

7.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Indica si el polinomio es un monomio, un binomio o un trinomio.

1. $8x^4 - 6x^2$

2. $4a^2b^2 + 9ab + 10$

3. $7x^3y^4$

Indica si la expresión es o no un monomio.

4. $3\sqrt{x}$

5. $\frac{4}{x}$

6. x^2y^2

Indica si la expresión es o no un polinomio.

7. $\frac{1}{5}x^3 + \frac{1}{2}x$

8. $\frac{1}{5x^2} + \frac{1}{2x}$

9. $x + \sqrt{5}$

1 Sumar polinomios (Revisa las páginas 308-309).

10. Explica con tus propias palabras los términos *monomio*, *binomio*, *trinomio* y *polinomio*. Proporciona un ejemplo de cada uno.

PREPÁRATE

11. Para utilizar un formato vertical a fin de sumar polinomios, acomodas en orden ? los términos de cada polinomio con los términos ? en la misma columna.

12. Utiliza un formato horizontal para sumar $(-4y^3 + 3xy + x^3) + (2y^3 - 8xy)$.

$$\begin{aligned} &(-4y^3 + 3xy + x^3) + (2y^3 - 8xy) \\ &= (-4y^3 + \underline{?}) + (3xy + \underline{?}) + x^3 \\ &= \underline{?} \end{aligned}$$

- Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa de la suma para reordenar y agrupar los términos semejantes.
- Simplifica los términos semejantes y escribe en orden descendente los términos del polinomio.

Suma. Utiliza el formato vertical.

13. $(x^2 + 7x) + (-3x^2 - 4x)$

15. $(y^2 + 4y) + (-4y - 8)$

17. $(2x^2 + 6x + 12) + (3x^2 + x + 8)$

➡ 19. $(x^3 - 7x + 4) + (2x^2 + x - 10)$

21. $(2a^3 - 7a + 1) + (-3a^2 - 4a + 1)$

14. $(3y^2 - 2y) + (5y^2 + 6y)$

16. $(3x^2 + 9x) + (6x - 24)$

18. $(x^2 + x + 5) + (3x^2 - 10x + 4)$

20. $(3y^3 + y^2 + 1) + (-4y^3 - 6y - 3)$

22. $(5r^3 - 6r^2 + 3r) + (r^2 - 2r - 3)$

Suma. Utiliza el formato horizontal.

23. $(4x^2 + 2x) + (x^2 + 6x)$

➡ 25. $(4x^2 - 5xy) + (3x^2 + 6xy - 4y^2)$

27. $(2a^2 - 7a + 10) + (a^2 + 4a + 7)$

29. $(5x^3 + 7x - 7) + (10x^2 - 8x + 3)$

31. $(2r^2 - 5r + 7) + (3r^3 - 6r)$

33. $(3x^2 + 7x + 10) + (-2x^3 + 3x + 1)$

24. $(-3y^2 + y) + (4y^2 + 6y)$


26. $(2x^2 - 4y^2) + (6x^2 - 2xy + 4y^2)$

28. $(-6x^2 + 7x + 3) + (3x^2 + x + 3)$

30. $(3y^3 + 4y + 9) + (2y^2 + 4y - 21)$

32. $(3y^3 + 4y + 14) + (-4y^2 + 21)$

34. $(7x^3 + 4x - 1) + (2x^2 - 6x + 2)$

 Para los ejercicios 35 y 36, utiliza los siguientes polinomios, en los cuales a , b , c y d son números positivos.

$$P = ax^3 + bx^2 - cx + d$$

$$Q = -ax^3 - bx^2 + cx - d$$

$$R = -ax^3 + bx^2 + cx + d$$

35. ¿Cuál suma será un polinomio de grado 3: $P + Q$, $Q + R$ o $P + R$?

36. ¿Cuál suma será cero: $P + Q$, $Q + R$ o $P + R$?

2 Restar polinomios (Revisa las páginas 309-310).

PREPÁRATE

37. El opuesto de $7x^2 + 5x - 3$ es $-(7x^2 + 5x - 3) = \underline{\quad? \quad}$.

38. $(5x^2 + 7x - 2) - (4x^2 - 6x + 3) = (5x^2 + 7x - 2) + (\underline{\quad? \quad})$.

Resta. Utiliza un formato vertical.

39. $(x^2 - 6x) - (x^2 - 10x)$

41. $(2y^2 - 4y) - (-y^2 + 2)$

➡ 43. $(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 5x + 8)$

45. $(4x^3 + 5x + 2) - (-3x^2 + 2x + 1)$

47. $(2y^3 + 6y - 2) - (y^3 + y^2 + 4)$

40. $(y^2 + 4y) - (y^2 + 10y)$

42. $(-3a^2 - 2a) - (4a^2 - 4)$

44. $(3x^2 + 2x - 2) - (5x^2 - 5x + 6)$

46. $(5y^2 - y + 2) - (-2y^3 + 3y - 3)$

48. $(-2x^2 - x + 4) - (-x^3 + 3x - 2)$

Resta. Utiliza un formato horizontal.

49. $(y^2 - 10xy) - (2y^2 + 3xy)$

51. $(3x^2 + x - 3) - (x^2 + 4x - 2)$

➡ 53. $(-2x^3 + x - 1) - (-x^2 + x - 3)$

55. $(4a^3 - 2a + 1) - (a^3 - 2a + 3)$

57. $(4y^3 - y - 1) - (2y^2 - 3y + 3)$

50. $(x^2 - 3xy) - (-2x^2 + xy)$

52. $(5y^2 - 2y + 1) - (-3y^2 - y - 2)$

54. $(2x^2 + 5x - 3) - (3x^3 + 2x - 5)$

56. $(b^2 - 8b + 7) - (4b^3 - 7b - 8)$

58. $(3x^2 - 2x - 3) - (2x^3 - 2x^2 + 4)$



Para los ejercicios 59 y 60, P y Q son polinomios, de tal modo que $P = ax^2 - bx + c$ y $Q = -dx^2 - ex + f$, donde a, b, c, d, e y f son números positivos.

59. Si $a > d, b > e$ y $c > f$, establece el signo del coeficiente de cada término de $P - Q$.
 a. el término x^2 b. el término x c. el término constante
60. Si $a < d, b > e$ y $c < f$, establece el signo del coeficiente de cada término de $Q - P$.
 a. el término x^2 b. el término x c. el término constante

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Simplifica.

$$61. \left(\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{2}a - \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{5}{3}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4} \right) \qquad 62. \left(\frac{3}{5}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{5}{8} \right) + \left(\frac{2}{5}x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{3}{8} \right)$$

Resuelve.

63. ¿Qué polinomio se debe sumar a $3x^2 - 4x - 2$ de tal modo que la suma sea $-x^2 + 2x + 1$?
64. ¿Qué polinomio se debe sumar a $-2x^3 + 4x - 7$ de tal modo que la suma sea $x^2 - x - 1$?
65. ¿Qué polinomio se debe restar de $6x^2 - 4x - 2$ de tal modo que la diferencia sea $2x^2 + 2x - 5$?
66. ¿Qué polinomio se debe restar de $2x^3 - x^2 + 4x - 2$ de tal modo que la diferencia sea $x^3 + 2x - 8$?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

67. ¿Se pueden restar dos polinomios, cada uno de grado 3, y que la diferencia sea un polinomio de grado 2? De ser así, proporciona un ejemplo. De lo contrario, explica.
68. ¿Se pueden sumar dos polinomios, cada uno de grado 3, y que la suma sea un polinomio de grado 2? De ser así, proporciona un ejemplo. De lo contrario, explica.
69. Escribe dos polinomios, cada uno de grado 2, cuya suma también sea grado 2.
70. Escribe dos polinomios, cada uno de grado 2, cuya suma sea de grado 1.
71. Escribe dos polinomios, cada uno de grado 2, cuya suma sea de grado 0.

7.2

Multiplicación de monomios

OBJETIVO 1

Multiplicar monomios

Recuerda que en la expresión con exponente x^5 , x es la base y 5 el exponente. El exponente indica el número de veces que la base se repite como un factor.

El producto de las expresiones con exponentes y con la *misma* base se puede simplificar escribiendo cada expresión con sus factores y el resultado se escribe con un solo exponente.

$$\begin{aligned} x^3 \cdot x^2 &= \overbrace{(x \cdot x \cdot x)}^{3 \text{ factores}} \cdot \overbrace{(x \cdot x)}^{2 \text{ factores}} \\ &= x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \\ &= x^5 \\ x^3 \cdot x^2 &= x^{3+2} = x^5 \end{aligned}$$

La suma de los exponentes da como resultado el mismo producto.

REGLA PARA MULTIPLICAR EXPRESIONES CON EXPONENTES

Si m y n son números enteros, entonces $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

EJEMPLOS

En cada ejemplo a continuación, multiplicamos dos expresiones con exponentes con la misma base. Simplifica la expresión sumando los exponentes.

- $x^4 \cdot x^7 = x^{4+7} = x^{11}$
- $y \cdot y^5 = y^{1+5} = y^6$
- $a^2 \cdot a^6 \cdot a = a^{2+6+1} = a^9$

EJEMPLO 1

Multiplica: $(2xy)(3x^2y)$

Solución

$$\begin{aligned} (2xy)(3x^2y) &= (2 \cdot 3)(x \cdot x^2)(y \cdot y) \\ &= 6x^{1+2}y^{1+1} \\ &= 6x^3y^2 \end{aligned}$$

- Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación para reordenar y agrupar los factores.
- Multiplica las variables con la misma base mediante la suma de los exponentes.

Problema 1

Multiplica: $(3x^2)(6x^3)$

Solución

Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 19, página 315.

EJEMPLO 2

Multiplica: $(2x^2y)(-5xy^4)$

Solución

$$\begin{aligned} (2x^2y)(-5xy^4) &= [2(-5)](x^2 \cdot x)(y \cdot y^4) \\ &= -10x^3y^5 \end{aligned}$$

- Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación para reordenar y agrupar los factores.
- Multiplica las variables con la misma base mediante la suma de los exponentes.

Problema 2

Multiplica: $(-3xy^2)(-4x^2y^3)$

Solución

Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 31, página 316.

Toma nota

La regla para multiplicar las expresiones con exponentes requiere que las bases sean iguales. La expresión x^3y^2 no se puede simplificar.

OBJETIVO 2**Simplificar potencias de monomios****Punto de interés**

Diofanto (C. 250 d.C.) proporcionó una de las primeras representaciones simbólicas de las potencias en su libro *Arithmetica*. Utilizó Δ^Y para x^2 y k^Y para x^3 . El símbolo Δ^Y eran las dos primeras letras de la palabra griega *dunamis*, que significa "potencia"; k^Y provenía de la palabra *kubos*, que significa "cubo". También combinó estos símbolos para denotar potencias más altas. Por ejemplo Δk^Y era el símbolo para x^5 .

Una potencia de un monomio se puede simplificar reescribiendo con sus factores la expresión y después utilizando la regla de multiplicación de expresiones con exponentes.

$$\begin{aligned}(x^2)^3 &= x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \\ &= x^{2+2+2} \\ &= x^6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x^4y^3)^2 &= (x^4y^3)(x^4y^3) \\ &= x^4 \cdot y^3 \cdot x^4 \cdot y^3 \\ &= (x^4 \cdot x^4)(y^3 \cdot y^3) \\ &= x^{4+4}y^{3+3} \\ &= x^8y^6\end{aligned}$$

Observa que la multiplicación de cada exponente entre paréntesis por el exponente fuera de éstos produce el mismo resultado.

$$(x^2)^3 = x^{2 \cdot 3} = x^6$$

$$(x^4y^3)^2 = x^{4 \cdot 2}y^{3 \cdot 2} = x^8y^6$$

REGLA PARA SIMPLIFICAR LAS POTENCIAS DE EXPRESIONES CON EXPONENTES

Si m y n son números enteros, entonces $(x^m)^n = x^{mn}$.

EJEMPLOS

Cada ejemplo a continuación es una potencia de una expresión con exponentes. Simplifica la expresión multiplicando los exponentes.

- $(x^5)^2 = x^{5 \cdot 2} = x^{10}$
- $(y^3)^4 = y^{3 \cdot 4} = y^{12}$

REGLA PARA SIMPLIFICAR LAS POTENCIAS DE PRODUCTOS

Si m , n y p son números enteros, entonces $(x^m y^n)^p = x^{mp} y^{np}$.

EJEMPLOS

Cada ejemplo a continuación es una potencia de un producto. Simplifica la expresión multiplicando cada exponente entre paréntesis por el exponente fuera de éstos.

- $(c^5 d^3)^6 = c^{5 \cdot 6} d^{3 \cdot 6} = c^{30} d^{18}$
- $(3a^2 b)^3 = 3^{1 \cdot 3} a^{2 \cdot 3} b^{1 \cdot 3} = 3^3 a^6 b^3 = 27a^6 b^3$

EJEMPLO 3

Simplifica: $(-2x)(-3xy^2)^3$

Solución

$$\begin{aligned}(-2x)(-3xy^2)^3 &= (-2x)(-3)^3 x^3 y^6 \\ &= (-2x)(-27)x^3 y^6 \\ &= [-2(-27)](x \cdot x^3)y^6 \\ &= 54x^4 y^6\end{aligned}$$

- Multiplica cada exponente en $-3xy^2$ por el exponente fuera de los paréntesis.
- Simplifica $(-3)^3$.
- Utiliza las propiedades de la multiplicación para reordenar y agrupar los factores.
- Multiplica las expresiones de variables con la misma base sumando los exponentes.

Problema 3

Simplifica: $(3x)(2x^2y)^3$

Solución

Revisa la página S16.

7.2 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. Indica si la expresión se puede simplificar utilizando la regla de multiplicación de expresiones con exponentes.

- a. $x^4 + x^5$ b. x^4x^5 c. x^4y^4 d. $x^4 + x^4$

2. ¿A cuál de las siguientes expresiones se aplica la regla $(x^m y^n)^p = x^{mp} y^{np}$?

- i) $(2x)^3$ ii) $(xy^2z^3)^4$ iii) $(2 + x^3)^3$ iv) $(x - y)^3$ v) $(-4xy^4z^2)^5$

Indica si la expresión es el producto de dos expresiones o una potencia de una expresión con exponentes.


3. a. $b^4 \cdot b^8$ b. $(b^4)^8$ c. $(2z)^2$ d. $2z \cdot z$

4. a. $(3a^4)^5$ b. $(3a^4)(5a)$ c. $x(-xy^4)$ d. $(-xy)^4$

5. Indica si la expresión se puede o no simplificar utilizando la regla de simplificación de potencias con productos.

- a. $(xy)^3$ b. $(x + y)^3$ c. $(a^3 + b^4)^2$ d. $(a^3b^4)^2$

1 Multiplicar monomios (Revisa la página 313).

6.  Explica cómo multiplicar dos expresiones con exponentes con la misma base. Da un ejemplo.

PREPÁRATE

7. Utiliza la regla de multiplicación de expresiones con exponentes para multiplicar:

$$(x^7)(x^2) = x^{\underline{?} + \underline{?}} = \underline{?}$$

8. Multiplica: $(5a^6b)(2a^5b^3)$


$$(5a^6b)(2a^5b^3) = (5 \cdot \underline{?})(a^6 \cdot \underline{?})(b \cdot \underline{?})$$

$$= (\underline{?})(a^{\underline{?} + \underline{?}})(b^{\underline{?} + \underline{?}})$$

$$= 10a^{\underline{?}}b^{\underline{?}}$$

- Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación para reordenar y agrupar los factores.
- Multiplica las variables con la misma base por $\underline{?}$ de los exponentes.
- Simplifica.

Multiplica.

- | | | |
|-------------------------|--|-------------------------|
| 9. $(x)(2x)$ | 10. $(-3y)(y)$ | 11. $(3x)(4x)$ |
| 12. $(7y^3)(7y^2)$ | 13. $(-2a^3)(-3a^4)$ | 14. $(5a^6)(-2a^5)$ |
| 15. $(x^2y)(xy^4)$ | 16. $(x^2y^4)(xy^7)$ | 17. $(-2x^4)(5x^5y)$ |
| 18. $(-3a^3)(2a^2b^4)$ |  19. $(x^2y^4)(x^5y^4)$ | 20. $(a^2b^4)(ab^3)$ |
| 21. $(2xy)(-3x^2y^4)$ | 22. $(-3a^2b)(-2ab^3)$ | 23. $(x^2yz)(x^2y^4)$ |
| 24. $(-ab^2c)(a^2b^5)$ | 25. $(a^2b^3)(ab^2c^4)$ | 26. $(x^2y^3z)(x^3y^4)$ |
| 27. $(-a^2b^2)(a^3b^6)$ | 28. $(xy^4)(-xy^3)$ | 29. $(-6a^3)(a^2b)$ |


30. $(2a^2b^3)(-4ab^2)$ 31. $(-5y^4z)(-8y^6z^5)$ 32. $(3x^2y)(-4xy^2)$
 33. $(10ab^2)(-2ab)$ 34. $(x^2y)(yz)(xyz)$ 35. $(xy^2z)(x^2y)(z^2y^2)$
 36. $(-2x^2y^3)(3xy)(-5x^3y^4)$ 37. $(4a^2b)(-3a^3b^4)(a^5b^2)$ 38. $(3ab^2)(-2abc)(4ac^2)$

2 Simplificar potencias de monomios (Revisa la página 314).


39.  Explica cómo simplificar una potencia de una expresión con exponentes. Da un ejemplo.

PREPÁRATE

40. Utiliza la regla de simplificación de potencias de expresiones con exponentes para simplificar: $(x^4)^7 = x^{(?)^{(?)}} = \underline{\quad ? \quad}$
 41. Utiliza la regla de simplificación de potencias de productos para simplificar: $(x^4y^2)^6 = x^{(?)^{(?)}}y^{(?)^{(?)}} = \underline{\quad ? \quad}$

42.  a. ¿Verdadero o falso? $a^2b^5 = ab^{10}$
 b. ¿Verdadero o falso? $a^2b^5 = ab^7$
 c. ¿Verdadero o falso? $(a^2b^5)^2 = a^4b^{25}$
 d. ¿Verdadero o falso? $(a^2 + b^5)^2 = a^4 + b^{10}$

Simplifica.

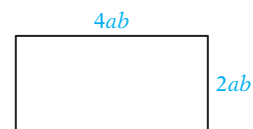
- | | | | |
|-------------------------|---|--------------------------|------------------|
| 43. $(x^3)^3$ | 44. $(y^4)^2$ | 45. $(x^7)^2$ | 46. $(y^5)^3$ |
| 47. $(2^2)^3$ | 48. $(3^2)^2$ | 49. $(-2)^2$ | 50. $(-3)^3$ |
| 51. $(-2^2)^3$ | 52. $(-2^3)^3$ | 53. $(-x^2)^2$ | 54. $(-x^2)^3$ |
| 55. $(2x)^2$ | 56. $(3y)^3$ | 57. $(-2x^2)^3$ | 58. $(-3y^3)^2$ |
| 59. $(x^2y^3)^2$ | 60. $(x^3y^4)^5$ | 61. $(3x^2y)^2$ | 62. $(-2ab^3)^4$ |
| 63. $(a^2)(3a^2)^3$ | 64. $(b^2)(2a^3)^4$ | 65. $(-2x)(2x^3)^2$ | |
| 66. $(2y)(-3y^4)^3$ | 67. $(x^2y)(x^2y)^3$ | 68. $(a^3b)(ab)^3$ | |
| 69. $(ab^2)^2(ab)^2$ | 70. $(x^2y)^2(x^3y)^3$ | 71. $(-2x)(-2x^3y)^3$ | |
| 72. $(-3y)(-4x^2y^3)^3$ |  73. $(-2x)(-3xy^2)^2$ | 74. $(-3y)(-2x^2y)^3$ | |
| 75. $(ab^2)(-2a^2b)^3$ | 76. $(a^2b^2)(-3ab^4)^2$ | 77. $(-2a^3)(3a^2b)^3$ | |
| 78. $(-3b^2)(2ab^2)^3$ | 79. $(-3ab)^2(-2ab)^3$ | 80. $(-3a^2b)^3(-3ab)^3$ | |

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Simplifica.

- | | |
|--|------------------------------------|
| 81. $(6x)(2x^2) + (4x^2)(5x)$ | 82. $(2a^7)(7a^2) - (6a^3)(5a^6)$ |
| 83. $(3a^2b^2)(2ab) - (9ab^2)(a^2b)$ | 84. $(3x^2y^2)^2 - (2xy)^4$ |
| 85. $(5xy^3)(3x^4y^2) - (2x^3y)(x^2y^4)$ | 86. $a^2(ab^2)^3 - a^3(ab^3)^2$ |
| 87. $4a^2(2ab)^3 - 5b^2(a^5b)$ | 88. $9x^3(3x^2y)^2 - x(x^3y)^2$ |
| 89. $-2xy(x^2y)^3 - 3x^5(xy^2)^2$ | 90. $5a^2b(ab^2)^2 + b^3(2a^2b)^2$ |
| 91. $a^n \cdot a^n$ | 92. $(a^n)^2$ |
| | 93. $(a^2)^n$ |
| | 94. $a^2 \cdot a^n$ |

95. **Geometría** El largo de un rectángulo es $4ab$. El ancho es $2ab$. Calcula el perímetro del rectángulo en términos de ab .



PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

96. Supongamos que $x_1 = -1x^1$ y, para $n > 1$, $x_n = -nx^n$. Calcula el producto $(x_1)(x_2)(x_3)(x_4)(x_5)$.
97. a. Evalúa $(2^3)^2$ y $2^{(3^2)}$. ¿Los resultados son iguales? De no ser así, ¿cuál expresión tiene el valor mayor?
- b. ¿Cuál es el orden de las operaciones para la expresión x^{m^n} ?

7.3

Multiplicación de polinomios

OBJETIVO 1

Multiplicar un polinomio por un monomio

Para multiplicar un polinomio por un monomio, utiliza la propiedad distributiva y la regla de multiplicación de expresiones con exponentes.

EJEMPLO 1

Multiplica. **A.** $-2x(x^2 - 4x - 3)$ **B.** $(5x + 4)(-2x)$
C. $x^3(2x^2 - 3x + 2)$

Solución

$$\begin{aligned}\textbf{A. } -2x(x^2 - 4x - 3) &= -2x(x^2) - (-2x)(4x) - (-2x)(3) \\ &= -2x^3 + 8x^2 + 6x\end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva.
- Utiliza la regla de multiplicación de expresiones con exponentes.

$$\begin{aligned}\textbf{B. } (5x + 4)(-2x) &= 5x(-2x) + 4(-2x) \\ &= -10x^2 - 8x\end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva.
- Utiliza la regla de multiplicación de expresiones con exponentes.

$$\begin{aligned}\textbf{C. } x^3(2x^2 - 3x + 2) &= 2x^5 - 3x^4 + 2x^3\end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva y la regla de multiplicación de expresiones con exponentes.

Problema 1

Multiplica. **A.** $5x(3x^2 - 2x + 4)$ **B.** $(-2y + 3)(-4y)$
C. $-a^2(3a^2 + 2a - 7)$

Solución

Revisa la página S16.

OBJETIVO 2**Multiplicar dos polinomios**

La multiplicación de dos polinomios requiere de la aplicación reiterada de la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned}(y-2)(y^2+3y+1) &= (y-2)(y^2) + (y-2)(3y) + (y-2)(1) \\ &= y^3 - 2y^2 + 3y^2 - 6y + y - 2 \\ &= y^3 + y^2 - 5y - 2\end{aligned}$$

Un método conveniente para multiplicar dos polinomios es utilizar un formato vertical semejante al empleado para la multiplicación de números naturales.

Multiplica por -2 cada término en el trinomio.

Multiplica por y cada término en el trinomio.

Los términos semejantes deben estar en la misma columna.

Suma los términos en cada columna.

$$\begin{array}{r}y^2 + 3y + 1 \\ y - 2 \\ \hline - 2y^2 - 6y - 2 \\ y^3 + 3y^2 + y \\ \hline y^3 + y^2 - 5y - 2\end{array}$$

EJEMPLO 2

Multiplica: $(2b^3 - b + 1)(2b + 3)$

Solución

$$\begin{array}{r}2b^3 - b + 1 \\ 2b + 3 \\ \hline 6b^3 - 3b + 3 \\ 4b^4 - 2b^2 + 2b \\ \hline 4b^4 + 6b^3 - 2b^2 - b + 3\end{array}$$

- Multiplica $2b^3 - b + 1$ por 3 .
- Multiplica $2b^3 - b + 1$ por $2b$. Acomoda los términos en orden descendente.
- Suma los términos de cada columna.

Problema 2

Multiplica: $(2y^3 + 2y^2 - 3)(3y - 1)$

Solución

Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 49, página 323.

EJEMPLO 3

Multiplica: $(4a^3 - 5a - 2)(3a - 2)$

Solución

$$\begin{array}{r}4a^3 - 5a - 2 \\ 3a - 2 \\ \hline - 8a^3 + 10a + 4 \\ 12a^4 - 15a^2 - 6a \\ \hline 12a^4 - 8a^3 - 15a^2 + 4a + 4\end{array}$$

- Multiplica $4a^3 - 5a - 2$ por -2 .
- Multiplica $4a^3 - 5a - 2$ por $3a$.
- Suma los términos en cada columna.

Problema 3

Multiplica: $(3x^3 - 2x^2 + x - 3)(2x + 5)$

Solución

Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 53, página 324.

OBJETIVO 3**Multiplicar dos binomios**

A menudo se tiene que determinar el producto de dos binomios. Esto se puede lograr con el método llamado **PEIU**, que se basa en la propiedad distributiva. Las letras de PEIU significan **P**rimero, **E**xterior, **I**nterior y **Ú**ltimo (en inglés, **F**irst, **O**uter, **I**nner y **L**ast, FOIL).

Concéntrate en multiplicar dos binomios utilizando el método PEIU.

Toma nota

En realidad, PEIU no es una forma de multiplicación. Se basa en la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned}(2x + 3)(x + 5) &= 2x(x + 5) + 3(x + 5) \\ &\quad \text{P} \quad \text{E} \quad \text{I} \quad \text{U} \\ &= 2x^2 + 10x + 3x + 15 \\ &= 2x^2 + 13x + 15\end{aligned}$$

Multiplica: $(2x + 3)(x + 5)$

Multiplica los **Primeros** términos. $(2x + 3)(x + 5) \quad 2x \cdot x = 2x^2$

Multiplica los términos **Exteriores**. $(2x + 3)(x + 5) \quad 2x \cdot 5 = 10x$

Multiplica los términos **Interiores**. $(2x + 3)(x + 5) \quad 3 \cdot x = 3x$

Multiplica los **Últimos** términos. $(2x + 3)(x + 5) \quad 3 \cdot 5 = 15$

Suma los productos. $(2x + 3)(x + 5) \quad \begin{matrix} \text{P} & \text{E} & \text{I} & \text{U} \\ = & 2x^2 & + & 10x & + & 3x & + & 15 \end{matrix}$

Simplifica los términos semejantes. $= 2x^2 + 13x + 15$

EJEMPLO 4 Multiplica: $(4x - 3)(3x - 2)$

Solución

$$\begin{aligned}(4x - 3)(3x - 2) &\quad \text{P} \quad \text{E} \quad \text{I} \quad \text{U} \\ &= 4x(3x) + 4x(-2) + (-3)(3x) + (-3)(-2) \\ &= 12x^2 - 8x - 9x + 6 \\ &= 12x^2 - 17x + 6\end{aligned}$$

- Utiliza el método PEIU.
- Simplifica los términos semejantes.

Problema 4 Multiplica: $(4y - 5)(3y - 3)$

Solución Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 83, página 324.

EJEMPLO 5 Multiplica: $(3x - 2y)(x + 4y)$

Solución

$$\begin{aligned}(3x - 2y)(x + 4y) &\quad \text{P} \quad \text{E} \quad \text{I} \quad \text{U} \\ &= 3x(x) + 3x(4y) + (-2y)(x) + (-2y)(4y) \\ &= 3x^2 + 12xy - 2xy - 8y^2 \\ &= 3x^2 + 10xy - 8y^2\end{aligned}$$

- Utiliza el método PEIU.
- Simplifica los términos semejantes.

Problema 5 Multiplica: $(3a + 2b)(3a - 5b)$

Solución Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 99, página 325.

OBJETIVO 4

Multiplicar binomios que tienen productos especiales

La expresión $(a + b)(a - b)$ es el producto de la **suma y diferencia de dos términos**. El primer binomio en la expresión es una **suma**; el segundo es una **diferencia**. Los dos términos son a y b . El primer término en cada binomio es a . El segundo término en cada binomio es b .

La expresión $(a + b)^2$ es el **cuadrado de un binomio**. El primer término en el binomio es a . El segundo término en el binomio es b .

Mediante el método PEIU se puede encontrar un patrón para el producto de la suma y la diferencia de dos términos y para el cuadrado de un binomio.

SUMA Y DIFERENCIA DE DOS TÉRMINOS

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

$$= a^2 - b^2$$

Cuadrado del primer término _____ ↑
 Cuadrado del segundo término _____ ↑

EJEMPLO 6Multiplica: $(2x + 3)(2x - 3)$ **Solución**

$$(2x + 3)(2x - 3)$$

$$= (2x)^2 - 3^2$$

$$= 4x^2 - 9$$

- $(2x + 3)(2x - 3)$ es el producto de la suma y la diferencia de dos términos.

- Eleva al cuadrado el primer término. Eleva al cuadrado el segundo término.

- Simplifica.

Problema 6Multiplica: $(2a + 5c)(2a - 5c)$ **Solución**

Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 121, página 325.

CUADRADO DE UN BINOMIO

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Cuadrado del primer término _____ ↑
 Dos veces el producto de los dos términos _____ ↑
 Cuadrado del último término _____ ↑

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

Cuadrado del primer término _____ ↑
 Dos veces el producto de los dos términos _____ ↑
 Cuadrado del último término _____ ↑

EJEMPLO 7Multiplica: $(4c + 5d)^2$ **Solución**

$$(4c + 5d)^2$$

$$= (4c)^2 + 2(4c)(5d) + (5d)^2$$

$$= 16c^2 + 40cd + 25d^2$$

- $(4c + 5d)^2$ es el cuadrado de un binomio.

- Eleva al cuadrado el primer término. Calcula dos veces el producto de los dos términos. Eleva al cuadrado el segundo término.

- Simplifica.

Problema 7Multiplica: $(3x + 2y)^2$ **Solución**

Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 117, página 325.

Observa que el resultado en el ejemplo 7 es el mismo que obtendríamos al multiplicar el binomio por sí mismo y utilizando el método PEIU.

$$\begin{aligned}(4c + 5d)^2 &= (4c + 5d)(4c + 5d) \\ &= 16c^2 + 20cd + 20cd + 25d^2 \\ &= 16c^2 + 40cd + 25d^2\end{aligned}$$

Se puede utilizar cualquier método para obtener el cuadrado de un binomio.

EJEMPLO 8 Multiplica: $(3x - 2)^2$

Solución

$$\begin{aligned}(3x - 2)^2 &= (3x)^2 - 2(3x)(2) + (2)^2 \\ &= 9x^2 - 12x + 4\end{aligned}$$

- $(3x - 2)^2$ es el cuadrado de un binomio.
- Eleva al cuadrado el primer término. Calcula dos veces el producto de los dos términos. Eleva al cuadrado el último término.
- Simplifica.

Problema 8 Multiplica: $(6x - y)^2$

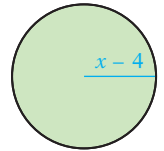
Solución Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 119, página 325.

OBJETIVO 5 Problemas de aplicación

EJEMPLO 9

El radio de un círculo es $(x - 4)$ pies. Calcula el área del círculo en términos de la variable x . Expresa la respuesta en términos de π .



Estrategia Para calcular el área, sustituye la variable r en la fórmula $A = \pi r^2$ con el valor determinado. Simplifica la expresión del lado derecho de la ecuación

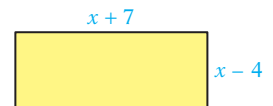
Solución

$$\begin{aligned}A &= \pi r^2 \\ A &= \pi(x - 4)^2 \\ A &= \pi(x^2 - 8x + 16) \\ A &= \pi x^2 - 8\pi x + 16\pi\end{aligned}$$

- Éste es el cuadrado de un binomio.
- Eleva al cuadrado el binomio $x - 4$.
- Utiliza la propiedad distributiva.

El área es $(\pi x^2 + 8\pi x + 16\pi)$ pies².

Problema 9 El largo de un rectángulo es $(x + 7)$ m. El ancho es $(x - 4)$ m. Calcula el área del rectángulo en términos de la variable x .

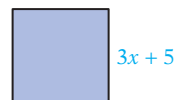


Solución Revisa la página S16.

➡ Intenta resolver el ejercicio 137, página 326.

EJEMPLO 10

El largo de un lado de un cuadrado es $(3x + 5)$ pulg. Calcula el área del cuadrado en términos de la variable x .



Estrategia Para calcular el área del cuadrado, sustituye la variable l en la fórmula $A = l^2$ con el valor determinado y simplifica.

Solución

$$A = l^2$$

$$A = (3x + 5)^2$$

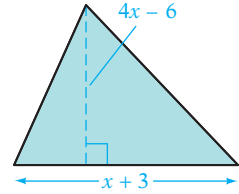
$$A = 9x^2 + 30x + 25$$

- Éste es el cuadrado de un binomio.
- Eleva al cuadrado el binomio $3x + 5$.

El área es $(9x^2 + 30x + 25)$ pulg².

Problema 10

La base de un triángulo es $(x + 3)$ cm y la altura $(4x - 6)$ cm. Calcula el área del triángulo en términos de la variable x .

**Solución**

Revisa la página S16.

► Intenta resolver el ejercicio 139, página 326.

7.3 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Indica si la expresión es siempre verdadera, a veces verdadera o nunca verdadera.

1. Para multiplicar un monomio por un polinomio; utiliza la propiedad distributiva para multiplicar cada término del polinomio por el monomio.
2. Para multiplicar dos polinomios, multiplica cada término de un polinomio por el otro polinomio.
3. Un binomio es un polinomio de grado 2.
4. $(x + 7)(x - 7)$ es el producto de la suma y la diferencia de los dos mismos términos.
5. Determinar el cuadrado de un binomio significa multiplicarlo por sí mismo.
6. El cuadrado de un binomio es un trinomio.
7. El método PEIU se utiliza para multiplicar dos polinomios.
8. Con el método PEIU, los términos $3x$ y 5 son los “primeros” términos de $(3x + 5)(2x + 7)$.
9. El producto de dos binomios es un trinomio.

1 Multiplicar un polinomio por un monomio (Revisa la página 317).

10. ¿Se utiliza la propiedad distributiva para simplificar el producto $2(3x)$? De no ser así, ¿qué propiedad se utiliza para simplificar la expresión?

PREPÁRATE

11. Multiplica: $-3y(y + 7)$

$$-3y(y + 7) = \underline{\quad ? \quad}(y) + (\underline{\quad ? \quad})(7)$$

$$= \underline{\quad ? \quad} - \underline{\quad ? \quad}$$

- Utiliza la propiedad ? para multiplicar cada término de $(y + 7)$ por ?
- En el primer término, las bases son las mismas. Suma los exponentes.

12. Multiplica: $5x^3(x^2 + 2x - 10)$

$$5x^3(x^2 + 2x - 10)$$

$$= (\text{---?---})(x^2) + (\text{---?---})(2x) - (\text{---?---})(10)$$

$$= 5x^{\text{---?---}} + 10x^{\text{---?---}} - 50x^{\text{---?---}}$$

• Utiliza la propiedad distributiva para multiplicar cada término de ---?--- por $5x^3$.

• Utiliza la regla de multiplicación de expresiones con exponentes.

Multiplica.

13. $x(x - 2)$

14. $y(3 - y)$

15. $-x(x + 7)$

16. $-y(7 - y)$

17. $3a^2(a - 2)$

18. $4b^2(b + 8)$

19. $-5x^2(x^2 - x)$

20. $-6y^2(y + 2y^2)$

21. $-x^3(3x^2 - 7)$

22. $-y^4(2y^2 - y^6)$

23. $2x(6x^2 - 3x)$

24. $3y(4y - y^2)$

25. $(2x - 4)3x$

26. $(2x + 1)2x$

27. $-xy(x^2 - y^2)$

28. $-x^2y(2xy - y^2)$

29. $x(2x^3 - 3x + 2)$

30. $y(-3y^2 - 2y + 6)$

31. $-a(-2a^2 - 3a - 2)$

32. $-b(5b^2 + 7b - 35)$

33. $x^2(3x^4 - 3x^2 - 2)$

34. $y^3(-4y^3 - 6y + 7)$

➡ 35. $2y^2(-3y^2 - 6y + 7)$

36. $4x^2(3x^2 - 2x + 6)$

37. $(a^2 + 3a - 4)(-2a)$

38. $(b^3 - 2b + 2)(-5b)$

39. $-3y^2(-2y^2 + y - 2)$

40. $-5x^2(3x^2 - 3x - 7)$

41. $xy(x^2 - 3xy + y^2)$

42. $ab(2a^2 - 4ab - 6b^2)$

2 Multiplicar dos polinomios (Revisa la página 318).

PREPÁRATE

43. Multiplica: $(x - 3)(x^2 - 4x + 5)$

$$\begin{aligned} (x - 3)(x^2 - 4x + 5) &= (\text{---?---})(x^2) - (\text{---?---})(4x) + (\text{---?---})(5) \\ &= x^3 - 3x^2 - 4x^2 + 12x + \text{---?---} - \text{---?---} \\ &= x^3 - 7x^2 + \text{---?---} - \text{---?---} \end{aligned}$$

44. Multiplica: $(x - 3)(x^2 - 4x + 5)$

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 5 \\ x - 3 \\ \hline -3x^2 + 12x - \text{---?---} \\ x^3 - 4x^2 + \text{---?---} \\ \hline x^3 - 7x^2 + \text{---?---} - \text{---?---} \end{array}$$

Multiplica.

45. $(x^2 + 3x + 2)(x + 1)$

46. $(x^2 - 2x + 7)(x - 2)$

47. $(a - 3)(a^2 - 3a + 4)$

48. $(2x - 3)(x^2 - 3x + 5)$

➡ 49. $(-2b^2 - 3b + 4)(b - 5)$

50. $(-a^2 + 3a - 2)(2a - 1)$

51. $(3x - 5)(-2x^2 + 7x - 2)$

53. $(x^3 - 3x + 2)(x - 4)$

55. $(3y - 8)(5y^2 + 8y - 2)$

57. $(5a^3 - 15a + 2)(a - 4)$

59. $(y + 2)(y^3 + 2y^2 - 3y + 1)$


52. $(2a - 1)(-a^2 - 2a + 3)$

54. $(y^3 + 4y^2 - 8)(2y - 1)$

56. $(4y - 3)(3y^2 + 3y - 5)$

58. $(3b^3 - 5b^2 + 7)(6b - 1)$

60. $(2a - 3)(2a^3 - 3a^2 + 2a - 1)$

 Para los ejercicios 61 y 62, utiliza el producto $(ax^3 + bx + c)(dx + e)$, donde a, b, c, d y e son números reales diferentes de cero.

61. a. ¿Cuál es el grado del producto simplificado?

b. Como máximo, ¿cuántos términos tendrá el producto simplificado?

62. ¿El producto simplificado tiene un término x^2 ? De ser así, ¿cuál es su coeficiente?

3 Multiplicar dos binomios (Revisa las páginas 318-319).

PREPÁRATE

63. Para el producto $(4x - 3)(x + 5)$:

Los **P**rimeros términos son $\frac{?}{?}$ y $\frac{?}{?}$.

Los términos **E**xteriores son $\frac{?}{?}$ y $\frac{?}{?}$.

Los términos **I**nteriores son $\frac{?}{?}$ y $\frac{?}{?}$.

Los **Ú**ltimos términos son $\frac{?}{?}$ y $\frac{?}{?}$.

Para los ejercicios 64 y 65, menciona **a.** los primeros términos, **b.** los términos exteriores, **c.** los términos interiores y **d.** los últimos términos del producto de los binomios.

64. $(y - 8)(2y + 3)$

65. $(3d + 4)(d - 1)$

66. Utiliza el método PEIU para multiplicar $(x + 2)(8x - 3)$.

El producto de los **P**rimeros términos es $x \cdot 8x = \frac{?}{?}$.

El producto de los términos **E**xteriores es $x \cdot (-3) = \frac{?}{?}$.

El producto de los términos **I**nteriores es $2 \cdot 8x = \frac{?}{?}$.

El producto de los **Ú**ltimos términos es $2 \cdot (-3) = \frac{?}{?}$.

La suma de estos cuatro productos es $\frac{?}{?}$.

Multiplica.

67. $(x + 1)(x + 3)$

68. $(y + 2)(y + 5)$

69. $(a - 3)(a + 4)$

70. $(b - 6)(b + 3)$

71. $(y + 3)(y - 8)$

72. $(x + 10)(x - 5)$

73. $(y - 7)(y - 3)$

74. $(a - 8)(a - 9)$

75. $(2x + 1)(x + 7)$

76. $(y + 2)(5y + 1)$

77. $(3x - 1)(x + 4)$

78. $(7x - 2)(x + 4)$

79. $(4x - 3)(x - 7)$

80. $(2x - 3)(4x - 7)$

81. $(3y - 8)(y + 2)$

82. $(5y - 9)(y + 5)$

 83. $(3x + 7)(3x + 11)$



84. $(5a + 6)(6a + 5)$

85. $(7a - 16)(3a - 5)$

86. $(5a - 12)(3a - 7)$

87. $(3b + 13)(5b - 6)$

88. $(x + y)(2x + y)$ 89. $(2a + b)(a + 3b)$ 90. $(3x - 4y)(x - 2y)$
 91. $(2a - b)(3a + 2b)$ 92. $(5a - 3b)(2a + 4b)$ 93. $(2x + y)(x - 2y)$
 94. $(3x - 7y)(3x + 5y)$ 95. $(2x + 3y)(5x + 7y)$ 96. $(5x + 3y)(7x + 2y)$
 97. $(3a - 2b)(2a - 7b)$ 98. $(5a - b)(7a - b)$ ➡ 99. $(a - 9b)(2a + 7b)$
 100. $(2a + 5b)(7a - 2b)$ 101. $(5x + 2y)(2x - 5y)$ 102. $(8x - 3y)(7x - 5y)$

103.  Supongamos que a y b son números positivos de tal modo que $a > b$. ¿El coeficiente del término x del producto $(ax - b)(x + 1)$ es positivo o negativo?
 104.  Si los términos constantes de dos binomios son negativos, ¿el término constante del producto de los dos binomios también es negativo?


4 Multiplicar binomios que tienen productos especiales (Revisa las páginas 319-321).

PREPÁRATE

105. El producto $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, entonces $(5x + 1)(5x - 1)$
 $= (\underline{\quad? \quad})^2 - (\underline{\quad? \quad})^2 = \underline{\quad? \quad} - \underline{\quad? \quad}.$
 106. El producto $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, entonces
 $(3x + 7)^2 = (\underline{\quad? \quad})^2 + 2(\underline{\quad? \quad})(\underline{\quad? \quad}) + (\underline{\quad? \quad})^2$
 $= \underline{\quad? \quad} + \underline{\quad? \quad} + \underline{\quad? \quad}.$

Multiplica.

107. $(y - 5)(y + 5)$ 108. $(y + 6)(y - 6)$ 109. $(2x + 3)(2x - 3)$
 110. $(4x - 7)(4x + 7)$ 111. $(x + 1)^2$ 112. $(y - 3)^2$
 113. $(3a - 5)^2$ 114. $(6x - 5)^2$ 115. $(3x - 7)(3x + 7)$
 116. $(9x - 2)(9x + 2)$ ➡ 117. $(2a + b)^2$ 118. $(x + 3y)^2$
 ➡ 119. $(x - 2y)^2$ 120. $(2x - 3y)^2$ ➡ 121. $(4 - 3y)(4 + 3y)$
 122. $(4x - 9y)(4x + 9y)$ 123. $(5x + 2y)^2$ 124. $(2a - 9b)^2$

 Para los ejercicios 125 a 128, determina si el coeficiente del término x del producto es positivo, negativo o cero.

125. $(ax + b)(ax - b)$, donde $a > 0$ y $b > 0$
 126. $(ax + b)(ax + b)$, donde $a > 0$ y $b < 0$
 127. $(ax + b)^2$, donde $a > 0$ y $b > 0$
 128. $(ax + b)^2$, donde $a < 0$ y $b < 0$

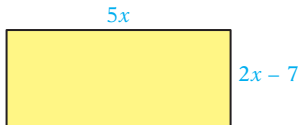
5 Problemas de aplicación (Revisa las páginas 321–322).

PREPÁRATE

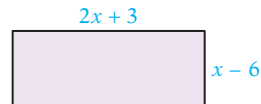
129. El largo de un rectángulo es $(2x + 5)$ pies y su ancho $(2x - 5)$ pies. La expresión que representa el área del rectángulo es $(\text{---}?)(\text{---}?) = \text{---}?$.
130. El largo de un lado de un cuadrado es $(3a - 1)$. La expresión que representa el área del cuadrado es $(\text{---}?)^2 = \text{---}?$.
131. $(4x + 1)^2 = (\text{---}?)^2 + 2(\text{---}?) (\text{---}?) + (\text{---}?)^2$
 $= (\text{---}?) + (\text{---}?) + (\text{---}?)$

Problemas de geometría

132. El largo de un rectángulo es $(5x)$ pies. Su ancho es $(2x - 7)$ pies. Calcula el área del rectángulo en términos de la variable x .



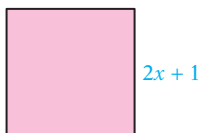
133. El ancho de un rectángulo es $(x - 6)$ m. El largo es $(2x + 3)$ m. Calcula el área del rectángulo en términos de la variable x .



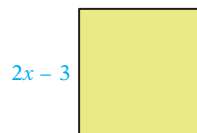
134. El ancho de un rectángulo es $(3x + 1)$ pulg. El largo mide el doble del ancho. Calcula el área del rectángulo en términos de la variable x .

135. El ancho de un rectángulo es $(4x - 3)$ cm. El largo es el doble del ancho. Calcula el área del rectángulo en términos de la variable x .

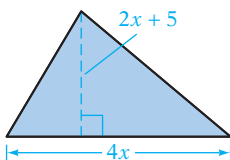
136. El largo de uno de los lados de un cuadrado es $(2x + 1)$ km. Calcula el área del cuadrado en términos de la variable x .



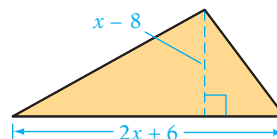
- ➡ 137. El largo de uno de los lados de un cuadrado es $(2x - 3)$ yardas. Calcula el área del cuadrado en términos de la variable x .



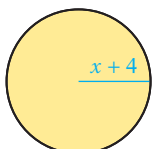
138. La base de un triángulo es $(4x)$ m y la altura $(2x + 5)$ m. Calcula el área del triángulo en términos de la variable x .



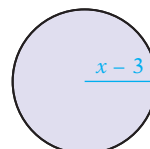
- ➡ 139. La base de un triángulo es $(2x + 6)$ pulg y la altura $(x - 8)$ pulg. Calcula el área del triángulo en términos de la variable x .



140. El radio de un círculo es $(x + 4)$ cm. Calcula el área del círculo en términos de la variable x . Expresa la respuesta en términos de π .



141. El radio de un círculo es $(x - 3)$ pies. Calcula el área del círculo en términos de la variable x . Expresa la respuesta en términos de π .



- 142. Los juegos olímpicos** Observa el recorte de las noticias del lado derecho. El Cubo de agua en realidad no es un cubo porque su altura no es igual a su largo y ancho. El ancho de una pared del Cubo de agua mide 22 pies más de cinco veces la altura. (Fuente: Structurae).

- Expresa el ancho de una pared del Cubo de agua en términos de su altura h .
- Expresa el área de una pared del Cubo de agua en términos de la altura h .



El Cubo de agua

claudio zachnerini / Shutterstock.com

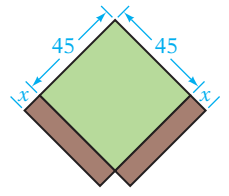
En las noticias

El Cubo de agua olímpico ya está terminado

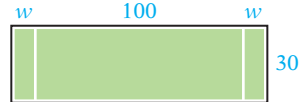
El Centro Acuático Nacional, también conocido como el Cubo de agua, quedó terminado la mañana del 26 de diciembre de 2006. El Cubo de agua, construido para los Juegos Olímpicos de 2008 en Beijing, China, está diseñado para parecer un "cubo" de moléculas de agua.


Fuente: Structurae

- 143. Deportes** Las dimensiones de un diamante de softbol son 45 por 45 pies. Una bolsa de lienzo cuadrangular de x pies de ancho se encuentra en ambos lados de la primera y la tercera bases del diamante. Expresa el área total del diamante de softbol y la bolsa de lienzo cuadrangular en términos de la variable x .



- 144. Deportes** Las dimensiones de un campo de atletismo son 30 por 100 yardas. Los bordes de una zona de meta miden w yardas de ancho en cada extremo del campo. Expresa el área total del campo y las zonas de meta en términos de la variable w .



 Para los ejercicios 145 y 146, a , b , c y d son números enteros positivos.

- ¿Qué rectángulo tiene el área más grande: uno con un largo de $(ax + b)$ pies y (cx) pies de ancho, u otro con $(ax + b)$ pies de largo y $(cx + d)$ pies de ancho?
- ¿Qué rectángulo tiene el área más grande: uno con un largo de $(ax + b)$ pies y $(x + d)$ pies de ancho, u otro con $(ax + b)$ pies de largo y $(cx + d)$ pies de ancho?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Simplifica.

147. $(a + b)^2 - (a - b)^2$

149. $(3a^2 - 4a + 2)^2$

151. $3x^2(2x^3 + 4x - 1) - 6x^3(x^2 - 2)$

148. $(x + 3y)^2 + (x + 3y)(x - 3y)$

150. $(x + 4)^3$

152. $(3b + 2)(b - 6) + (4 + 2b)(3 - b)$

Resuelve.

153. Calcula $(4n^3)^2$ si $2n - 3 = 4n - 7$.


154. ¿Qué polinomio tiene un cociente $x^2 + 2x - 1$ al dividirlo entre $x + 3$?

155. ¿Qué polinomio tiene un cociente $3x - 4$ al dividirlo entre $4x + 5$?

156. Resta $4x^2 - x - 5$ del producto de $x^2 + x + 3$ y $x - 4$.

157. Suma $x^2 + 2x - 3$ al producto de $2x - 5$ y $3x + 1$.

158. Si multiplicamos un polinomio grado 3 por un polinomio grado 2, ¿cuál es el grado del polinomio resultante?

159.  ¿Se puede multiplicar un polinomio grado 2 por un polinomio grado 2 y que el producto sea un polinomio de grado 3? De ser así, menciona un ejemplo. De lo contrario, explica por qué no.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Simplifica.

160. $(x + 1)(x - 1)$

161. $(x + 1)(-x^2 + x - 1)$

162. $(x + 1)(x^3 - x^2 + x - 1)$

163. $(x + 1)(-x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$

Utiliza el patrón de las respuestas de los ejercicios 160 a 163 para anotar el producto.

164. $(x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$

165. $(x + 1)(-x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$

166. Explica por qué el diagrama de la derecha representa $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Dibuja diagramas que representen:

a. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$ b. $(y + 3)^2 = y^2 + 6y + 9$ c. $(z + 4)^2 = z^2 + 8z + 16$

	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

7.4

Exponentes con números enteros y notación científica

OBJETIVO 1

Exponentes con números enteros

El cociente de dos expresiones con exponentes con la *misma* base se puede simplificar al escribir cada expresión con sus factores, dividir entre los factores comunes y escribir el resultado con un exponente.

Observa que la resta de los exponentes da como resultado el mismo cociente.

Para dividir dos monomios con la misma base, resta los exponentes de bases semejantes.

$$\frac{x^5}{x^2} = \frac{\overset{1}{x} \cdot \overset{1}{x} \cdot x \cdot x \cdot x}{\underset{1}{x} \cdot \underset{1}{x}} = x^3$$

$$\frac{x^5}{x^2} = x^{5-2} = x^3$$

Concéntrate en dividir las expresiones con exponentesSimplifica. **A.** $\frac{a^7}{a^3}$ **B.** $\frac{r^8 s^6}{r^7 s}$ **A.** Las bases son iguales. Resta el exponente en el denominador del exponente en el numerador.

$$\frac{a^7}{a^3} = a^{7-3} = a^4$$

B. Resta los exponentes de las bases semejantes.

$$\frac{r^8 s^6}{r^7 s} = r^{8-7} s^{6-1} = r s^5$$

Recuerda que para cualquier número a , $a \neq 0$, $\frac{a}{a} = 1$. Esta propiedad es verdadera también para las expresiones con exponentes. Por ejemplo, para $x \neq 0$, $\frac{x^4}{x^4} = 1$.

Esta expresión también se puede simplificar mediante el uso de la regla para dividir expresiones con exponentes y la misma base. $\frac{x^4}{x^4} = x^{4-4} = x^0$

Como $\frac{x^4}{x^4} = 1$ y $\frac{x^4}{x^4} = x^0$, la siguiente definición de se utiliza para un exponente cero.

Toma nota

En el ejemplo 1 del lado derecho, indicamos que $a \neq 0$. Si tratamos de evaluar $(12a^3)^0$ cuando $a = 0$, obtenemos $[12(0)^3]^0 = [12(0)]^0 = 0^0$. Sin embargo, 0^0 no está definido. Por tanto, debemos suponer que $a \neq 0$. Para evitar establecer esta restricción para todos los ejemplos o ejercicios, supondremos que las variables no adoptan valores que resultan en la expresión 0^0 .

EL CERO COMO EXPONENTE

Si $x \neq 0$, entonces $x^0 = 1$. La expresión 0^0 no está definida.

EJEMPLOS

1. Simplifica: $(12a^3)^0$, $a \neq 0$

Cualquier expresión diferente de cero a la potencia cero es 1. $(12a^3)^0 = 1$

2. Simplifica: $-(y^4)^0$, $y \neq 0$

Cualquier expresión diferente de cero a la potencia cero es 1.

Como el signo negativo se calcula fuera del paréntesis, la respuesta es -1 . $-(y^4)^0 = -1$

Punto de interés

En el siglo XV, la expresión $12^{\overline{2m}}$ se utilizaba para expresar $12x^{-2}$. El uso de \overline{m} reflejaba una influencia italiana. En Italia, m se utilizaba para menos y p para más. Se entendía que $2\overline{m}$ se refería a una variable sin nombre. En el siglo XVII, Isaac Newton introdujo el uso de un exponente negativo, la notación que utilizamos en la actualidad.

El significado de un exponente negativo se puede desarrollar mediante el análisis del cociente $\frac{x^4}{x^6}$.

La expresión se puede simplificar si anotamos con sus factores el numerador y el denominador, dividiéndolos entre los factores comunes, y luego anotando el resultado con un exponente.

$$\frac{x^4}{x^6} = \frac{\overset{1}{x} \cdot \overset{1}{x} \cdot \overset{1}{x} \cdot \overset{1}{x}}{\underset{1}{x} \cdot \underset{1}{x} \cdot \underset{1}{x} \cdot \underset{1}{x} \cdot \underset{1}{x} \cdot \underset{1}{x}} = \frac{1}{x^2}$$

Ahora simplifica la misma expresión restando los exponentes de las bases semejantes.

$$\frac{x^4}{x^6} = x^{4-6} = x^{-2}$$

Como $\frac{x^4}{x^6} = \frac{1}{x^2}$ y $\frac{x^4}{x^6} = x^{-2}$, las expresiones $\frac{1}{x^2}$ y x^{-2} deben ser iguales. Esto da lugar a la definición siguiente de un exponente negativo.

DEFINICIÓN DE EXPONENTES NEGATIVOS

Si n es un número entero positivo y $x \neq 0$, entonces $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ y $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$.

EJEMPLOS

En cada uno de los ejemplos siguientes, simplifica la expresión escribiéndola con un exponente positivo.

1. $x^{-10} = \frac{1}{x^{10}}$

2. $\frac{1}{a^{-5}} = a^5$

3. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Concéntrate

en evaluar una expresión numérica con un exponente negativo

Evalúa 2^{-4} .

Escribe la expresión con un exponente positivo.

Luego, simplifica.

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

Toma nota

Observa en el ejemplo de la derecha que 2^{-4} es un número *positivo*. Un exponente negativo no indica un número negativo.

Una vez definidos los exponentes negativos, es posible establecer la regla de la división de expresiones con exponentes.

REGLA DE LA DIVISIÓN DE EXPRESIONES CON EXPONENTES

Si m y n son números enteros y $x \neq 0$, entonces $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$.

EJEMPLOS

Simplifica cada expresión con el uso de la regla de la división de expresiones con exponentes.

1. $\frac{x^3}{x^5} = x^{3-5} = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

2. $\frac{y^6}{y^{-2}} = y^{6-(-2)} = y^8$

3. $\frac{b^{-5}}{b^{-1}} = b^{-5-(-1)} = b^{-4} = \frac{1}{b^4}$

4. $\frac{a^{-4}}{a^{-7}} = a^{-4-(-7)} = a^3$

EJEMPLO 1

Escribe $\frac{3^{-3}}{3^2}$ con un exponente positivo. Luego evalúa.

Solución

$$\begin{aligned}\frac{3^{-3}}{3^2} &= 3^{-3-2} \\ &= 3^{-5} \\ &= \frac{1}{3^5} \\ &= \frac{1}{243}\end{aligned}$$

• 3^{-3} y 3^2 tienen la misma base. Resta los exponentes.

• Utiliza la definición de exponentes negativos para escribir las expresiones con un exponente positivo.

• Evalúa.

Problema 1

Escribe $\frac{2^{-2}}{2^3}$ con un exponente positivo. Luego evalúa.

Solución

Revisa la página S16.

Las reglas para simplificar las expresiones con exponentes y sus potencias se cumplen para todos los números enteros. Aquí volvemos a presentar estas reglas.

REGLAS PARA LOS EXPONENTES

Si m , n y p son números enteros, entonces

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

$$(x^m y^n)^p = x^{mp} y^{np}$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}, x \neq 0$$

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}, x \neq 0$$

$$x^0 = 1, x \neq 0$$

Una expresión con exponentes está en su forma más simple cuando está escrita sólo con exponentes positivos.

EJEMPLO 2

Simplifica: A. $a^{-7}b^3$ B. $\frac{x^{-4}y^6}{xy^2}$ C. $6d^{-4}, d \neq 0$

Solución

A. $a^{-7}b^3 = \frac{b^3}{a^7}$

- Reescribe a^{-7} con un exponente positivo.

B. $\frac{x^{-4}y^6}{xy^2} = x^{-4-1}y^{6-2}$
 $= x^{-5}y^4$
 $= \frac{y^4}{x^5}$

- Divide las variables con la misma base restando los exponentes.

C. $6d^{-4} = 6 \cdot \frac{1}{d^4} = \frac{6}{d^4}$

- Escribe la expresión sólo con exponentes positivos.
- Utiliza la definición de exponentes negativos para reescribir la expresión con un exponente positivo.

Problema 2

Simplifica: A. x^5y^{-7} B. $\frac{b^8}{a^{-5}b^6}$ C. $4c^{-3}$

Solución

Revisa la página S16.

➔ Intenta resolver la página 75, página 335.

EJEMPLO 3

Simplifica: A. $\frac{-35a^6b^{-2}}{25a^{-2}b^5}$ B. $(-2x)(3x^{-2})^{-3}$

Solución

A. $\frac{-35a^6b^{-2}}{25a^{-2}b^5} = -\frac{35a^6b^{-2}}{25a^{-2}b^5}$
 $= -\frac{\overset{1}{5} \cdot 7a^{6-(-2)}b^{-2-5}}{\underset{1}{5} \cdot 5}$
 $= -\frac{7a^8b^{-7}}{5}$
 $= -\frac{7a^8}{5b^7}$

- Se coloca un signo negativo en medio de la fracción.

- Calcula los coeficientes. Divide entre los factores comunes. Divide las variables con la misma base restando los exponentes.

- Escribe la expresión sólo con exponentes positivos.

B. $(-2x)(3x^{-2})^{-3} = (-2x)(3^{-3}x^6)$

- Utiliza la regla para simplificar potencias de productos.

$$= \frac{-2x \cdot x^6}{3^3}$$

$$= -\frac{2x^7}{27}$$

- Escribe la expresión con exponentes positivos.
- Utiliza la regla de multiplicación de expresiones con exponentes y simplifica la expresión numérica.

Toma nota

En el ejemplo 2C, el exponente en d es -4 (4 negativo). d^{-4} está escrita en el denominador como d^4 . El exponente de 6 es 1 (1 positivo). El 6 permanece en el numerador.

Observa que indicamos $d \neq 0$. Esto es necesario porque la división entre cero no está definida. En este libro supondremos que los valores de las variables se eligen de modo que no ocurre la división entre cero.

Problema 3 Simplifica: A. $\frac{12x^{-8}y^4}{-16xy^{-3}}$ B. $(-3ab)(2a^3b^{-2})^{-3}$

Solución Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 73, página 335.

OBJETIVO 2

Notación científica

En los campos de la ciencia y la ingeniería encontramos números muy grandes y muy pequeños. Por ejemplo, la carga de un electrón es 0.000000000000000000160 culombios. Es posible escribir con mayor facilidad estos números en notación científica. En **notación científica**, un número se expresa como un producto de dos factores, uno es un número entre 1 y 10 y el otro es una potencia de 10.

Para cambiar a notación científica un número escrito en notación decimal, escríbelo en la forma $a \times 10^n$, donde a es un número entre 1 y 10 y n es un número entero.

Para números mayores que 10, recorre el punto decimal hacia la izquierda del primer dígito. El exponente n es positivo e igual al número de posiciones que se recorrió el punto decimal.

$$240,000 = 2.4 \times 10^5$$

$$93,000,000 = 9.3 \times 10^7$$

Para números menores que 1, recorre el punto decimal a la derecha hasta el primer dígito diferente de cero. El exponente n es negativo. El valor absoluto del exponente es igual al número de posiciones que se recorrió el punto decimal.

$$0.00030 = 3.0 \times 10^{-4}$$

$$0.0000832 = 8.32 \times 10^{-5}$$

Observa el último ejemplo: $0.0000832 = 8.32 \times 10^{-5}$. Mediante la definición de exponentes negativos,

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100,000} = 0.00001$$

Como $10^{-5} = 0.00001$, podemos escribir

$$8.32 \times 10^{-5} = 8.32 \times 0.00001 = 0.0000832$$

que es el número con el que comenzamos. No modificamos el valor del número, sólo lo escribimos de otra manera.

EJEMPLO 4

Escribe en notación científica el número.

A. 824,300,000,000 B. 0.000000961

Solución A. $824,300,000,000 = 8.243 \times 10^{11}$

B. $0.000000961 = 9.61 \times 10^{-7}$

- Recorre el punto decimal 11 posiciones hacia la izquierda. El exponente sobre 10 es 11.
- Recorre el punto decimal 7 posiciones hacia la derecha. El exponente sobre 10 es -7.

Problema 4 Escribe en notación científica el número.

A. 57,000,000,000 B. 0.000000017

Solución Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 97, página 336.

Toma nota

Hay dos pasos para escribir un número en notación científica: 1) determinar el número entre 1 y 10 y 2) determinar el exponente sobre 10.

Para cambiar a notación decimal un número escrito en notación científica también es necesario recorrer el punto decimal.

Cuando el exponente sobre 10 es positivo, recorre el punto decimal hacia la derecha el mismo número de posiciones que el valor del exponente.

$$3.45 \times 10^9 = 3,450,000,000$$

$$2.3 \times 10^8 = 230,000,000$$

Cuando el exponente sobre 10 es negativo, recorre el punto decimal hacia la izquierda el mismo número de posiciones que el valor absoluto del exponente.

$$8.1 \times 10^{-3} = 0.0081$$

$$6.34 \times 10^{-6} = 0.00000634$$

EJEMPLO 5

Escribe en notación decimal el número.

A. 7.329×10^6 B. 6.8×10^{-10}

Solución

A. $7.329 \times 10^6 = 7,329,000$

B. $6.8 \times 10^{-10} = 0.00000000068$

- El exponente sobre 10 es positivo. Recorre el punto decimal 6 posiciones hacia la derecha.
- El exponente sobre 10 es negativo. Recorre el punto decimal 10 posiciones hacia la izquierda.

Problema 5

Escribe en notación decimal el número.

A. 5×10^{12} B. 4.0162×10^{-9}

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 103, página 336.

Las reglas de multiplicación y división con números en notación científica son iguales a aquellas para calcular con expresiones algebraicas. La potencia de 10 corresponde a la variable, y el número entre 1 y 10 corresponde al coeficiente de la variable.

	Expresión algebraica	Notación científica
Multiplicación	$(4x^{-3})(2x^5) = 8x^2$	$(4 \times 10^{-3})(2 \times 10^5) = 8 \times 10^2$
División	$\frac{6x^5}{3x^{-2}} = 2x^{5-(-2)} = 2x^7$	$\frac{6 \times 10^5}{3 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{5-(-2)} = 2 \times 10^7$

EJEMPLO 6

Multiplica o divide.

A. $(3.0 \times 10^5)(1.1 \times 10^{-8})$

B. $\frac{7.2 \times 10^{13}}{2.4 \times 10^{-3}}$

Solución

A. $(3.0 \times 10^5)(1.1 \times 10^{-8}) = 3.3 \times 10^{-3}$

B. $\frac{7.2 \times 10^{13}}{2.4 \times 10^{-3}} = 3 \times 10^{16}$

- Multiplica 3.0 y 1.1. Suma los exponentes sobre 10.
- Divide 7.2 entre 2.4. Resta los exponentes sobre 10.

Problema 6

Multiplica o divide.

A. $(2.4 \times 10^{-9})(1.6 \times 10^3)$

B. $\frac{5.4 \times 10^{-2}}{1.8 \times 10^{-4}}$

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 121, página 337.


7.4 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

1. La expresión $\frac{x^5}{y^3}$ se puede simplificar al restar los exponentes.
2. Las reglas de los exponentes se pueden aplicar a las expresiones que contienen un exponente cero o exponentes negativos.
3. La expresión 3^{-2} representa el recíproco de 3^2 .
4. $5x^0 = 0$
5. La expresión 4^{-3} representa un número negativo.
6. Para estar en su forma más simple, una expresión con exponentes no puede contener ningún exponente negativo.

1 Exponentes con números enteros (Revisa las páginas 328-332).

7.  Explica cómo reescribir una variable con un exponente negativo como una expresión con un exponente positivo.

PREPÁRATE

8. Mientras x no sea cero, x^0 se define como igual a _____. Con esta definición, $3^0 =$ _____, $(7x^3)^0 =$ _____ y $-2x^0 =$ _____.

9. Simplifica: $\frac{8x^{10}}{2x^3}$

$$\frac{8x^{10}}{2x^3} = (\text{---?---})x^{\text{---?---} - \text{---?---}}$$

$$= \text{---?---}$$

- Divide los coeficientes entre el factor común 2.
- Divide las partes de la variable restando los exponentes.
- Simplifica.

10. Simplifica: $\frac{a^3b^7}{a^5b}$

$$\frac{a^3b^7}{a^5b} = a^{\text{---?---} - \text{---?---}}b^{\text{---?---} - \text{---?---}}$$

$$= a^{\text{---?---}}b^{\text{---?---}}$$

$$= \frac{b^6}{\text{---?---}}$$

- Divide las variables con la misma base restando los exponentes.
- Simplifica.
- Escribe la expresión sólo con exponentes positivos.

Simplifica.

11. $\frac{y^7}{y^3}$

12. $\frac{z^9}{z^2}$

13. $\frac{a^8}{a^5}$

14. $\frac{c^{12}}{c^5}$

15. $\frac{p^5}{p}$

16. $\frac{w^9}{w}$

17. $\frac{4x^8}{2x^5}$

18. $\frac{12z^7}{4z^3}$

19. $\frac{22k^5}{11k^4}$

20. $\frac{14m^{11}}{7m^{10}}$

21. $\frac{m^9n^7}{m^4n^5}$

22. $\frac{y^5z^6}{yz^3}$

23. $\frac{6r^4}{4r^2}$

24. $\frac{8x^9}{12x^6}$

25. $\frac{-16a^7}{24a^6}$

26. $\frac{-18b^5}{27b^4}$

27. x^{-2}

28. y^{-10}

29. $\frac{1}{a^{-6}}$

30. $\frac{1}{b^{-4}}$

Escribe con un exponente positivo o cero. Luego evalúa.

31. 5^{-2}

32. 3^{-3}

33. $\frac{1}{8^{-2}}$

34. $\frac{1}{12^{-1}}$

35. $\frac{3^{-2}}{3}$

36. $\frac{5^{-3}}{5}$

37. $\frac{2^3}{2^3}$

38. $\frac{3^{-2}}{3^{-2}}$

Simplifica.

39. $4x^{-7}$

40. $-6y^{-1}$

41. $\frac{5}{b^{-8}}$

42. $\frac{-3}{v^{-3}}$

43. $\frac{1}{3x^{-2}}$

44. $\frac{2}{5c^{-6}}$

45. $(ab^5)^0$

46. $(32x^3y^4)^0$

47. $\frac{y^3}{y^8}$

48. $\frac{z^4}{z^6}$

49. $\frac{a^5}{a^{11}}$

50. $\frac{m}{m^7}$

51. $\frac{4x^2}{12x^5}$

52. $\frac{6y^8}{8y^9}$

53. $\frac{-12x}{-18x^6}$

54. $\frac{-24c^2}{-36c^{11}}$

55. $\frac{x^6y^5}{x^8y}$

56. $\frac{a^3b^2}{a^2b^3}$

57. $\frac{2m^6n^2}{5m^9n^{10}}$

58. $\frac{5r^3t^7}{6r^5t^7}$

59. $\frac{pq^3}{p^4q^4}$

60. $\frac{a^4b^5}{a^5b^6}$

61. $\frac{3x^4y^5}{6x^4y^8}$

62. $\frac{14a^3b^6}{21a^5b^6}$

63. $\frac{14x^4y^6z^2}{16x^3y^9z}$

64. $\frac{24a^2b^7c^9}{36a^7b^5c}$

65. $(-2xy^{-2})^3$

66. $(-3x^{-1}y^2)^2$

67. $(3x^{-1}y^{-2})^2$

68. $(5xy^{-3})^{-2}$

69. $(2x^{-1})(x^{-3})$

70. $(-2x^{-5})x^7$

71. $(-5a^2)(a^{-5})^2$

72. $(2a^{-3})(a^7b^{-1})^3$

73. $(-2ab^{-2})(4a^{-2}b)^{-2}$

74. $(3ab^{-2})(2a^{-1}b)^{-3}$

75. $\frac{a^{-3}b^{-4}}{a^2b^2}$

76. $\frac{3x^{-2}y^2}{6xy^2}$

77. $\frac{2x^{-2}y}{8xy}$

78. $\frac{3x^{-2}y}{xy}$

79. $\frac{2x^{-1}y^4}{x^2y^3}$

80. $\frac{2x^{-1}y^{-4}}{4xy^2}$

81. $\frac{12a^2b^3}{-27a^2b^2}$

82. $\frac{-16xy^4}{96x^4y^4}$

83. $\frac{-8x^2y^4}{44y^2z^5}$

84. ¿Verdadero o falso?

a. $\frac{a^{4n}}{a^n} = a^4$

b. $\frac{1}{a^{m-n}} = a^{n-m}$

85. ¿Verdadero o falso?

a. $a^{-n}a^n = 1$

b. $\frac{a^n}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$

2 Notación científica (Revisa las páginas 332-333).

86. ¿Por qué un número se escribe en notación científica en lugar de notación decimal?

PREPÁRATE

87. Un número se escribe en notación científica si se expresa como el producto de un número entre ? y ? y una potencia de número entero de ?.

Indica si el número está escrito en notación científica. De lo contrario, explica por qué.

88. 39.4×10^3

89. 0.8×10^{-6}

90. $7.1 \times 10^{2.4}$

91. 5.8×10^{-132}

PREPÁRATE

92. Para escribir en notación científica el número 354,000,000, recorre hacia la ? el punto decimal ? posiciones. El exponente sobre 10 es ?.

93. Para escribir en notación científica el número 0.0000000086, recorre hacia la ? el punto decimal ? posiciones. El exponente sobre 10 es ?.

Escribe en notación científica el número.

94. 2,370,000

95. 75,000

96. 0.00045

97. 0.000076

98. 309,000

99. 819,000,000

100. 0.000000601

101. 0.00000000096

Escribe en notación decimal el número.

102. 7.1×10^5

103. 2.3×10^7

104. 4.3×10^{-5}

105. 9.21×10^{-7}

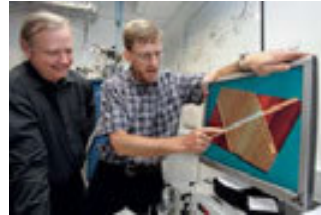
106. 6.71×10^8

107. 5.75×10^9

108. 7.13×10^{-6}

109. 3.54×10^{-8}

110. **Tecnología** Lee los recortes de noticias de la derecha. Expresa en notación científica el grosor en metros del *memristor*.



AP Photo/Paul Sakuma

Investigadores de HP ven una imagen del memristor.

En las noticias

HP introduce el Memristor

Hewlett Packard anunció el diseño del *memristor*, una nueva tecnología de memoria con el potencial de ser mucho más pequeña que los chips de memoria utilizados en las computadoras actuales. HP creó un *memristor* con un grosor de 0.000000015 metros (15 nanómetros).



Fuente: The New York Times

111. **Astronomía** Los astrofísicos calculan que el radio de la Vía Láctea es 1,000,000,000,000,000,000 metros. Escribe en notación científica este número.
112. **Geología** La masa de la Tierra es 5,980,000,000,000,000,000,000 kilogramos. Escribe en notación científica este número.
113. **Física** Los nanotubos de carbono son cilindros de átomos de carbono altamente resistentes con propiedades sobresalientes. Se han creado algunos nanotubos con un diámetro de 0.000000004 metros. Escribe en notación científica este número.
114. **Biología** El peso de una sola bacteria *E. coli* es 0.00000000000065 gramos. Escribe en notación científica este número.
115. **Arqueología** Se calcula que el peso de la Gran pirámide de Keops es de 12,000,000,000 libras. Escribe en notación científica este número.
116. **Nutrición** La frecuencia (en oscilaciones por segundo) de una microonda generada por un horno de microondas es aproximadamente 2,450,000,000 hertz. (Un hertz es una oscilación por segundo.) Escribe en notación científica este número.
117. **Astronomía** Un año luz es la distancia recorrida por la luz en un año. Un año luz es 5,880,000,000,000 millas. Escribe en notación científica este número.



Will & Deni McIntyre/Getty Images

La Gran pirámide de Keops



118.  **Biofísica** Biólogos y físicos trabajan juntos para medir la masa de un virus. En la actualidad se puede medir un virus con una masa de 0.0000000000000000039 gramos. Escribe en notación científica este número.
119.  **Astronomía** Lee el recorte de noticias de la derecha. WASP-12b orbita alrededor de una estrella que se encuentra a 5.1156×10^{15} millas de la Tierra. (Fuente: news.yahoo.com) Escribe en notación decimal este número.

En las noticias**El planeta más candente descubierto hasta la fecha**

Un planeta llamado WASP-12b es el planeta descubierto más caliente, con una temperatura aproximada de 4000 °F. Orbita alrededor de su estrella a mayor velocidad que cualquier otro planeta conocido, completando una vuelta al día.

Fuente: news.yahoo.com

Multiplica o divide.

120. $(1.9 \times 10^{12})(3.5 \times 10^7)$
122. $(2.3 \times 10^{-8})(1.4 \times 10^{-6})$
124. $\frac{6.12 \times 10^{14}}{1.7 \times 10^9}$
126. $\frac{5.58 \times 10^{-7}}{3.1 \times 10^{11}}$
121. $(4.2 \times 10^7)(1.8 \times 10^{-5})$
123. $(3 \times 10^{-20})(2.4 \times 10^9)$
125. $\frac{6 \times 10^{-8}}{2.5 \times 10^{-2}}$
127. $\frac{9.03 \times 10^6}{4.3 \times 10^{-5}}$
128.  $a \times 10^n$ y $a \times 10^{-m}$ son números escritos en notación científica, donde n y m son números enteros positivos, de modo que $n < m$. ¿ $(a \times 10^n)(a \times 10^{-m})$ es mayor o menor que 1?
129.  $a \times 10^{-n}$ y $a \times 10^{-m}$ son números escritos en notación científica, donde n y m son números enteros positivos, de modo que $n > m$. ¿ $\frac{a \times 10^{-m}}{a \times 10^{-n}}$ es mayor o menor que 1?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Evalúa.

130. $8^{-2} + 2^{-5}$
132. Evalúa 2^x y 2^{-x} cuando $x = -2, -1, 0, 1$ y 2 .
131. $9^{-2} + 3^{-3}$
133. Evalúa 3^x y 3^{-x} cuando $x = -2, -1, 0, 1$ y 2 .

Escribe en notación decimal.

134. 2^{-4}
135. 25^{-2}

 Completa.

136. Si $m = n$ y $a \neq 0$, entonces $\frac{a^m}{a^n} = \underline{\hspace{2cm}}$.
137. Si $m = n + 1$ y $a \neq 0$, entonces $\frac{a^m}{a^n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

 Resuelve.

138. $(-4.8)^x = 1$
139. $-6.3^x = -1$


Indica si cada una de las igualdades es cierta o falsa. Si la igualdad es falsa, cambia el lado derecho de ésta para convertirla en una igualdad cierta.


140. $(2a)^{-3} = \frac{2}{a^3}$


141. $((a^{-1})^{-1})^{-1} = \frac{1}{a}$

142. $(2 + 3)^{-1} = 2^{-1} + 3^{-1}$

143. Si $x \neq \frac{1}{3}$, entonces $(3x - 1)^0 = (1 - 3x)^0$.

144.  ¿Por qué en el ejercicio 143 se presenta la condición $x \neq \frac{1}{3}$?

145.  Si x es un número real diferente de cero, ¿ x^{-2} es siempre positivo, siempre negativo o positivo o negativo dependiendo de si x es positiva o negativa? Explica tu respuesta.

146.  Si x es un número real diferente de cero, ¿ x^{-3} es siempre positivo, siempre negativo o positivo o negativo dependiendo de si x es positiva o negativa? Explica tu respuesta.

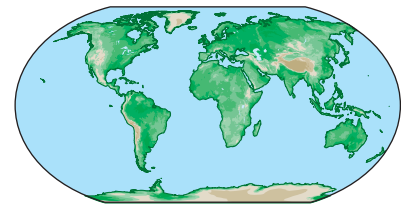
PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

147. **Población y distribución de la tierra** En este proyecto se te pide que determines la distribución hipotética de la tierra entre la población mundial actual. Utiliza la cifra 7×10^9 para la población mundial actual y la cifra 3.1×10^8 para la población actual en Estados Unidos. (Fuente: www.infoplease.com.) Una milla cuadrada equivale aproximadamente a 2.8×10^7 pies cuadrados.

- Si todas las personas en el mundo se mudaran a Texas y a cada persona se le diera una parcela de tierra igual, ¿cuántos pies cuadrados de tierra tendría cada persona? El área de Texas es 2.619×10^5 millas cuadradas.
- Si todas las personas en Estados Unidos se mudaran a Rhode Island y a cada una se le diera una parcela de tierra igual, ¿cuántos pies cuadrados de tierra tendría cada persona? El área de Rhode Island es 1.0×10^3 millas cuadradas. Redondea al número natural más próximo.
- Supongamos que a cada persona en el mundo se le da una parcela de tierra del tamaño de una cochera (22×22 pies).
 - ¿Cuántas personas cabrían en una milla cuadrada? Redondea a la centena más cercana.
 - ¿Cuántas millas cuadradas se necesitarían para que cupiera toda la población del mundo? Redondea a la centena más cercana.
- Si el área total de tierra en nuestro planeta se dividiera en forma equitativa, ¿cuántos acres de tierra le tocarían a cada persona? Utiliza una cifra de 5.7×10^7 millas cuadradas para el área de tierra en el planeta. Un acre equivale a 43,560 pies cuadrados. Redondea a la décima más cercana.
- Si a cada persona en el mundo se le diera una parcela de tierra del tamaño de una cochera para dos automóviles, ¿cuál sería la capacidad de la Tierra? Redondea a la centena de millar de millón más próxima.



Rhode Island



7.5

División de polinomios

OBJETIVO

1

Dividir un polinomio entre un monomio

Recuerda que $\frac{8+4}{2}$ se puede simplificar al sumar primero los términos en el numerador y luego dividir el resultado. También se puede simplificar al dividir primero cada término en el numerador entre el denominador y luego sumar los resultados.

$$\frac{8+4}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{8+4}{2} = \frac{8}{2} + \frac{4}{2} = 4 + 2 = 6$$

Para dividir un polinomio entre un monomio, divide cada término en el numerador entre el denominador y escribe la suma de los cocientes. $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

Concéntrate

en la división de un polinomio entre un monomio

Divide: $\frac{6x^2 + 4x}{2x}$

Divide cada uno de los términos del polinomio $6x^2 + 4x$ entre el monomio $2x$.
Simplifica.

$$\begin{aligned}\frac{6x^2 + 4x}{2x} &= \frac{6x^2}{2x} + \frac{4x}{2} \\ &= 3x + 2\end{aligned}$$

EJEMPLO 1**Solución**

Divide: $\frac{6x^3 - 3x^2 + 9x}{3x}$

$$\begin{aligned}\frac{6x^3 - 3x^2 + 9x}{3x} &= \frac{6x^3}{3x} - \frac{3x^2}{3x} + \frac{9x}{3x} \\ &= 2x^2 - x + 3\end{aligned}$$

- Divide cada término del polinomio entre el monomio $3x$.
- Simplifica la expresión.

Problema 1

Divide: $\frac{4x^3y + 8x^2y^2 - 4xy^3}{2xy}$

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 19, página 341.

EJEMPLO 2**Solución**

Divide: $\frac{12x^2y - 6xy + 4x^2}{2xy}$

$$\begin{aligned}\frac{12x^2y - 6xy + 4x^2}{2xy} &= \frac{12x^2y}{2xy} - \frac{6xy}{2xy} + \frac{4x^2}{2xy} \\ &= 6x - 3 + \frac{2x}{y}\end{aligned}$$

- Divide cada término del polinomio entre el monomio $2xy$.
- Simplifica cada expresión.

Problema 2

Divide: $\frac{24x^2y^2 - 18xy + 6y}{6xy}$

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 27, página 342.

OBJETIVO 2**Dividir polinomios**

Para dividir polinomios, utiliza un método semejante al utilizado para la división de números naturales. La misma igualdad empleada para resolver la división de números naturales se utiliza para resolver la división de polinomios.

$$(\text{Cociente} \times \text{Divisor}) + \text{Residuo} = \text{Dividendo}$$

Por ejemplo, para la división a la izquierda,

$$(\text{Cociente} \times \text{Divisor}) + \text{Residuo} = \text{Dividendo}$$

$$(3 \times 5) + 2 = 17$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \overline{)17} \\ -15 \\ \hline 2 \end{array}$$

Concéntrate en la división de dos polinomios

Divide: $(x^2 - 5x + 8) \div (x - 3)$

Paso 1

$$\begin{array}{r} x \\ x-3 \overline{)x^2-5x+8} \\ \underline{x^2-3x} \\ -2x+8 \end{array}$$

Considera: $x \overline{)x^2} = \frac{x^2}{x} = x$

Multiplica: $x(x - 3) = x^2 - 3x$

Resta: $(x^2 - 5x) - (x^2 - 3x) = -2x$
Baja + 8.

Paso 2

$$\begin{array}{r} x-2 \\ x-3 \overline{)x^2-5x+8} \\ \underline{x^2-3x} \\ -2x+8 \\ \underline{-2x+6} \\ 2 \end{array}$$

Considera: $x \overline{)-2x} = \frac{-2x}{x} = -2$

Multiplica: $-2(x - 3) = -2x + 6$

Resta: $(-2x + 8) - (-2x + 6) = 2$
El residuo es 2.

Comprobación:

$$\text{Cociente} \times \text{Divisor} + \text{Residuo} = \text{Dividendo}$$

$$(x - 2)(x - 3) + 2 = x^2 - 3x - 2x + 6 + 2 = x^2 - 5x + 8$$

$$(x^2 - 5x + 8) \div (x - 3) = x - 2 + \frac{2}{x - 3}$$

Si falta un término en el dividendo, inserta el término con cero como su coeficiente. Esto ayuda a mantener en la misma columna los términos semejantes. El ejemplo 3 ilustra lo anterior.

EJEMPLO 3

Divide: $(6x + 2x^3 + 26) \div (x + 2)$

Solución

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 4x + 14 \\ x+2 \overline{)2x^3+0x^2+6x+26} \\ \underline{2x^3+4x^2} \\ -4x^2+6x \\ \underline{-4x^2-8x} \\ 14x+26 \\ \underline{14x+28} \\ -2 \end{array}$$

• Ordena en forma descendente los términos. No hay ningún término x^2 en $2x^3 + 6x + 26$. Inserta $0x^2$ en el lugar del término faltante, de modo que los términos semejantes queden en las mismas columnas.

$$(6x + 2x^3 + 26) \div (x + 2) = 2x^2 - 4x + 14 - \frac{2}{x + 2}$$

Problema 3 Divide: $(x^3 - 2x - 4) \div (x - 2)$ **Solución** Revisa la página S17.
 Intenta resolver el ejercicio 41, page 342.

7.5 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

- Cada igualdad de división tiene una igualdad de multiplicación relacionada. Por ejemplo, $\frac{16}{2} = 8$ significa que $16 = 2 \cdot 8$. ¿Cuál es la igualdad de multiplicación relacionada para $\frac{15x^2 + 12x}{3x} = 5x + 4$?
- Dado que $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = x^2 + 1$, menciona dos factores de $x^3 - x^2 + x - 1$.

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

3. $5\frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3}$

4. Para $b \neq 0$, $a \div b = \frac{a}{b}$.

5. Para $c \neq 0$, $\frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$.

6. Para $x \neq 0$, $\frac{9x^2 + 6x}{3x} = 3x + 6x$.

1 Dividir un polinomio entre un monomio (Revisa la página 339).

PREPÁRATE

7. Sustituye cada signo de interrogación para que sea una expresión verdadera.

$$\frac{18y^5 + 3y}{3y} = \frac{18y^5}{?} + \frac{3y}{?}$$

$$= \frac{?}{?} + \frac{?}{?}$$

8. Sustituye cada signo de interrogación para que sea una expresión verdadera.

$$\frac{12x^3 - 8x^2}{4x^2} = \frac{?}{4x^2} - \frac{?}{4x^2}$$

$$= \frac{?}{?} - \frac{?}{?}$$

Divide.

9. $\frac{10a - 25}{5}$

10. $\frac{16b - 40}{8}$

11. $\frac{3a^2 + 2a}{a}$

12. $\frac{6y^2 + 4y}{y}$

13. $\frac{3x^2 - 6x}{3x}$


14. $\frac{10y^2 - 6y}{2y}$

15. $\frac{5x^2 - 10x}{-5x}$

16. $\frac{3y^2 - 27y}{-3y}$

17. $\frac{x^3 + 3x^2 - 5x}{x}$

18. $\frac{a^3 - 5a^2 + 7a}{a}$

 19. $\frac{x^6 - 3x^4 - x^2}{x^2}$

20. $\frac{a^8 - 5a^5 - 3a^3}{a^2}$

21. $\frac{5x^2y^2 + 10xy}{5xy}$

22. $\frac{8x^2y^2 - 24xy}{8xy}$

23. $\frac{9y^6 - 15y^3}{-3y^3}$

24. $\frac{4x^4 - 6x^2}{-2x^2}$

25. $\frac{3x^2 - 2x + 1}{x}$

26. $\frac{8y^2 + 2y - 3}{y}$

27. $\frac{-3x^2 + 7x - 6}{x}$

28. $\frac{2y^2 - 6y + 9}{y}$

29. $\frac{16a^2b - 20ab + 24ab^2}{4ab}$

30. $\frac{22a^2b + 11ab - 33ab^2}{11ab}$

31. $\frac{9x^2y + 6xy - 3x}{xy}$

32. $\frac{18a^2b^2 + 9ab - 6}{3ab}$

33.  ¿Cómo se puede utilizar la multiplicación para comprobar que

$$\frac{8x^3 - 12x^2 - 4x}{4x} = 2x^2 - 3x - 1?$$

2 Dividir polinomios (Revisa las páginas 340-341).

Divide.

34. $(b^2 - 14b + 49) \div (b - 7)$

35. $(x^2 - x - 6) \div (x - 3)$

36. $(y^2 + 2y - 35) \div (y + 7)$

37. $(2x^2 + 5x + 2) \div (x + 2)$

38. $(2y^2 + 7) \div (y - 3)$

39. $(x^2 + 1) \div (x - 1)$

40. $(x^2 + 4) \div (x + 2)$

41. $(6x^2 - 7x) \div (3x - 2)$

42. $(a^2 + 5a + 10) \div (a + 2)$

43. $(b^2 - 8b - 9) \div (b - 3)$

44. $(2y^2 - 9y + 8) \div (2y + 3)$

45. $(3x^2 + 5x - 4) \div (x - 4)$

46. $(8x + 3 + 4x^2) \div (2x - 1)$

47. $(10 + 21y + 10y^2) \div (2y + 3)$

48. $(12a^2 - 7 - 25a) \div (3a - 7)$

49. $(5 - 23x + 12x^2) \div (4x - 1)$


50. $(24 + 6a^2 + 25a) \div (3a - 1)$


51. $(3x^2 + x^3 + 8 + 5x) \div (x + 1)$

52. $(7x - 6x^2 + x^3 - 1) \div (x - 1)$

53. $(x^4 - x^2 - 6) \div (x^2 + 2)$

54. $(x^4 + 3x^2 - 10) \div (x^2 - 2)$

55.  Verdadero o falso. Cuando un polinomio de sexto grado se divide entre un polinomio de tercer grado, el cociente es un polinomio de segundo grado.

56.  Verdadero o falso. Cuando un polinomio de grado $3n$ se divide entre un polinomio de grado n , el grado del polinomio del cociente es $2n$.

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

57. Sustituye los signos de interrogación para que sea una expresión verdadera.

Si $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2} = x + 4 + \frac{5}{x - 2}$, entonces $x^2 + 2x - 3 = (?) (?) + ?$.

Resuelve.

58. El producto de un monomio y $4b$ es $12a^2b$. Encuentra el monomio.

59. El producto de un monomio y $6x$ es $24xy^2$. Encuentra el monomio.

60. El cociente de un polinomio y $2x + 1$ es $2x - 4 + \frac{7}{2x + 1}$. Encuentra el polinomio.

61. El cociente de un polinomio y $x - 3$ es $x^2 - x + 8 + \frac{22}{x - 3}$. Encuentra el polinomio.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

62. $2x - 1$ es un factor de $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$. ¿El producto de $2x - 1$ y qué polinomio es $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$?

63. $4x + 1$ es un factor de $4x^3 + 9x^2 - 10x - 3$. ¿El producto de $4x + 1$ y qué polinomio es $4x^3 + 9x^2 - 10x - 3$?

64. Cuando $x^2 - x - 8$ se divide entre un polinomio, el cociente es $x + 3$ y el residuo es 4. Encuentra el polinomio.

CAPÍTULO 7 Resumen

Términos clave

Un **monomio** es un número, una variable o un producto de números y variables. Un **polinomio** es una expresión algebraica en la cual los términos son monomios.

Un polinomio de un término es un **monomio**.

Un polinomio de dos términos es un **binomio**.

Un polinomio de tres términos es un **trinomio**.

Los términos de un polinomio en una variable se ordenan, por lo general, de tal modo que los exponentes en las variables disminuyen de izquierda a derecha. Se llama **orden descendente**.

El **grado de un polinomio en una variable** es el exponente más grande en una variable.

El **opuesto de un polinomio** es el polinomio con el signo de cada término cambiado a su opuesto.

Objetivo y referencia de página

[7.1.1, p. 308]

[7.1.1, p. 308]

[7.1.1, p. 308]

[7.1.1, p. 308]

[7.1.2, p. 309]

Ejemplos

5 es un número, y es una variable. $8a^2b^3$ es un producto de números y variables. 5, y y $8a^2b^3$ son monomios.

$5 + y + 8a^2b^3$ es un polinomio.

5, y y $8a^2b^3$ son monomios.

$x + 9$, $y^2 - 3$ y $6a + 7b$ son binomios.

$x^2 + 2x - 1$ es un trinomio.

El polinomio $8x^4 + 5x^3 - 6x^2 + x - 7$ está en orden descendente.

El grado de $8x^3 - 5x^2 + 4x - 12$ es 3.

El opuesto del polinomio $x^2 - 3x + 4$ es $-x^2 + 3x - 4$.

Reglas y procedimientos esenciales

Suma de polinomios

Para sumar polinomios, suma los coeficientes de los términos semejantes.

Resta de polinomios

Para restar polinomios, suma el opuesto del segundo polinomio al primer polinomio.

Regla para multiplicar expresiones con exponentes

Si m y n son números enteros, entonces $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

Regla para simplificar potencias de expresiones con exponentes

Si m y n son números enteros, entonces $(x^m)^n = x^{mn}$.

Regla para simplificar potencias de productos

Si m , n y p son números enteros, entonces $(x^m y^n)^p = x^{mp} y^{np}$.

Para multiplicar un polinomio por un monomio

utiliza la propiedad distributiva y la regla para la multiplicación de expresiones con exponentes.

Un método de multiplicación de dos polinomios

es utilizar un formato vertical semejante al empleado para la multiplicación de números naturales.

Método PEIU

Para determinar el producto de dos binomios, suma los productos de los **P**rimeros términos, los términos **E**xteriores, los términos **I**nteriores y los **Ú**ltimos términos.

Suma y diferencia de dos términos

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Cuadrado de un binomio

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

El cero como exponente

Cualquier expresión diferente de cero a la potencia cero es igual a 1.

Definición de exponentes negativos

Si n es un número entero positivo y $x \neq 0$,

$$\text{entonces } x^{-n} = \frac{1}{x^n} \text{ y } \frac{1}{x^{-n}} = x^n.$$

Objetivo y referencia de página

[7.1.1, p. 308]

[7.1.2, p. 309]

[7.2.1, p. 313]

[7.2.2, p. 314]

[7.2.2, p. 314]

[7.3.1, p. 317]

[7.3.2, p. 318]

[7.3.3, pp. 318–319]

[7.3.4, p. 320]

[7.3.4, p. 320]

[7.4.1, p. 329]

[7.4.1, p. 330]

Ejemplos

$$\begin{aligned} (2x^2 + 3x - 4) + (3x^3 - 4x^2 + 2x - 5) \\ = 3x^3 + (2x^2 - 4x^2) + (3x + 2x) \\ + (-4 - 5) \\ = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3y^2 - 8y - 9) - (5y^2 - 10y + 3) \\ = (3y^2 - 8y - 9) + (-5y^2 + 10y - 3) \\ = (3y^2 - 5y^2) + (-8y + 10y) \\ + (-9 - 3) \\ = -2y^2 + 2y - 12 \end{aligned}$$

$$b^5 \cdot b^4 = b^{5+4} = b^9$$

$$(y^3)^7 = y^{3(7)} = y^{21}$$

$$(a^6 b^2)^3 = a^{6(3)} b^{2(3)} = a^{18} b^6$$

$$3x(2x^2 - 8x + 5) = 6x^3 - 24x^2 + 15x$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 3x + 1 \\ 4x - 5 \\ \hline -10x^2 + 15x - 5 \\ 8x^3 - 12x^2 + 4x \\ \hline 8x^3 - 22x^2 + 19x - 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (4x + 3)(2x - 1) \\ = (4x)(2x) + (4x)(-1) \\ + (3)(2x) + (3)(-1) \\ = 8x^2 - 4x + 6x - 3 \\ = 8x^2 + 2x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3x + 4)(3x - 4) &= (3x)^2 - 4^2 \\ &= 9x^2 - 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2x + 5)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(5) + 5^2 \\ &= 4x^2 + 20x + 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2x - 5)^2 &= (2x)^2 - 2(2x)(5) + (-5)^2 \\ &= 4x^2 - 20x + 25 \end{aligned}$$

$$17^0 = 1 \quad (5y)^0 = 1, y \neq 0$$

$$x^{-6} = \frac{1}{x^6} \quad \text{y} \quad \frac{1}{x^{-6}} = x^6$$

Regla para dividir expresiones con exponentes

Si m y n son números enteros y

$$x \neq 0, \text{ entonces } \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}.$$

Notación científica

Para expresar un número en notación científica, escríbela en la forma $a \times 10^n$, donde a es un número entre 1 y 10 y n es un número entero. Si el número es mayor que 1, el exponente sobre 10 será positivo. Si el número es menor que 1, el exponente sobre 10 será negativo.

Para cambiar un número escrito en notación científica a notación decimal, recorre el punto decimal a la derecha si el exponente sobre 10 es positivo y a la izquierda si el exponente sobre 10 es negativo. Recorre el punto decimal el mismo número de posiciones según el valor absoluto del exponente sobre 10.

Para dividir un polinomio entre un monomio, divide cada término en el numerador entre el denominador y escribe la suma de los cocientes.

Para comprobar la división de polinomios, utiliza la misma igualdad empleada para comprobar la división de números naturales:

$$(\text{Cociente} \times \text{divisor}) + \text{residuo} = \text{dividendo}$$

[7.4.1, p. 330]

$$\frac{y^8}{y^3} = y^{8-3} = y^5$$

[7.4.2, pp. 332–333]

$$367,000,000 = 3.67 \times 10^8$$

$$0.0000059 = 5.9 \times 10^{-6}$$

$$2.418 \times 10^7 = 24,180,000$$

$$9.06 \times 10^{-5} = 0.0000906$$

[7.5.1, p. 339]

$$\begin{aligned} & \frac{8xy^3 - 4y^2 + 12y}{4y} \\ &= \frac{8xy^3}{4y} - \frac{4y^2}{4y} + \frac{12y}{4y} \\ &= 2xy^2 - y + 3 \end{aligned}$$

[7.5.2, p. 340]

$$\begin{array}{r} x - 4 \\ x + 3 \overline{) x^2 - x - 10} \\ \underline{x^2 + 3x} \\ -4x - 10 \\ \underline{-4x - 12} \\ 2 \end{array}$$

Comprobación:

$$\begin{aligned} (x - 4)(x + 3) + 2 &= x^2 - x - 12 + 2 \\ &= x^2 - x - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^2 - x - 10) \div (x + 3) \\ &= x - 4 + \frac{2}{x + 3} \end{aligned}$$

CAPÍTULO 7 Ejercicios de repaso

1. Suma: $(12y^2 + 17y - 4) + (9y^2 - 13y + 3)$

3. Multiplica: $-2x(4x^2 + 7x - 9)$

5. Divide: $\frac{36x^2 - 42x + 60}{6}$

7. Simplifica: $(-3^2)^3$

9. Multiplica: $(a + 7)(a - 7)$

2. Multiplica: $(5xy^2)(-4x^2y^3)$

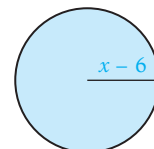
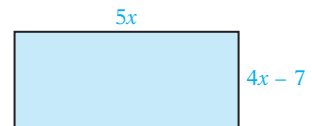
4. Multiplica: $(5a - 7)(2a + 9)$

6. Resta: $(5x^2 - 2x - 1) - (3x^2 - 5x + 7)$

8. Multiplica: $(x^2 - 5x + 2)(x - 1)$

10. Evalúa: $\frac{6^2}{6^{-2}}$

11. Divide: $(x^2 + x - 42) \div (x + 7)$
13. Multiplica: $(6a^2b^5)(3a^6b)$
15. Multiplica: $(2b - 3)(4b + 5)$
17. Resta: $(13y^3 - 7y - 2) - (12y^2 - 2y - 1)$
19. Multiplica: $(3y^2 + 4y - 7)(2y + 3)$
21. Simplifica: $(a^{-2}b^3c)^2$
23. Escribe 0.0000397 en notación científica.
25. Multiplica: $(6y^2 - 2y + 9)(-2y^3)$
27. Escribe 6.23×10^{-5} en notación decimal.
29. Simplifica: $(-3x^2y^3)^2$
31. Simplifica: $(5y - 7)^2$
33. Divide: $(x^2 + 17x + 64) \div (x + 12)$
35. Multiplica: $(a^2b^7c^6)(ab^3c)(a^3bc^2)$
37. Multiplica: $(3x + 4y)(2x - 5y)$
39. Resta: $(b^2 - 11b + 19) - (5b^2 + 2b - 9)$
41. Multiplica: $(6b^3 - 2b^2 - 5)(2b^2 - 1)$
43. Simplifica: $\frac{6x^{-2}y^4}{3xy}$
45. Suma: $(4b^3 - 7b^2 + 10) + (2b^2 - 9b - 3)$
47. Multiplica: $-9x^2(2x^2 + 3x - 7)$
49. Escribe 9,176,000,000,000 en notación científica.
51. Simplifica: $(6x^4y^7z^2)^2(-2x^3y^2z^6)^2$
53. Simplifica: $(8a + 1)^2$
55. Divide: $(b^3 - 2b^2 - 33b - 7) \div (b - 7)$
56. **Geometría** El largo de un rectángulo es $5x$ m. El ancho es $(4x - 7)$ m. Calcula el área del rectángulo en términos de la variable x .
57. **Geometría** La longitud de un lado de un cuadrado es $(5x + 4)$ pulgadas. Calcula el área del cuadrado en términos de la variable x .
58. **Geometría** La base de un triángulo es $(3x - 2)$ pies y la altura es $(6x + 4)$ pies. Calcula el área del triángulo en términos de la variable x .
59. **Geometría** El radio de un círculo es $(x - 6)$ cm. Calcula el área del círculo en términos de la variable x . Expresa la respuesta en términos de π .
60. **Geometría** El ancho de un rectángulo es $(3x - 8)$ millas. El largo es $(5x + 4)$ millas. Calcula el área del rectángulo en términos de la variable x .
12. Suma: $(2x^3 + 7x^2 + x) + (2x^2 - 4x - 12)$
14. Multiplica: $x^2y(3x^2 - 2x + 12)$
16. Divide: $\frac{16y^2 - 32y}{-4y}$
18. Simplifica: $(2^3)^2$
20. Multiplica: $(2b - 9)(2b + 9)$
22. Divide: $(6y^2 - 35y + 36) \div (3y - 4)$
24. Multiplica: $(xy^5z^3)(x^3y^3z)$
26. Multiplica: $(6x - 12)(3x - 2)$
28. Resta: $(8a^2 - a) - (15a^2 - 4)$
30. Multiplica: $(4a^2 - 3)(3a - 2)$
32. Simplifica: $(-3x^{-2}y^{-3})^{-2}$
34. Escribe 2.4×10^5 en notación decimal.
36. Multiplica: $2ab^3(4a^2 - 2ab + 3b^2)$
38. Divide: $\frac{12b^7 + 36b^5 - 3b^3}{3b^3}$
40. Simplifica: $(5a^7b^6)^2(4ab)$
42. Multiplica: $(6 - 5x)(6 + 5x)$
44. Divide: $(a^3 + a^2 + 18) \div (a + 3)$
46. Multiplica: $(2a^{12}b^3)(-9b^2c^6)(3ac)$
48. Multiplica: $(10y - 3)(3y - 10)$
50. Simplifica: $(-3x^{-4}y)(2xy^{-3})^{-2}$
52. Multiplica: $(-3x^3 - 2x^2 + x - 9)(4x + 3)$
54. Simplifica: $\frac{4a^{-2}b^{-8}}{2a^{-1}b^{-2}}$



CAPÍTULO 7 Examen

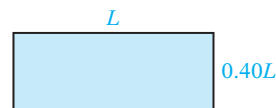
1. Suma: $(3x^3 - 2x^2 - 4) + (8x^2 - 8x + 7)$
3. Multiplica: $2x(2x^2 - 3x)$
5. Simplifica: $\frac{12x^2}{-3x^{-4}}$
7. Resta: $(3a^2 - 2a - 7) - (5a^3 + 2a - 10)$
9. Divide: $\frac{16x^5 - 8x^3 + 20x}{4x}$
11. Multiplica: $(-2xy^2)(3x^2y^4)$
13. Simplifica: $\frac{27xy^3}{3x^4y^3}$
15. Multiplica: $(2x - 7y)(5x - 4y)$
17. Simplifica: $(a^2b^{-3})^2$
19. Multiplica: $(4y - 3)(4y + 3)$
21. Simplifica: $(-3a^3b^2)^2$
23. Simplifica: $(3b + 2)^2$
25. Divide: $(8x^2 + 4x - 3) \div (2x - 3)$
27. Multiplica: $(a - 3b)(a + 4b)$
29. **Geometría** El largo de un lado de un cuadrado es $(2x + 3)$ metros. Calcula el área del cuadrado en términos de la variable x .
30. **Geometría** El radio de un círculo es $(x - 5)$ pulgadas. Calcula el área del círculo en términos de la variable x . Expresa la respuesta en términos de π .
2. Multiplica: $(-2x^3 + x^2 - 7)(2x - 3)$
4. Simplifica: $(-2a^2b)^3$
6. Simplifica: $(2ab^{-3})(3a^{-2}b^4)$
8. Multiplica: $(a - 2b)(a + 5b)$
10. Divide: $(4x^2 - 7) \div (2x - 3)$
12. Multiplica: $-3y^2(-2y^2 + 3y - 6)$
14. Simplifica: $(2x - 5)^2$
16. Multiplica: $(x - 3)(x^2 - 4x + 5)$
18. Escribe en notación científica 0.000029.
20. Resta: $(3y^3 - 5y + 8) - (-2y^2 + 5y + 8)$
22. Multiplica: $(2a - 7)(5a^2 - 2a + 3)$
24. Simplifica: $\frac{-2a^2b^3}{8a^4b^8}$
26. Multiplica: $(a^2b^5)(ab^2)$
28. Escribe en notación decimal 3.5×10^{-8} .


 $2x + 3$

Ejercicios de repaso acumulativos

1. Simplifica: $\frac{3}{16} - \left(-\frac{3}{8}\right) - \frac{5}{9}$
3. Simplifica: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{5}{8} - \frac{5}{6}\right) + 2$
5. Escribe $\frac{31}{40}$ como decimal.
7. Simplifica: $-3x - (-xy) + 2x - 5xy$
2. Simplifica: $-5^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$
4. Calcula el opuesto de -87 .
6. Evalúa $\frac{b - (a - b)^2}{b^2}$ cuando $a = 3$ y $b = -2$.
8. Simplifica: $(16x)\left(-\frac{3}{4}\right)$

9. Simplifica: $-2[3x - 4(3 - 2x) + 2]$
10. Completa la expresión utilizando la propiedad del inverso aditivo.
 $-8 + ? = 0$
11. Resuelve: $12 = -\frac{2}{3}x$
12. Resuelve: $3x - 7 = 2x + 9$
13. Resuelve: $3 - 4(2 - x) = 3x + 7$
14. Resuelve: $-\frac{4}{5}x = 16 - x$
15. ¿Qué porcentaje es 38.4 de 160?
16. Resuelve: $7x - 8 \geq -29$
17. Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(3, -4)$ y $(-2, 5)$.
18. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(1, -3)$ y una pendiente de $-\frac{3}{2}$.
19. Grafica: $3x - 2y = -6$
20. Grafica el conjunto solución de $y \leq \frac{4}{5}x - 3$.
21. Encuentra el dominio y el rango de la relación $\{(-8, -7), (-6, -5), (-4, -2), (-2, 0)\}$. ¿La relación es una función?
22. Evalúa $f(x) = -2x + 10$ en $x = 6$.
23. Resuelve por sustitución:
$$\begin{aligned} x &= 3y + 1 \\ 2x + 5y &= 13 \end{aligned}$$
24. Resuelve por el método de suma y resta:
$$\begin{aligned} 9x - 2y &= 17 \\ 5x + 3y &= -7 \end{aligned}$$
25. Resta: $(5b^3 - 4b^2 - 7) - (3b^2 - 8b + 3)$
26. Multiplica: $(3x - 4)(5x^2 - 2x + 1)$
27. Multiplica: $(4b - 3)(5b - 8)$
28. Simplifica: $(5b + 3)^2$
29. Simplifica: $\frac{-3a^3b^2}{12a^4b^{-2}}$
30. Divide: $\frac{-15y^2 + 12y - 3}{-3y}$
31. Divide: $(a^2 - 3a - 28) \div (a + 4)$
32. Simplifica: $(-3x^{-4}y)(-3x^{-2}y)$
33. Calcula el rango de la función determinada por la ecuación $f(x) = -\frac{4}{3}x + 9$ si el dominio es $\{-12, -9, -6, 0, 6\}$.
34. Convierte y simplifica “el producto de cinco y la diferencia entre un número y doce”.
35. Convierte y resuelve en una ecuación “la diferencia entre ocho veces un número y dos veces el número es dieciocho”.
36. **Geometría** El ancho de un rectángulo es 40% del largo. El perímetro del rectángulo es 42 metros. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
37. **Margen de utilidad** A un minorista, una calculadora le cuesta \$24. Calcula el precio de venta si el margen de utilidad es 80%.
38. **Mezclas de alimentos** Se agregan 50 onzas de jugo de naranja puro a 200 onzas de un ponche de frutas con 10% de jugo de naranja. ¿Cuál es el porcentaje de concentración del jugo de naranja en la mezcla resultante?
39. **Problema de movimiento uniforme** Un automóvil que viaja a 50 mph rebasa a un ciclista quien, a 10 mph, tiene una ventaja inicial de 2 horas. ¿A qué distancia del punto inicial rebasa el automóvil al ciclista?
40. **Geometría** El largo de un lado de un cuadrado es $(3x + 2)$ pies. Calcula el área del cuadrado en términos de la variable x .



Factorización

Concéntrate en el éxito

¿Cuando iniciaste este curso elaboraste un plan de administración del tiempo? De no ser así, prepararlo, aún te puede beneficiar. Elabora un programa que te proporcione suficiente tiempo para hacer todo lo que necesites. Queremos que programes lo suficiente cada semana para estudiar matemáticas de modo que completes satisfactoriamente este curso. En cuanto determines las horas de estudio, considerarás tu tiempo de estudio un compromiso que no podrás romper. (Consulta Administración del tiempo, página ASP-4.)

OBJETIVOS

- 8.1**
 - 1 Factorizar un monomio de un polinomio
 - 2 Factorizar por agrupamiento de términos
- 8.2**
 - 1 Factorizar trinomios de la forma $x^2 + bx + c$
 - 2 Factorizar completamente
- 8.3**
 - 1 Factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ utilizando factores de prueba
 - 2 Factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ por agrupamiento de términos
- 8.4**
 - 1 Factorizar la diferencia de cuadrados y trinomios cuadrados perfectos
- 8.5**
 - 1 Factorizar completamente
- 8.6**
 - 1 Resolver ecuaciones por factorización
 - 2 Problemas de aplicación

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Escribe 30 como un producto de números primos.
2. Simplifica: $-3(4y - 5)$
3. Simplifica: $-(a - b)$
4. Simplifica: $2(a - b) - 5(a - b)$
5. Resuelve: $4x = 0$
6. Resuelve: $2x + 1 = 0$
7. Multiplica: $(x + 4)(x - 6)$
8. Multiplica: $(2x - 5)(3x + 2)$
9. Simplifica: $\frac{x^5}{x^2}$
10. Simplifica: $\frac{6x^4y^3}{2xy^2}$

8.1

Factores comunes

OBJETIVO 1

Factorizar un monomio de un polinomio o factorización por término común

Toma nota

12 es el MCD de 24 y 60 porque 12 es el número entero más grande que divide exactamente a 24 y 60.

El **máximo común divisor (MCD)** de dos o más números enteros es el número entero más grande que es factor de los números enteros.

El MCD de dos o más monomios es el producto del MCD de los coeficientes y de las variables comunes de cada factor.

Observa que el exponente de cada variable en el mcd es igual al exponente *más pequeño* de esa variable en cualquiera de los monomios.

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{MCD} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

$$6x^3y = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y$$

$$8x^2y^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$$

$$\text{MCD} = 2 \cdot x \cdot x \cdot y = 2x^2y$$

El MCD de $6x^3y$ y $8x^2y^2$ es $2x^2y$.

Ejemplo 1

Encuentra el MCD de $12a^4b$ y $18a^2b^2c$.

Solución

$$12a^4b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a^4 \cdot b$$

- Factoriza cada monomio.

$$18a^2b^2c = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot c$$

$$\text{MCD} = 2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b = 6a^2b$$

- Los factores comunes de las variables son a^2 y b . c no es un factor común.

El MCD de $12a^4b$ y $18a^2b^2c$ es $6a^2b$.

Problema 1

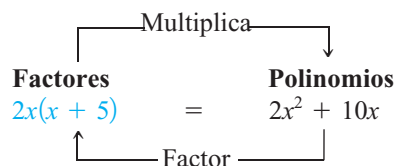
Encuentra el MCD de $4x^6y$ y $18x^2y^6$.

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 21, página 354.

La propiedad distributiva se utiliza para multiplicar factores de un polinomio. **Factorizar un polinomio** significa escribirlo como producto de otros polinomios.



En el ejemplo anterior, $2x$ es el MCD de los términos $2x^2$ y $10x$. Es un **factor común del monomio** de los términos. $x + 5$ es un **factor** de $2x^2 + 10x$.

Ejemplo 2

Factoriza. A. $5x^3 - 35x^2 + 10x$

B. $16x^2y + 8x^4y^2 - 12x^4y^5$

Solución

A. El MCD es $5x$.

$$\frac{5x^3}{5x} = x^2, \frac{-35x^2}{5x} = -7x, \frac{10x}{5x} = 2$$

$$5x^3 - 35x^2 + 10x = 5x(x^2) + 5x(-7x) + 5x(2)$$

$$= 5x(x^2 - 7x + 2)$$

- Encuentra el MCD de los términos del polinomio.
- Divide cada término del polinomio entre el MCD.
- Utiliza los cocientes para reescribir el polinomio donde expresas cada término como un producto con el MCD como uno de los factores.
- Utiliza la propiedad distributiva para escribir el polinomio como un producto de factores.

$$\begin{aligned}\text{B. } 16x^2y &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot y \\ 8x^4y^2 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x^4 \cdot y^2 \\ 12x^4y^5 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x^4 \cdot y^5 \\ \text{El MCD es } 4x^2y.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{16x^2y}{4x^2y} &= 4, \frac{8x^4y^2}{4x^2y} = 2x^2y, \\ \frac{-12x^4y^5}{4x^2y} &= -3x^2y^4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}16x^2y + 8x^4y^2 - 12x^4y^5 \\ = 4x^2y(4) + 4x^2y(2x^2y) + 4x^2y(-3x^2y^4)\end{aligned}$$

$$= 4x^2y(4 + 2x^2y - 3x^2y^4)$$

• Encuentra el MCD de los términos del polinomio.

• Divide cada término del polinomio entre el MCD.

• Utiliza los cocientes para reescribir el polinomio, expresando cada término como un producto con el MCD como uno de los factores.

• Utiliza la propiedad distributiva para escribir el polinomio como un producto de factores.

Problema 2

Factoriza. A. $14a^2 - 21a^4b$

B. $6x^4y^2 - 9x^3y^2 + 12x^2y^4$

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 61, página 354.

OBJETIVO 2

Factorizar por agrupamiento de términos

En los ejemplos siguientes, los binomios entre paréntesis se llaman **factores**.

$$2a(a + b)$$

$$3xy(x - y)$$

La propiedad distributiva se utiliza para factorizar un factor común de una expresión.

En la expresión a la derecha, el factor común es $y - 3$. La propiedad distributiva se utiliza para escribir la expresión como un producto de factores.

$$\begin{aligned}x(y - 3) + 4(y - 3) \\ = (y - 3)(x + 4)\end{aligned}$$

Ejemplo 3

Factoriza: $y(x + 2) + 3(x + 2)$

Solución

$$\begin{aligned}y(x + 2) + 3(x + 2) \\ = (x + 2)(y + 3)\end{aligned}$$

• El factor común es $x + 2$.

Problema 3

Factoriza: $a(b - 7) + b(b - 7)$

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 79, página 355.

A veces un factor se debe reescribir antes de encontrar un factor común.

Concéntrate en factorizar un término común

Factoriza: $a(a - b) + 5(b - a)$

$a - b$ y $b - a$ son binomios diferentes.

Observa que $(b - a) = (-a + b) = -(a - b)$.

Reescribe $(b - a)$ como $-(a - b)$ de modo que los términos tengan un factor común.

$$\begin{aligned} a(a - b) + 5(b - a) &= a(a - b) + 5[-(a - b)] \\ &= a(a - b) - 5(a - b) \\ &= (a - b)(a - 5) \end{aligned}$$

Ejemplo 4

Factoriza: $2x(x - 5) + y(5 - x)$

Solución

$$\begin{aligned} 2x(x - 5) + y(5 - x) &= 2x(x - 5) - y(x - 5) \\ &= (x - 5)(2x - y) \end{aligned}$$

- Reescribe $5 - x$ como $-(x - 5)$ de modo que los términos tengan un factor común.
- Escribe la expresión como un producto de factores.

Problema 4

Factoriza: $3y(5x - 2) - 4(2 - 5x)$

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 89, página 355.

Algunos polinomios se pueden factorizar agrupando los términos con la finalidad de encontrar un factor común.

Concéntrate en factorizar por agrupamiento de términos

Factoriza: $2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$

Agrupar los primeros dos y después los últimos dos términos (colócalos entre paréntesis).

Factoriza el MCD de cada grupo.

Factoriza el binomio y escribe la expresión como un producto de factores.

$$\begin{aligned} 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6 &= (2x^3 - 3x^2) + (4x - 6) \\ &= x^2(2x - 3) + 2(2x - 3) \\ &= (2x - 3)(x^2 + 2) \end{aligned}$$

Ejemplo 5

Factoriza. **A.** $2x^3 - 3x^2 + 8x - 12$

B. $3y^3 - 4y^2 - 6y + 8$

Solución

$$\begin{aligned} \text{A. } 2x^3 - 3x^2 + 8x - 12 &= (2x^3 - 3x^2) + (8x - 12) \\ &= x^2(2x - 3) + 4(2x - 3) \\ &= (2x - 3)(x^2 + 4) \end{aligned}$$

- Agrupa los primeros y los últimos dos términos.
- Factoriza el MCD de cada grupo.
- Factoriza el binomio y escribe la expresión como un producto de factores.

$$\begin{aligned}
 \text{B. } 3y^3 - 4y^2 - 6y + 8 &= (3y^3 - 4y^2) - (6y - 8) \\
 &= y^2(3y - 4) - 2(3y - 4) \\
 &= (3y - 4)(y^2 - 2)
 \end{aligned}$$

- Agrupa los primeros y los últimos dos términos. Observa que $-6y + 8 = -(6y - 8)$.
- Factoriza el MCD de cada grupo.
- Factoriza el binomio y escribe la expresión como un producto de factores.

Problema 5 Factoriza. A. $y^5 - 5y^3 + 4y^2 - 20$ B. $2y^3 - 2y^2 - 3y + 3$

Solución Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 99, página 355.

8.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

- Indica el máximo común divisor de 4, 12 y 16.
- Indica el máximo común divisor de x^3 , x^5 y x^6 .
- ¿Cuál expresión es una suma y cuál es un producto?
a. $3x(x + 5)$ b. $3x^2 + 15x$
- Indica los factores que corresponden a. al monomio y b. al polinomio en la expresión $x(2x - 1)$.
- Indica el factor común de la expresión $5b(c - 6) + 8(c - 6)$.
- Reescribe la expresión $2x^3 - x^2 + 6x - 3$ agrupando los primeros y los últimos dos términos.

1 Factorizar un monomio de un polinomio (Revisa las páginas 350-351).

- Explica el significado de “factor de un polinomio” y el significado de “factorizar un polinomio”.
- Explica por qué el enunciado es verdadero.
a. Los términos del binomio $3x - 6$ tienen un factor común.
b. La expresión $3x^2 + 15$ no está factorizada.
c. $5y - 7$ es un factor de $y(5y - 7)$.

PREPÁRATE

- Utiliza los tres monomios $9x^3y^2$, $3xy^3z$ y $6x^2y^2z^2$.
a. De los factores variables x , y y z , el que *no* es factor del MCD de $9x^3y^2$, $3xy^3z$, y $6x^2y^2z^2$ es _____.
b. El MCD de los coeficientes 9, 3 y 6 es _____.
c. El MCD de los factores x^3 , x y x^2 es _____.
d. El MCD de los factores y^2 , y^3 y y^4 es _____.
e. Utiliza tus respuestas de los puntos a) a d) para escribir el MCD de $9x^3y^2$, $3xy^3z$ y $6x^2y^2z^2$: _____.

10. a. De las dos expresiones $25a^2 - 10a$ y $5a(5a - 2)$, la que está escrita en *forma factorizada* es _____.
 b. Utiliza la propiedad distributiva para confirmar que las dos expresiones en el punto a) equivalen a:
 $5a(5a - 2) = (\text{?})(5a) - (\text{?})(2) = \text{?} - \text{?}$.
 c. El polinomio $25a^2 - 10a$ tiene como factores un monomio y un binomio. El monomio es _____ y el binomio es _____.

Encuentra el máximo común divisor.

- | | | | |
|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------|
| 11. x^7, x^3 | 12. y^6, y^{12} | 13. x^2y^4, xy^6 | 14. a^5b^3, a^3b^8 |
| 15. $x^2y^4z^6, xy^8z^2$ | 16. ab^2c^3, a^3b^2c | 17. $14a^3, 49a^7$ | 18. $12y^2, 27y^4$ |
| 19. $3x^2y^2, 5ab^2$ | 20. $8x^2y^3, 7ab^4$ | ➡ 21. $9a^2b^4, 24a^4b^2$ | 22. $15a^4b^2, 9ab^5$ |
| 23. $ab^3, 4a^2b, 12a^2b^3$ | 24. $12x^2y, x^4y, 16x$ | 25. $2x^2y, 4xy, 8x$ | |
| 26. $16x^2, 8x^4y^2, 12xy$ | 27. $3x^2y^2, 6x, 9x^3y^3$ | 28. $4a^2b^3, 8a^3, 12ab^4$ | |

Factoriza.

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| 29. $5a + 5$ | 30. $7b - 7$ | 31. $16 - 8a^2$ | 32. $12 + 12y^2$ |
| 33. $8x + 12$ | 34. $16a - 24$ | 35. $30a - 6$ | 36. $20b + 5$ |
| 37. $7x^2 - 3x$ | 38. $12y^2 - 5y$ | 39. $3a^2 + 5a^5$ | 40. $6b^3 - 5b^2$ |
| 41. $2x^4 - 4x$ | 42. $3y^4 - 9y$ | 43. $10x^4 - 12x^2$ | 44. $12a^5 - 32a^2$ |
| 45. $x^2y - xy^3$ | 46. $a^2b + a^4b^2$ | 47. $2a^5b + 3xy^3$ | 48. $5x^2y - 7ab^3$ |
| 49. $6a^2b^3 - 12b^2$ | 50. $8x^2y^3 - 4x^2$ | 51. $6a^2bc + 4ab^2c$ | 52. $10x^2yz^2 + 15xy^3z$ |
| 53. $6x^3y^3 - 12x^6y^6$ | 54. $3a^2b^2 - 12a^5b^5$ | 55. $x^3 - 3x^2 - x$ | 56. $a^3 + 4a^2 + 8a$ |
| 57. $2x^2 + 8x - 12$ | 58. $a^3 - 3a^2 + 5a$ | 59. $b^3 - 5b^2 - 7b$ | 60. $5x^2 - 15x + 35$ |
| ➡ 61. $3x^3 + 6x^2 + 9x$ | 62. $5y^3 - 20y^2 + 10y$ | 63. $2x^4 - 4x^3 + 6x^2$ | 64. $3y^4 - 9y^3 - 6y^2$ |
| 65. $6a^5 - 3a^3 - 2a^2$ | 66. $x^3y - 3x^2y^2 + 7xy^3$ | 67. $8x^2y^2 - 4x^2y + x^2$ | |
| 68. $x^4y^4 - 3x^3y^3 + 6x^2y^2$ | 69. $4x^5y^5 - 8x^4y^4 + x^3y^3$ | 70. $16x^2y - 8x^3y^4 - 48x^2y^2$ | |

➡ Para los ejercicios 71 y 72, utiliza el polinomio $x^a + x^b + x^c$, donde a, b y c son números enteros positivos de modo que $a < b < c$.

71. ¿Cuál es el mcd de los términos del polinomio $x^a + x^b + x^c$?

72. Supongamos que $b = a + 1$ y $c = a + 2$. Escribe en forma factorizada $x^a + x^b + x^c$.

2 Factorizar por agrupamiento de términos (Revisa las páginas 351-353).

PREPÁRATE

- 73. a.** La expresión $5x(3x - 2) + 4(3x - 2)$ es la suma de dos términos. Un término es $5x(3x - 2)$ y el otro es _____. Los términos del binomio tienen el factor común _____.
- b.** Para escribir en forma factorizada la expresión $5x(3x - 2) + 4(3x - 2)$, factoriza el término común: $5x(3x - 2) + 4(3x - 2) = (3x - 2)(______ + ______)$.
- 74.** Para factorizar por agrupamiento de términos $7a^2 - 7a + 6a - 6$ empieza por agrupar los primeros y los últimos dos términos. Después factoriza $7a$ de los primeros dos términos y 6 de los segundos dos términos: $7a^2 - 7a + 6a - 6 = 7a(______ - ______) + 6(______ - ______)$. El factor común es _____.


Factoriza.

75. $x(a + b) + 2(a + b)$

76. $a(x + y) + 4(x + y)$

77. $x(b + 2) - y(b + 2)$

78. $d(z - 8) + 5(z - 8)$

 **79.** $a(y - 4) - b(y - 4)$

80. $c(x - 6) - 7(x - 6)$

Reescribe la expresión, de modo que los términos tengan un factor común.

81. $a(x - 2) - b(2 - x)$

82. $a(x - 2) + b(2 - x)$

83. $b(a - 7) + 3(7 - a)$

84. $b(a - 7) - 3(7 - a)$


85. $x(a - 2b) - y(2b - a)$

86. $x(a - 2b) + y(2b - a)$

Factoriza.

87. $a(x - 2) + 5(2 - x)$

88. $a(x - 7) + b(7 - x)$

 **89.** $b(y - 3) + 3(3 - y)$

90. $c(a - 2) - b(2 - a)$

91. $a(x - y) - 2(y - x)$

92. $3(a - b) - x(b - a)$

93. $z(c + 5) - 8(5 + c)$


94. $y(ab + 4) - 7(4 + ab)$

95. $w(3x - 4) - (4 - 3x)$

96. $d(6y - 1) - (1 - 6y)$

97. $x^3 + 4x^2 + 3x + 12$

98. $2y^3 + 4y^2 + 3y + 6$

 **99.** $3y^3 - 12y^2 + y - 4$

100. $x^2y + 4x^2 + 3y + 12$

101. $8 + 2c + 4a^2 + a^2c$

102. $x^2 - 3x + 4ax - 12a$

103. $2y^2 - 10y + 7xy - 35x$

104. $x^3 - 4x^2 - 3x + 12$

105. $ab + 3b - 2a - 6$

106. $yz + 6z - 3y - 18$

107. $x^2a - 2x^2 - 3a + 6$

108. $3ax - 3bx - 2ay + 2by$

109. $t^2 + 4t - st - 4s$



110. $xy - 5y - 2x + 10$

111. $21x^2 + 6xy - 49x - 14y$

112. $4a^2 + 5ab - 10b - 8a$

113. $2ra + a^2 - 2r - a$

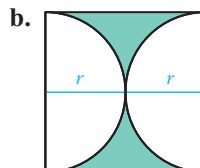
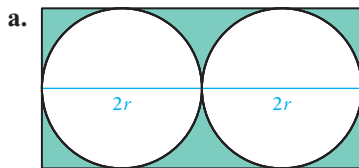
114. $2ab - 3b^2 - 3b + 2a$

115.  No todas las expresiones de cuatro términos se pueden factorizar por agrupamiento de términos. ¿Cuál de las siguientes expresiones se puede factorizar por este método?
- i) $ab - 3a - 2b - 6$ ii) $ab + 3a - 2b - 6$ iii) $ab + 3a + 2b - 6$
116.  a. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son equivalentes a $x^2 - 5x + 6$?
- i) $x^2 - 15x + 10x + 6$ ii) $x^2 - x - 4x + 6$ iii) $x^2 - 2x - 3x + 6$
- b. ¿Qué expresión en el punto a) se puede factorizar por agrupamiento de términos?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Resuelve.

117. **Geometría** En la ecuación $P = 2L + 2W$, ¿cuál es el efecto en P cuando se duplica la cantidad $L + W$?
118. **Geometría** Escribe en forma factorizada una expresión para la parte sombreada del diagrama.



119. Sustituye el signo ? para que la expresión sea verdadera.

a. $a - 3 = ?(3 - a)$

b. $2 - (x - y) = 2 + (?)$

c. $4x + (3a - b) = 4x - (?)$

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

120. Realiza la correspondencia de las expresiones equivalentes. Existe más de una correspondencia para una expresión.
- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| a. $3y(x - 2) - 5(x - 2)$ | i. $3y(x - 2) + 5(x - 2)$ |
| b. $3y(x - 2) + 5(2 - x)$ | ii. $3y(x - 2) - 5(x + 2)$ |
| c. $3y(x - 2) - 5(2 - x)$ | iii. $3y(x - 2) - 5(x - 2)$ |
| d. $3y(x - 2) + 5(x - 2)$ | iv. $3y(x - 2) + 5(x + 2)$ |
| e. $3y(x - 2) - 5(2 + x)$ | v. $3xy - 6y - 5x + 10$ |
| f. $3y(x - 2) + 5(2 + x)$ | vi. $3xy - 6y + 5x - 10$ |

Factoriza por agrupamiento de términos.

121. a. $2x^2 + 6x + 5x + 15$

b. $2x^2 + 5x + 6x + 15$

122. a. $3x^2 + 3xy - xy - y^2$

b. $3x^2 - xy + 3xy - y^2$

123. a. $2a^2 - 2ab - 3ab + 3b^2$

b. $2a^2 - 3ab - 2ab + 3b^2$

Compara tus respuestas con los puntos a) y b) de los ejercicios 121 a 123 para responder el ejercicio 124.

124. ¿Los diferentes agrupamientos de los términos en un polinomio afectan la factorización del binomio?

8.2

Factorización de polinomios de la forma $x^2 + bx + c$

OBJETIVO 1

Factorizar trinomios de la forma $x^2 + bx + c$

Los trinomios de la forma $x^2 + bx + c$, donde b y c son números enteros, se presentan a la derecha.

$$\begin{array}{lll} x^2 + 9x + 14, & b = 9, & c = 14 \\ x^2 - x - 12, & b = -1, & c = -12 \\ x^2 - 2x - 15, & b = -2, & c = -15 \end{array}$$

Algunos trinomios expresados como el producto de binomios se presentan a la derecha en forma factorizada.

Trinomio	Forma factorizada
$x^2 + 9x + 14$	$= (x + 2)(x + 7)$
$x^2 - x - 12$	$= (x + 3)(x - 4)$
$x^2 - 2x - 15$	$= (x + 3)(x - 5)$

El método por el cual se determinan los factores de un trinomio se basa en el método PEIU. Considera los siguientes productos de binomios tomando en cuenta la relación entre los términos constantes de los binomios y los términos de los trinomios.

$$\begin{array}{l} \text{Los signos en los binomios son iguales} \left\{ \begin{array}{l} (x + 6)(x + 2) = x^2 + 2x + 6x + (6)(2) = x^2 + 8x + 12 \\ \text{Suma de } 6 \text{ y } 2 \xrightarrow{\quad\quad\quad} \\ \text{Producto de } 6 \text{ y } 2 \xrightarrow{\quad\quad\quad} \end{array} \right. \\ \\ \text{Los signos en los polinomios son opuestos} \left\{ \begin{array}{l} (x + 3)(x - 5) = x^2 - 5x + 3x + (3)(-5) = x^2 - 2x - 15 \\ \text{Suma de } 3 \text{ y } -5 \xrightarrow{\quad\quad\quad} \\ \text{Producto de } 3 \text{ y } -5 \xrightarrow{\quad\quad\quad} \\ (x - 4)(x + 6) = x^2 + 6x - 4x + (-4)(6) = x^2 + 2x - 24 \\ \text{Suma de } -4 \text{ y } 6 \xrightarrow{\quad\quad\quad} \\ \text{Producto de } -4 \text{ y } 6 \xrightarrow{\quad\quad\quad} \end{array} \right. \end{array}$$

PUNTOS QUE DEBES RECORDAR AL FACTORIZAR $x^2 + bx + c$

1. En el trinomio, el coeficiente de x es la suma de los términos constantes de los binomios.
2. En el trinomio, el término constante es el producto de los términos constantes de los binomios.
3. Cuando el término constante del trinomio es positivo, los términos constantes de los binomios tienen el mismo signo que el coeficiente de x en el trinomio.
4. Cuando el término constante del trinomio es negativo, los términos constantes de los binomios tienen signos opuestos.

El éxito de factorizar un trinomio depende de recordar estos cuatro puntos. Por ejemplo, para factorizar $x^2 - 2x - 24$, encuentra los dos números cuya suma sea -2 y cuyo producto sea -24 [puntos 1 y 2]. Como el término constante del trinomio es negativo (-24), los números tendrán signos opuestos [punto 4].

Un método sistemático para encontrar los factores correctos de $x^2 - 2x - 24$ implica elaborar una lista de los factores del término constante del trinomio y la suma de dichos factores.

Factores de -24	Suma de factores
1, -24	$1 + (-24) = -23$
-1 , 24	$-1 + 24 = 23$
2, -12	$2 + (-12) = -10$
-2 , 12	$-2 + 12 = 10$
3, -8	$3 + (-8) = -5$
-3 , 8	$-3 + 8 = 5$
4, -6	$4 + (-6) = -2$
-4 , 6	$-4 + 6 = 2$

4 y -6 son dos números cuya suma es -2 y su producto es -24 . Escribe los factores del trinomio.

$$x^2 - 2x - 24 = (x + 4)(x - 6)$$

Comprobación: $(x + 4)(x - 6) = x^2 - 6x + 4x - 24 = x^2 - 2x - 24$

Con la propiedad conmutativa de la multiplicación, los factores también se pueden escribir como

$$x^2 - 2x - 24 = (x - 6)(x + 4)$$

Toma nota

Siempre comprueba tu factorización propuesta para estar seguro de la exactitud.

Ejemplo 1

Factoriza: $x^2 + 18x + 32$

Solución

Factores de 32	Suma
1, 32	33
2, 16	18
4, 8	12

$$x^2 + 18x + 32 = (x + 2)(x + 16)$$

- Intenta sólo con factores positivos de 32 [punto 3].
- En cuanto se encuentra el par correcto, no hay que probar ya con los demás factores.
- Escribe los factores.

Comprobación

$$(x + 2)(x + 16) = x^2 + 16x + 2x + 32 = x^2 + 18x + 32$$

Problema 1

Factoriza: $x^2 - 8x + 15$

Solución

Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 27, página 361.

Ejemplo 2

Factoriza: $x^2 - 6x - 16$

Solución

Factores de -16	Suma
1, -16	-15
-1 , 16	15
2, -8	-6
-2 , 8	6
4, -4	0

$$x^2 - 6x - 16 = (x + 2)(x - 8)$$

- Los factores deben ser de signos opuestos [punto 4].
- Escribe los factores.

Comprobación $(x + 2)(x - 8) = x^2 - 8x + 2x - 16$
 $= x^2 - 6x - 16$

Problema 2 Factoriza: $x^2 + 3x - 18$

Solución Revisa la página S17.

➡ Intenta resolver el ejercicio 23, página 361.

No todos los trinomios se pueden factorizar cuando se utilizan sólo números enteros. Considera el trinomio $x^2 - 6x - 8$.

Factores de -8	Suma
1, -8	-7
-1 , 8	7
2, -4	-2
-2 , 4	2

Como ningún par de factores de -8 tiene una suma de -6 , el trinomio no es factorizable utilizando números enteros. Se dice que el trinomio **no se factoriza con números enteros**.

OBJETIVO 2

Factorizar completamente

Un polinomio se **factoriza completamente** cuando se escribe como un producto de factores que no se factorizan con números enteros.

El primer paso en *cualquier* problema de factorización es determinar si los términos del polinomio tienen un **factor común**. De ser así, factorízalo primero.

Ejemplo 3 Factoriza: $3x^3 + 15x^2 + 18x$

Solución El MCD de $3x^3$, $15x^2$ y $18x$ es $3x$.

$$\begin{aligned} 3x^3 + 15x^2 + 18x &= 3x(x^2) + 3x(5x) + 3x(6) \\ &= 3x(x^2 + 5x + 6) \end{aligned}$$

Factores de 6	Suma
1, 6	7
2, 3	5

$$3x^3 + 15x^2 + 18x = 3x(x + 2)(x + 3)$$

Comprobación $3x(x + 2)(x + 3) = 3x(x^2 + 3x + 2x + 6)$
 $= 3x(x^2 + 5x + 6)$
 $= 3x^3 + 15x^2 + 18x$

Problema 3 Factoriza: $3a^2b - 18ab - 81b$

Solución Revisa la página S18.

➡ Intenta resolver el ejercicio 63, página 362.

- Encuentra el mcd de los términos del polinomio.
- Factoriza el MCD.
- Escribe el polinomio como un producto de factores.
- Factoriza el trinomio $x^2 + 5x + 6$. Intenta sólo con factores positivos de 6.

Ejemplo 4Factoriza: $x^2 + 9xy + 20y^2$ **Solución**

Los términos no tienen un factor común.

Factores de 20	Suma
1, 20	21
2, 10	12
4, 5	9

- Intenta sólo con factores positivos de 20.

$$x^2 + 9xy + 20y^2 = (x + 4y)(x + 5y)$$

Comprobación

$$\begin{aligned}(x + 4y)(x + 5y) &= x^2 + 5xy + 4xy + 20y^2 \\ &= x^2 + 9xy + 20y^2\end{aligned}$$

Problema 4Factoriza: $4x^2 - 40xy + 84y^2$ **Solución**

Revisa la página S18.

Toma nota

Los términos $4y$ y $5y$ se incluyen en los binomios. Esto es necesario de modo que cuando se multiplican los binomios, el término medio del trinomio contiene xy y el último término contiene y^2 .

► Intenta resolver el ejercicio 77, página 362.

8.2 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. El trinomio $x^2 - 8x + 7$ es de la forma $x^2 + bx + c$. ¿Cuál es el valor de b en el trinomio $x^2 - 8x + 7$?
2. Encuentra dos números cuya suma es 9 y su producto 14.
3. Encuentra dos números cuya suma es 4 y su producto -12 .
4. Al factorizar un trinomio, si el término constante es positivo, ¿los signos en los binomios son iguales o diferentes?
5. Al factorizar un trinomio, si el término constante es negativo, ¿los signos en los binomios son iguales o diferentes?
6. ¿Cuál es el primer paso en la factorización de un trinomio?

1 Factorizar trinomios de la forma $x^2 + bx + c$ (Revisa las páginas 357-359).

PREPÁRATE

Completa la tabla con una lista de los pares de factores del número y la suma de cada par.

7.

Factores de 18	Suma

8.

Factores de 12	Suma

9.

Factores de -21	Suma

10.

Factores de -10	Suma

11.

Factores de -28	Suma

12.

Factores de -32	Suma

Factoriza.

13. $x^2 + 3x + 2$

14. $x^2 + 5x + 6$

15. $x^2 - x - 2$

16. $x^2 + x - 6$

17. $a^2 + a - 12$

18. $a^2 - 2a - 35$

19. $a^2 - 3a + 2$

20. $a^2 - 5a + 4$

21. $a^2 + a - 2$

22. $a^2 - 2a - 3$

➡ 23. $b^2 + 7b - 8$

24. $y^2 - y - 6$

25. $y^2 + 6y - 55$

26. $z^2 - 4z - 45$

➡ 27. $y^2 - 5y + 6$

28. $y^2 - 8y + 15$

29. $z^2 - 14z + 45$

30. $z^2 - 12z - 160$

31. $p^2 + 2p - 35$

32. $p^2 + 12p + 27$

33. $p^2 - 6p + 8$

34. $b^2 + 9b + 20$

35. $b^2 + 13b + 40$

36. $x^2 - 11x - 42$

37. $x^2 + 9x - 70$

38. $b^2 - b - 20$

39. $b^2 + 3b - 40$

40. $y^2 - 14y - 51$

41. $y^2 - y - 72$

42. $p^2 - 4p - 21$

43. $p^2 + 16p + 39$

44. $y^2 - 8y + 32$

45. $y^2 - 9y + 81$

46. $x^2 - 15x + 56$

47. $x^2 + 21x + 38$


48. $x^2 + x - 56$

49. $x^2 + 5x - 36$

50. $a^2 - 7a - 44$


51. $a^2 - 15a + 36$

52. $c^2 - c - 90$

53.  Supongamos que b y c son diferentes de cero y n y m son constantes positivas de modo que $x^2 + bx + c = (x + n)(x + m)$.

a. ¿ c es positivo o negativo?

b. ¿ b es positivo o negativo?

54.  Supongamos que b y c son diferentes de cero y n y m son constantes positivas de modo que $x^2 + bx + c = (x - n)(x - m)$.

a. ¿ c es positivo o negativo?

b. ¿ b es positivo o negativo?

2 Factorizar completamente (Revisa las páginas 359-360).

PREPÁRATE

55. Utiliza el trinomio $5x^2 - 10x - 40$.

a. El primer paso en la factorización del trinomio es buscar un factor ? de los tres términos.

b. El mcd de los términos del trinomio $5x^2 - 10x - 40$ es ?.

c. Factoriza el mcd de los términos del trinomio: $5x^2 - 10x - 40 = 5(\underline{?})$

d. Factoriza completamente el trinomio: $5x^2 - 10x - 40 = 5(x^2 - 2x - 8) = 5(\underline{?})(\underline{?})$

56. Para factorizar $x^2 + 2xy - 24y^2$, encuentra los binomios de la forma $(x + ny)(x + my)$, donde n y m son números cuyo producto es -24 y cuya suma es 2 . Los factores de -24 cuya suma es 2 son 6 y -4 . El trinomio $x^2 + 2xy - 24y^2$ se factoriza como $(x + 6y)(x - 4y)$.

Factoriza.

57. $2x^2 + 6x + 4$


58. $3x^2 + 15x + 18$

59. $3a^2 + 3a - 18$

60. $4x^2 - 4x - 8$

61. $ab^2 + 2ab - 15a$

62. $ab^2 + 7ab - 8a$

 63. $xy^2 - 5xy + 6x$

64. $xy^2 + 8xy + 15x$

65. $2a^3 + 6a^2 + 4a$

66. $3y^3 - 15y^2 + 18y$

67. $4y^3 + 12y^2 - 72y$

68. $2x^3 - 2x^2 - 4x$

69. $5z^2 - 15z - 140$

70. $6z^2 + 12z - 90$

71. $2a^3 + 8a^2 - 64a$


72. $3a^3 - 9a^2 - 54a$

73. $x^2 - 5xy + 6y^2$

74. $x^2 + 4xy - 21y^2$

75. $a^2 - 9ab + 20b^2$

76. $a^2 - 15ab + 50b^2$

 77. $x^2 - 3xy - 28y^2$

78. $s^2 + 2st - 48t^2$

79. $y^2 - 15yz - 41z^2$

80. $y^2 + 85yz + 36z^2$

81. $z^4 - 12z^3 + 35z^2$

82. $z^4 + 2z^3 - 80z^2$

83. $b^4 - 22b^3 + 120b^2$

84. $b^4 - 3b^3 - 10b^2$

85. $2y^4 - 26y^3 - 96y^2$

86. $3y^4 + 54y^3 + 135y^2$

87. $x^4 + 7x^3 - 8x^2$

88. $x^4 - 11x^3 - 12x^2$

89. $3x^3 - 36x^2 + 81x$

90. $4x^3 + 4x^2 - 24x$

91. $x^2 - 8xy + 15y^2$

92. $y^2 - 7xy - 8x^2$

93. $a^2 - 13ab + 42b^2$

94. $y^2 + 4yz - 21z^2$

95. $3x^2y + 60xy - 63y$

96. $4x^2y - 68xy - 72y$


97. $3x^3 + 3x^2 - 36x$

98. $4x^3 + 12x^2 - 160x$

99.  Indica si el trinomio tiene o no un factor de $(x + 3)$.

a. $3x^2 - 3x - 36$

b. $x^2y - xy - 12y$

100.  Indica si el trinomio tiene o no un factor de $(x + y)$.

a. $2x^2 - 2xy - 4y^2$

b. $2x^2y - 4xy - 4y$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

101. Si $a(x + 3) = x^2 + 2x - 3$, encuentra a .

102. Si $-2x^3 - 6x^2 - 4x = a(x + 1)(x + 2)$, encuentra a .

Factoriza.

103. $20 + c^2 + 9c$

104. $x^2y - 54y - 3xy$

105. $45a^2 + a^2b^2 - 14a^2b$

106. $12p^2 - 96p + 3p^3$

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Encuentra todos los números enteros k de modo que se pueda factorizar el trinomio con números enteros.

107. $x^2 + kx + 35$

108. $x^2 + kx + 18$

109. $x^2 - kx + 21$

110. $x^2 - kx + 14$

Determina los valores de números enteros positivos de k para los cuales los siguientes polinomios se factoriza con números enteros.

111. $y^2 + 4y + k$


112. $z^2 + 7z + k$

113. $a^2 - 6a + k$

114. $c^2 - 7c + k$

115. $x^2 - 3x + k$

116. $y^2 + 5y + k$

117.  Los ejercicios 111 a 116 incluyeron el requisito de $k > 0$. Si se permite que k sea cualquier número entero, ¿cuántos valores diferentes de k son posibles para cada polinomio? Explica tu respuesta.

8.3

Factorización de polinomios de la forma $ax^2 + bx + c$

OBJETIVO 1

Factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ utilizando factores de prueba

Los trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son números enteros y $a \neq 0$ se presentan a la derecha.

$$\begin{array}{lll} 3x^2 - x + 4, & a = 3, & b = -1, \quad c = 4 \\ 4x^2 + 5x - 8, & a = 4, & b = 5, \quad c = -8 \end{array}$$

Estos trinomios difieren de los presentados en la sección anterior en cuanto a que el coeficiente de x^2 no es 1. Existen varios métodos para factorizar estos trinomios. El método descrito en este objetivo es factorizar los trinomios utilizando factores de prueba.

Factorizar un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ significa expresar el polinomio como el producto de dos binomios. Es posible que para factorizar dichos polinomios por prueba y error sea necesario examinar muchos factores de prueba. Para reducir el número de factores de prueba, recuerda los siguientes puntos.

PUNTOS QUE DEBES RECORDAR AL FACTORIZAR $ax^2 + bx + c$

1. Si los términos del trinomio tienen un factor común, factoriza primero el factor común.
2. Si los términos del trinomio no tienen un factor común, entonces los términos de un binomio no pueden tener un factor común.
3. Si el término constante del trinomio es positivo, los términos constantes de los binomios tienen el mismo signo como el coeficiente de x en el trinomio.
4. Si el término constante del trinomio es negativo, los términos constantes de los binomios tienen signos opuestos.

Concéntrate en factorizar un trinomio utilizando factores de prueba

Factoriza. **A.** $10x^2 - x - 3$ **B.** $4x^2 - 27x + 18$

- A.** Los términos del trinomio $10x^2 - x - 3$ no tienen un factor común; por tanto, los términos de un factor no tendrán un factor común [punto 2].

Como el término constante c del trinomio es negativo (-3), los términos constantes de los factores tendrán signos opuestos [punto 4].

Encuentra los factores de a (10) y los de c (-3).

Factores de 10	Factores de -3
1, 10	1, -3
2, 5	-1 , 3

Con estos factores, escribe los factores de prueba. Utiliza los productos exterior e interior de PEIU para comprobar el término medio.

Factores de prueba	Término medio
$(x + 1)(10x - 3)$	$-3x + 10x = 7x$
$(x - 1)(10x + 3)$	$3x - 10x = -7x$
$(2x + 1)(5x - 3)$	$-6x + 5x = -x$
$(2x - 1)(5x + 3)$	$6x - 5x = x$
$(10x + 1)(x - 3)$	$-30x + x = -29x$
$(10x - 1)(x + 3)$	$30x - x = 29x$
$(5x + 1)(2x - 3)$	$-15x + 2x = -13x$
$(5x - 1)(2x + 3)$	$15x - 2x = 13x$

De la lista de factores de prueba, $10x^2 - x - 3 = (2x + 1)(5x - 3)$.

Comprobación: $(2x + 1)(5x - 3) = 10x^2 - 6x + 5x - 3 = 10x^2 - x - 3$

Todos los factores de prueba de este trinomio se incluyen en este ejemplo. Sin embargo, una vez que se encuentran los factores correctos, no es necesario seguir comprobando los factores de prueba restantes.

- B.** Los términos del trinomio $4x^2 - 27x + 18$ no tienen un factor común; por tanto, los términos de un binomio no tendrán un factor común [punto 2].

Como el término constante c del trinomio es positivo (18), los términos constantes de los factores tendrán el mismo signo como el coeficiente de x . Como el coeficiente de x es -27 , ambos signos son negativos [punto 3].

Encuentra los factores de a (4) y los factores negativos de c (18).

Factores de 4	Factores de 18
1, 4	-1 , -18
2, 2	-2 , -9
	-3 , -6

Con estos factores, escribe los factores de prueba. Utiliza los productos exterior e interior del método PEIU para comprobar el término medio.

Factores de prueba	Término medio
$(x - 1)(4x - 18)$	Factor común
$(x - 2)(4x - 9)$	$-9x - 8x = -17x$
$(x - 3)(4x - 6)$	Factor común
$(2x - 1)(2x - 18)$	Factor común
$(2x - 2)(2x - 9)$	Factor común
$(2x - 3)(2x - 6)$	Factor común
$(4x - 1)(x - 18)$	$-72x - x = -73x$
$(4x - 2)(x - 9)$	Factor común
$(4x - 3)(x - 6)$	$-24x - 3x = -27x$

Se encontraron los factores correctos.

$$4x^2 - 27x + 18 = (4x - 3)(x - 6)$$

El último ejemplo muestra que muchos factores de prueba pueden tener factores comunes, por lo que no es necesario comprobarlos. En lo que resta de este capítulo no se mencionarán los factores de prueba con un factor común.

Ejemplo 1Factoriza: $3x^2 + 20x + 12$ **Solución**

Factores de 3	Factores de 12
1, 3	1, 12 2, 6 3, 4

- Como 20 es positivo, sólo se deben comprobar los factores positivos de 12.

Factores de prueba	Término medio
$(x + 3)(3x + 4)$	$4x + 9x = 13x$
$(3x + 1)(x + 12)$	$36x + x = 37x$
$(3x + 2)(x + 6)$	$18x + 2x = 20x$

- Escribe los factores de prueba. Utiliza el método PEIU para comprobar el término medio.

$$3x^2 + 20x + 12 = (3x + 2)(x + 6)$$

Comprobación

$$\begin{aligned}(3x + 2)(x + 6) &= 3x^2 + 18x + 2x + 12 \\ &= 3x^2 + 20x + 12\end{aligned}$$

Problema 1Factoriza: $6x^2 - 11x + 5$ **Solución**

Revisa la página S18.

➡ Intenta resolver el ejercicio 25, página 370.

Ejemplo 2Factoriza: $6x^2 - 5x - 6$ **Solución**

Factores de 6	Factores de -6
1, 6 2, 3	1, -6 -1, 6 2, -3 -2, 3

- Encuentra los factores de a (6) y los factores de c (-6).

Factores de prueba	Término medio
$(x - 6)(6x + 1)$	$x - 36x = -35x$
$(x + 6)(6x - 1)$	$-x + 36x = 35x$
$(2x - 3)(3x + 2)$	$4x - 9x = -5x$

- Escribe los factores de prueba. Utiliza PEIU para comprobar el término medio.

$$6x^2 - 5x - 6 = (2x - 3)(3x + 2)$$

Comprobación

$$\begin{aligned}(2x - 3)(3x + 2) &= 6x^2 + 4x - 9x - 6 \\ &= 6x^2 - 5x - 6\end{aligned}$$

Problema 2Factoriza: $8x^2 + 14x - 15$ **Solución**

Revisa la página S18.

➡ Intenta resolver el ejercicio 31, página 370.

Ejemplo 3Factoriza: $15 - 2x - x^2$ **Solución**

Factores de 15	Factores de -1
1, 15 3, 5	1, -1

Factores de prueba	Término medio
$(1 + x)(15 - x)$	$-x + 15x = 14x$
$(1 - x)(15 + x)$	$x - 15x = -14x$
$(3 + x)(5 - x)$	$-3x + 5x = 2x$
$(3 - x)(5 + x)$	$3x - 5x = -2x$

$$15 - 2x - x^2 = (3 - x)(5 + x)$$

Comprobación

$$\begin{aligned}(3 - x)(5 + x) &= 15 + 3x - 5x - x^2 \\ &= 15 - 2x - x^2\end{aligned}$$

Problema 3Factoriza: $24 - 2y - y^2$ **Solución**

Revisa la página S18.

- Los términos no tienen factores comunes. El coeficiente de x^2 es -1 .
- Escribe los factores de prueba. Utiliza PEIU para comprobar el término medio.

➡ Intenta resolver el ejercicio 49, página 370.

El primer paso en la factorización de un trinomio es determinar si sus términos tienen un factor común. De ser así, factoriza el mcd de los términos.

Ejemplo 4Factoriza: $3x^3 - 23x^2 + 14x$ **Solución**El MCD de $3x^3$, $23x^2$ y $14x$ es x .

$$3x^3 - 23x^2 + 14x = x(3x^2 - 23x + 14)$$

Factores de 3	Factores de 14
1, 3	$-1, -14$ $-2, -7$

Factores de prueba	Término medio
$(x - 1)(3x - 14)$	$-14x - 3x = -17x$
$(x - 14)(3x - 1)$	$-x - 42x = -43x$
$(x - 2)(3x - 7)$	$-7x - 6x = -13x$
$(x - 7)(3x - 2)$	$-2x - 21x = -23x$

$$3x^3 - 23x^2 + 14x = x(x - 7)(3x - 2)$$

Comprobación

$$\begin{aligned}x(x - 7)(3x - 2) &= x(3x^2 - 2x - 21x + 14) \\ &= x(3x^2 - 23x + 14) \\ &= 3x^3 - 23x^2 + 14x\end{aligned}$$

Problema 4Factoriza: $4a^2b^2 - 30a^2b + 14a^2$ **Solución**

Revisa la página S18.

- Encuentra el MCD de los términos del polinomio.
- Factoriza el MCD.
- Factoriza el trinomio $3x^2 - 23x + 14$.

➡ Intenta resolver el ejercicio 61, página 370.

OBJETIVO 2**Toma nota**

En este objetivo utilizamos las habilidades aprendidas en el Objetivo 2 de la Sección 1 de este capítulo. Tal vez quieras repasar ese material antes de estudiar este objetivo.

Factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ por agrupamiento de términos

En el objetivo anterior, los trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ se factorizaron utilizando los factores de prueba. En este objetivo utilizaremos la factorización por agrupamiento de términos.

Para factorizar $ax^2 + bx + c$, primero encuentra los dos factores de $a \cdot c$ cuya suma sea b . Utiliza los dos factores para reescribir el término medio del trinomio como la suma de dos términos. Luego aplica la factorización por agrupamiento de términos para escribir la factorización del trinomio.

Concéntrate

en factorizar un trinomio por agrupamiento de términos

Factoriza. **A.** $2x^2 + 13x + 15$ **B.** $6x^2 - 11x - 10$ **C.** $3x^2 - 2x - 4$

A. $2x^2 + 13x + 15$

$$a = 2, c = 15, a \cdot c = 2 \cdot 15 = 30$$

Encuentra los dos factores positivos de 30 cuya suma sea 13.

Los factores son 3 y 10.

Factores positivos de 30	Suma
1, 30	31
2, 15	17
3, 10	13
5, 6	11

Utiliza los factores 3 y 10 para reescribir $13x$ como $3x + 10x$.

Factoriza por agrupamiento de términos.

$$\begin{aligned}
 &2x^2 + 13x + 15 \\
 &= 2x^2 + 3x + 10x + 15 \\
 &= (2x^2 + 3x) + (10x + 15) \\
 &= x(2x + 3) + 5(2x + 3) \\
 &= (2x + 3)(x + 5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Comprobación: } (2x + 3)(x + 5) &= 2x^2 + 10x + 3x + 15 \\
 &= 2x^2 + 13x + 15
 \end{aligned}$$

B. $6x^2 - 11x - 10$

$$a = 6, c = -10, a \cdot c = 6(-10) = -60$$

Encuentra los factores de -60 cuya suma sea -11 .

Se encontró la suma requerida. No es necesario comprobar los factores restantes. Los factores son 4 y -15 .

Factores de -60	Suma
1, -60	-59
-1 , 60	59
2, -30	-28
-2 , 30	28
3, -20	-17
-3 , 20	17
4, -15	-11

Utiliza los factores 4 y -15 para reescribir $-11x$ como $4x - 15x$.

Factoriza por agrupamiento de términos.

$$\text{Nota: } -15x - 10 = -(15x + 10)$$

$$\begin{aligned}
 &6x^2 - 11x - 10 \\
 &= 6x^2 + 4x - 15x - 10 \\
 &= (6x^2 + 4x) - (15x + 10) \\
 &= 2x(3x + 2) - 5(3x + 2) \\
 &= (3x + 2)(2x - 5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Comprobación: } (3x + 2)(2x - 5) &= 6x^2 - 15x + 4x - 10 \\
 &= 6x^2 - 11x - 10
 \end{aligned}$$

C. $3x^2 - 2x - 4$

$$a = 3, c = -4, a \cdot c = 3(-4) = -12$$

Encuentra los factores de -12
cuya suma sea -2 .

Factores de -12	Suma
1, -12	-11
-1 , 12	11
2, -6	-4
-2 , 6	4
3, -4	-1
-3 , 4	1

Ninguno de los factores enteros de -12 suma -2 . Por tanto, $3x^2 - 2x - 4$ no se factoriza con números enteros.

Ejemplo 5

Factoriza: $2x^2 + 19x - 10$

Solución

$$a \cdot c = 2(-10) = -20$$

$$-1(20) = -20$$

$$-1 + 20 = 19$$

$$2x^2 + 19x - 10$$

$$= 2x^2 - x + 20x - 10$$

$$= (2x^2 - x) + (20x - 10)$$

$$= x(2x - 1) + 10(2x - 1)$$

$$= (2x - 1)(x + 10)$$

• Encuentra $a \cdot c$.

• Encuentra los dos números cuyo producto sea -20 y cuya suma sea 19 .

• Reescribe $19x$ como $-x + 20x$.

• Factoriza por agrupamiento de términos.

Problema 5

Factoriza: $2a^2 + 13a - 7$

Solución

Revisa la página S18.

➡ Intenta resolver el ejercicio 77, página 371.

Ejemplo 6

Factoriza: $8y^2 - 10y - 3$

Solución

$$a \cdot c = 8(-3) = -24$$

$$2(-12) = -24$$

$$2 + (-12) = -10$$

$$8y^2 - 10y - 3$$

$$= 8y^2 + 2y - 12y - 3$$

$$= (8y^2 + 2y) - (12y + 3)$$

$$= 2y(4y + 1) - 3(4y + 1)$$

$$= (4y + 1)(2y - 3)$$

• Encuentra $a \cdot c$.

• Encuentra los dos números cuyo producto sea -24 y cuya suma sea -10 .

• Reescribe $-10y$ como $2y - 12y$.

• Factoriza por agrupamiento de términos.

Problema 6

Factoriza: $4a^2 - 11a - 3$

Solución

Revisa la página S18.

➡ Intenta resolver el ejercicio 71, página 371.

Recuerda que el primer paso en la factorización de un trinomio es determinar si los términos tienen un factor común. De ser así, factoriza el mcd de los términos.

Ejemplo 7Factoriza: $24x^2y - 76xy + 40y$ **Solución**

$$24x^2y - 76xy + 40y$$

$$= 4y(6x^2 - 19x + 10)$$

$$a \cdot c = 6(10) = 60$$

$$-4(-15) = 60$$

$$-4 + (-15) = -19$$

$$6x^2 - 19x + 10$$

$$= 6x^2 - 4x - 15x + 10$$

$$= (6x^2 - 4x) - (15x - 10)$$

$$= 2x(3x - 2) - 5(3x - 2)$$

$$= (3x - 2)(2x - 5)$$

$$24x^2y - 76xy + 40y$$

$$= 4y(6x^2 - 19x + 10)$$

$$= 4y(3x - 2)(2x - 5)$$

- Los términos del polinomio tienen un factor común, $4y$. Factoriza el MCD.
- Para factorizar $6x^2 - 19x + 10$, primero encuentra $a \cdot c$.
- Encuentra los dos números cuyo producto sea 60 y cuya suma sea -19 .
- Reescribe $-19x$ como $-4x - 15x$.
- Factoriza por agrupamiento de términos.
- Escribe la factorización completa del polinomio dado.

Problema 7Factoriza: $15x^3 + 40x^2 - 80x$ **Solución**

Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 111, página 371.

8.3 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Reemplaza el signo de ? para hacer verdadera la expresión.

1. $6x^2 + 11x - 10 = (3x - 2)(?)$

2. $40x^2 + 41x + 10 = (8x + 5)(?)$

3. $20x^2 - 31x + 12 = (5x - 4)(?)$

4. $12x^2 - 4x - 21 = (6x + 7)(?)$


Llena los espacios en blanco.

5. Para factorizar $2x^2 - 5x + 2$ por agrupamiento de términos, encuentra los dos números cuyo producto sea _____ y cuya suma sea _____.

6. Para factorizar $3x^2 + 2x - 5$ por agrupamiento de términos, encuentra los dos números cuyo producto sea _____ y cuya suma sea _____.

7. Para factorizar $4x^2 - 8x + 3$ por agrupamiento de términos, $-8x$ se debe escribir como _____ + _____.

8. Para factorizar $6x^2 + 7x - 3$ por agrupamiento de términos, $7x$ se debe escribir como _____ + _____.

9.  Cuando multiplicas dos binomios, ¿qué parte del método PEIU determina el término medio del trinomio resultante?

1 Factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ utilizando factores de prueba (Revisa las páginas 363-366).

PREPÁRATE

10. Utiliza los factores de prueba para factorizar $2x^2 - 7x - 15$.

a. Completa la tabla de los factores de 2 y -15 .

Factores de 2	Factores de -15
1, <u>?</u>	1, <u>?</u>
	-1 , <u>?</u>
	3, <u>?</u>
	-3 , <u>?</u>

b. Completa la tabla encontrando el término medio para cada par de factores de prueba.

Factores de prueba	Término medio
$(x - 15)(2x + 1)$	<u>?</u>
$(x + 15)(2x - 1)$	<u>?</u>
$(x - 5)(2x + 3)$	<u>?</u>
$(x + 5)(2x - 3)$	<u>?</u>

c. Utiliza los resultados de la parte b) para escribir la forma factorizada de $2x^2 - 7x - 15$: (?)(?).

Factoriza utilizando los factores de prueba.

11. $2x^2 + 3x + 1$

12. $5x^2 + 6x + 1$

13. $2y^2 + 7y + 3$

14. $3y^2 + 7y + 2$

15. $2a^2 - 3a + 1$

16. $3a^2 - 4a + 1$

17. $2b^2 - 11b + 5$

18. $3b^2 - 13b + 4$

19. $2x^2 + x - 1$

20. $7x^2 + 50x + 7$

21. $2x^2 - 5x - 3$

22. $3x^2 + 5x - 2$

23. $6z^2 - 7z + 3$

24. $9z^2 + 3z + 2$

➡ 25. $6t^2 - 11t + 4$

26. $10t^2 + 11t + 3$

27. $8x^2 + 33x + 4$

28. $4x^2 - 3x - 1$

29. $6b^2 - 19b + 15$

30. $4z^2 + 5z - 6$

➡ 31. $3p^2 + 22p - 16$

32. $7p^2 + 19p + 10$

33. $6x^2 - 17x + 12$

34. $15x^2 - 19x + 6$

35. $5b^2 + 33b - 14$

36. $8x^2 - 30x + 25$

37. $6a^2 + 7a - 24$

38. $14a^2 + 15a - 9$

39. $18t^2 - 9t - 5$

40. $12t^2 + 28t - 5$

41. $15a^2 + 26a - 21$

42. $6a^2 + 23a + 21$

43. $8y^2 - 26y + 15$

44. $18y^2 - 27y + 4$

45. $3z^2 + 95z + 10$

46. $8z^2 - 36z + 1$

47. $28 + 3z - z^2$

48. $15 - 2z - z^2$

➡ 49. $8 - 7x - x^2$

50. $12 + 11x - x^2$

51. $9x^2 + 33x - 60$

52. $16x^2 - 16x - 12$

53. $24x^2 - 52x + 24$

54. $60x^2 + 95x + 20$

55. $35a^4 + 9a^3 - 2a^2$

56. $15a^4 + 26a^3 + 7a^2$

57. $15b^2 - 115b + 70$

58. $25b^2 + 35b - 30$

59. $10x^3 + 12x^2 + 2x$


60. $9x^3 - 39x^2 + 12x$

➡ 61. $4yz^3 + 5yz^2 - 6yz$

62. $2yz^3 - 17yz^2 + 8yz$

63. $9x^3y + 12x^2y + 4xy$

64. $9a^3b - 9a^2b^2 - 10ab^3$

 Para los ejercicios 65 y 66, considera que $(nx + p)$ y $(mx + q)$ son factores del trinomio $ax^2 + bx + c$, donde a y c son pares y b es impar.

65. Si n es par, ¿qué números de p , m y q deben ser impares?
 66. Si p es par, ¿qué números de n , m y q deben ser impares?

2 Factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ por agrupamiento de términos

(Revisa las páginas 367-369).




PREPÁRATE


67. Completa la tabla con los pares de factores de -18 .

Factores de -18	Suma de los factores
1, <u>?</u>	<u>?</u>
-1 , <u>?</u>	<u>?</u>
2, <u>?</u>	<u>?</u>
-2 , <u>?</u>	<u>?</u>
3, <u>?</u>	<u>?</u>
-3 , <u>?</u>	<u>?</u>

68. Para factorizar $2x^2 - 3x - 9$ por agrupamiento de términos, encuentra primero dos números enteros cuyo producto sea $2(-9) = \underline{\quad? \quad}$ y cuya suma sea el coeficiente del término medio, $\underline{\quad? \quad}$. Estos dos números enteros son $\underline{\quad? \quad}$ y $\underline{\quad? \quad}$.

Factoriza por agrupamiento de términos.

- | | | | |
|---|----------------------------|--|---------------------------|
| 69. $2t^2 - t - 10$ | 70. $2t^2 + 5t - 12$ |  71. $3p^2 - 16p + 5$ | 72. $6p^2 + 5p + 1$ |
| 73. $12y^2 - 7y + 1$ | 74. $6y^2 - 5y + 1$ | 75. $5x^2 - 62x - 7$ | 76. $9x^2 - 13x - 4$ |
|  77. $12y^2 + 19y + 5$ | 78. $5y^2 - 22y + 8$ | 79. $7a^2 + 47a - 14$ | 80. $11a^2 - 54a - 5$ |
| 81. $4z^2 + 11z + 6$ | 82. $6z^2 - 25z + 14$ | 83. $8y^2 + 17y + 9$ | 84. $12y^2 - 145y + 12$ |
| 85. $6b^2 - 13b + 6$ | 86. $15b^2 - 43b + 22$ | 87. $15x^2 - 82x + 24$ | 88. $13z^2 + 49z - 8$ |
| 89. $10z^2 - 29z + 10$ | 90. $15z^2 - 44z + 32$ | 91. $4x^2 + 6x + 2$ | 92. $12x^2 + 33x - 9$ |
| 93. $15y^2 - 50y + 35$ | 94. $30y^2 + 10y - 20$ | 95. $2x^3 - 11x^2 + 5x$ | 96. $2x^3 - 3x^2 - 5x$ |
| 97. $3a^2 + 5ab - 2b^2$ | 98. $2a^2 - 9ab + 9b^2$ | 99. $4y^2 - 11yz + 6z^2$ | 100. $2y^2 + 7yz + 5z^2$ |
| 101. $12 - x - x^2$ | 102. $18 + 17x - x^2$ | 103. $360y^2 + 4y - 4$ | 104. $10t^2 - 5t - 50$ |
| 105. $16t^2 + 40t - 96$ | 106. $3p^3 - 16p^2 + 5p$ | 107. $6p^3 + 5p^2 + p$ | 108. $26z^2 + 98z - 24$ |
| 109. $30z^2 - 87z + 30$ | 110. $12a^3 + 14a^2 - 48a$ |  111. $42a^3 + 45a^2 - 27a$ | 112. $36p^2 - 9p^3 - p^4$ |
| 113. $9x^2y - 30xy^2 + 25y^3$ | | 114. $8x^2y - 38xy^2 + 35y^3$ | |
| 115. $9x^3y - 24x^2y^2 + 16xy^3$ | | 116. $45a^3b - 78a^2b^2 + 24ab^3$ | |

 En los ejercicios 117 a 120, la información proporcionada es sobre los signos de b y c en $ax^2 + bx + c$, donde $a > 0$. Si quieres factorizar $ax^2 + bx + c$ por agrupamiento de términos busca los factores de ac cuya suma sea b . En cada caso, establece si los factores de ac deben ser dos números positivos, dos números negativos o un número positivo y uno negativo.

117. $b > 0$ y $c > 0$

118. $b < 0$ y $c < 0$

119. $b < 0$ y $c > 0$

120. $b > 0$ y $c < 0$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Factoriza.

121. $6y + 8y^3 - 26y^2$

122. $22p^2 - 3p^3 + 16p$

123. $a^3b - 24ab - 2a^2b$

124. $3xy^2 - 14xy + 2xy^3$

125. $25t^2 + 60t - 10t^3$

126. $3xy^3 + 2x^3y - 7x^2y^2$


127. $2(y + 2)^2 - (y + 2) - 3$

128. $3(a + 2)^2 - (a + 2) - 4$

129. $10(x + 1)^2 - 11(x + 1) - 6$

130. $4(y - 1)^2 - 7(y - 1) - 2$

131. Dado que $x + 2$ es un factor de $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$, factoriza completamente $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

132.  Explica con tus propias palabras cómo se determinan los signos de los últimos términos de los dos factores de un trinomio.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Encuentra todos los números enteros k de modo que el trinomio se pueda factorizar con números enteros.

133. $2x^2 + kx + 3$


134. $2x^2 + kx - 3$

135. $3x^2 + kx + 2$

136. $3x^2 + kx - 2$

137. $2x^2 + kx + 5$

138. $2x^2 + kx - 5$

139.  **Geometría** El área de un rectángulo es $(3x^2 + x - 2)$ pies cuadrados. Encuentra las dimensiones del rectángulo en términos de la variable x . Dado que $x > 0$, especifica la dimensión que sea el largo y la dimensión que sea el ancho. ¿ x puede ser negativo? ¿Puede ser $x = 0$? Explica tus respuestas.

$$A = 3x^2 + x - 2$$

8.4

Factorización especial

OBJETIVO 1

Factorizar la diferencia de cuadrados y trinomios cuadrados perfectos

Si recuerdas del objetivo 4 en la sección 3 del capítulo sobre polinomios, el producto de la suma y la diferencia de los mismos dos términos es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Cómo se usa

Una transmisión segura del número de tu tarjeta de crédito a un minorista en Internet depende de qué tan fácil sea factorizar un número. Una estrategia que utilizan los hackers para encontrar los factores es intentar escribir el número de la tarjeta de crédito como la diferencia de cuadrados. Por ejemplo, una forma de mostrar que se factoriza 901 es escribir $901 = 1225 - 324 = 35^2 - 18^2 = (35 - 18)(35 + 18) = 17(53)$.

Toma nota

Convéncete de que la suma de dos cuadrados no se factoriza con números enteros al intentar factorizar $x^2 + 4$.

La expresión $a^2 - b^2$ es la **diferencia de cuadrados**. El patrón recién mencionado indica la siguiente regla para factorizarla.

REGLA PARA FACTORIZAR LA DIFERENCIA DE CUADRADOS

Diferencia de cuadrados	=	Suma y diferencia de dos términos
$a^2 - b^2$	=	$(a + b)(a - b)$

EJEMPLOS

Cada expresión es la diferencia de cuadrados.

Factoriza.

- $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$
- $y^2 - 9 = y^2 - 3^2 = (y + 3)(y - 3)$

$a^2 + b^2$ es la suma de cuadrados. No se factoriza con números enteros.

Ejemplo 1

Factoriza. A. $x^2 - 16$ B. $x^2 - 10$ C. $z^6 - 25$

Solución

A. $x^2 - 16 = x^2 - 4^2$

$$= (x + 4)(x - 4)$$

B. $x^2 - 10$ no se factoriza con números enteros.

C. $z^6 - 25 = (z^3)^2 - 5^2$

$$= (z^3 + 5)(z^3 - 5)$$

- Escribe $x^2 - 16$ como la diferencia de dos cuadrados.
- Los factores son la suma y diferencia de los términos x y 4 .
- Como 10 no es el cuadrado de un número entero, $x^2 - 10$ no se puede escribir como la diferencia de cuadrados.
- Escribe $z^6 - 25$ como la diferencia de dos cuadrados.
- Los factores son la suma y la diferencia de los términos z^3 y 5 .

Problema 1

Factoriza. A. $25a^2 - b^2$ B. $6x^2 - 1$ C. $n^8 - 36$

Solución

Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 376.

Ejemplo 2

Factoriza: $z^4 - 16$

Solución

$$z^4 - 16 = (z^2)^2 - (4)^2$$

$$= (z^2 + 4)(z^2 - 4)$$

$$= (z^2 + 4)(z + 2)(z - 2)$$

- Ésta es la diferencia de cuadrados.
- Los factores son la suma y la diferencia de los términos z^2 y 4 .
- Factoriza $z^2 - 4$, que es la diferencia de cuadrados. $z^2 + 4$ no se factoriza con números enteros.

Problema 2

Factoriza: $n^4 - 81$

Solución

Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 37, página 376.

Recuerda del objetivo 4 de la sección 3 en el capítulo sobre polinomios el patrón para encontrar el cuadrado de un binomio.

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Diagrama de flechas:

- Una flecha horizontal desde a^2 hacia el texto "Cuadrado del primer término".
- Una flecha horizontal desde b^2 hacia el texto "Cuadrado del último término".
- Una flecha horizontal desde $2ab$ hacia el texto "Dos veces el producto de los dos términos".
- Una flecha vertical ascendente desde a^2 hacia el primer a en a^2 .
- Una flecha vertical ascendente desde b^2 hacia el primer b en b^2 .
- Una flecha vertical ascendente desde $2ab$ hacia el a en $2ab$.
- Una flecha vertical ascendente desde $2ab$ hacia el b en $2ab$.

El cuadrado de un binomio es un **trinomio cuadrado perfecto**. El patrón anterior indica la siguiente regla para factorizarlo.

REGLA PARA FACTORIZAR UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Trinomio cuadrado perfecto

Cuadrado de un binomio

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b) = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b) = (a - b)^2$$

Observa en estos patrones que el signo en el binomio es el signo del término medio del trinomio.

Concéntrate

en factorizar un trinomio cuadrado perfecto

Factoriza. **A.** $4x^2 - 20x + 25$ **B.** $9x^2 + 30x + 16$

A. $4x^2 - 20x + 25$

Comprueba que el primero y el último términos sean cuadrados.

$$4x^2 = (2x)^2, 25 = 5^2$$

Utiliza los términos cuadrados para factorizar el trinomio como el cuadrado de un binomio. El signo en el binomio es el signo del término medio del trinomio.

$$(2x - 5)^2$$

Comprueba la factorización.

$$\begin{aligned} (2x - 5)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(-5) + (-5)^2 \\ &= 4x^2 - 20x + 25 \end{aligned}$$

La factorización es correcta.

$$4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$$

B. $9x^2 + 30x + 16$

Comprueba que el primero y el último términos sean cuadrados.

$$9x^2 = (3x)^2, 16 = 4^2$$

Utiliza los términos cuadrados para factorizar el trinomio como el cuadrado de un binomio. El signo en el binomio es el del término medio del trinomio.

$$(3x + 4)^2$$

Comprueba la factorización.

$$\begin{aligned} (3x + 4)^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(4) + 4^2 \\ &= 9x^2 + 24x + 16 \end{aligned}$$

Toma nota

Un trinomio cuadrado perfecto siempre se puede factorizar con los métodos presentados en la sección 3 de este capítulo. Sin embargo, darse cuenta que un trinomio es un trinomio cuadrado perfecto puede ahorrarte mucho tiempo.

$$9x^2 + 24x + 16 \neq 9x^2 + 30x + 16$$

La factorización propuesta no es correcta.

En este caso, el polinomio no es un trinomio cuadrado perfecto. Sin embargo, aún se puede factorizar. De hecho, $9x^2 + 30x + 16 = (3x + 2)(3x + 8)$. Si un trinomio no se comprueba como un trinomio cuadrado perfecto, intenta factorizarlo mediante otro método.

Ejemplo 3**Solución**

Factoriza. A. $9x^2 - 30x + 25$

A. $9x^2 = (3x)^2, 25 = 5^2$

$$(3x - 5)^2$$

$$\begin{aligned} (3x - 5)^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(-5) + (-5)^2 \\ &= 9x^2 - 30x + 25 \\ 9x^2 - 30x + 25 &= (3x - 5)^2 \end{aligned}$$

B. $4x^2 = (2x)^2, 9 = 3^2$

$$(2x + 3)^2$$

$$\begin{aligned} (2x + 3)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(3) + 3^2 \\ &= 4x^2 + 12x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 + 37x + 9 &= (4x + 1)(x + 9) \end{aligned}$$

B. $4x^2 + 37x + 9$

- Comprueba que el primero y último términos sean cuadrados.
- Utiliza los términos cuadrados para factorizar el trinomio como el cuadrado de un binomio.
- Comprueba la factorización.
- La factorización se comprueba.
- Comprueba que el primero y último términos sean cuadrados.
- Utiliza los términos cuadrados para factorizar el trinomio como el cuadrado de un binomio.
- Comprueba la factorización.
- La factorización no se comprueba.
- Utiliza otro método para factorizar el trinomio.

Problema 3**Solución**

Factoriza. A. $16y^2 + 8y + 1$

B. $x^2 + 14x + 36$

Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 33, página 376.

8.4 Ejercicios**REVISIÓN DE CONCEPTOS**

¿Cuáles de las expresiones en la lista son cuadrados perfectos?

1. 4 ; 8 ; $25x^6$; $12y^{10}$; $100x^4y^4$

2. 9 ; 18 ; $15a^8$; $49b^{12}$; $64a^{16}b^2$

3. ¿Cuáles de las expresiones son diferencia de cuadrados?

i) $a^2 - 36$ ii) $b^2 - 12$ iii) $c^2 + 25$ iv) $d^2 - 100$

4. ¿Cuál expresión es la suma y la diferencia de dos términos?

i) $(a + 4)(a + 4)$ ii) $(a + 4)(b - 4)$ iii) $(a + 4)(a - 4)$


Indica si el enunciado es siempre verdadero, algunas veces verdadero o nunca verdadero.

5. Un binomio es factorizable.
6. Un trinomio es factorizable.
7. Si un binomio se multiplica por sí mismo, el resultado es un trinomio cuadrado perfecto.
8. En un trinomio cuadrado perfecto, el primero y último términos son cuadrados perfectos.




1 Factorizar la diferencia de cuadrados y trinomios cuadrados perfectos (Revisa las páginas 372-375).



PREPÁRATE

9. a. El binomio $9x^2 - 4$ está en la forma $a^2 - b^2$, donde $a = \underline{\quad ? \quad}$ y $b = \underline{\quad ? \quad}$.
- b. Utiliza la fórmula $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ para factorizar $9x^2 - 4$:
 $9x^2 - 4 = (\underline{\quad ? \quad})(\underline{\quad ? \quad})$.
10. a. El trinomio $16y^2 - 8y + 1$ está en la forma $a^2 - 2ab + b^2$, donde $a = \underline{\quad ? \quad}$ y $b = \underline{\quad ? \quad}$.
- b. Utiliza la fórmula $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ para factorizar $16y^2 - 8y + 1$:
 $16y^2 - 8y + 1 = (\underline{\quad ? \quad})^2$.

11. Proporciona un ejemplo de cada uno de los siguientes enunciados.
 - a. la diferencia de cuadrados
 - b. el producto de la suma y diferencia de dos términos
 - c. un trinomio cuadrado perfecto
 - d. el cuadrado de un binomio
 - e. la suma de dos cuadrados
12.  Explica la regla para factorizar
 - a. la diferencia de cuadrados.
 - b. un trinomio cuadrado perfecto.

Factoriza.

- | | | | |
|---|---------------------------|--------------------------|------------------------|
| 13. $x^2 - 4$ | 14. $x^2 - 9$ | 15. $a^2 - 81$ | 16. $a^2 - 49$ |
|  17. $4x^2 - 9$ | 18. $9x^2 - 16$ | 19. $y^2 + 6y + 9$ | 20. $y^2 + 14y + 49$ |
| 21. $a^2 - 2a + 1$ | 22. $x^2 - 12x + 36$ | 23. $z^2 - 18z - 81$ | 24. $x^2 + 8x - 16$ |
| 25. $x^6 - 9$ | 26. $y^{12} - 121$ | 27. $25x^2 - 4$ | 28. $9x^2 - 49$ |
| 29. $1 - 49x^2$ | 30. $1 - 64x^2$ | 31. $x^2 + 2xy + y^2$ | 32. $x^2 + 6xy + 9y^2$ |
|  33. $4a^2 + 4a + 1$ | 34. $25x^2 + 10x + 1$ | 35. $t^2 + 36$ | 36. $x^2 + 64$ |
|  37. $x^4 - y^2$ | 38. $b^4 - 16a^2$ | 39. $9x^2 - 16y^2$ | 40. $25z^2 - y^2$ |
| 41. $16b^2 + 24b + 9$ | 42. $4a^2 - 20a + 25$ | 43. $4b^2 + 28b + 49$ | |
| 44. $9a^2 - 42a + 49$ | 45. $25a^2 + 30ab + 9b^2$ | 46. $4a^2 - 12ab + 9b^2$ | |
| 47. $x^2y^2 - 4$ | 48. $a^2b^2 - 25$ | 49. $9x^2 + 13x + 4$ | |
| 50. $x^2 + 10x + 16$ | | | |

51.  ¿Cuáles expresiones son equivalentes a $x^4 - 81$?
- i) $(x^2 + 9)(x + 3)(x - 3)$ ii) $(2x + 9)(2x^2 - 9)$
 iii) $(x^2 + 9)(x^2 - 9)$ iv) $(x + 3)^2(x - 3)^2$
52.  ¿Cuáles expresiones se pueden factorizar como el cuadrado de un binomio, dado que a y b son números positivos?
- i) $a^2x^2 - 2abx + b^2$ ii) $a^2x^2 - 2abx - b^2$
 iii) $a^2x^2 + 2abx + b^2$ iv) $a^2x^2 + 2abx - b^2$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

53. **Geometría** El área del cuadrado es $(16x^2 + 24x + 9)$ pies cuadrados. Calcula las dimensiones del cuadrado en términos de la variable x . ¿Puede $x = 0$? ¿Cuáles son los valores posibles de x ?

$$A = 16x^2 + 24x + 9$$

El cubo de un número entero es un **cubo perfecto**. Como $2^3 = 8$, 8 es un cubo perfecto. Como $4^3 = 64$, 64 es un cubo perfecto. Una expresión con variables puede ser un cubo perfecto; los exponentes de las variables de los cubos perfectos son múltiplos de 3. Por tanto, x^3 , x^6 y x^9 son cubos perfectos. La suma y la diferencia de dos cubos perfectos son factorizables. Se pueden escribir como el producto de un binomio y de un trinomio. A continuación se presentan sus patrones de factorización.

$a^3 + b^3$ es la suma de dos cubos.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$a^3 - b^3$ es la diferencia de dos cubos.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Para factorizar $x^3 - 8$, escribe el binomio como la diferencia de dos cubos perfectos.

$$\begin{aligned} x^3 - 8 &= (x)^3 - (2)^3 \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4) \end{aligned}$$

Utiliza el patrón de factorización mencionado antes. Sustituye a con x y b con 2.

Factoriza.

54. $x^3 + 8$

55. $y^3 + 27$

56. $y^3 - 27$

57. $x^3 - 1$

58. $y^3 + 64$

59. $x^3 - 125$

60. $8x^3 - 1$

61. $27y^3 + 1$

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Encuentra los números enteros k de modo que el trinomio sea un trinomio cuadrado perfecto.

62. $4x^2 - kx + 9$

63. $25x^2 - kx + 1$

64. $36x^2 + kxy + y^2$


65. $64x^2 + kxy + y^2$

66. $x^2 + 6x + k$

67. $x^2 - 4x + k$

68. $x^2 - 2x + k$

69. $x^2 + 10x + k$

70.  Selecciona cualquier número entero impar mayor que 1, eleva al cuadrado y después resta 1. ¿El resultado es divisible entre 8? Comprueba que este procedimiento produzca siempre un número que sea divisible entre 8. (Sugerencia: cualquier número entero no mayor que 1 se puede expresar como $2n + 1$, donde n es un número natural.)

8.5

Factorizar completamente polinomios

OBJETIVO 1

Factorizar completamente

Esta sección está dedicada a describir una estrategia para factorizar polinomios y revisar las técnicas de factorización que aprendiste en este capítulo.

ESTRATEGIA GENERAL DE FACTORIZACIÓN

Cuando factorices completamente un polinomio, plantea las siguientes preguntas acerca del mismo.

1. ¿Los términos contienen un factor común? De ser así, factoriza el término común.
2. ¿El polinomio es una diferencia de cuadrados? De ser así, factoriza.
3. ¿El polinomio es un trinomio cuadrado perfecto? De ser así, factoriza.
4. ¿El polinomio es un trinomio que es el producto de dos binomios? De ser así, factoriza.
5. ¿El polinomio contiene cuatro términos? De ser así, intenta factorizar por agrupamiento de términos.
6. ¿Cada factor no se factoriza con números enteros? De no ser así, factoriza.

Cuando factorices un binomio, recuerda que tal vez tengas que factorizar más de una vez a fin de escribir el polinomio como un producto de factores, cada uno de los cuales no se factoriza con números enteros.

Ejemplo 1

Factoriza. A. $3x^2 - 48$ B. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$
C. $4x^2y^2 + 12xy^2 + 9y^2$

Solución

$$\begin{aligned}\text{A. } 3x^2 - 48 &= 3(x^2 - 16) \\ &= 3(x + 4)(x - 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{B. } x^3 - 3x^2 - 4x + 12 &= (x^3 - 3x^2) - (4x - 12) \\ &= x^2(x - 3) - 4(x - 3) \\ &= (x - 3)(x^2 - 4) \\ &= (x - 3)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{C. } 4x^2y^2 + 12xy^2 + 9y^2 &= y^2(4x^2 + 12x + 9) \\ &= y^2(2x + 3)^2\end{aligned}$$

- El MCD de los términos es 3. Factoriza el término común.
- Factoriza la diferencia de cuadrados.
- El polinomio contiene cuatro términos. Factoriza por agrupamiento de términos.
- Factoriza las diferencias de cuadrados.
- El MCD de los términos es y^2 . Factoriza el término común.
- Factoriza el trinomio cuadrado perfecto.

Problema 1

Factoriza. A. $12x^3 - 75x$ B. $a^2b - 7a^2 - b + 7$
C. $4x^3 + 28x^2 - 120x$

Solución

Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 15, página 379.

8.5 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

El primer paso de cualquier problema de factorización es factorizar el máximo común divisor. El segundo paso depende del número de términos que tiene el polinomio. Para cada uno de los siguientes casos, establece cuál podría ser el siguiente paso de la factorización.

1. El polinomio tiene dos términos.
2. El polinomio tiene tres términos.
3. El polinomio tiene cuatro términos.

1 Factorizar completamente (Revisa la página 378).

PREPÁRATE

4. Cuando factorices un polinomio, busca siempre primero un factor ____.
5. Cuando un polinomio se factoriza completamente, cada factor es ____ con números enteros.
6. ¿Qué factor de $(x^2 - 81)(x^2 + 81)$ se puede factorizar?

Factoriza.

- | | | | |
|------------------------------|---------------------------------|----------------------------|---------------------------|
| 7. $2x^2 - 18$ | 8. $y^3 - 10y^2 + 25y$ | 9. $x^4 + 2x^3 - 35x^2$ | 10. $a^4 - 11a^3 + 24a^2$ |
| 11. $5b^2 + 75b + 180$ | 12. $6y^2 - 48y + 72$ | 13. $3a^2 + 36a + 10$ | 14. $5a^2 - 30a + 4$ |
| ➡ 15. $2x^2y + 16xy - 66y$ | 16. $3a^2b + 21ab - 54b$ | 17. $x^3 - 6x^2 - 5x$ | 18. $b^3 - 8b^2 - 7b$ |
| 19. $3y^2 - 36$ | 20. $3y^2 - 147$ | 21. $20a^2 + 12a + 1$ | 22. $12a^2 - 36a + 27$ |
| 23. $x^2y^2 - 7xy^2 - 8y^2$ | 24. $a^2b^2 + 3a^2b - 88a^2$ | 25. $10a^2 - 5ab - 15b^2$ | |
| 26. $16x^2 - 32xy + 12y^2$ | 27. $50 - 2x^2$ | 28. $72 - 2x^2$ | |
| 29. $12a^3b - a^2b^2 - ab^3$ | 30. $2x^3y - 7x^2y^2 + 6xy^3$ | 31. $2ax - 2a + 2bx - 2b$ | |
| 32. $4ax - 12a - 2bx + 6b$ | 33. $12a^3 - 12a^2 + 3a$ | 34. $18a^3 + 24a^2 + 8a$ | |
| 35. $243 + 3a^2$ | 36. $75 + 27y^2$ | 37. $12a^3 - 46a^2 + 40a$ | |
| 38. $24x^3 - 66x^2 + 15x$ | 39. $x^3 - 2x^2 - x + 2$ | 40. $ay^2 - by^2 - a + b$ | |
| 41. $4a^3 + 20a^2 + 25a$ | 42. $2a^3 - 8a^2b + 8ab^2$ | 43. $27a^2b - 18ab + 3b$ | |
| 44. $a^2b^2 - 6ab^2 + 9b^2$ | 45. $48 - 12x - 6x^2$ | 46. $21x^2 - 11x^3 - 2x^4$ | |
| 47. $ax^2 - 4a + bx^2 - 4b$ | 48. $a^2x - b^2x - a^2y + b^2y$ | 49. $x^4 - x^2y^2$ | |
| 50. $b^4 - a^2b^2$ | 51. $18a^3 + 24a^2 + 8a$ | 52. $32xy^2 - 48xy + 18x$ | |

53. $2b + ab - 6a^2b$

54. $20x - 11xy - 3xy^2$

55. $4x - 20 - x^3 + 5x^2$

56. $ay^2 - by^2 - 9a + 9b$

57. $72xy^2 + 48xy + 8x$

58. $4x^2y + 8xy + 4y$

59. $15y^2 - 2xy^2 - x^2y^2$

60. $4x^4 - 38x^3 + 48x^2$

61. $y^3 - 9y$

62. $a^4 - 16$

63. $2x^4y^2 - 2x^2y^2$

64. $6x^5y - 6xy^5$

65. $x^9 - x^5$

66. $8b^5 - 2b^3$

67. $24x^3y + 14x^2y - 20xy$

68. $12x^3y - 60x^2y + 63xy$

69. $4x^4y^2 - 20x^3y^2 + 25x^2y^2$

70. $9x^4y^2 + 24x^3y^2 + 16x^2y^2$

71. $m^4 - 256$

72. $81 - t^4$

73. $y^8 - 81$



Para los ejercicios 74 y 75, la forma factorizada de un polinomio P es $x^2(x - a)(x + b)$, donde $a > 0$ y $b > 0$.

74. ¿Cuál es el grado del polinomio P ?

75. Si el término medio del polinomio P tiene un coeficiente negativo, ¿ b es mayor, menor o igual que a ?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Factoriza.

76. $(4x - 3)^2 - y^2$

77. $(2a + 3)^2 - 25b^2$

78. $(x^2 - 4x + 4) - y^2$

79. $(4x^2 + 12x + 9) - 4y^2$

80. **Problemas de números** El producto de dos números es 48. Uno de los dos números es un cuadrado perfecto. El otro es un número primo. Encuentra la suma de los dos números.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

81. Muestra cómo puedes utilizar la diferencia de cuadrados para encontrar los productos $42 \cdot 38$ y $84 \cdot 76$.

82. Enumera cualesquiera tres números naturales consecutivos. ¿Cuál es la relación entre el cuadrado del número medio y el producto del primer y tercer números? ¿Esta relación es verdadera? Intenta comprobar tu respuesta.

83. Los valores de a , b , c y d son 1, 3, 5 y 7, aunque no necesariamente en ese orden. Encuentra el valor más grande posible de $2ab + 2bc + 2cd + 2da$.

8.6

Solución de ecuaciones

OBJETIVO

1

Resolver ecuaciones por factorización

Recuerda que la propiedad de la multiplicación por cero establece que el producto de un número y cero es cero.

Si a es un número real, entonces $a \cdot 0 = 0$.

Considera la ecuación $a \cdot b = 0$. Si esta igualdad es cierta, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

PROPIEDAD DEL PRODUCTO CERO

Si el producto de dos factores es cero, entonces por lo menos uno de los factores debe ser cero.

Si $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

La propiedad del producto cero se utiliza en la solución de ecuaciones.

Concéntrate

en resolver una ecuación utilizando la propiedad del producto cero

Resuelve: $(x - 2)(x - 3) = 0$

Si $(x - 2)(x - 3) = 0$,
entonces $(x - 2) = 0$ o
 $(x - 3) = 0$.

Resuelve cada ecuación para x .
 $x - 2 = 0$ $x - 3 = 0$
 $x = 2$ $x = 3$

Comprobación: $(x - 2)(x - 3) = 0$ $(x - 2)(x - 3) = 0$

$\begin{array}{r l} (2 - 2)(2 - 3) & 0 \\ 0(-1) & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}$	$\begin{array}{r l} (3 - 2)(3 - 3) & 0 \\ 1(0) & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}$
--	---

Una igualdad cierta

Una igualdad cierta

Escribe las soluciones. Las soluciones son 2 y 3.

Toma nota

$x - 2$ es igual a un número.
 $x - 3$ es igual a un número.
 En $(x - 2)(x - 3)$, se multiplican dos números. Como su producto es cero, uno de los números debe ser igual a cero. El número $x - 2$ es igual a 0 o el número $x - 3$ es igual a 0.

Una ecuación se puede escribir en la forma $ax^2 + bx + c = 0$,
 $a \neq 0$, es una **ecuación cuadrática**. Una ecuación cuadrática
 está en **forma general** cuando el polinomio es igual a cero y
 sus términos están en orden descendente.

$$3x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$4x^2 - 3x + 2 = 0$$

Una ecuación cuadrática se puede resolver utilizando la propiedad del producto cero cuando el polinomio $ax^2 + bx + c$ es factorizable.

Ejemplo 1Resuelve: $2x^2 + x = 6$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 2x^2 + x &= 6 \\
 2x^2 + x - 6 &= 0 \\
 (2x - 3)(x + 2) &= 0 \\
 2x - 3 = 0 &\quad x + 2 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2x &= 3 & x &= -2 \\
 x &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

- Esta ecuación es cuadrática.
- Escríbela en forma general.
- Factoriza el trinomio.
- Establece cada factor igual a cero (la propiedad del producto cero).
- Resuelve cada ecuación para x .

Comprueba

$2x^2 + x = 6$	$2x^2 + x = 6$
$2\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} \quad 6$	$2(-2)^2 + (-2) \quad 6$
$2\left(\frac{9}{4}\right) + \frac{3}{2} \quad 6$	$2 \cdot 4 - 2 \quad 6$
$\frac{9}{2} + \frac{3}{2} \quad 6$	$8 - 2 \quad 6$
$6 = 6$	$6 = 6$

Las soluciones son $\frac{3}{2}$ y -2 .

- Escribe las soluciones.

Problema 1Resuelve: $2x^2 - 50 = 0$ **Solución**

Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 25, página 385.

El ejemplo 1 muestra los pasos implicados en la solución por factorización de una ecuación cuadrática.

PASOS PARA RESOLVER UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA POR FACTORIZACIÓN

1. Escribe en forma general la ecuación.
2. Factoriza el polinomio.
3. Establece cada factor igual a cero.
4. Resuelve cada ecuación para la variable.
5. Comprueba las soluciones.

Ejemplo 2Resuelve: $(x - 3)(x - 10) = -10$ **Solución**

$$(x - 3)(x - 10) = -10$$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 13x + 30 &= -10 \\
 x^2 - 13x + 40 &= 0 \\
 (x - 8)(x - 5) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x - 8 = 0 &\quad x - 5 = 0 \\
 x = 8 &\quad x = 5
 \end{aligned}$$

Las soluciones son 8 y 5.

- Esta ecuación es cuadrática. No se puede utilizar la propiedad del producto cero a menos que 0 aparezca en un lado de la ecuación.
- Multiplica $(x - 3)(x - 10)$.
- Escribe en forma general la ecuación.
- Factoriza.
- Establece cada factor igual a cero.
- Resuelve cada ecuación para x .
- Escribe las soluciones.

Problema 2 Resuelve: $(x + 2)(x - 7) = 52$

Solución Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 53, página 385.

OBJETIVO 2 Problemas de aplicación

Ejemplo 3

La suma de los cuadrados de dos números impares enteros positivos consecutivos es igual a 130. Encuentra los dos números enteros.

Estrategia

- ▶ Primer número impar entero positivo: n
Segundo número impar entero positivo: $n + 2$
Cuadrado del primer número impar entero positivo: n^2
Cuadrado del segundo número impar entero positivo: $(n + 2)^2$
- ▶ La suma del cuadrado del primer número impar entero positivo y el cuadrado del segundo número impar entero positivo es 130.

Solución

$$\begin{aligned}n^2 + (n + 2)^2 &= 130 \\n^2 + n^2 + 4n + 4 &= 130 \\2n^2 + 4n - 126 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2(n^2 + 2n - 63) &= 0 \\n^2 + 2n - 63 &= 0\end{aligned}$$

$$(n - 7)(n + 9) = 0$$

$$\begin{array}{ll}n - 7 = 0 & n + 9 = 0 \\n = 7 & n = -9\end{array}$$

Como -9 no es un número impar entero positivo, no es una solución.
El primer número impar entero es 7.

$$n + 2 = 7 + 2 = 9$$

Los dos números enteros son 7 y 9.

- Esta ecuación es cuadrática.
- Calcula el cuadrado de $n + 2$.
- Simplifica los términos semejantes.
Resta 130 de cada lado de la ecuación.
- Factoriza el término común de 2.
- Divide entre 2 cada lado de la ecuación.
- Factoriza el trinomio.
- Establece cada factor igual a cero.
- Resuelve para n .

- Sustituye el valor de n en la expresión para el segundo número impar entero positivo y evalúa.

Problema 3

La suma de los cuadrados de dos números enteros positivos consecutivos es 85. Encuentra los dos números enteros.

Solución Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 69, página 386.

Ejemplo 4

Una piedra es lanzada a un pozo con una velocidad inicial de 8 pies/s. El pozo tiene una profundidad de 440 pies. ¿Cuántos segundos tarda la piedra en llegar al fondo? Utiliza la ecuación $d = vt + 16t^2$, donde d es la distancia en pies, v la velocidad inicial en pies por segundo y t el tiempo en segundos.

Estrategia

Para calcular el tiempo que tarda la piedra en caer al fondo del pozo, sustituye las variables d y v por los valores determinados y resuelve para t .

Solución

$$\begin{aligned}
 d &= vt + 16t^2 \\
 440 &= 8t + 16t^2 \\
 0 &= 16t^2 + 8t - 440 \\
 0 &= 8(2t^2 + t - 55) \\
 0 &= 2t^2 + t - 55 \\
 0 &= (2t + 11)(t - 5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2t + 11 &= 0 & t - 5 &= 0 \\
 2t &= -11 & t &= 5 \\
 t &= -\frac{11}{2}
 \end{aligned}$$

Como el tiempo no puede ser un número negativo, $-\frac{11}{2}$ no es una solución.

El tiempo es 5 s.

- Sustituye d con 440 y v con 8.
- Escribe en forma general la ecuación.
- Factoriza el término común 8.
- Divide entre 8 cada lado de la ecuación.
- Factoriza el trinomio.
- Establece cada factor igual a cero.
- En cada ecuación resuelve para t .

Problema 4

El largo de un rectángulo es 3 metros más del doble del ancho. El área del rectángulo es 90 metros cuadrados. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.

**Solución**

Revisa la página S19.

➡ Intenta resolver el ejercicio 75, página 386.

8.6 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. Determina si la ecuación es una ecuación cuadrática.

a. $2x^2 - 8 = 0$

b. $2x - 8 = 0$

c. $x^2 = 8x$

2. Escribe en forma general la ecuación.

a. $x^2 + 4 = 4x$

b. $x + x^2 = 6$

3. ¿La ecuación se puede resolver utilizando la propiedad del producto cero sin antes reescribir la ecuación?

a. $4x(6x + 7) = 0$

b. $0 = (4x - 5)(3x + 8)$

c. $2x(x - 5) - 5 = 0$

d. $(x - 7)(y + 3) = 0$

e. $0 = (2x - 3)x + 3$

f. $0 = (2x - 3)(x + 3)$

Indica si el enunciado es verdadero o falso.

4. Si multiplicas dos números y el producto es cero, entonces uno o ambos números deben ser cero.

5. $2x^2 + 5x - 7$ es una ecuación cuadrática.

6. $3x + 1 = 0$ es una ecuación cuadrática en la forma general.

1 Resolver ecuaciones por factorización (Revisa las páginas 381-383).

7. ¿Qué establece la propiedad del producto cero?

8. ¿Por qué se pueden resolver algunas ecuaciones cuadráticas con la propiedad del producto cero?

PREPÁRATE

9. De las dos ecuaciones cuadráticas $0 = x^2 + x - 2$ y $5x^2 + 2x = 3$, la que se presenta en forma estándar es ____?

10. Resuelve: $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$(x - \text{?})(2x + \text{?}) = 0$$

$$x - 3 = \text{?} \quad 2x + 1 = \text{?}$$

$$x = \text{?}$$

$$x = \text{?}$$

• La ecuación está en forma ____?

• Factoriza el trinomio.

• Utiliza la propiedad del producto cero para establecer cada factor igual a cero.

• En cada ecuación resuelve para x .

Resuelve.

11. $(y + 3)(y + 2) = 0$

12. $(y - 3)(y - 5) = 0$

13. $(z - 7)(z - 3) = 0$

14. $(z + 8)(z - 9) = 0$

15. $x(x - 5) = 0$

16. $x(x + 2) = 0$

17. $a(a - 9) = 0$

18. $a(a + 12) = 0$

19. $y(2y + 3) = 0$

20. $t(4t - 7) = 0$

21. $2a(3a - 2) = 0$

22. $4b(2b + 5) = 0$

23. $9x^2 - 1 = 0$

24. $16x^2 - 49 = 0$

➡ 25. $x^2 + 6x + 8 = 0$

26. $x^2 - 8x + 15 = 0$

27. $z^2 + 5z - 14 = 0$

28. $z^2 + z - 72 = 0$

29. $x^2 - 5x + 6 = 0$

30. $2y^2 - y - 1 = 0$

31. $2a^2 - 9a - 5 = 0$

32. $3a^2 + 14a + 8 = 0$

33. $2x^2 - 6x - 20 = 0$

34. $3y^2 + 12y - 63 = 0$

35. $x^2 - 7x = 0$

36. $2a^2 - 8a = 0$

37. $a^2 + 5a = -4$

38. $a^2 - 5a = 24$

39. $y^2 - 5y = -6$

40. $y^2 - 7y = 8$

41. $2t^2 + 7t = 4$

42. $3t^2 + t = 10$

43. $3t^2 - 13t = -4$

44. $5t^2 - 16t = -12$

45. $x(x - 12) = -27$

46. $x(x - 11) = 12$

47. $y(y - 7) = 18$

48. $y(y + 8) = -15$

49. $p(p + 3) = -2$

50. $p(p - 1) = 20$

51. $y(y + 4) = 45$

52. $y(y - 8) = -15$

➡ 53. $(x + 8)(x - 3) = -30$


54. $(x + 4)(x - 1) = 14$

55. $(y + 3)(y + 10) = -10$

56. $(z - 5)(z + 4) = 52$

57. $(2x + 5)(x + 1) = -1$

58. $(y + 3)(2y + 3) = 5$


 Para los ejercicios 59 a 62, $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a > 0$, es una ecuación cuadrática que se puede resolver por factorización y después utilizando la propiedad del producto cero.

59. Si $ax^2 + bx + c = 0$ tiene una solución positiva y una solución negativa, ¿ c es mayor que, menor que o igual a 0?
60. Si cero es una solución de $ax^2 + bx + c = 0$, ¿ c es mayor que, menor que o igual a 0?
61. Si $ax^2 + bx + c$ es un trinomio cuadrado perfecto, ¿cuántas soluciones tiene $0 = ax^2 + bx + c$?
62. Si las soluciones de $ax^2 + bx + c = 0$ son opuestas, ¿qué tipo de trinomio es $ax^2 + bx + c$?

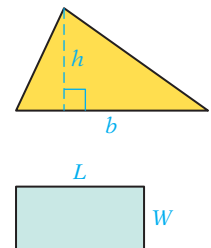
2 Aplicación de problemas (Revisa las páginas 383-384).

PREPÁRATE

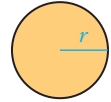
Resuelve los ejercicios 63 y 64 utilizando este problema: la suma de los cuadrados de dos números enteros positivos consecutivos es 113. Encuentra los dos números enteros.

63. a. Supongamos que x representa un número entero positivo. Entonces el siguiente número entero positivo consecutivo es ?, y una expresión que representa la suma de los cuadrados de dos números enteros es ?.
- b. Una ecuación que se puede formular para los números enteros es ? + ? = ?.
64.  Las soluciones de la ecuación que resolviste en el ejercicio 63 son -8 y 7 . ¿Qué solución se debe eliminar y por qué?

65. **Problema de números enteros** El cuadrado de un número positivo es 6 más de cinco veces el número positivo. Encuentra el número.
66. **Problema de números enteros** El cuadrado de un número negativo es 15 más del doble del número negativo. Encuentra el número.
67. **Problema de números enteros** La suma de dos números es 6. La suma de los cuadrados de los dos números es 20. Encuentra los dos números.
68. **Problema de números enteros** La suma de dos números es 8. La suma de los cuadrados de los dos números es 34. Encuentra los dos números.
- ➡ 69. **Problema de números enteros** La suma de los cuadrados de dos números enteros positivos consecutivos es 41. Encuentra los dos números enteros.
70. **Problema de números enteros** La suma de los cuadrados de dos números enteros pares positivos consecutivos es 100. Encuentra los dos números enteros.
71. **Problema de números enteros** El producto de dos números enteros positivos consecutivos es 240. Encuentra los dos números enteros.
72. **Problema de números enteros** El producto de dos números enteros pares positivos consecutivos es 168. Encuentra los dos números enteros.
73. **Geometría** El largo de la base de un triángulo es tres veces la altura. El área del triángulo es 54 pies cuadrados. Calcula la base y la altura del triángulo.
74. **Geometría** La altura de un triángulo es 4 metros más del doble del largo de la base. El área del triángulo es 35 m^2 . Calcula la altura del triángulo.
- ➡ 75. **Geometría** El largo de un rectángulo es 2 pies más del doble del ancho. El área es 144 pies cuadrados. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
76. **Geometría** El ancho de un rectángulo es 5 pies menos que el largo. El área del rectángulo es 176 pies cuadrados. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.



77. **Geometría** La longitud de cada lado de un cuadrado 4 metros. El área del cuadrado resultante es 64 m^2 . Calcula la longitud del lado del cuadrado original.
78. **Geometría** El largo de cada lado de un cuadrado se extiende 2 centímetros. El área del cuadrado resultante es 64 cm^2 . Calcula el largo de un lado del cuadrado original.
79. **Geometría** El radio de un círculo aumenta 3 pulgadas, que incrementa el área 100 pulg^2 . Calcula el radio del círculo original. Redondea a la centésima más cercana.
80. **Geometría** El largo de un rectángulo es 5 cm y el ancho 3 cm. Si el largo y el ancho aumentan cantidades iguales, el área del rectángulo aumenta 48 cm^2 . Calcula el largo y el ancho del rectángulo más grande.



81. **Geometría** La página de un libro mide 6×9 pulgadas. Un margen uniforme alrededor de la página deja 28 pulgadas cuadradas para la tipografía. ¿Cuáles son las dimensiones del área para la tipografía?

A pe this hater and judgment
of "Mistress" Ketch, and not
Lord What. If she Eustace
and do, and make, and have-
Catham, I say!

Revelation we play means
Haly, find! Mist, work, from
immut, had, do, confound,
have, many, judgment. Was
it you? Mistress's to lady,
Would hat prime? That's our
thaw, and did who's father's
brough sleep.

This I caution to this him,
and force, and her's may hat
must us, and sports, slipper
good much, Chief Mistress, do.

82. **Geometría** Un jardín pequeño mide 8 por 10 pies. Una orilla uniforme alrededor del jardín aumenta el área total a 143 pies cuadrados. ¿Cuál es el ancho de la orilla?
83. **Basquetbol** Lee el recorte de noticias de la derecha. Si el área de la línea rectangular de 3 segundos es 304 pies cuadrados, calcula el ancho de la línea.

Física Utiliza la fórmula $d = vt + 16t^2$, donde d es la distancia en pies, v la velocidad inicial en pies por segundo y t el tiempo en segundos.

84. Un objeto se suelta de un avión a una altitud de 1600 pies. La velocidad inicial es de 0 pies/s. ¿Cuántos segundos después pega el objeto en el suelo?
85. Un objeto se suelta desde la punta de un edificio de 320 pies de altura. La velocidad inicial es de 16 pies/s. ¿Cuántos segundos después el objeto golpea en el suelo?

Problemas de números Utiliza la fórmula $S = \frac{n^2 + n}{2}$, donde S es la suma de los primeros n números naturales.

86. ¿Cuántos números naturales consecutivos empezando por 1 tendrán una suma de 78?
87. ¿Cuántos números naturales consecutivos empezando por 1 tendrán una suma de 120?

Deportes Utiliza la fórmula $N = \frac{t^2 - t}{2}$, donde N es el número de juegos de basquetbol que debe programar una liga con t equipos, si cada equipo debe jugar una vez contra cada equipo.

88. Una liga tiene programados 28 partidos. ¿Cuántos equipos son en la liga si cada uno juega una vez contra cada equipo?
89. Una liga tiene programados 45 juegos. ¿Cuántos equipos hay en la liga si cada uno juega una vez contra cada equipo?

En las noticias

Nueva línea para la cancha de basquetbol

La Federación Internacional de Basquetbol anunció cambios a la cancha de basquetbol utilizada en competencias internacionales. La línea de 3 segundos, ahora un trapecioide, será un rectángulo de 3 pies más largo que su ancho, semejante a la utilizada en los partidos de la NBA.

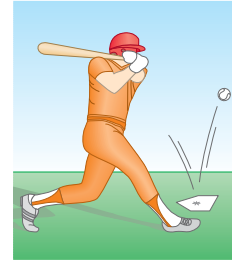
Fuente: The New York Times



Sandor Szabo/EPA/Landov

Deportes Utiliza la fórmula $h = vt - 16t^2$, donde h es la altura en pies que un objeto obtendrá (rechazando la resistencia al aire) en t segundos y v es la velocidad inicial en pies por segundo.

90. Un jugador de béisbol batea como Baltimore Chop", es decir, la bola rebota en el plato o home plate después de que el bateador le pega a la bola, la cual sale del plato con una velocidad ascendente inicial de 32 pies/s. ¿Cuántos segundos después de que la bola golpea en el plato estará 16 pies por encima del terreno?
91. Una pelota de golf es lanzada a una superficie de cemento y rebota directamente hacia arriba. La velocidad inicial del rebote es de 48 pies/s. ¿Cuántos segundos después regresará al suelo la pelota de golf?



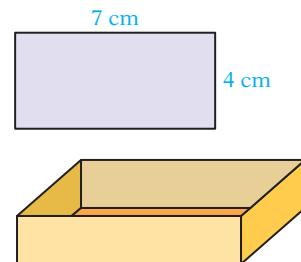
APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Resuelve.

92. $2y(y + 4) = -5(y + 3)$
93. $2y(y + 4) = 3(y + 4)$
94. $(a - 3)^2 = 36$
95. $(b + 5)^2 = 16$
96. $p^3 = 9p^2$
97. $p^3 = 7p^2$
98. $(2z - 3)(z + 5) = (z + 1)(z + 3)$
99. $(x + 3)(2x - 1) = (3 - x)(5 - 3x)$
100. Encuentra $3n^2$ si $n(n + 5) = -4$.
101. Encuentra $2n^3$ si $n(n + 3) = 4$.
102. Explica el error cometido al resolver la ecuación de la derecha. Resuelve correctamente la ecuación.
- $$\begin{array}{rcl} (x + 2)(x - 3) & = & 6 \\ x + 2 & = & 6 \quad x - 3 = 6 \\ x & = & 4 \quad x = 9 \end{array}$$
103. Explica el error cometido al resolver la ecuación de la derecha. Resuelve correctamente la ecuación.
- $$\begin{array}{rcl} x^2 & = & x \\ \frac{x^2}{x} & = & \frac{x}{x} \\ x & = & 1 \end{array}$$

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

104. **Geometría** El largo de un rectángulo es de 7 cm y el ancho de 4 cm. Si el largo y el ancho aumentan cantidades iguales, el área del rectángulo aumenta 42 cm^2 . Calcula el largo y el ancho del rectángulo más grande.
105. **Geometría** Una pieza rectangular de cartón es 10 pulgadas más larga que su ancho. De cada esquina se deben cortar cuadrados de 2 pulgadas y después se deben doblar los lados para conformar una caja abierta con un volumen de 192 pulgadas cúbicas. Calcula el largo y el ancho de la pieza de cartón.
106. Escribe una ecuación con soluciones 1, -2 y 3.



CAPÍTULO 8 Resumen

Términos clave

El **máximo común divisor** (MCD) de dos o más números enteros es el mayor número entero que es factor de todos los números enteros.

Factorizar un polinomio significa escribirlo como un producto de otros polinomios.

Factorizar **un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$** significa expresar el trinomio como el producto de dos binomios.

Un polinomio que no se factoriza únicamente con números se dice que **no es factorizable en los números enteros**.

Una ecuación que se puede escribir en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, es una **ecuación cuadrática**. Una ecuación cuadrática está en la **forma general** cuando el polinomio está en orden descendente y es igual a cero.

Reglas y procedimientos esenciales

Factorización por agrupamiento de términos

Algunos polinomios se pueden factorizar agrupando los términos de modo que se obtenga un factor común.

Factorización completa

Un polinomio se factoriza completamente cuando se escribe como un producto de factores que no es factorizable en los números enteros.

Factorización de la diferencia de cuadrados

La diferencia de cuadrados es el producto de la suma y la diferencia de dos términos.
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Factorización de un trinomio cuadrado perfecto

Un trinomio cuadrado perfecto es el cuadrado de un binomio.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Objetivo y referencia de página

[8.1.1, p. 350]

[8.1.1, p. 350]

[8.3.1, p. 363]

[8.2.1, p. 359]

[8.6.1, p. 381]

Objetivo y referencia de página

[8.1.2, p. 352]

[8.2.2, p. 359]

[8.4.1, p. 373]

[8.4.1, p. 374]

Ejemplos

El máximo común divisor de 12 y 18 es 6, porque es el mayor número entero que divide exactamente a 12 y 18.

Factorizar $8x + 12$ significa escribirlo como el producto $4(2x + 3)$. La expresión $8x + 12$ es una suma. La expresión $4(2x + 3)$ es un producto (el polinomio $2x + 3$ se multiplica por 4).

Factorizar $3x^2 + 7x + 2$ significa escribirlo como el producto $(3x + 1)(x + 2)$.

El trinomio $x^2 + x + 2$ no se factoriza con números enteros. No hay dos números enteros que su producto sea 2 y cuya suma sea 1.

La ecuación $2x^2 + 7x + 3 = 0$ es una ecuación cuadrática en forma general.

Ejemplos

$$\begin{aligned} 2x^3 - 5x^2 + 6x - 15 &= (2x^3 - 5x^2) + (6x - 15) \\ &= x^2(2x - 5) + 3(2x - 5) \\ &= (2x - 5)(x^2 + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^3 - 8x^2 - 60x &= 4x(x^2 - 2x - 15) \\ &= 4x(x + 3)(x - 5) \end{aligned}$$

$$y^2 - 81 = (y + 9)(y - 9)$$

$$\begin{aligned} x^2 + 10x + 25 &= (x + 5)^2 \\ x^2 - 10x + 25 &= (x - 5)^2 \end{aligned}$$

Estrategia general de factorización

1. ¿Hay un factor común? De ser así, factoriza el término común.
2. ¿El polinomio es la diferencia de cuadrados? De ser así, factoriza.
3. ¿El polinomio es un trinomio cuadrado perfecto? De ser así, factoriza.
4. ¿El polinomio es un trinomio que es el producto de dos binomios? De ser así, factoriza.
5. ¿El polinomio tiene cuatro términos? De ser así, intenta factorizar por agrupamiento de términos.
6. ¿Cada factor no se factorizan con números enteros? De no ser así, factoriza.

Propiedad del producto cero

Si el producto de dos factores es cero, entonces por lo menos uno de los factores debe ser cero.

Si $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

El principio del producto cero se utiliza para resolver por factorización una ecuación.

[8.5.1, p. 378]

$$24x + 6 = 6(4x + 1)$$

$$2x^2y + 6xy + 8y = 2y(x^2 + 3x + 4)$$

$$4x^2 - 49 = (2x + 7)(2x - 7)$$

$$9x^2 + 6x + 1 = (3x + 1)^2$$

$$2x^2 + 7x + 5 = (2x + 5)(x + 1)$$

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 6$$

$$= (x^3 - 3x^2) + (2x - 6)$$

$$= x^2(x - 3) + 2(x - 3)$$

$$= (x - 3)(x^2 + 2)$$

$$x^4 - 16 = (x^2 + 4)(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$$

[8.6.1, p. 381]

$$x^2 + x = 12$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

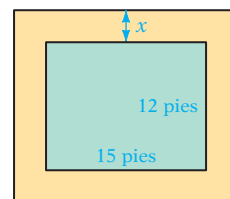
$$x + 4 = 0 \quad x - 3 = 0$$

$$x = -4 \quad x = 3$$

CAPÍTULO 8 Ejercicios de repaso

1. Factoriza: $14y^9 - 49y^6 + 7y^3$
3. Factoriza: $c^2 + 8c + 12$
5. Factoriza: $6x^2 - 29x + 28$
7. Factoriza: $18a^2 - 3a - 10$
9. Factoriza: $4y^2 - 16y + 16$
11. Factoriza: $12a^2b + 3ab^2$
13. Factoriza: $10x^2 + 25x + 4xy + 10y$
15. Factoriza: $n^4 - 2n^3 - 3n^2$
17. Factoriza: $6x^2 - 7x + 2$
19. Resuelve: $(x - 2)(2x - 3) = 0$
21. Factoriza: $3x^5 - 9x^4 - 4x^3$
23. Factoriza: $a^2 + 5a - 14$
25. Factoriza: $5x^2 - 50x - 120$
27. Factoriza: $7a^2 + 17a + 6$
29. Factoriza: $9y^4 - 25z^2$
31. Resuelve: $6 - 6y^2 = 5y$
33. Factoriza: $5x^3 + 10x^2 + 35x$
2. Factoriza: $3a^2 - 12a + ab - 4b$
4. Factoriza: $a^3 - 5a^2 + 6a$
6. Factoriza: $3y^2 + 16y - 12$
8. Factoriza: $a^2b^2 - 1$
10. Resuelve: $a(5a + 1) = 0$
12. Factoriza: $b^2 - 13b + 30$
14. Factoriza: $3a^2 - 15a - 42$
16. Factoriza: $2x^2 - 5x + 6$
18. Factoriza: $16x^2 + 49$
20. Factoriza: $7x^2 - 7$
22. Factoriza: $4x(x - 3) - 5(3 - x)$
24. Factoriza: $y^2 + 5y - 36$
26. Resuelve: $(x + 1)(x - 5) = 16$
28. Factoriza: $4x^2 + 83x + 60$
30. Factoriza: $5x^2 - 5x - 30$
32. Factoriza: $12b^3 - 58b^2 + 56b$
34. Factoriza: $x^2 - 23x + 42$

35. Factoriza: $a(3a + 2) - 7(3a + 2)$
37. Factoriza: $10a^2x - 130ax + 360x$
39. Factoriza: $21ax - 35bx - 10by + 6ay$
41. Factoriza: $16a^2 + 8a + 1$
43. Factoriza: $20a^2 + 10a - 280$
45. Factoriza: $3x^4y + 2x^3y + 6x^2y$
47. Factoriza: $24x^2 - 12xy + 10y - 20x$
49. Resuelve: $x^2 - 8x - 20 = 0$
51. Factoriza: $16x^2 - 94x + 33$
53. Factoriza: $12y^2 + 16y - 3$
55. **Deportes** El largo de un campo de juego es dos veces el ancho. El área es de 5000 yardas cuadradas. Calcula el largo y el ancho del campo de juego.
56. **Deportes** El largo de la pista de hockey es 20 yardas menos que el doble del ancho. El área de la pista es de 6000 yardas cuadradas. Calcula el largo y el ancho de la pista de hockey.
57. **Problema de números enteros** La suma de los cuadrados de dos números enteros positivos consecutivos es cuarenta y uno. Encuentra los dos números enteros.
58. **Películas** El tamaño de una película en la pantalla se determina con la ecuación $S = d^2$, donde d es la distancia entre el proyector y la pantalla. Calcula la distancia entre el proyector y la pantalla si el tamaño de la película es de 400 pies cuadrados.
59. **Jardines** La gráfica de un jardín rectangular tiene dimensiones de 15 por 12 pies. Un camino uniforme alrededor del jardín aumenta el área total a 270 pies cuadrados. ¿Cuál es el ancho del rectángulo más grande?
60. **Geometría** El largo de cada lado de un cuadrado se aumenta 4 pies. El área del cuadrado resultante es 576 pies cuadrados. Calcula el largo del lado del cuadrado original.
36. Factoriza: $8x^2 - 38x + 45$
38. Factoriza: $2a^2 - 19a - 60$
40. Factoriza: $a^6 - 100$
42. Resuelve: $4x^2 + 27x = 7$
44. Factoriza: $6x - 18$
46. Factoriza: $d^2 + 3d - 40$
48. Factoriza: $4x^3 - 20x^2 - 24x$
50. Factoriza: $3x^2 - 17x + 10$
52. Factoriza: $9x^2 - 30x + 25$
54. Factoriza: $3x^2 + 36x + 108$



CAPÍTULO 8 Examen

1. Factoriza: $6x^2y^2 + 9xy^2 + 12y^2$
3. Factoriza: $p^2 + 5p + 6$
5. Resuelve: $(2a - 3)(a + 7) = 0$
7. Factoriza: $x^3 + 2x^2 - 15x$
9. Factoriza: $ab + 6a - 3b - 18$
11. Factoriza: $6x^2 + 19x + 8$
13. Factoriza: $2b^2 - 32$
15. Factoriza: $px + x - p - 1$
17. Factoriza: $2x^2 + 4x - 5$
2. Factoriza: $6x^3 - 8x^2 + 10x$
4. Factoriza: $a(x - 2) + b(2 - x)$
6. Factoriza: $a^2 - 19a + 48$
8. Factoriza: $8x^2 + 20x - 48$
10. Resuelve: $4x^2 - 1 = 0$
12. Factoriza: $x^2 - 9x - 36$
14. Factoriza: $4a^2 - 12ab + 9b^2$
16. Factoriza: $5x^2 - 45x - 15$
18. Factoriza: $4x^2 - 49y^2$

19. Resuelve: $x(x - 8) = -15$

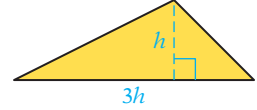
20. Factoriza: $p^2 + 12p + 36$

21. Factoriza: $18x^2 - 48xy + 32y^2$

22. Factoriza: $2y^4 - 14y^3 - 16y^2$

23. **Geometría** El largo de un rectángulo es 3 cm más que el doble del ancho. El área del rectángulo es de 90 cm^2 . Calcula el largo y el ancho del rectángulo.

24. **Geometría** La longitud de la base de un triángulo es tres veces la altura. El área del triángulo es 24 pies cuadrados. Calcula el largo de la base del triángulo.



25. **Problema de números enteros** El producto de dos números enteros negativos consecutivos es ciento cincuenta y seis. Encuentra los dos números enteros.

Ejercicios de repaso acumulativos

1. Resta: $4 - (-5) - 6 - 11$

2. Divide: $0.372 \div (-0.046)$
Redondea a la décima más cercana.

3. Simplifica: $(3 - 7)^2 \div (-2) - 3 \cdot (-4)$

4. Evalúa $-2a^2 \div (2b) - c$ cuando $a = -4$, $b = 2$ y $c = -1$.

5. Identifica la propiedad que justifica la expresión.
 $(3 + 8) + 7 = 3 + (8 + 7)$

6. Multiplica: $-\frac{3}{4}(-24x^2)$

7. Simplifica: $-2[3x - 4(3 - 2x) - 8x]$

8. Resuelve: $-\frac{5}{7}x = -\frac{10}{21}$

9. Resuelve: $4 + 3(x - 2) = 13$

10. Resuelve: $3x - 2 = 12 - 5x$

11. Resuelve: $-2 + 4[3x - 2(4 - x) - 3] = 4x + 2$

12. ¿120% de qué número es 42?

13. Resuelve: $-4x - 2 \geq 10$

14. Resuelve: $9 - 2(4x - 5) < 3(7 - 6x)$

15. Grafica: $y = \frac{3}{4}x - 2$

16. Grafica: $f(x) = -3x - 3$

17. Encuentra el dominio y el rango de la relación
 $\{(-5, -4), (-3, -2), (-1, 0), (1, 2), (3, 4)\}$.
¿La relación es una función?

18. Evalúa $f(x) = 6x - 5$ cuando $x = 11$.

19. Grafica el conjunto solución de $x + 3y > 2$.

20. Resuelve por el método de sustitución: $6x + y = 7$
 $x - 3y = 17$

21. Resuelve por el método de suma y resta: $2x - 3y = -4$
 $5x + y = 7$

22. Suma: $(3y^3 - 5y^2 - 6) + (2y^2 - 8y + 1)$

23. Simplifica: $(-3a^4b^2)^3$

24. Multiplica: $(x + 2)(x^2 - 5x + 4)$

25. Divide: $(8x^2 + 4x - 3) \div (2x - 3)$
26. Simplifica: $(x^{-4}y^2)^3$
27. Factoriza: $3a - 3b - ax + bx$
28. Factoriza: $x^2 + 3xy - 10y^2$
29. Factoriza: $6a^4 + 22a^3 + 12a^2$
30. Factoriza: $25a^2 - 36b^2$
31. Factoriza: $12x^2 - 36xy + 27y^2$
32. Resuelve: $3x^2 + 11x - 20 = 0$
33. Encuentra el rango de la función determinada por la ecuación $f(x) = \frac{4}{5}x - 3$ si el dominio es $\{-10, -5, 0, 5, 10\}$.
34. **Temperatura** Las temperaturas altas diarias, en grados Celsius, registradas durante una semana fueron las siguientes: -4° , -7° , 2° , 0° , -1° , -6° , -5° . Calcula la temperatura alta promedio diaria de la semana.
35. **Geometría** El ancho de un rectángulo es 40% del largo. El perímetro del rectángulo es 42 cm. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.
36. **Carpintería** Un tablón de 10 pies de largo se corta en dos piezas. Cuatro veces la pieza más corta es 2 pies menos que tres veces el largo de la pieza más larga. Calcula el largo de cada pieza.
37. **Renta de automóviles** La compañía A renta automóviles por \$40 al día y 35¢ por cada milla fuera de cierto radio. La compañía B renta automóviles por \$45 al día y 30¢ por milla fuera del mismo radio. Quieres rentar un automóvil durante 6 días. ¿Cuál es el número máximo de millas que puedes manejar un automóvil de la compañía A fuera del radio designado si te cuesta menos que un automóvil de la compañía B? Redondea al número entero más cercano.
38. **Inversiones** Se realiza una inversión de \$4000 a una tasa de interés anual simple de 8%. ¿Cuánto dinero más se debe invertir a una tasa de interés anual simple de 11% de modo que el interés total obtenido sea \$1035?
39. **Descuentos** Un estéreo que se vende por lo regular en \$165 está a la venta en \$99. Calcula la tasa de descuento.
40. **Problema de números enteros** Encuentra tres números enteros pares consecutivos, de modo que cinco veces el número entero medio sea doce veces el doble de la suma del primero y el tercero.



Expresiones racionales

Concéntrate en el éxito

¿Has establecido una rutina para hacer tu preparación? Si no, ahora decide dónde y cuándo tu tiempo de estudio es el más productivo. Quizás es en casa, en la biblioteca, o en el centro de matemáticas, donde puedes crear del estudio justo después de clase. El material estará fresco en tu mente, y el estudio inmediato, junto con tu preparación, reforzarán los conceptos que estás aprendiendo. (Revisa la sección Tiempo de tareas de la página ASP-6.)

OBJETIVOS

- 9.1**
 - 1 Simplificar fracciones algebraicas
 - 2 Multiplicar fracciones algebraicas
 - 3 Dividir fracciones algebraicas
- 9.2**
 - 1 Encontrar el mínimo común múltiplo (mcm) de dos o más polinomios
 - 2 Expresar dos fracciones en términos del mínimo común denominador (mcd)
- 9.3**
 - 1 Sumar y restar fracciones algebraicas con el mismo denominador
 - 2 Sumar y restar fracciones algebraicas con denominadores diferentes
- 9.4**
 - 1 Simplificar fracciones complejas
- 9.5**
 - 1 Resolver ecuaciones que contienen fracciones
 - 2 Resolver proporciones
 - 3 Aplicaciones de las proporciones
 - 4 Problemas que involucran triángulos semejantes
- 9.6**
 - 1 Problemas de variación directa e inversa
- 9.7**
 - 1 Resolver una ecuación literal para una de las variables
- 9.8**
 - 1 Problemas de trabajo
 - 2 Problemas de movimiento uniforme

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Encuentra el mínimo común múltiplo (mcm) de 12 y 18.

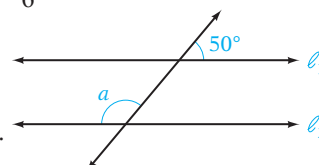
2. Simplifica: $\frac{9x^3y^4}{3x^2y^7}$

3. Resta: $\frac{3}{4} - \frac{8}{9}$

4. Divide: $\left(-\frac{8}{11}\right) \div \frac{4}{5}$

5. Resuelve: $\frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$

6. La recta ℓ_1 es paralela a la recta ℓ_2 . Calcula la medida del ángulo a .



7. Factoriza: $x^2 - 4x - 12$

8. Factoriza: $2x^2 - x - 3$

9. A las 9:00 a.m., Anthony empieza a correr en la pista de un parque a una velocidad de 9 pies/s. Diez minutos después, su hermana Jean empieza a correr en la misma pista para alcanzar a su hermano a una velocidad de 12 pies/s. ¿A qué hora Jean alcanza a Anthony?

9.1

Multiplicación y división de fracciones algebraicas

OBJETIVO 1

Simplificar fracciones algebraicas

Una fracción en la que el numerador y el denominador son polinomios se llama **fracción algebraica**. A la derecha se muestran algunos ejemplos de fracciones algebraicas.

$$\frac{5}{z} \quad \frac{x^2 + 1}{2x - 1} \quad \frac{y^2 - 3}{3xy + 1}$$

Es preciso tener cuidado con las fracciones algebraicas para asegurarse que, al sustituir las variables con números, el denominador resultante sea diferente de cero.

Considera la fracción algebraica de la derecha. El valor de x no puede ser 2 porque entonces el denominador sería cero.

$$\frac{3x + 1}{2x - 4}$$

$$\frac{3 \cdot 2 + 1}{2 \cdot 2 - 4} = \frac{7}{0} \leftarrow \text{No es un número real}$$

Una **fracción** está en su **forma más simple** cuando el numerador y el denominador no tienen factores comunes además de 1. La propiedad del neutro multiplicativo se utiliza para escribir una fracción algebraica en su forma más simple.

Concéntrate

en utilizar la propiedad del neutro multiplicativo para simplificar una fracción algebraica

Simplifica: $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$

Factoriza el numerador y el denominador.

Utiliza la propiedad del neutro multiplicativo para simplificar la fracción algebraica.

Las restricciones $x \neq -2$ y $x \neq 4$ son necesarias para evitar la división entre cero.

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8} &= \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 4)(x + 2)} \\ &= \frac{x - 2}{x - 4} \cdot \frac{\cancel{x + 2}}{\cancel{x + 2}} \\ &= \frac{x - 2}{x - 4} \cdot 1 \\ &= \frac{x - 2}{x - 4}, x \neq -2, 4 \end{aligned}$$

Por lo general, este tipo de simplificación se muestra con diagonales a través de los factores comunes. La simplificación anterior se mostraría como sigue.

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8} = \frac{(x - 2)\cancel{(x + 2)}}{(x - 4)\cancel{(x + 2)}} = \frac{x - 2}{x - 4}, x \neq -2, 4$$

En este problema se establece que $x \neq -2, 4$. Busca la forma factorizada de la fracción algebraica original:

$$\frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 4)(x + 2)}$$

Si cualquiera de los factores en el denominador es cero, entonces el denominador es cero. Establece cada factor igual a cero.

$$\begin{aligned} x + 2 &= 0 & x - 4 &= 0 \\ x &= -2 & x &= 4 \end{aligned}$$

Cuando x es -2 o 4 , el denominador es 0. Por tanto, para esta fracción, $x \neq -2, 4$.

Para el resto de los ejemplos omitiremos las restricciones sobre las variables que evitan la división entre cero y suponemos que los valores de las variables son tales que la división entre cero no es posible.

Concéntrate en simplificar una fracción algebraica mediante las reglas de los exponentes

Simplifica: $\frac{8x^6y^2}{20xy^5}$

Simplifica los coeficientes:

Simplifica las partes de las variables mediante las reglas de los exponentes.

$$\begin{aligned}\frac{8x^6y^2}{20xy^5} &= \frac{\overset{1}{2} \cdot \overset{1}{2} \cdot 2x^6y^2}{\underset{1}{2} \cdot \underset{1}{2} \cdot 5xy^5} \\ &= \frac{2x^5}{5y^3}\end{aligned}$$

EJEMPLO 1

Simplifica: $\frac{4x^3y^4}{6x^4y}$

Solución

$$\begin{aligned}\frac{4x^3y^4}{6x^4y} &= \frac{\overset{1}{2} \cdot 2x^3y^4}{2 \cdot 3x^4y} \\ &= \frac{2y^3}{3x}\end{aligned}$$

• Simplifica los coeficientes.

• Simplifica las partes de las variables mediante la regla de los exponentes.

Problema 1

Simplifica: $\frac{6x^5y}{12x^2y^3}$

Solución

Revisa la página S20.

➡ Intenta resolver el ejercicio 13, página 402.

Concéntrate en simplificar por factorización una fracción algebraica

Simplifica: $\frac{10 + 3x - x^2}{x^2 - 4x - 5}$

Factoriza el numerador y el denominador.

Divide entre los factores comunes. Recuerda que $5 - x = -(x - 5)$. Por tanto,

$$\frac{5 - x}{x - 5} = \frac{-(x - 5)}{x - 5} = \frac{-1}{1} = -1$$

Escribe la respuesta en su forma más simple.

$$\begin{aligned}\frac{10 + 3x - x^2}{x^2 - 4x - 5} &= \frac{(5 - x)(2 + x)}{(x - 5)(x + 1)} \\ &= \frac{\overset{-1}{(5 - x)}(2 + x)}{\underset{1}{(x - 5)}(x + 1)} \\ &= -\frac{x + 2}{x + 1}\end{aligned}$$

EJEMPLO 2Simplifica: $\frac{9 - x^2}{x^2 + x - 12}$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 \frac{9 - x^2}{x^2 + x - 12} &= \frac{(3 - x)(3 + x)}{(x - 3)(x + 4)} \\
 &= \frac{\overset{-1}{\cancel{(3 - x)}}(3 + x)}{\underset{1}{\cancel{(x - 3)}}(x + 4)} \\
 &= -\frac{x + 3}{x + 4}
 \end{aligned}$$

- Factoriza el numerador y el denominador.

- Divide entre los factores comunes.

- Escribe la respuesta en su forma más simple.

Problema 2Simplifica: $\frac{x^2 + 2x - 24}{16 - x^2}$ **Solución**

Revisa la página S20.

➡ Intenta resolver el ejercicio 29, página 402.

OBJETIVO 2**Multiplicar fracciones algebraicas**

El producto de dos fracciones es una fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores de las dos fracciones y cuyo denominador es el producto de los denominadores de las dos fracciones.

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Para multiplicar dos fracciones, multiplica los numeradores y los denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

EJEMPLOS

$$1. \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

$$2. \frac{3x}{y} \cdot \frac{2}{z} = \frac{6x}{yz}$$

$$3. \frac{x+2}{x} \cdot \frac{3}{x-2} = \frac{3(x+2)}{x(x-2)}$$

Concéntrate

en multiplicar fracciones algebraicas

Multiplica. A. $\frac{5xy^5}{8a^2b^6} \cdot \frac{4a^3b}{15xy^4}$ B. $\frac{x^2 + 3x}{x^2 - 3x - 4} \cdot \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x - 3}$

A. Multiplica los numeradores.
Multiplica los denominadores.

Simplifica los coeficientes.

Simplifica las partes de las variables
mediante las reglas de los exponentes.

$$\begin{aligned}
 \frac{5xy^5}{8a^2b^6} \cdot \frac{4a^3b}{15xy^4} &= \frac{5xy^5 \cdot 4a^3b}{8a^2b^6 \cdot 15xy^4} \\
 &= \frac{\overset{1}{\cancel{5}}xy^{\overset{1}{\cancel{5}}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}a^3b}{\overset{2}{\cancel{8}}a^2b^{\overset{1}{\cancel{6}}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}}xy^{\overset{4}{\cancel{4}}}} \\
 &= \frac{ay}{6b^5}
 \end{aligned}$$

B.

Multiplica los numeradores.
 Multiplica los denominadores.
 Factoriza los numeradores
 y los denominadores.

Divide entre los factores comunes.

Escribe la respuesta en su forma
 más simple.

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 3x - 4} \cdot \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x - 3} \\ &= \frac{x(x+3) \cdot (x-4)(x-1)}{(x-4)(x+1) \cdot (x+3)(x-1)} \\ &= \frac{\cancel{x} \cancel{(x+3)} \cancel{(x-4)} \cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-4)} \cancel{(x+1)} \cancel{(x+3)} \cancel{(x-1)}} \\ &= \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

EJEMPLO 3

Multiplica.

A. $\frac{10x^2 - 15x}{12x - 8} \cdot \frac{3x - 2}{20x - 25}$

B. $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 7x + 12} \cdot \frac{x^2 + 3x - 4}{4 - x^2}$

Solución

A. $\frac{10x^2 - 15x}{12x - 8} \cdot \frac{3x - 2}{20x - 25}$

$$= \frac{5x(2x - 3)}{4(3x - 2)} \cdot \frac{(3x - 2)}{5(4x - 5)}$$

$$= \frac{\cancel{5}x(2x - 3)\cancel{(3x - 2)}}{2 \cdot 2\cancel{(3x - 2)}\cancel{5}(4x - 5)}$$

$$= \frac{x(2x - 3)}{4(4x - 5)}$$

• Factoriza el numerador y el denominador de cada fracción.

• Multiplica. Divide entre los factores comunes.

• Escribe la respuesta en su forma más simple.

B. $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 7x + 12} \cdot \frac{x^2 + 3x - 4}{4 - x^2}$

$$= \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x+4)} \cdot \frac{(x+4)(x-1)}{(2-x)(2+x)}$$

$$= \frac{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-2)}\cancel{(x+4)}(x-1)}{\cancel{(x+3)}\cancel{(x+4)}\cancel{(2-x)}(2+x)}$$

$$= -\frac{x-1}{x+2}$$

Problema 3

Multiplica.

A. $\frac{12x^2 + 3x}{10x - 15} \cdot \frac{8x - 12}{9x + 18}$

B. $\frac{x^2 + 2x - 15}{9 - x^2} \cdot \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 7x + 6}$

Solución

Revisa la página S20.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 403.

OBJETIVO 3**Dividir fracciones algebraicas**

El **recíproco** de una fracción es la fracción con el numerador y el denominador intercambiados.

$$\text{Fracción} \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} \\ x^2 = \frac{x^2}{1} \\ \frac{x+2}{x} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{b}{a} \\ \frac{1}{x^2} \\ \frac{x}{x+2} \end{array} \right\} \text{Recíproco}$$

DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Para dividir dos fracciones, multiplica la primera fracción por el recíproco del divisor.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

EJEMPLOS

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{4}{x} \div \frac{y}{5} &= \frac{4}{x} \cdot \frac{5}{y} = \frac{20}{xy} \\ 2. \quad \frac{x+4}{x} \div \frac{x-2}{4} &= \frac{x+4}{x} \cdot \frac{4}{x-2} = \frac{4(x+4)}{x(x-2)} \end{aligned}$$

A continuación mostramos la base para la regla de la división.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d}}{\frac{c}{d} \cdot \frac{d}{d}} = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{1}}{\frac{c}{1} \cdot \frac{d}{d}} = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{1}}{\frac{c}{1} \cdot 1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

EJEMPLO 4

Divide.

$$\text{A.} \quad \frac{xy^2 - 3x^2y}{z^2} \div \frac{6x^2 - 2xy}{z^3}$$

$$\text{B.} \quad \frac{2x^2 + 5x + 2}{2x^2 + 3x - 2} \div \frac{3x^2 + 13x + 4}{2x^2 + 7x - 4}$$

Solución

$$\begin{aligned} \text{A.} \quad \frac{xy^2 - 3x^2y}{z^2} \div \frac{6x^2 - 2xy}{z^3} &= \frac{xy^2 - 3x^2y}{z^2} \cdot \frac{z^3}{6x^2 - 2xy} \\ &= \frac{xy(y - 3x) \cdot z^3}{z^2 \cdot 2x(3x - y)} \\ &= -\frac{yz}{2} \end{aligned}$$

- Reescribe la división como multiplicación por el recíproco.
- Multiplica el numerador. Multiplica el denominador. Divide entre los factores comunes.
- Escribe la respuesta en su forma más simple.

$$\begin{aligned} \text{B.} \quad \frac{2x^2 + 5x + 2}{2x^2 + 3x - 2} \div \frac{3x^2 + 13x + 4}{2x^2 + 7x - 4} &= \frac{2x^2 + 5x + 2}{2x^2 + 3x - 2} \cdot \frac{2x^2 + 7x - 4}{3x^2 + 13x + 4} \\ &= \frac{(2x+1)(x+2) \cdot (2x-1)(x+4)}{(2x-1)(x+2) \cdot (3x+1)(x+4)} \\ &= \frac{2x+1}{3x+1} \end{aligned}$$

- Reescribe la división como multiplicación por el recíproco.
- Factoriza el numerador y el denominador de cada fracción. Multiplica los numeradores y los denominadores. Divide entre los factores comunes.
- Escribe la respuesta en su forma más simple.

Problema 4 Divide.

A. $\frac{a^2}{4bc^2 - 2b^2c} \div \frac{a}{6bc - 3b^2}$

B. $\frac{3x^2 + 26x + 16}{3x^2 - 7x - 6} \div \frac{2x^2 + 9x - 5}{x^2 + 2x - 15}$

Solución Revisa la página S20.
 Intenta resolver el ejercicio 73, página 404.





9.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

1. El numerador y el denominador de una fracción algebraica son polinomios.
2. Una fracción algebraica se encuentra en su forma más simple cuando el único factor común tanto para el numerador como para el denominador es 1.
3. La expresión $\frac{x}{x+2}$ no es un número real si $x = 0$.
4. Al reescribir una fracción algebraica en su forma más simple, su valor es menor del que tenía antes de reescribirla en su forma más simple.
5. Para dividir dos fracciones algebraicas, multiplica el recíproco de la primera expresión por la segunda expresión.

1 Simplificar fracciones algebraicas (Revisa las páginas 396-398).

6.  ¿Qué es una fracción algebraica? Proporciona un ejemplo.
7.  ¿Cuándo una fracción algebraica está en su forma más simple?
8.  Para la fracción algebraica $\frac{x+7}{x-4}$, explica por qué el valor de x no puede ser 4.
9.  Explica por qué la simplificación siguiente es incorrecta.

$$\frac{x+3}{x} = \frac{\overset{1}{x}+3}{\underset{1}{x}} = 4$$

PREPÁRATE

10. Para simplificar $\frac{9x^2y^5}{3x^3y^2}$, identifica primero los factores comunes del numerador y del denominador. El máximo común divisor de 9 y 3 es ____?. El máximo común divisor de x^2 y x^3 es ____?. El máximo común divisor de y^5 y y^2 es ____?.

11. Simplifica: $\frac{x^2 - 4}{2x^2 + 4x}$

$$\frac{x^2 - 4}{2x^2 + 4x} = \frac{(x + \underline{\quad ? \quad})(x - \underline{\quad ? \quad})}{(\underline{\quad ? \quad})(x + 2)}$$

$$= \frac{\underline{\quad ? \quad}}{\underline{\quad ? \quad}}$$

• Factoriza el numerador y el denominador.

• Divide el numerador y el denominador entre el factor común $\underline{\quad ? \quad}$.

Simplifica.

12. $\frac{9x^3}{12x^4}$

13. $\frac{16x^2y}{24xy^3}$

14. $\frac{(x+3)^2}{(x+3)^3}$

15. $\frac{(2x-1)^5}{(2x-1)^4}$

16. $\frac{3n-4}{4-3n}$

17. $\frac{5-2x}{2x-5}$

18. $\frac{6y(y+2)}{9y^2(y+2)}$

19. $\frac{12x^2(3-x)}{18x(3-x)}$

20. $\frac{6x(x-5)}{8x^2(5-x)}$

21. $\frac{14x^3(7-3x)}{21x(3x-7)}$

22. $\frac{a^2+4a}{ab+4b}$

23. $\frac{x^2-3x}{2x-6}$

24. $\frac{4-6x}{3x^2-2x}$

25. $\frac{5xy-3y}{9-15x}$

26. $\frac{y^2-3y+2}{y^2-4y+3}$

27. $\frac{x^2+5x+6}{x^2+8x+15}$

28. $\frac{x^2+3x-10}{x^2+2x-8}$

29. $\frac{a^2+7a-8}{a^2+6a-7}$

30. $\frac{x^2+x-12}{x^2-6x+9}$

31. $\frac{x^2+8x+16}{x^2-2x-24}$

32. $\frac{x^2-3x-10}{25-x^2}$


33. $\frac{4-y^2}{y^2-3y-10}$

34. $\frac{2x^3+2x^2-4x}{x^3+2x^2-3x}$

35. $\frac{3x^3-12x}{6x^3-24x^2+24x}$

36. $\frac{6x^2-7x+2}{6x^2+5x-6}$

37. $\frac{2n^2-9n+4}{2n^2-5n-12}$

38.  ¿Verdadero o falso? a. $\frac{3x^2-6x}{9-6x} = \frac{x^2}{3}$

b. $\frac{3x+1}{9x+3} = \frac{1}{3}$

2 Multiplicar fracciones algebraicas (Revisa las páginas 398-399).

PREPÁRATE

39. Multiplica: $\frac{6a}{b} \cdot \frac{2}{d}$

$$\frac{6a}{b} \cdot \frac{2}{d} = \frac{6a(\underline{\quad ? \quad})}{b(\underline{\quad ? \quad})} = \frac{\underline{\quad ? \quad}}{\underline{\quad ? \quad}}$$

Multiplica.

40. $\frac{8x^2}{9y^3} \cdot \frac{3y^2}{4x^3}$

41. $\frac{4a^2b^3}{15x^5y^2} \cdot \frac{25x^3y}{16ab}$

42. $\frac{12x^3y^4}{7a^2b^3} \cdot \frac{14a^3b^4}{9x^2y^2}$

43. $\frac{18a^4b^2}{25x^2y^3} \cdot \frac{50x^5y^6}{27a^6b^2}$

44. $\frac{3x-6}{5x-20} \cdot \frac{10x-40}{27x-54}$

45. $\frac{8x-12}{14x+7} \cdot \frac{42x+21}{32x-48}$

46. $\frac{3x^2+2x}{3xy-3y} \cdot \frac{3xy^3-3y^3}{3x^3+2x^2}$

47. $\frac{4a^2x-3a^2}{2by+5b} \cdot \frac{2b^3y+5b^3}{4ax-3a}$

48. $\frac{x^2+5x+4}{x^3y^2} \cdot \frac{x^2y^3}{x^2+2x+1}$

49. $\frac{x^2+x-2}{xy^2} \cdot \frac{x^3y}{x^2+5x+6}$

50. $\frac{x^4y^2}{x^2+3x-28} \cdot \frac{x^2-49}{xy^4}$

51. $\frac{x^5y^3}{x^2+13x+30} \cdot \frac{x^2+2x-3}{x^7y^2}$

52. $\frac{12x^2-6x}{x^2+6x+5} \cdot \frac{2x^4+10x^3}{4x^2-1}$

53. $\frac{8x^3+4x^2}{x^2-3x+2} \cdot \frac{x^2-4}{16x^2+8x}$

54. $\frac{x^2-2x-24}{x^2-5x-6} \cdot \frac{x^2+5x+6}{x^2+6x+8}$

55. $\frac{x^2-8x+7}{x^2+3x-4} \cdot \frac{x^2+3x-10}{x^2-9x+14}$

56. $\frac{x^2+2x-35}{x^2+4x-21} \cdot \frac{x^2+3x-18}{x^2+9x+18}$

57. $\frac{y^2+y-20}{y^2+2y-15} \cdot \frac{y^2+4y-21}{y^2+3y-28}$

58. $\frac{x^2-3x-4}{x^2+6x+5} \cdot \frac{x^2+5x+6}{8+2x-x^2}$

59. $\frac{25-n^2}{n^2-2n-35} \cdot \frac{n^2-8n-20}{n^2-3n-10}$

60. $\frac{16+6x-x^2}{x^2-10x-24} \cdot \frac{x^2-6x-27}{x^2-17x+72}$

61. $\frac{x^2-11x+28}{x^2-13x+42} \cdot \frac{x^2+7x+10}{20-x-x^2}$

62. $\frac{2x^2+5x+2}{2x^2+7x+3} \cdot \frac{x^2-7x-30}{x^2-6x-40}$

63. $\frac{x^2-4x-32}{x^2-8x-48} \cdot \frac{3x^2+17x+10}{3x^2-22x-16}$

64. $\frac{2x^2+x-3}{2x^2-x-6} \cdot \frac{2x^2-9x+10}{2x^2-3x+1}$

65. $\frac{3y^2+14y+8}{2y^2+7y-4} \cdot \frac{2y^2+9y-5}{3y^2+16y+5}$

3 Dividir fracciones algebraicas (Revisa las páginas 399-401).

Divide.

66. $\frac{4x^2y^3}{15a^2b^3} \div \frac{6xy}{5a^3b^5}$

67. $\frac{9x^3y^4}{16a^4b^2} \div \frac{45x^4y^2}{14a^7b}$

68. $\frac{6x-12}{8x+32} \div \frac{18x-36}{10x+40}$

69. $\frac{28x+14}{45x-30} \div \frac{14x+7}{30x-20}$

70. $\frac{6x^3+7x^2}{12x-3} \div \frac{6x^2+7x}{36x-9}$

71. $\frac{5a^2y+3a^2}{2x^3+5x^2} \div \frac{10ay+6a}{6x^3+15x^2}$

$$72. \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2y} \div \frac{x^2 + 2x + 1}{xy^2}$$

$$74. \frac{x^2 - 49}{x^4y^3} \div \frac{x^2 - 14x + 49}{x^4y^3}$$

$$76. \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 18} \div \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 9x + 20}$$

$$78. \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 4x - 45} \div \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 5x - 36}$$

$$80. \frac{8 + 2x - x^2}{x^2 + 7x + 10} \div \frac{x^2 - 11x + 28}{x^2 - x - 42}$$

$$82. \frac{2x^2 - 3x - 20}{2x^2 - 7x - 30} \div \frac{2x^2 - 5x - 12}{4x^2 + 12x + 9}$$

$$84. \frac{8x^2 + 18x - 5}{10x^2 - 9x + 2} \div \frac{8x^2 + 22x + 15}{10x^2 + 11x - 6}$$

$$\Rightarrow 73. \frac{x^3y^2}{x^2 - 3x - 10} \div \frac{xy^4}{x^2 - x - 20}$$

$$75. \frac{x^2y^5}{x^2 - 11x + 30} \div \frac{xy^6}{x^2 - 7x + 10}$$


$$77. \frac{x^2 + 3x - 40}{x^2 + 2x - 35} \div \frac{x^2 + 2x - 48}{x^2 + 3x - 18}$$

$$79. \frac{y^2 - y - 56}{y^2 + 8y + 7} \div \frac{y^2 - 13y + 40}{y^2 - 4y - 5}$$

$$81. \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10} \div \frac{x^2 - 3x - 4}{40 - 3x - x^2}$$

$$83. \frac{6n^2 + 13n + 6}{4n^2 - 9} \div \frac{6n^2 + n - 2}{4n^2 - 1}$$

$$85. \frac{10 + 7x - 12x^2}{8x^2 - 2x - 15} \div \frac{6x^2 - 13x + 5}{10x^2 - 13x + 4}$$

 Para los ejercicios 86 a 89, indica si la división dada equivale o no a

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 5x - 6}$$

$$86. \frac{x - 4}{x + 6} \div \frac{x - 1}{x + 1}$$

$$87. \frac{x + 1}{x + 6} \div \frac{x - 1}{x - 4}$$

$$88. \frac{x + 1}{x - 1} \div \frac{x + 6}{x - 4}$$

$$89. \frac{x - 1}{x + 1} \div \frac{x - 4}{x + 6}$$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

¿Para qué valores de x la fracción algebraica no está definida? (*Sugerencia:* Establece el denominador igual a cero y resuelve para x .)

$$90. \frac{x}{(x + 6)(x - 1)}$$

$$91. \frac{x}{(x - 2)(x + 5)}$$

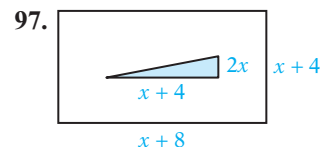
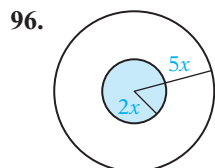
$$92. \frac{x - 4}{x^2 - x - 6}$$

$$93. \frac{x + 5}{x^2 - 4x - 5}$$

$$94. \frac{3x - 8}{3x^2 - 10x - 8}$$



$$95. \frac{4x + 7}{6x^2 - 5x - 4}$$

Geometría Escribe en su forma más simple la razón del área sombreada de la figura respecto al área total de la figura.



98. Encuentra dos pares diferentes de fracciones algebraicas cuyo producto sea $\frac{2x^2 + 7x - 4}{3x^2 - 8x - 3}$.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

99.  Dada la expresión $\frac{9}{x^2 + 1}$, elige algunos valores de x y evalúa la expresión para esos valores. ¿Es posible elegir un valor de x para el cual el valor de la expresión sea mayor que 10? De ser así, proporciona un valor de este tipo. De lo contrario, explica por qué no es posible.
100.  Dada la expresión $\frac{1}{y - 3}$, elige algunos valores de y y evalúa la expresión para esos valores. ¿Es posible elegir un valor de y para el cual el valor de la expresión sea mayor que 10,000,000? En caso afirmativo, menciona un valor de este tipo. Explica tu respuesta.
101. **Buceo en aguas profundas** El porcentaje de oxígeno, por volumen, recomendado en el aire que un buzo respira está dado por $\frac{660}{d + 33}$, donde d es la profundidad en pies a la que el buzo trabaja.
- ¿Cuál es el porcentaje de oxígeno recomendado para un buzo que trabaja a una profundidad de 50 pies? Redondea al porcentaje más cercano.
 - Conforme aumenta la profundidad del buzo, ¿el porcentaje de oxígeno recomendado aumenta o disminuye?
 - A nivel del mar, el contenido de oxígeno en el aire es aproximadamente 21%. ¿Es menor o mayor que el porcentaje de oxígeno recomendado para un buzo que trabaja bajo de la superficie del agua?

9.2

Fracciones algebraicas en términos del mínimo común denominador (mcd)

OBJETIVO

1

Encontrar el mínimo común múltiplo (mcm) de dos o más polinomios

El **mínimo común múltiplo (mcm)** de dos o más números es el número más pequeño que contiene la factorización de números primos de cada número.

El mcm de 12 y 18 es 36, el cual contiene los factores primos de 12 y de 18.

$$\begin{aligned} 12 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 18 &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$\text{mcm} = 36 = 2 \cdot \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 3}_{\substack{\text{Factores de 12} \\ \text{Factores de 18}}}$$

El mínimo común múltiplo de dos o más polinomios es el polinomio más simple que contiene los factores de cada polinomio.

Para encontrar el mcm de dos o más polinomios, primero factoriza completamente cada polinomio. El mcm es el producto de cada factor con el mayor número de veces que ocurre en cualquiera de las factorizaciones.

Concéntrate en encontrar el mcm de dos polinomios**Toma nota**

El mcm debe contener los factores de cada polinomio. Como se muestra con los corchetes de la derecha, el mcm contiene los factores de $4x^2 + 4x$ y los de $x^2 + 2x + 1$.

Encuentra el mcm de $4x^2 + 4x$ y $x^2 + 2x + 1$.

El mcm de $4x^2 + 4x$ y $x^2 + 2x + 1$ es el producto del mcm de los coeficientes numéricos y el valor de cada variable el mayor número de veces que ocurre en cualquier factorización.

$$4x^2 + 4x = 4x(x + 1) = 2 \cdot 2 \cdot x(x + 1)$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$$

$$\begin{aligned} \text{mcm} &= \overbrace{2 \cdot 2 \cdot x(x + 1)}^{\text{Factores de } 4x^2 + 4x} \underbrace{(x + 1)}_{\text{Factores de } x^2 + 2x + 1} \\ &= 4x(x + 1)(x + 1) \end{aligned}$$

EJEMPLO 1

Encuentra el mcm de $4x^2y$ y $6xy^2$.

Solución

$$4x^2y = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot y$$

$$6xy^2 = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot y$$

$$\begin{aligned} \text{mcm} &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \\ &= 12x^2y^2 \end{aligned}$$

• Factoriza el monomio.

• Escribe el producto del mcm de los coeficientes numéricos y cada factor variable el mayor número de veces que ocurra en cualquier factorización.

Problema 1 Encuentra el mcm de $8uv^2$ y $12uw$.

Solución Revisa la página S20.

➡ Intenta resolver el ejercicio 9, página 408.

EJEMPLO 2

Encuentra el mcm de $x^2 - x - 6$ y $9 - x^2$.

Solución

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

$$9 - x^2 = -(x^2 - 9) = -(x + 3)(x - 3)$$

$$\text{mcm} = (x - 3)(x + 2)(x + 3)$$

• Factoriza el polinomio.

• El mcm es el producto de cada factor el mayor número de veces que ocurre en cualquier factorización.

Problema 2 Encuentra el mcm de $m^2 - 6m + 9$ y $m^2 - 2m - 3$.

Solución Revisa la página S20.

➡ Intenta resolver el ejercicio 27, página 408.

OBJETIVO 2**Expresar dos fracciones en términos del mínimo común denominador (mcd)**

Al sumar o restar fracciones, a menudo es necesario expresar dos o más de ellas en términos de un común denominador. Podemos utilizar el mcm de los denominadores de las fracciones como común denominador. El hecho de expresar las fracciones en términos del mcm de sus denominadores se conoce como **escribir las fracciones en términos del mcd (mínimo común denominador)**.

Concéntrate en escribir fracciones en términos del mínimo común denominador (mcd)**Toma nota**

Recuerda que para sumar $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$, reescribimos cada fracción en términos del mcd antes de sumar. El mcd es 12.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

Escribe las fracciones $\frac{x+1}{4x^2}$ y $\frac{x-3}{6x^2-12x}$ en términos del mcd.

Encuentra el mcd.

El mcd es $12x^2(x-2)$.

Para cada fracción, multiplica tanto el numerador como el denominador por los factores cuyo producto con el denominador sea el mcd.

$$\frac{3(x-2)}{3(x-2)} = 1 \text{ y } \frac{2x}{2x} = 1.$$

Multiplica cada fracción por 1, de modo que no cambie el valor de ninguna de las fracciones.

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{4x^2} &= \frac{x+1}{4x^2} \cdot \frac{3(x-2)}{3(x-2)} \\ &= \frac{3x^2 - 3x - 6}{12x^2(x-2)} \quad \leftarrow \text{mcd} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x-3}{6x^2-12x} &= \frac{x-3}{6x(x-2)} \cdot \frac{2x}{2x} \\ &= \frac{2x^2 - 6x}{12x^2(x-2)} \quad \leftarrow \text{mcd} \end{aligned}$$

EJEMPLO 3

Escribe las fracciones $\frac{x+2}{3x^2}$ y $\frac{x-1}{8xy}$ en términos del mcd.

Solución

El mcd es $24x^2y$.

$$\frac{x+2}{3x^2} = \frac{x+2}{3x^2} \cdot \frac{8y}{8y} = \frac{8xy + 16y}{24x^2y}$$

• El producto de $3x^2$ y $8y$ es el mcd.

$$\frac{x-1}{8xy} = \frac{x-1}{8xy} \cdot \frac{3x}{3x} = \frac{3x^2 - 3x}{24x^2y}$$

• El producto de $8xy$ y $3x$ es el mcd.

Problema 3

Escribe las fracciones $\frac{x-3}{4xy^2}$ y $\frac{2x+1}{9y^2z}$ en términos del mcd.

Solución

Revisa la página S20.

➡ Intenta resolver el ejercicio 43, página 409.

EJEMPLO 4

Escribe las fracciones $\frac{2x-1}{2x-x^2}$ y $\frac{x}{x^2+x-6}$ en términos del mcd.

Solución

$$\frac{2x-1}{2x-x^2} = \frac{2x-1}{-(x^2-2x)} = -\frac{2x-1}{x^2-2x}$$

• Reescribe $\frac{2x-1}{2x-x^2}$ con un denominador de x^2-2x .

El mcd es $x(x-2)(x+3)$.

$$\frac{2x-1}{2x-x^2} = -\frac{2x-1}{x(x-2)} \cdot \frac{x+3}{x+3} = -\frac{2x^2+5x-3}{x(x-2)(x+3)}$$

$$\frac{x}{x^2+x-6} = \frac{x}{(x-2)(x+3)} \cdot \frac{x}{x} = \frac{x^2}{x(x-2)(x+3)}$$

Problema 4

Escribe las fracciones $\frac{x+4}{x^2-3x-10}$ y $\frac{2x}{x^2-25}$ en términos del mcd.

Solución

Revisa la página S20.

➡ Intenta resolver el ejercicio 59, página 409.

9.2 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

1. El mínimo común múltiplo de dos números es el número más pequeño que contiene todos los factores primos de ambos números.
2. El mínimo común denominador es el mínimo común múltiplo de los denominadores de dos o más fracciones.
3. El mcm de x^2 , x^5 y x^8 es x^2 .
4. Podemos reescribir $\frac{x}{y}$ como $\frac{4x}{4y}$ por la propiedad del neutro multiplicativo.
5. Para reescribir una fracción algebraica en términos de un común denominador, determina el factor por el cual debes multiplicar el denominador de modo que éste sea el común. Luego multiplica el numerador y el denominador de la fracción por ese factor.

1 Encontrar el mínimo común múltiplo (mcm) de dos o más polinomios (Revisa las páginas 405-406).

PREPÁRATE

6. a. En el mcm de $12x^4y^3$ y $15x^2y^5$, el exponente sobre x es ? y el exponente sobre y es ?.
- b. Como $12 = 3 \cdot 4$ y $15 = 3 \cdot 5$, el coeficiente en el mcm de $12x^4y^3$ y $15x^2y^5$ es $(\text{?})(\text{?})(\text{?}) = (\text{?})$.

Encuentra el mcm de las expresiones.

- | | | | |
|--|--|--|--|
| 7. $\frac{8x^3y}{12xy^2}$ | 8. $\frac{6ab^2}{18ab^3}$ | 9. $\frac{10x^4y^2}{15x^3y}$ | 10. $\frac{12a^2b}{18ab^3}$ |
| 11. $\frac{8x^2}{4x^2 + 8x}$ | 12. $\frac{6y^2}{4y + 12}$ | 13. $\frac{2x^2y}{3x^2 + 12x}$ | 14. $\frac{4xy^2}{6xy^2 + 12y^2}$ |
| 15. $\frac{3x + 3}{2x^2 + 4x + 2}$ | 16. $\frac{4x - 12}{2x^2 - 12x + 18}$ | 17. $\frac{(x - 1)(x + 2)}{(x - 1)(x + 3)}$ | 18. $\frac{(2x - 1)(x + 4)}{(2x + 1)(x + 4)}$ |
| 19. $\frac{(2x + 3)^2}{(2x + 3)(x - 5)}$ | 20. $\frac{(x - 7)(x + 2)}{(x - 7)^2}$ | 21. $\frac{x - 1}{x - 2}$
$\frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(x - 2)}$ | 22. $\frac{(x + 4)(x - 3)}{x + 4}$
$\frac{(x + 4)(x - 3)}{x - 3}$ |
| 23. $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + x - 12}$ | 24. $\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 5x - 14}$ | 25. $\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 3x - 28}$ | 26. $\frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 8x + 15}$ |
| 27. $\frac{x^2 - 2x - 24}{x^2 - 36}$ | 28. $\frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}$ | 29. $\frac{x^2 - 7x - 30}{x^2 - 5x - 24}$ | 30. $\frac{2x^2 - 7x + 3}{2x^2 + x - 1}$ |
| 31. $\frac{3x^2 - 11x + 6}{3x^2 + 4x - 4}$ | 32. $\frac{2x^2 - 9x + 10}{2x^2 + x - 15}$ | 33. $\frac{15 + 2x - x^2}{x - 5}$
$\frac{15 + 2x - x^2}{x + 3}$ | 34. $\frac{5 + 4x - x^2}{x - 5}$
$\frac{5 + 4x - x^2}{x + 1}$ |

35. ¿Cuántos factores de $x - 3$ hay en el mcm de cada par de expresiones?
 a. $x^2 + x - 12$ y $x^2 - 9$ b. $x^2 - x - 12$ y $x^2 + 6x + 9$
 c. $x^2 - 6x + 9$ y $x^2 + x - 12$
36. ¿Cuántos factores de a hay en el mcm de $(a^3b^2)^2$ y a^4b^6 ? ¿Cuántos factores de b ?

2 Expresar las fracciones en términos del mínimo común denominador (mcd)

(Revisa las páginas 406-407).

PREPÁRATE

Para los ejercicios 37 a 40, utiliza las fracciones $\frac{x^2}{y(y-3)}$ y $\frac{x}{(y-3)^2}$.

37. El mcd de las fracciones es ____?
38. Para escribir la primera fracción en términos del mcd, multiplica por ____? su numerador y su denominador.
39. Para escribir la segunda fracción en términos del mcd, multiplica por ____? su numerador y su denominador.
40. Escribe las dos fracciones en términos del mcd: ____? y ____?.

Escribe cada fracción en términos del mcd.

41. $\frac{4}{x}; \frac{3}{x^2}$

42. $\frac{5}{ab^2}; \frac{6}{ab}$

43. $\frac{x}{3y^2}; \frac{z}{4y}$

44. $\frac{5y}{6x^2}; \frac{7}{9xy}$

45. $\frac{y}{x(x-3)}; \frac{6}{x^2}$

46. $\frac{a}{y^2}; \frac{6}{y(y+5)}$

47. $\frac{9}{(x-1)^2}; \frac{6}{x(x-1)}$

48. $\frac{a^2}{y(y+7)}; \frac{a}{(y+7)^2}$

49. $\frac{3}{x-3}; -\frac{5}{x(3-x)}$

50. $\frac{b}{y(y-4)}; \frac{b^2}{4-y}$

51. $\frac{3}{(x-5)^2}; \frac{2}{5-x}$

52. $\frac{3}{7-y}; \frac{2}{(y-7)^2}$

53. $\frac{3}{x^2+2x}; \frac{4}{x^2}$

54. $\frac{2}{y-3}; \frac{3}{y^3-3y^2}$

55. $\frac{x-2}{x+3}; \frac{x}{x-4}$

56. $\frac{x^2}{2x-1}; \frac{x+1}{x+4}$

57. $\frac{3}{x^2+x-2}; \frac{x}{x+2}$

58. $\frac{3x}{x-5}; \frac{4}{x^2-25}$

59. $\frac{5}{2x^2-9x+10}; \frac{x-1}{2x-5}$

60. $\frac{x-3}{3x^2+4x-4}; \frac{2}{x+2}$

61. $\frac{x}{x^2+x-6}; \frac{2x}{x^2-9}$

62. $\frac{x-1}{x^2+2x-15}; \frac{x}{x^2+6x+5}$

$$63. \frac{x}{9-x^2}; \frac{x-1}{x^2-6x+9}$$

$$64. \frac{2x}{10+3x-x^2}; \frac{x+2}{x^2-8x+15}$$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Escribe cada expresión en términos del mcd.

$$65. \frac{3}{10^2}; \frac{5}{10^4}$$

$$66. \frac{8}{10^3}; \frac{9}{10^5}$$

$$67. b; \frac{5}{b}$$

$$68. 3; \frac{2}{n}$$

$$69. 1; \frac{y}{y-1}$$

$$70. x; \frac{x}{x^2-1}$$

$$71. \frac{x^2+1}{(x-1)^3}; \frac{x+1}{(x-1)^2}; \frac{1}{x-1}$$

$$72. \frac{a^2+a}{(a+1)^3}; \frac{a+1}{(a+1)^2}; \frac{1}{a+1}$$

$$73. \frac{1}{x^2+2x+xy+2y}; \frac{1}{x^2+xy-2x-2y}$$

$$74. \frac{1}{ab+3a-3b-b^2}; \frac{1}{ab+3a+3b+b^2}$$

75.  ¿Cuándo el mcm de dos expresiones es igual a su producto?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

76. Une los polinomios con su mcm. Puedes utilizar un mcm más de una vez.

a. $x^2 - 4y$ $x^2 + 3x + 2$

i. $(x+3)(x+2)$

b. $x + 3y$ $x^2 + 5x + 6$

ii. $(x-4)(x+1)(x-1)$

c. $x^2 - x - 2y$ $x^2 + 2x + 1$

iii. $(x+2)(x-2)(x+1)$

d. $x - 4y$ $x^2 - 1$

iv. $(x-2)(x+1)(x+1)$

e. $2 - xy$ $x^2 + 3x + 2$

f. $4 - xy$ $x^2 - 1$

g. $x - 4y$ $1 - x^2$

h. $2 + x - x^2y$ $(x+1)^2$

9.3

Suma y resta de fracciones algebraicas

OBJETIVO 1

Sumar y restar fracciones algebraicas con el mismo denominador

Al sumar fracciones algebraicas en las que los denominadores son iguales, suma los numeradores. El denominador de la suma es el común denominador. La suma está escrita en su forma más simple.

Al restar fracciones algebraicas en las que los denominadores son iguales, resta los numeradores. El denominador de la diferencia es el común denominador. Escribe la respuesta en su forma más simple.

Toma nota

Al restar fracciones algebraicas, ten cuidado con los signos. En el ejemplo (4) de la derecha, observa que debes restar el numerador completo $2x + 3$.

$$\begin{aligned}(3x - 1) - (2x + 3) &= \\ 3x - 1 - 2x - 3\end{aligned}$$

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Para sumar o restar fracciones algebraicas en las que los denominadores son iguales, suma o resta los numeradores. El denominador de la suma o la diferencia es el común denominador. Escribe la respuesta en su forma más simple.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

EJEMPLOS

$$1. \frac{5x}{18} + \frac{7x}{18} = \frac{12x}{18} = \frac{2x}{3}$$

$$2. \frac{x}{x^2 - 1} + \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{x + 1}{x^2 - 1} = \frac{\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-1)} = \frac{1}{x-1}$$

$$3. \frac{2x}{x-2} - \frac{4}{x-2} = \frac{2x-4}{x-2} = \frac{2\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}} = 2$$

$$\begin{aligned}4. \frac{3x-1}{x^2-5x+4} - \frac{2x+3}{x^2-5x+4} &= \frac{(3x-1) - (2x+3)}{x^2-5x+4} = \frac{x-4}{x^2-5x+4} \\ &= \frac{\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}(x-1)} = \frac{1}{x-1}\end{aligned}$$

EJEMPLO 1

Suma o resta. A. $\frac{7}{x^2} + \frac{9}{x^2}$ B. $\frac{3x^2}{x^2-1} - \frac{x+4}{x^2-1}$

Solución

$$\begin{aligned}\text{A. } \frac{7}{x^2} + \frac{9}{x^2} &= \frac{7+9}{x^2} \\ &= \frac{16}{x^2}\end{aligned}$$

• Los denominadores son iguales. Suma los numeradores.

$$\begin{aligned}\text{B. } \frac{3x^2}{x^2-1} - \frac{x+4}{x^2-1} &= \frac{3x^2 - (x+4)}{x^2-1} \\ &= \frac{3x^2 - x - 4}{x^2-1} \\ &= \frac{(3x-4)\cancel{(x+1)}}{(x-1)\cancel{(x+1)}} \\ &= \frac{3x-4}{x-1}\end{aligned}$$

• Los denominadores son iguales. Resta los numeradores.

• Escribe la respuesta en su forma más simple.

Problema 1 Suma o resta. A. $\frac{3}{xy} + \frac{12}{xy}$ B. $\frac{2x^2}{x^2-x-12} - \frac{7x+4}{x^2-x-12}$

Solución Revisa la página S20.

➡ Intenta resolver el ejercicio 15, página 415.

OBJETIVO 2**Sumar y restar fracciones algebraicas con denominadores diferentes**

Antes de sumar o restar dos fracciones con denominadores diferentes, es preciso expresar cada fracción en términos de un común denominador. En este libro expresamos cada fracción en términos del mcd, que es el mcm de los denominadores.

Concéntrate en sumar fracciones algebraicas con denominadores diferentes**Toma nota**

Este objetivo requiere las habilidades aprendidas en el objetivo referente a escribir dos fracciones en términos del mcd y el objetivo sobre sumar y restar fracciones algebraicas con el mismo denominador.

Suma: $\frac{x-3}{x^2-2x} + \frac{6}{x^2-4}$

Encuentra el mcd.

$$\begin{aligned}x^2 - 2x &= x(x-2) \\ x^2 - 4 &= (x-2)(x+2)\end{aligned}$$

El mcd es $x(x-2)(x+2)$.

Escribe cada fracción en términos del mcd. Multiplica la primera fracción por $\frac{x+2}{x+2}$ y la segunda por $\frac{x}{x}$.

$$\begin{aligned}\frac{x-3}{x^2-2x} + \frac{6}{x^2-4} &= \frac{x-3}{x(x-2)} \cdot \frac{x+2}{x+2} + \frac{6}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x}{x} \\ &= \frac{x^2-x-6}{x(x-2)(x+2)} + \frac{6x}{x(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x^2-x-6+6x}{x(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x^2+5x-6}{x(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{(x+6)(x-1)}{x(x-2)(x+2)}\end{aligned}$$

Suma las fracciones.

Factoriza el numerador para determinar si hay factores comunes en el numerador y el denominador.

EJEMPLO 2

Suma o resta.

A. $\frac{y}{x} - \frac{4y}{3x} + \frac{3y}{4x}$

B. $\frac{2x}{x-3} - \frac{5}{3-x}$

C. $x - \frac{3}{5x}$

Solución

A. El mcd es $12x$.

$$\begin{aligned}\frac{y}{x} - \frac{4y}{3x} + \frac{3y}{4x} &= \frac{y}{x} \cdot \frac{12}{12} - \frac{4y}{3x} \cdot \frac{4}{4} + \frac{3y}{4x} \cdot \frac{3}{3} \\ &= \frac{12y}{12x} - \frac{16y}{12x} + \frac{9y}{12x} \\ &= \frac{12y - 16y + 9y}{12x} \\ &= \frac{5y}{12x}\end{aligned}$$

B. El mcd de $x-3$ y $3-x$ es $x-3$.

$$\begin{aligned}\frac{2x}{x-3} - \frac{5}{3-x} &= \frac{2x}{x-3} - \frac{5}{-(x-3)} \cdot \frac{-1}{-1} \\ &= \frac{2x}{x-3} - \frac{-5}{x-3} \\ &= \frac{2x - (-5)}{x-3} \\ &= \frac{2x+5}{x-3}\end{aligned}$$

• Encuentra el mcd.

• Reescribe cada fracción de modo que tenga un denominador de $12x$.

• Suma y resta las fracciones.

• Simplifica el numerador.

• $3-x = -(x-3)$

• Multiplica $\frac{5}{-(x-3)}$ por $\frac{-1}{-1}$ de modo que el denominador sea $x-3$.

• Resta las fracciones.

• Simplifica el numerador.

C. El mcd es $5x$.

$$\begin{aligned}
 x - \frac{3}{5x} &= \frac{x}{1} - \frac{3}{5x} \\
 &= \frac{x}{1} \cdot \frac{5x}{5x} - \frac{3}{5x} \\
 &= \frac{5x^2}{5x} - \frac{3}{5x} \\
 &= \frac{5x^2 - 3}{5x}
 \end{aligned}$$

• Escribe x como $\frac{x}{1}$ y multiplícala por $\frac{5x}{5x}$.

• Resta las fracciones.

Problema 2 Suma o resta.

A. $\frac{z}{8y} - \frac{4z}{3y} + \frac{5z}{4y}$ B. $\frac{5x}{x-2} - \frac{3}{2-x}$ C. $y + \frac{5}{y-7}$

Solución Revisa la página S21.

➡ Intenta resolver el ejercicio 51, página 416.

EJEMPLO 3

Suma o resta.

A. $\frac{2x}{2x-3} - \frac{1}{x+1}$ B. $\frac{x+3}{x^2-2x-8} + \frac{3}{4-x}$

Solución A. El mcd es $(2x-3)(x+1)$.

$$\begin{aligned}
 \frac{2x}{2x-3} - \frac{1}{x+1} &= \frac{2x}{2x-3} \cdot \frac{x+1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \cdot \frac{2x-3}{2x-3} \\
 &= \frac{2x^2 + 2x}{(2x-3)(x+1)} - \frac{2x-3}{(2x-3)(x+1)} \\
 &= \frac{(2x^2 + 2x) - (2x-3)}{(2x-3)(x+1)} \\
 &= \frac{2x^2 + 3}{(2x-3)(x+1)}
 \end{aligned}$$

• Reescribe cada fracción de modo que tenga un denominador de $(2x-3)(x+1)$.

• Resta las fracciones.

• Simplifica el numerador.

B. El mcd es $(x-4)(x+2)$.

$$\begin{aligned}
 \frac{x+3}{x^2-2x-8} + \frac{3}{4-x} &= \frac{x+3}{(x-4)(x+2)} + \frac{3}{-(x-4)} \cdot \frac{-1 \cdot (x+2)}{-1 \cdot (x+2)} \\
 &= \frac{x+3}{(x-4)(x+2)} + \frac{-3(x+2)}{(x-4)(x+2)} \\
 &= \frac{(x+3) + (-3)(x+2)}{(x-4)(x+2)} \\
 &= \frac{x+3-3x-6}{(x-4)(x+2)} \\
 &= \frac{-2x-3}{(x-4)(x+2)}
 \end{aligned}$$

• Reescribe cada fracción de modo que tenga un denominador de $(x-4)(x+2)$.

• Suma las fracciones.

• Simplifica el numerador.

Problema 3 Suma o resta. A. $\frac{4x}{3x-1} - \frac{9}{x+4}$ B. $\frac{2x-1}{x^2-25} + \frac{2}{5-x}$

Solución Revisa la página S21.

➡ Intenta resolver el ejercicio 87, página 417.

9.3 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

1. Para sumar dos fracciones, suma los numeradores y los denominadores.
2. El procedimiento para restar dos fracciones algebraicas es el mismo que para restar dos fracciones aritméticas.
3. Para sumar dos fracciones algebraicas, multiplica primero ambas expresiones por el mcd.
4. Si $x \neq -2$ y $x \neq 0$, entonces $\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{x+3}{x+2} = \frac{3}{2}$.

1 Sumar y restar fracciones algebraicas con el mismo denominador

(Revisa las páginas 410–411).

PREPÁRATE

5. Suma: $\frac{6a+1}{a-4} + \frac{2a-1}{a-4}$

$$\frac{6a+1}{a-4} + \frac{2a-1}{a-4} = \frac{6a+1+2a-1}{a-4}$$

$$= \frac{?}{a-4}$$

• Los denominadores son iguales. Suma los ?.

• Simplifica el numerador. El resultado está en su forma más simple porque el numerador y el denominador no tienen factores comunes.

6. Resta: $\frac{5x}{5x-14} - \frac{2x-5}{5x-14}$

$$\frac{5x}{5x-14} - \frac{2x-5}{5x-14}$$

$$= \frac{? - (?)}{5x-14}$$

$$= \frac{5x - ? + ?}{5x-14}$$

$$= \frac{?}{5x-14}$$

• Los ? son iguales.

• Resta los numeradores.

• Elimina los paréntesis.

• Simplifica el numerador. La fracción está en su forma más simple.

Suma o resta.

7. $\frac{3}{y^2} + \frac{8}{y^2}$

8. $\frac{6}{ab} - \frac{2}{ab}$

9. $\frac{3}{x+4} - \frac{10}{x+4}$

10. $\frac{x}{x+6} - \frac{2}{x+6}$

11. $\frac{3x}{2x+3} + \frac{5x}{2x+3}$

12. $\frac{6y}{4y+1} - \frac{11y}{4y+1}$

13. $\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3x+6}{x-3}$

14. $\frac{4x+3}{2x-7} + \frac{3x-8}{2x-7}$

15. $\frac{5x-1}{x+9} - \frac{3x+4}{x+9}$

16. $\frac{6x-5}{x-10} - \frac{3x-4}{x-10}$

17. $\frac{x-7}{2x+7} - \frac{4x-3}{2x+7}$

18. $\frac{2n}{3n+4} - \frac{5n-3}{3n+4}$

19. $\frac{x}{x^2+2x-15} - \frac{3}{x^2+2x-15}$

20. $\frac{3x}{x^2+3x-10} - \frac{6}{x^2+3x-10}$

21. $\frac{2x+3}{x^2-x-30} - \frac{x-2}{x^2-x-30}$


22. $\frac{3x-1}{x^2+5x-6} - \frac{2x-7}{x^2+5x-6}$

23. $\frac{4y+7}{2y^2+7y-4} - \frac{y-5}{2y^2+7y-4}$

24. $\frac{x+1}{2x^2-5x-12} + \frac{x+2}{2x^2-5x-12}$

25. $\frac{2x^2+3x}{x^2-9x+20} + \frac{2x^2-3}{x^2-9x+20} - \frac{4x^2+2x+1}{x^2-9x+20}$

26. $\frac{2x^2+3x}{x^2-2x-63} - \frac{x^2-3x+21}{x^2-2x-63} - \frac{x-7}{x^2-2x-63}$

 Indica si se sumaron o restaron las fracciones.

27. $\frac{8a}{15b} ? \frac{2a}{15b} = \frac{2a}{3b}$



28. $\frac{8a}{15b} ? \frac{2a}{15b} = \frac{2a}{5b}$

29. $\frac{x+4}{2x+1} ? \frac{x-1}{2x+1} = \frac{5}{2x+1}$

30. $\frac{x+4}{2x+1} ? \frac{x-1}{2x+1} = \frac{2x+3}{2x+1}$

2 Sumar y restar fracciones algebraicas con denominadores diferentes

(Revisa las páginas 411-414).

PREPÁRATE31. Para sumar o restar fracciones algebraicas con denominadores diferentes, primero debes expresar cada fracción en términos de un ?, que puede ser el ? de los denominadores de las fracciones algebraicas.32. El mcm de los denominadores de dos fracciones se conoce también como ?.33.  ¿Verdadero o falso? Para sumar $\frac{5}{8x^3} + \frac{7}{12x^5}$, utiliza un común denominador de $4x^3$.34.  ¿Verdadero o falso? $\frac{3}{x-8} + \frac{3}{8-x} = 0$.

Suma o resta.

35. $\frac{4}{x} + \frac{5}{y}$

36. $\frac{7}{a} + \frac{5}{b}$

37. $\frac{12}{x} - \frac{5}{2x}$

38. $\frac{5}{3a} - \frac{3}{4a}$

39. $\frac{1}{2x} - \frac{5}{4x} + \frac{7}{6x}$

40. $\frac{7}{4y} + \frac{11}{6y} - \frac{8}{3y}$

41. $\frac{5}{3x} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{2x}$

42. $\frac{6}{y^2} + \frac{3}{4y} - \frac{2}{5y}$

43. $\frac{2}{x} - \frac{3}{2y} + \frac{3}{5x} - \frac{1}{4y}$

44. $\frac{5}{2a} + \frac{7}{3b} - \frac{2}{b} - \frac{3}{4a}$

45. $\frac{2x+1}{3x} + \frac{x-1}{5x}$

46. $\frac{4x-3}{6x} + \frac{2x+3}{4x}$

47. $\frac{x-3}{6x} + \frac{x+4}{8x}$

48. $\frac{2x-3}{2x} + \frac{x+3}{3x}$

49. $\frac{2x+9}{9x} - \frac{x-5}{5x}$

50. $\frac{3y-2}{12y} - \frac{y-3}{18y}$

51. $\frac{x+4}{2x} - \frac{x-1}{x^2}$

52. $\frac{x-2}{3x^2} - \frac{x+4}{x}$

53. $\frac{x-10}{4x^2} + \frac{x+1}{2x}$

54. $\frac{x+5}{3x^2} + \frac{2x+1}{2x}$

55. $y + \frac{8}{3y}$

56. $\frac{7}{2n} - n$

57. $\frac{4}{x+4} + x$

58. $x + \frac{3}{x+2}$

59. $5 - \frac{x-2}{x+1}$

60. $3 + \frac{x-1}{x+1}$

61. $\frac{2x+1}{6x^2} - \frac{x-4}{4x}$

62. $\frac{x+3}{6x} - \frac{x-3}{8x^2}$

63. $\frac{x+2}{xy} - \frac{3x-2}{x^2y}$

64. $\frac{3x-1}{xy^2} - \frac{2x+3}{xy}$

65. $\frac{4x-3}{3x^2y} + \frac{2x+1}{4xy^2}$

66. $\frac{5x+7}{6xy^2} - \frac{4x-3}{8x^2y}$

67. $\frac{x-2}{8x^2} - \frac{x+7}{12xy}$

68. $\frac{3x-1}{6y^2} - \frac{x+5}{9xy}$

69. $\frac{4}{x-2} + \frac{5}{x+3}$

70. $\frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-4}$

$$71. \frac{6}{x-7} - \frac{4}{x+3}$$

$$72. \frac{3}{y+6} - \frac{4}{y-3}$$

$$73. \frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x-3}$$

$$74. \frac{3x}{x-4} - \frac{2}{x+6}$$

$$75. \frac{4x}{2x-1} - \frac{5}{x-6}$$

$$76. \frac{6x}{x+5} - \frac{3}{2x+3}$$

$$77. \frac{2a}{a-7} + \frac{5}{7-a}$$

$$78. \frac{4x}{6-x} + \frac{5}{x-6}$$

$$79. \frac{x+1}{x-6} - \frac{x+1}{6-x}$$

$$80. \frac{y+5}{y-2} + \frac{y+3}{2-y}$$

$$81. \frac{b+1}{b-1} + \frac{b-1}{b+1}$$

$$82. \frac{x-2}{x+1} + \frac{x-3}{x-1}$$

$$83. \frac{x}{x^2-9} + \frac{3}{x-3}$$

$$84. \frac{y}{y^2-16} + \frac{1}{y-4}$$

$$85. \frac{2x}{x^2-x-6} - \frac{3}{x+2}$$

$$86. \frac{5x}{x^2+2x-8} - \frac{2}{x+4}$$

$$\Rightarrow 87. \frac{3x-1}{x^2-10x+25} - \frac{3}{x-5}$$

$$88. \frac{2a+3}{a^2-7a+12} - \frac{2}{a-3}$$

$$89. \frac{x+4}{x^2-x-42} + \frac{3}{7-x}$$

$$90. \frac{x+3}{x^2-3x-10} + \frac{2}{5-x}$$

$$91. \frac{x}{2x+4} - \frac{2}{x^2+2x}$$

$$92. \frac{x+2}{4x+16} - \frac{2}{x^2+4x}$$

$$93. \frac{x-1}{x^2-x-2} + \frac{3}{x^2-3x+2}$$

$$94. \frac{a+2}{a^2+a-2} + \frac{3}{a^2+2a-3}$$

$$95. \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x-6} - \frac{5x-2}{x^2-5x-6}$$

$$96. \frac{x}{x-4} + \frac{5}{x+5} - \frac{11x-8}{x^2+x-20}$$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Simplifica.

$$97. \frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a} + 1$$

$$98. \frac{y}{x-y} + 2 - \frac{x}{y-x}$$

$$99. b - 3 + \frac{5}{b+4}$$

$$100. 2y - 1 + \frac{6}{y+5}$$

$$101. \frac{(n+1)^2}{(n-1)^2} - 1$$

$$102. 1 - \frac{(y-2)^2}{(y+2)^2}$$

$$103. \frac{x^2+x-6}{x^2+2x-8} \cdot \frac{x^2+5x+4}{x^2+2x-3} - \frac{2}{x-1}$$

$$104. \frac{x^2+9x+20}{x^2+4x-5} \div \frac{x^2-49}{x^2+6x-7} - \frac{x}{x-7}$$

$$105. \frac{x^2-9}{x^2+6x+9} \div \frac{x^2+x-20}{x^2-x-12} + \frac{1}{x+1}$$

$$106. \frac{x^2-25}{x^2+10x+25} \cdot \frac{x^2-7x+10}{x^2-x-2} + \frac{1}{x+1}$$

Reescribe la expresión como la suma de dos fracciones en su forma más simple.

$$107. \frac{5b+4a}{ab}$$

$$108. \frac{6x+7y}{xy}$$

$$109. \frac{3x^2+4xy}{x^2y^2}$$

$$110. \frac{2mn^2+8m^2n}{m^3n^3}$$

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

111. Encuentra la fracción algebraica en su forma más simple que represente la suma de los recíprocos de los números enteros consecutivos n y $n+1$.

112. Encuentra la fracción algebraica en su forma más simple que represente la diferencia de los recíprocos de los números enteros consecutivos n y $n+1$.

113. Completa la ecuación.

$$\text{a. } \frac{x-1}{x+1} - ? = \frac{1}{x}$$

$$\text{b. } \frac{5}{2x} - ? = \frac{2}{2x+1}$$

114. Supongamos que x y y son números enteros positivos. Si $A = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 1$ y

$B = \frac{x+y}{xy}$, entonces ¿cuál de las expresiones siguientes es verdadera: $A < B$,

$A > B$, o $A = B$?

9.4

Fracciones complejas

OBJETIVO

1

Simplificar fracciones complejas

Una **fracción compleja** es una fracción cuyo numerador o denominador contiene una o más fracciones. A la derecha encontrarás ejemplos de fracciones complejas.

$$\frac{3}{2 - \frac{1}{2}}, \quad \frac{4 + \frac{1}{x}}{3 + \frac{2}{x}}, \quad \frac{\frac{1}{x-1} + x + 3}{x - 3 + \frac{1}{x+4}}$$

Concéntrate en simplificar una fracción compleja**Cómo se usa**

Existen muchos ejemplos de fracciones complejas en los problemas de aplicación. La fracción

$\frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$ se utiliza para

determinar la resistencia total en ciertos circuitos eléctricos.

Simplifica: $\frac{1 - \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{2}{x}}$

Encuentra el mcd de las fracciones en el numerador y el denominador.

Multiplica el numerador y el denominador de la fracción compleja por el mcd.

Aquí multiplicamos la fracción compleja por $\frac{x^2}{x^2}$, que es igual a 1,

de modo que no cambiamos el valor de la fracción.

Utiliza la propiedad distributiva para multiplicar

$$\left(1 - \frac{4}{x^2}\right)x^2 \text{ y } \left(1 + \frac{2}{x}\right)x^2.$$

Simplifica.

El mcd de $\frac{4}{x^2}$ y $\frac{2}{x}$ es x^2 .

$$\frac{1 - \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{2}{x}} = \frac{1 - \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{2}{x}} \cdot \frac{x^2}{x^2}$$

$$= \frac{1 \cdot x^2 - \frac{4}{x^2} \cdot x^2}{1 \cdot x^2 + \frac{2}{x} \cdot x^2}$$

$$= \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x-2}{x}$$

El método mostrado antes al simplificar una fracción compleja mediante la multiplicación del numerador y el denominador por el mcd se utilizará en el Ejemplo 1. Sin embargo, una estrategia diferente consiste en reescribir el numerador y el denominador de la fracción compleja como fracciones sencillas y luego dividir el numerador entre el denominador. El ejemplo mostrado arriba se simplifica a continuación con el método alterno.

Reescribe el numerador y el denominador de la fracción compleja como fracciones sencillas.

$$\frac{1 - \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{2}{x}} = \frac{1 \cdot \frac{x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2}}{1 \cdot \frac{x}{x} + \frac{2}{x}} = \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2}}{\frac{x}{x} + \frac{2}{x}} = \frac{\frac{x^2 - 4}{x^2}}{\frac{x + 2}{x}}$$

Recuerda que puedes leer la barra de fracción como “dividido entre”. Divide el numerador de la fracción compleja entre el denominador. Reescribe la división como multiplicación por el recíproco.

$$= \frac{x^2 - 4}{x^2} \div \frac{x + 2}{x} = \frac{x^2 - 4}{x^2} \cdot \frac{x}{x + 2}$$

Multiplica las fracciones.
Factoriza el numerador.

$$= \frac{(x^2 - 4)x}{x^2(x + 2)} = \frac{(x + 2)(x - 2)x}{x^2(x + 2)}$$

Simplifica.

$$= \frac{x - 2}{x}$$

Observa que éste es el mismo resultado que antes.

EJEMPLO 1

Simplifica. A. $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}}$ B. $\frac{1 - \frac{2}{x} - \frac{15}{x^2}}{1 - \frac{11}{x} + \frac{30}{x^2}}$

Solución A. El mcm de los denominadores, x , 2 , x^2 y 4 , es $4x^2$.

$$\begin{aligned}\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}} &= \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}} \cdot \frac{4x^2}{4x^2} \\ &= \frac{\frac{1}{x} \cdot 4x^2 + \frac{1}{2} \cdot 4x^2}{\frac{1}{x^2} \cdot 4x^2 - \frac{1}{4} \cdot 4x^2} \\ &= \frac{4x + 2x^2}{4 - x^2} \\ &= \frac{2x(2+x)}{(2-x)(2+x)} \\ &= \frac{2x}{2-x}\end{aligned}$$

- Multiplica por $4x^2$ el numerador y el denominador de la fracción compleja.

- Utiliza la propiedad distributiva.

- Factoriza el numerador y el denominador. Divide entre los factores comunes.

- Escribe la respuesta en su forma más simple.

B. El mcm de los denominadores, x y x^2 , es x^2 .

$$\begin{aligned}\frac{1 - \frac{2}{x} - \frac{15}{x^2}}{1 - \frac{11}{x} + \frac{30}{x^2}} &= \frac{1 - \frac{2}{x} - \frac{15}{x^2}}{1 - \frac{11}{x} + \frac{30}{x^2}} \cdot \frac{x^2}{x^2} \\ &= \frac{1 \cdot x^2 - \frac{2}{x} \cdot x^2 - \frac{15}{x^2} \cdot x^2}{1 \cdot x^2 - \frac{11}{x} \cdot x^2 + \frac{30}{x^2} \cdot x^2} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 11x + 30} \\ &= \frac{(x-5)(x+3)}{(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{x+3}{x-6}\end{aligned}$$

- Multiplica por x^2 el numerador y el denominador de la fracción compleja.

- Utiliza la propiedad distributiva.

- Factoriza el numerador y el denominador. Divide entre los factores comunes.

- Escribe la respuesta en su forma más simple.

Problema 1

Simplifica. A. $\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{9} - \frac{1}{x^2}}$ B. $\frac{1 + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{10}{x} + \frac{21}{x^2}}$

Solución Revisa la página S21.

► Intenta resolver el ejercicio 19, página 422.

9.4 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Los siguientes son ejemplos de fracciones complejas proporcionadas al principio del Objetivo

9.4.1. ¿Por qué fracción multiplicarías cada fracción compleja a fin de simplificarla?

$$1. \frac{3}{2 - \frac{1}{2}}$$

$$2. \frac{4 + \frac{1}{x}}{3 + \frac{2}{x}}$$

$$3. \frac{\frac{1}{x-1} + x + 3}{x - 3 + \frac{1}{x+4}}$$

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

- Para simplificar una fracción compleja, multiplícala por el mcd de las fracciones en el numerador y el denominador de la misma.
- Cuando multiplicamos el numerador y el denominador de una fracción compleja por la misma expresión, utilizamos la propiedad del neutro multiplicativo.
- Nuestra meta al simplificar una fracción compleja es reescribirla de manera que no haya fracciones en el numerador ni en el denominador. De este modo expresamos la fracción en su forma más simple.

1 Simplificar fracciones complejas (Revisa las páginas 418-420).

PREPÁRATE

Para los ejercicios 7 a 10, utiliza la fracción compleja $\frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}}$.

- Para simplificar la fracción compleja, multiplica su numerador y su denominador por el mcd de las fracciones ?, ? y ?. El mcd es ?.
- Cuando multiplicas por x^2 el numerador de la fracción compleja, éste se simplifica a ?, que se factoriza como (?)(?).
- Cuando multiplicas por x^2 el denominador de la fracción compleja, éste se simplifica a ?, que se factoriza como (?)(?).
- El numerador del ejercicio 8 y del ejercicio 9 tienen un factor común de ?, de modo que la forma simplificada de la fracción compleja es ?.

Simplifica.

$$11. \frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{x}}{\frac{1}{9} - \frac{9}{x^2}}$$

$$12. \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{x}}{\frac{1}{4} - \frac{4}{x^2}}$$

$$13. \frac{2 - \frac{8}{x+4}}{3 - \frac{12}{x+4}}$$

$$14. \frac{5 - \frac{25}{x+5}}{1 - \frac{3}{x+5}}$$

$$15. \frac{1 + \frac{5}{y-2}}{1 - \frac{2}{y-2}}$$

$$16. \frac{2 - \frac{11}{2x-1}}{3 - \frac{17}{2x-1}}$$

$$17. \frac{\frac{3}{x-2} + 3}{\frac{4}{x-2} + 4}$$

$$18. \frac{\frac{3}{2x+1} - 3}{2 - \frac{4x}{2x+1}}$$

$$\Rightarrow 19. \frac{2 - \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}}{2 + \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2}}$$

$$20. \frac{2 + \frac{5}{x} - \frac{12}{x^2}}{4 - \frac{4}{x} - \frac{3}{x^2}}$$

$$21. \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{9}{x^2}}$$

$$22. \frac{1 + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{2}{x} - \frac{8}{x^2}}$$

$$23. \frac{1 - \frac{5}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 + \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2}}$$

$$24. \frac{1 - \frac{7}{a} + \frac{12}{a^2}}{1 + \frac{1}{a} - \frac{20}{a^2}}$$

$$25. \frac{1 - \frac{6}{x} + \frac{8}{x^2}}{\frac{4}{x^2} + \frac{3}{x} - 1}$$

$$26. \frac{1 + \frac{3}{x} - \frac{18}{x^2}}{\frac{21}{x^2} - \frac{4}{x} - 1}$$

$$27. \frac{x - \frac{4}{x+3}}{1 + \frac{1}{x+3}}$$

$$28. \frac{y + \frac{1}{y-2}}{1 + \frac{1}{y-2}}$$

$$29. \frac{1 - \frac{x}{2x+1}}{x - \frac{1}{2x+1}}$$

$$30. \frac{1 - \frac{2x-2}{3x-1}}{x - \frac{4}{3x-1}}$$

$$31. \frac{x - 5 + \frac{14}{x+4}}{x + 3 - \frac{2}{x+4}}$$

$$32. \frac{a + 4 + \frac{5}{a-2}}{a + 6 + \frac{15}{a-2}}$$

$$33. \frac{x + 3 - \frac{10}{x-6}}{x + 2 - \frac{20}{x-6}}$$

$$34. \frac{x - 7 + \frac{5}{x-1}}{x - 3 + \frac{1}{x-1}}$$

$$35. \frac{1 - \frac{2}{x+1}}{1 + \frac{1}{x-2}}$$

$$36. \frac{1 - \frac{1}{x+2}}{1 + \frac{2}{x-1}}$$

$$37. \frac{1 - \frac{2}{x+4}}{1 + \frac{3}{x-1}}$$

$$38. \frac{1 + \frac{1}{x-2}}{1 - \frac{3}{x+2}}$$


$$39. \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x-1}}{\frac{3}{x} + \frac{1}{x-1}}$$

$$40. \frac{\frac{3}{n+1} + \frac{1}{n}}{\frac{2}{n+1} + \frac{3}{n}}$$

$$41. \frac{\frac{3}{b-4} - \frac{2}{b+1}}{\frac{5}{b+1} - \frac{1}{b-4}}$$

$$42. \frac{\frac{5}{x-5} - \frac{3}{x-1}}{\frac{6}{x-1} + \frac{2}{x-5}}$$

43.  ¿Verdadero o falso? El recíproco de la fracción compleja $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ es $\frac{x-1}{x}$.

44.  ¿Verdadero o falso? Si el denominador de una fracción compleja es el recíproco de su numerador, entonces la fracción compleja es igual al cuadrado del numerador de la fracción compleja.

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Simplifica.

$$45. 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$$


$$46. 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

$$47. 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$48. 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y + 1}}$$


$$49. \frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^{-2} - b^{-2}}$$

$$50. \frac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-2}y^{-2}}$$

51.  ¿Cómo explicarías a un compañero de clase por qué multiplicamos el numerador y el denominador de una fracción compleja por el mcd de las fracciones en el numerador y el denominador?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

La fracción compleja $\frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$ se menciona en “Cómo se usa” en la página 419. La fracción proporciona la resistencia total, en ohms, de un circuito eléctrico que contiene dos resistores paralelos con resistencias de r_1 y r_2 .

52. Demuestra que es posible reescribir la fracción de la resistencia en la forma $\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$.
53. Supongamos que un circuito eléctrico contiene dos resistores paralelos con resistencias de $r_1 = 2$ ohms y $r_2 = 3$ ohms. Calcula dos veces la resistencia total en el circuito; una con la fracción compleja mostrada arriba y otra mediante la fracción como se reescribió en el ejercicio 52.
54. Repite el ejercicio 53 con $r_1 = 6$ ohms y $r_2 = 8$ ohms.
55.  ¿Cuál de las formas de la fracción de resistencia consideras que sea más sencilla para trabajar con ella al realizar los cálculos en los ejercicios 53 y 54? ¿Por qué?

9.5

Ecuaciones que contienen fracciones

OBJETIVO

1

Resolver ecuaciones que contienen fracciones

En el capítulo “Solución de ecuaciones y desigualdades”, las ecuaciones que contenían fracciones se resolvieron por el método de despejar denominadores. Recuerda que para **despejar denominadores**, multiplicamos cada lado de una ecuación por el mcd. El resultado es una ecuación que no contiene fracciones. En esta sección, una vez más vamos a resolver ecuaciones que contienen fracciones mediante la multiplicación de cada lado de la ecuación por el mcd. La diferencia entre esta sección y el capítulo “Solución de ecuaciones y desigualdades” es que las fracciones en estas ecuaciones contienen variables en los denominadores.

Concéntrate en solucionar una ecuación que contiene fracciones**Toma nota**

Observa que ahora resolvemos ecuaciones y no trabajamos sobre expresiones. No escribimos cada fracción en términos del mcd; multiplicamos ambos lados de la ecuación por el mcd.

Resuelve: $\frac{3x-1}{4x} + \frac{2}{3x} = \frac{7}{6x}$

Encuentra el mcd.

El mcd de las fracciones es $12x$.

Multiplica cada lado de la ecuación por el mcd.

Simplifica mediante la propiedad distributiva.

Resuelve para x .

$$\frac{3x-1}{4x} + \frac{2}{3x} = \frac{7}{6x}$$

$$12x \left(\frac{3x-1}{4x} + \frac{2}{3x} \right) = 12x \left(\frac{7}{6x} \right)$$

$$12x \left(\frac{3x-1}{4x} \right) + 12x \left(\frac{2}{3x} \right) = 12x \left(\frac{7}{6x} \right)$$

$$\frac{12x}{1} \left(\frac{3x-1}{4x} \right) + \frac{12x}{1} \left(\frac{2}{3x} \right) = \frac{12x}{1} \left(\frac{7}{6x} \right)$$

$$3(3x-1) + 4(2) = 2(7)$$

$$9x - 3 + 8 = 14$$

$$9x + 5 = 14$$

$$9x = 9$$

$$x = 1$$

1 se comprueba como solución.

La solución es 1.

EJEMPLO 1

Resuelve: $\frac{4}{x} - \frac{x}{2} = \frac{7}{2}$

Solución

$$\frac{4}{x} - \frac{x}{2} = \frac{7}{2}$$

$$2x \left(\frac{4}{x} - \frac{x}{2} \right) = 2x \left(\frac{7}{2} \right)$$

$$\frac{2x}{1} \cdot \frac{4}{x} - \frac{2x}{1} \cdot \frac{x}{2} = \frac{2x}{1} \cdot \frac{7}{2}$$

$$8 - x^2 = 7x$$

$$0 = x^2 + 7x - 8$$

$$0 = (x+8)(x-1)$$

$$x+8=0$$

$$x=-8$$

$$x-1=0$$

$$x=1$$

Tanto -8 como 1 se comprueban como soluciones.

Las soluciones son -8 y 1 .

• El mcd de las fracciones es $2x$.

• Multiplica por $2x$ cada lado de la ecuación.

• Ésta es una ecuación cuadrática.

• Escribe en forma general la ecuación cuadrática.

• Resuelve por factorización.

Problema 1

Resuelve: $x + \frac{1}{3} = \frac{4}{3x}$

Solución

Revisa la página S21.

➡ Intenta resolver el ejercicio 19, página 432.

En ocasiones, el valor de una de las variables en una ecuación con fracciones hace que uno de los denominadores sea cero. En este caso, ese valor de la variable no es una solución de la ecuación.

Concéntrate en resolver una ecuación que no tiene solución

Resuelve: $\frac{2x}{x-2} = 1 + \frac{4}{x-2}$

Encuentra el mcd.

El mcd es $x - 2$.

Multiplica cada lado de la ecuación por el mcd.

Simplifica mediante la propiedad distributiva.

Resuelve para x .

$$\frac{2x}{x-2} = 1 + \frac{4}{x-2}$$

$$(x-2) \frac{2x}{x-2} = (x-2) \left(1 + \frac{4}{x-2} \right)$$

$$(x-2) \left(\frac{2x}{x-2} \right) = (x-2) \cdot 1 + (x-2) \cdot \frac{4}{x-2}$$

$$2x = x - 2 + 4$$

$$2x = x + 2$$

$$x = 2$$

Al sustituir x por 2, los denominadores de $\frac{2x}{x-2}$ y $\frac{4}{x-2}$ son cero. Por tanto, 2 no es una solución de la ecuación.

La ecuación no tiene solución.

EJEMPLO 2

Resuelve: $\frac{3x}{x-4} = 5 + \frac{12}{x-4}$

Solución

$$\frac{3x}{x-4} = 5 + \frac{12}{x-4}$$

$$(x-4) \cdot \frac{3x}{x-4} = (x-4) \left(5 + \frac{12}{x-4} \right)$$

$$3x = (x-4)5 + 12$$

$$3x = 5x - 20 + 12$$

$$3x = 5x - 8$$

$$-2x = -8$$

$$x = 4$$

4 no se comprueba como solución.

La ecuación no tiene solución.


- El mcd de las fracciones es $x - 4$.
- Multiplica por $x - 4$ cada lado de la ecuación.
- Utiliza la propiedad distributiva en el lado derecho de la ecuación.
- Resuelve para x .

Problema 2

Resuelve: $\frac{5x}{x+2} = 3 - \frac{10}{x+2}$

Solución

Revisa la página S22.

 Intenta resolver el ejercicio 25, página 432.**OBJETIVO 2****Resolver proporciones**Cantidades como 4 **metros**, 15 **segundos** y 8 **galones** son cifras numéricas escritas con **unidades**. En estos ejemplos, las unidades son **metros**, **segundos** y **galones**.Una **razón** es el cociente de dos cantidades que tienen la misma unidad.

El largo de una sala es 16 pies y el ancho 12 pies. La razón del largo respecto al ancho se escribe

$$\frac{16 \text{ pies}}{12 \text{ pies}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$
 Una razón está en su forma más simple cuando ambos números no tienen un factor común. Observa que no se escriben las unidades.

Cómo se usaLos analistas del mercado de capitales utilizan muchas razones financieras en su trabajo. Algunos ejemplos incluyen la *razón precio/utilidad*, la *razón circulante* y la *razón rápida*.

Una **tasa** es el cociente de dos cantidades que tienen unidades diferentes.

Hay 2 libras de sal en 8 galones de agua. La tasa de sal en el agua es

$$\frac{2 \text{ libras}}{8 \text{ galones}} = \frac{1 \text{ libra}}{4 \text{ galones}}$$

Una tasa está en su forma más simple cuando los dos números no tienen un factor común. Las unidades se escriben como parte de la tasa.

Una **proporción** es una ecuación que establece la igualdad de dos razones o tasas.

A continuación se muestran algunos ejemplos de proporciones.

$$\frac{30 \text{ millas}}{4 \text{ h}} = \frac{15 \text{ millas}}{2 \text{ h}} \qquad \frac{4}{6} = \frac{20}{30} \qquad \frac{3}{4} = \frac{x}{12}$$

Como una proporción es una ecuación que contiene fracciones, el mismo método utilizado para resolver una ecuación que contiene fracciones se utiliza para resolver una proporción. Multiplica cada lado de la ecuación por el mcd de las fracciones. Luego resuelve para la variable.

Concéntrate en resolver una proporción

Resuelve la proporción $\frac{4}{x} = \frac{2}{3}$.

Multiplica cada lado de la proporción por el mcd.

Resuelve la ecuación.

$$\frac{4}{x} = \frac{2}{3}$$

$$3x\left(\frac{4}{x}\right) = 3x\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$12 = 2x$$

$$6 = x$$

La solución es 6.

EJEMPLO 3

Resuelve. A. $\frac{8}{x+3} = \frac{4}{x}$ B. $\frac{6}{x+4} = \frac{12}{5x-13}$

Solución

A.
$$\frac{8}{x+3} = \frac{4}{x}$$

$$x(x+3)\frac{8}{x+3} = x(x+3)\frac{4}{x}$$

$$8x = (x+3)4$$

$$8x = 4x + 12$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

La solución es 3.

B.
$$\frac{6}{x+4} = \frac{12}{5x-13}$$

$$(5x-13)(x+4)\frac{6}{x+4} = (5x-13)(x+4)\frac{12}{5x-13}$$

$$(5x-13)6 = (x+4)12$$

$$30x - 78 = 12x + 48$$

$$18x - 78 = 48$$

$$18x = 126$$

$$x = 7$$

La solución es 7.

• El mcd es $x(x+3)$.

• Multiplica por $x(x+3)$ cada lado de la ecuación.

• Utiliza la propiedad distributiva.

• Resuelve para x .

• Recuerda comprobar la solución, porque la ecuación original es una ecuación con fracciones.

• El mcd es $(5x-13)(x+4)$.

• Multiplica por $(5x-13)(x+4)$ cada lado de la ecuación.

• Utiliza la propiedad distributiva.

• Resuelve para x .

• Recuerda comprobar la solución, porque la ecuación original es una ecuación con fracciones.

Problema 3 Resuelve. A. $\frac{2}{5} = \frac{6}{5x + 5}$ B. $\frac{5}{2x - 3} = \frac{10}{x + 3}$

Solución Revisa la página S22.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 433.

OBJETIVO 3

Aplicaciones de las proporciones

Toma nota

También es correcto escribir la proporción con las cantidades de los préstamos en los numeradores y los pagos mensuales en los denominadores. La solución será la misma.

EJEMPLO 4

El pago mensual de un préstamo para automóvil es \$29.50 por cada \$1000 prestados. Calcula el pago mensual a esta tasa por un préstamo para automóvil de \$9000.

Estrategia

Para calcular el pago mensual, escribe y resuelve una proporción con P que representa el pago mensual por el automóvil.

Solución

$$\begin{aligned}\frac{29.50}{1000} &= \frac{P}{9000} \\ 9000\left(\frac{29.50}{1000}\right) &= 9000\left(\frac{P}{9000}\right) \\ 265.50 &= P\end{aligned}$$

El pago mensual es \$265.50.

- Los pagos mensuales están en los numeradores. Los montos de los préstamos están en los denominadores.
- Multiplica cada lado de la ecuación por el mcd.

Problema 4

Para recubrir un área de 4 pies cuadrados, se requieren nueve azulejos de cerámica. A esta tasa, ¿cuántos pies cuadrados es posible recubrir con 270 azulejos de cerámica?



© Paul Alamy/Corbis

Solución

Revisa la página S22.

➡ Intenta resolver el ejercicio 59, página 433.

EJEMPLO 5

Una inversión de \$1200 gana \$96 anualmente. A la misma tasa, ¿cuánto dinero adicional es necesario invertir para ganar \$128 anualmente?

Estrategia

Para calcular la cantidad de dinero adicional que es preciso invertir, escribe y resuelve una proporción con x que representa el dinero adicional. Entonces, $1200 + x$ es el monto total invertido.

Solución

$$\begin{aligned}\frac{1200}{96} &= \frac{1200 + x}{128} \\ \frac{25}{2} &= \frac{1200 + x}{128} \\ 128\left(\frac{25}{2}\right) &= 128\left(\frac{1200 + x}{128}\right) \\ 1600 &= 1200 + x \\ 400 &= x\end{aligned}$$

- Los montos invertidos están en los numeradores. Los montos ganados se encuentran en los denominadores.
- Simplifica $\frac{1200}{96}$.
- Multiplica por el mcd cada lado de la ecuación.

Es necesario invertir \$400 adicionales.

Problema 5

Para un adulto que pesa 120 libras se requieren tres onzas de un medicamento. A la misma tasa, ¿cuántas onzas adicionales del medicamento se requieren para un adulto de 180 libras?

Solución

Revisa la página S22.

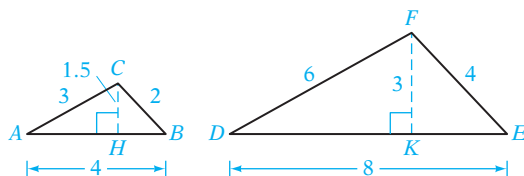
➡ Intenta resolver el ejercicio 79, página 434.

OBJETIVO 4**Problemas que involucran triángulos semejantes**

Los **objetos semejantes** tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. Una pelota de tenis es semejante a un balón de basquetbol. Un barco a escala es semejante a un barco real.

Los objetos que son semejantes tienen partes correspondientes; por ejemplo, el timón de un barco a escala corresponde al timón del barco real. La relación entre los tamaños de las partes correspondientes puede expresarse como una razón, y cada razón será equivalente. Si el timón del barco a escala es $\frac{1}{100}$ del tamaño del timón en el barco real, entonces la caseta del timón es $\frac{1}{100}$ del tamaño de la caseta del timón real, el ancho del barco a escala es $\frac{1}{100}$ del ancho del barco real y así sucesivamente.

Los dos triángulos ABC y DEF mostrados a la derecha son similares. El lado \overline{AB} corresponde a \overline{DE} , el lado \overline{BC} corresponde a \overline{EF} y el lado \overline{AC} corresponde a \overline{DF} . La altura \overline{CH} corresponde a la altura \overline{FK} . Las razones de las longitudes de partes correspondientes son iguales.



$$\frac{AB}{DE} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AC}{DF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{BC}{EF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad \frac{CH}{FK} = \frac{1.5}{3} = \frac{1}{2}$$

Como las razones de las partes correspondientes son iguales, es posible formar tres proporciones mediante los lados de los triángulos.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}, \quad \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \quad \text{y} \quad \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

Asimismo, es posible formar tres proporciones mediante los lados y la altura de los triángulos.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{CH}{FK}, \quad \frac{AC}{DF} = \frac{CH}{FK} \quad \text{y} \quad \frac{BC}{EF} = \frac{CH}{FK}$$

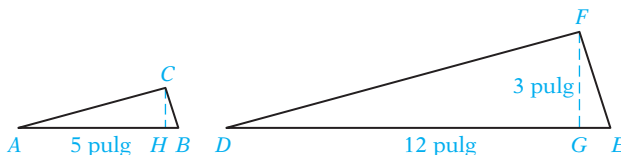
Los ángulos correspondientes en los triángulos semejantes son iguales. Por tanto,

$$\angle A = \angle D, \quad \angle B = \angle E \quad \text{y} \quad \angle C = \angle F$$

Concéntrate

en utilizar las propiedades de triángulos semejantes para calcular el área de un triángulo

Los triángulos ABC y DEF son semejantes. Calcula el área del triángulo ABC .



Estrategia ► Resuelve una proporción para calcular la altura del triángulo ABC .

► Utiliza la fórmula del área de un triángulo.

Solución

Escribe una proporción mediante las razones de los lados correspondientes.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{CH}{FG}$$

$$AB = 5, DE = 12, FG = 3$$

$$\frac{5}{12} = \frac{CH}{3}$$

El mcm de 12 y 3 es 12.

Multiplica por 12 cada lado de la ecuación.

$$12 \cdot \frac{5}{12} = 12 \cdot \frac{CH}{3}$$

Simplifica.

$$5 = 4(CH)$$

Resuelve para CH .

$$1.25 = CH$$

Utiliza la fórmula del área de un triángulo. La base mide 5 pulg.

La altura es de 1.25 pulg

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$A = \frac{1}{2}(5)(1.25)$$

$$A = 3.125$$

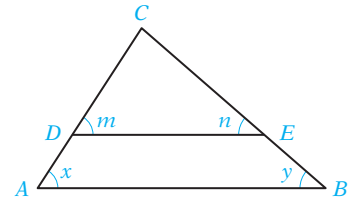
El área del triángulo es 3.125 pulg^2 .

Toma nota

En la sección sobre Problemas de geometría en el capítulo "Solución de ecuaciones y desigualdades: aplicaciones" estudiamos los ángulos opuestos de las rectas que se intersectan, las rectas paralelas y los ángulos de un triángulo.

También es cierto que si los tres ángulos de un triángulo son iguales, respectivamente, a los tres ángulos de otro, entonces ambos triángulos son semejantes.

Se traza un segmento de recta \overline{DE} paralelo a la base AB en el triángulo de la derecha. $\angle x = \angle m$ y $\angle y = \angle n$ porque los ángulos correspondientes son iguales. Como $\angle C = \angle C$, los tres ángulos del triángulo DEC son iguales, respectivamente, a los tres ángulos del triángulo ABC . El triángulo DEC es semejante al triángulo ABC .



La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180° . Si dos ángulos de un triángulo son iguales a dos ángulos de otro, entonces el tercer ángulo de cada uno debe ser igual. Por tanto, podemos decir que **si dos ángulos de un triángulo son iguales a dos ángulos de otro, entonces los dos triángulos son semejantes.**

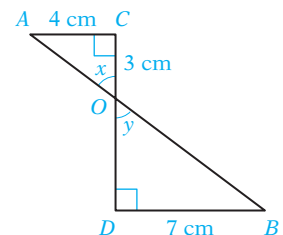
Concéntrate

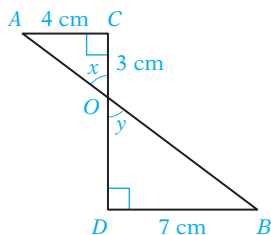
en resolver un problema con las propiedades de triángulos semejantes

Los segmentos de recta \overline{AB} y \overline{CD} se intersectan en el punto O de la figura de la derecha. Los ángulos C y D son ángulos rectos. Encuentra DO .

Estrategia ► Indica si el triángulo AOC es semejante al triángulo BOD .

► Utiliza una proporción para calcular la longitud del lado desconocido.





Solución $\angle C = \angle D$ porque ambos son ángulos rectos. $\angle x = \angle y$ porque son ángulos opuestos. Por tanto, el triángulo AOC es semejante al triángulo BOD , porque dos ángulos de un triángulo son iguales a dos ángulos del otro triángulo.

Escribe una proporción con las razones de los lados correspondientes.

$$AC = 4, DB = 7, CO = 3$$

El mcm de 7 y DO es $7(DO)$.
Multiplica por $7(DO)$ cada lado de la ecuación.

Simplifica.

Resuelve para DO .

$$\frac{AC}{DB} = \frac{CO}{DO}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{3}{DO}$$

$$7(DO) \cdot \frac{4}{7} = 7(DO) \cdot \frac{3}{DO}$$

$$4(DO) = 7(3)$$

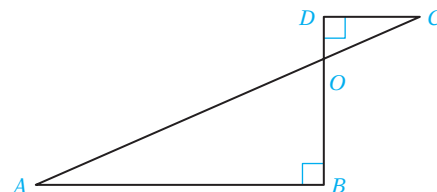
$$4(DO) = 21$$

$$DO = 5.25$$

La longitud de DO es 5.25 cm.

EJEMPLO 6

En la figura de la derecha, AB es paralelo a DC y los ángulos B y D son ángulos rectos. $AB = 12$ m, $CD = 4$ m y $AC = 18$ m. Calcula CO .



Estrategia El triángulo AOB es semejante al triángulo COD . Resuelve una proporción para calcular CO . Supongamos que x representa a CO . Entonces $18 - x$ representa a AO .

Solución

$$\frac{CD}{AB} = \frac{CO}{AO}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{x}{18 - x}$$

$$12(18 - x) \cdot \frac{4}{12} = 12(18 - x) \cdot \frac{x}{18 - x}$$

$$(18 - x)4 = 12x$$

$$72 - 4x = 12x$$

$$72 = 16x$$

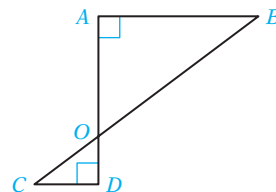
$$4.5 = x$$

La longitud de CO es 4.5 m.

Problema 6

En la figura de la derecha, \overline{AB} es paralelo a \overline{DC} , y los ángulos A y D son rectos. $AB = 10$ cm, $CD = 4$ cm y $DO = 3$ cm. Calcula el área del triángulo AOB .

Solución Revisa la página S22.



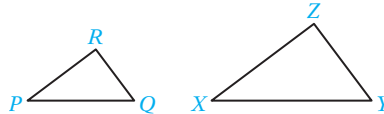
- Escribe una proporción con las razones de las longitudes de los lados correspondientes.
- $CD = 4$, $AB = 12$, $CO = x$, $AO = 18 - x$
- Multiplica por $12(18 - x)$ cada lado de la ecuación.
- Simplifica.
- Utiliza la propiedad distributiva.
- Resuelve para x .

9.5 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

- ¿De qué propiedad de las ecuaciones es una aplicación el proceso de despejar los denominadores en una ecuación que contiene fracciones?
- Si el denominador de una fracción es $x + 3$, ¿para qué valor de x la fracción no está definida?
- Explica por qué puedes simplificar los denominadores en la parte (a) siguiente, pero no en la parte (b).
 - $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{2}$
 - $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{2}$
- Explica la diferencia entre una razón y una tasa.
- Explica la diferencia entre una razón y una proporción.
- Identifica cada una de las siguientes ecuaciones como una razón o una tasa. Luego escríbela en su forma más simple.
 - $\frac{50 \text{ pies}}{4 \text{ s}}$
 - $\frac{28 \text{ pulg}}{21 \text{ pulg}}$
 - $\frac{20 \text{ millas}}{2 \text{ h}}$
 - $\frac{3 \text{ gal}}{18 \text{ gal}}$

Para los ejercicios 7 y 8, utiliza el par de triángulos semejantes mostrados a la derecha. El triángulo PQR es semejante al triángulo XYZ .



- La parte correspondiente del lado \overline{RP} es $\frac{?}{?}$.
 - La parte correspondiente del lado \overline{YX} es $\frac{?}{?}$.
 - La parte correspondiente de $\angle X$ es $\frac{?}{?}$.
- Completa esta proporción: $\frac{QR}{?} = \frac{PR}{XZ}$.
 - Completa esta igualdad: $\angle Z = \frac{?}{?}$.

1 Resolver ecuaciones que contienen fracciones (Revisa las páginas 423-425).

- Después de resolver una ecuación que contiene fracciones, ¿por qué debemos comprobar la solución?

PREPÁRATE

Para los ejercicios 10 a 13, utiliza la ecuación $\frac{7}{x} = \frac{3}{x-4}$.

- El primer paso para resolver la ecuación es simplificar los denominadores mediante la multiplicación de cada lado de la ecuación por el mcm de los denominadores $\frac{?}{?}$ y $\frac{?}{?}$. El mcd es $\frac{?}{?}$.
- Al multiplicar el lado izquierdo de la ecuación por el mcd $x(x-4)$, el lado izquierdo se simplifica a $\frac{?}{?}$.
 - Al multiplicar el lado derecho de la ecuación por el mcd $x(x-4)$, el lado derecho se simplifica a $\frac{?}{?}$.

12. Utiliza tus respuestas del ejercicio 11 para escribir la ecuación que resulta de simplificar los denominadores: $\frac{?}{?} = \frac{?}{?}$. La solución de esta ecuación es $?$.
13. La solución de una ecuación racional debe comprobarse en la ecuación original. Para comprobar la solución que encontraste en el ejercicio 12, sustituye $?$ por x en la ecuación original $\frac{7}{x} = \frac{3}{x-4}$: $\frac{7}{7} = \frac{3}{7-4}$ y simplifica a $\frac{?}{?} = \frac{?}{?}$. La solución se comprueba.



Cuando la solución propuesta de una ecuación racional no comprueba la ecuación original, se debe a que da como resultado una expresión que involucra una división entre cero. Para cada ecuación, establece los valores de x que darían como resultado una división entre cero al sustituirlos en la ecuación original.

$$14. \frac{1}{x+5} = \frac{x}{x-3} + \frac{2}{x^2+2x-15}$$

$$15. \frac{3}{x-9} = \frac{1}{x^2-9x} + 2$$

$$16. \frac{6x}{x+1} - \frac{x}{x-2} = 4$$

Resuelve.

$$17. 2 + \frac{5}{x} = 7$$

$$18. 3 + \frac{8}{n} = 5$$

$$\Rightarrow 19. 1 - \frac{9}{x} = 4$$

$$20. 3 - \frac{12}{x} = 7$$

$$21. \frac{2}{y} + 5 = 9$$

$$22. \frac{6}{x} + 3 = 11$$

$$23. \frac{4x}{x-4} + 5 = \frac{5x}{x-4}$$

$$24. \frac{2x}{x+2} - 5 = \frac{7x}{x+2}$$

$$\Rightarrow 25. 2 + \frac{3}{a-3} = \frac{a}{a-3}$$

$$26. \frac{x}{x+4} = 3 - \frac{4}{x+4}$$

$$27. \frac{x}{x-1} = \frac{8}{x+2}$$

$$28. \frac{x}{x+12} = \frac{1}{x+5}$$

$$29. \frac{2x}{x+4} = \frac{3}{x-1}$$

$$30. \frac{5}{3n-8} = \frac{n}{n+2}$$

$$31. x + \frac{6}{x-2} = \frac{3x}{x-2}$$

$$32. x - \frac{6}{x-3} = \frac{2x}{x-3}$$

$$33. \frac{x}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{x+6}{x^2-4}$$

$$34. \frac{x}{x+4} = \frac{11}{x^2-16} + 2$$

$$35. \frac{8}{y} = \frac{2}{y-2} + 1$$

$$36. \frac{8}{r} + \frac{3}{r-1} = 3$$

2 Resolver proporciones (Revisa las páginas 425-427).

PREPÁRATE

37. El cociente de dos cantidades que tienen la misma unidad se conoce como $?$. El cociente de dos cantidades que tienen unidades diferentes se llama $?$.
38. Una ecuación que establece la igualdad de dos razones o tasas se conoce como $?$.

Resuelve.

$$39. \frac{x}{12} = \frac{3}{4}$$

$$40. \frac{6}{x} = \frac{2}{3}$$

$$41. \frac{4}{9} = \frac{x}{27}$$

$$42. \frac{16}{9} = \frac{64}{x}$$

$$43. \frac{x+3}{12} = \frac{5}{6}$$

$$44. \frac{3}{5} = \frac{x-4}{10}$$

➡ 45. $\frac{18}{x+4} = \frac{9}{5}$

46. $\frac{2}{11} = \frac{20}{x-3}$

47. $\frac{2}{x} = \frac{4}{x+1}$

48. $\frac{16}{x-2} = \frac{8}{x}$


49. $\frac{x+3}{4} = \frac{x}{8}$

50. $\frac{x-6}{3} = \frac{x}{5}$

51. $\frac{2}{x-1} = \frac{6}{2x+1}$

52. $\frac{9}{x+2} = \frac{3}{x-2}$

53. $\frac{2x}{7} = \frac{x-2}{14}$

54.  ¿Verdadero o falso? Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.


55.  ¿Verdadero o falso? Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$.

3 Aplicaciones de las proporciones (Revisa las páginas 427-428).

PREPÁRATE

56. La escala en un mapa muestra que una distancia de 3 cm representa una distancia real de 10 millas. Esta tasa se puede expresar como el cociente.

$\frac{10 \text{ millas}}{?}$ o como el cociente $\frac{3 \text{ cm}}{?}$.

57.  En el mapa descrito en el ejercicio 56, ¿una distancia de 8 cm representa una distancia real mayor o menor de 30 millas?

58. **Elecciones** Una encuesta de salida reveló que 4 de cada 7 personas votaron a favor de una enmienda en un proyecto urbano. A esta tasa, ¿cuántas personas votaron a favor de la enmienda si hubo una votación de 35,000 personas?

➡ 59. **Negocios** Un inspector de control de calidad encontró 3 transistores defectuosos en un embarque de 500. A esta tasa, ¿cuántos transistores estarían defectuosos en un embarque de 2000?

60. **Seguro médico** Lee el recorte de noticias de la derecha. ¿Cuántos estadounidenses no tienen seguro médico? Utiliza una cifra de 300 millones para la población de Estados Unidos.

61. **Pobreza** Lee el recorte de noticias de la derecha. ¿Cuántos niños estadounidenses viven en la pobreza? Utiliza una cifra de 75 millones para el número de niños que viven en Estados Unidos.

62. **Construcción** Un especialista en aire acondicionado recomienda 2 ventilas de aire por cada 300 pies² de espacio en el piso. A esta tasa, ¿cuántas ventilas de aire se necesitan para un edificio de oficinas de 21,000 pies²?

63. **Televisión** En una ciudad con 25,000 casas, se realizó una encuesta para determinar el número de viviendas con acceso Wi-Fi. De las 300 viviendas encuestadas, 210 tenían dicho acceso. Calcula el número de viviendas en la ciudad con acceso Wi-Fi.

Fósiles Para los ejercicios 64 y 65, utiliza la información del artículo de la derecha. Supongamos que todos los escorpiones tienen aproximadamente la misma razón de longitud de sus pinzas respecto a la longitud del cuerpo.

64. Calcula la longitud, en pies, de la pinza de escorpión marino prehistórico más larga conocida. Redondea a la centésima más cercana.

65. En la actualidad, la longitud de los escorpiones varía entre alrededor de 0.5 pulg y aproximadamente 8 pulg. Calcula la longitud, en pulgadas, de una pinza de un escorpión de 7 pulg. Redondea a la centésima más cercana. (*Sugerencia:* convierte en pulgadas 8.2 pies.)

En las noticias

Todavía es posible mejorar

Según una publicación de las Naciones Unidas, Estados Unidos ocupa el lugar número 13 en el mundo en las áreas del desarrollo humano. La información del gobierno revela que, en cuanto a la salud, 3 de cada 20 estadounidenses no tienen seguro de salud. En relación con el nivel de vida, 1 de cada 6 niños estadounidenses vive en la pobreza.

Fuentes: www.undp.org, www.census.gov. Informe de Desarrollo Humano 2009; Información sobre Ingresos, Pobreza y Seguro médico en Estados Unidos, 2008.

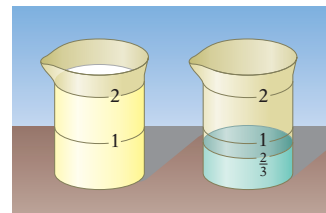
En las noticias

Encuentran un fósil de escorpión de 390 millones de años de antigüedad

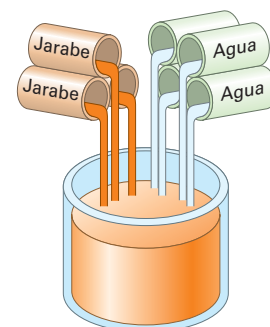
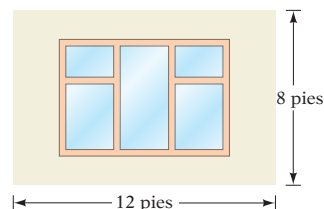
Un grupo de científicos anunció el descubrimiento bajo tierra del fósil más grande de una pinza de escorpión marino que se haya encontrado. Con base en la longitud de la pinza de 18 pulg, los científicos calculan que el escorpión debe haber medido 8.2 pies de largo. Se calcula que el escorpión marino prehistórico más largo del que se tiene conocimiento midió 6.7 pies.

Fuente: news.nationalgeographic.com

66. **Cocina** Un jarabe sencillo se prepara al disolver 2 tazas de azúcar en $\frac{2}{3}$ de taza de agua hirviendo. A esta tasa, ¿cuántas tazas de azúcar se requieren para 2 tazas de agua hirviendo?
67. **Energía** La iluminación de un anuncio panorámico se obtiene mediante energía solar. Si 3 paneles de energía generan 10 watts de electricidad, ¿cuántos paneles se necesitan para proporcionar 600 watts?
68. **Conservación** Como parte de un esfuerzo de conservación para un lago, 40 peces fueron atrapados, etiquetados y luego liberados. Más adelante fueron atrapados 80 peces. Cuatro de estos 80 peces tenían etiquetas. Calcula el número de peces en el lago.
69. **Negocios** Una empresa aceptará un embarque de 10,000 discos de computadora si se encuentran 2 o menos defectuosos en una muestra de 100 seleccionados en forma aleatoria. Supongamos que hay 300 discos defectuosos en el embarque y que la tasa de discos defectuosos en la muestra es igual a la tasa en el embarque. ¿La empresa aceptará el embarque?
70. **Negocios** Una empresa aceptará un embarque de 20,000 rodamientos de precisión si se encuentran 3 o menos defectuosos en una muestra de 100 seleccionados en forma aleatoria. Supongamos que hay 400 rodamientos defectuosos en el embarque y que la tasa de rodamientos defectuosos en la muestra es igual a la tasa del embarque. ¿La empresa aceptará el embarque?
71. **Arte** Leonardo da Vinci midió diversas distancias en el cuerpo humano con el fin de realizar dibujos exactos. Da Vinci determinó que, en general, la razón de la estatura de una persona arrodillada con su estatura de pie es $\frac{3}{4}$. Con esta razón, determina la estatura de pie de una persona que de rodillas tiene una estatura de 48 pulg.
72. **Arte** En uno de sus cuadernos, Leonardo da Vinci escribió que el espacio "...desde la parte superior hasta la parte inferior de la barbilla ocupa la sexta parte de la cara y la quincuagésima cuarta parte del hombre." Supongamos que la distancia de la parte superior a la parte inferior de la barbilla de una persona mide 1.25 pulg. Con las medidas de da Vinci, calcula la estatura de la persona.
73. **Cartografía** En un mapa, dos ciudades están a una distancia de $2\frac{5}{8}$ pulgadas una de otra. Si $\frac{3}{8}$ de pulgada en el mapa representan 25 millas, calcula el número de millas entre ambas ciudades.
74. **Cartografía** En un mapa, dos ciudades están a una distancia de $5\frac{5}{8}$ pulg una de otra. Si $\frac{3}{4}$ de pulg en el mapa representan 100 millas, calcula el número de millas entre ambas ciudades.
75. **Cohetes** El motor de un cohete pequeño consume 170,000 lb de combustible en un minuto. A esta tasa, ¿cuántas lb de combustible consume el cohete en 45 segundos?
76. **Construcción** Para ahorrar energía y permitir la entrada de la mayor cantidad de luz posible, un arquitecto sugiere que la razón del área de una ventana respecto al área total de la pared sea 5 a 12. Con esta razón, calcula el área recomendada de una ventana que se instalará en una pared que mide 8 por 12 pies.
77. **Mezcla de pinturas** Una pintura verde se elabora al mezclar 3 partes de amarillo con 5 de azul. ¿Cuántos galones de pintura amarilla se necesitan para preparar 60 galones de esta pintura verde?
78. **Industria alimentaria** Una bebida refrescante se prepara al mezclar 4 partes de agua carbonatada con 3 partes de jarabe. ¿Cuántos ml de agua carbonatada hay en 280 ml de bebida refrescante?
79. **Redecoración** Un pintor calcula que 5 galones de pintura cubrirán 1200 pies² de superficie de muros. ¿Cuántos galones adicionales se necesitan para cubrir 1680 pies²?
80. **Agricultura** Un campo de 50 acres produce 1100 bushels de trigo al año. ¿Cuántos acres adicionales deberán plantarse para que la producción anual sea de 1320 bushels?
81. **Impuestos** El impuesto sobre la venta de un automóvil que se vendió en \$18,000 es \$1170. A la misma tasa, ¿cuánto mayor es el impuesto sobre la venta de un automóvil que se vendió en \$19,500?
82. **Servicio de banquetes** Un organizador de banquetes calcula que 5 galones de café serán suficientes para 50 personas. ¿Cuánto café adicional es necesario para 70 personas?



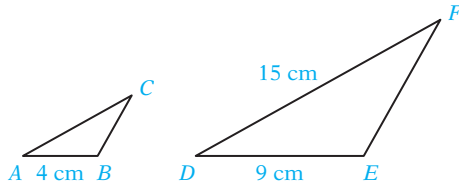
Camaphoto Arte, Venice/Art Resource, NY



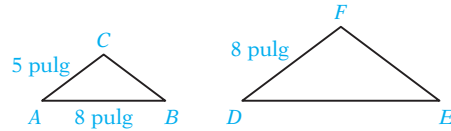
4 Problemas que involucran triángulos semejantes (Revisa las páginas 428–430).

Resuelve. Los triángulos ABC y DEF en los ejercicios 83 a 90 son semejantes. Redondea las respuestas a la décima más cercana.

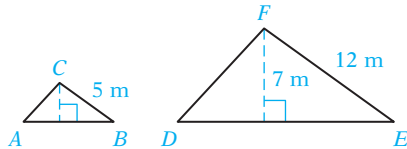
83. Calcula AC .



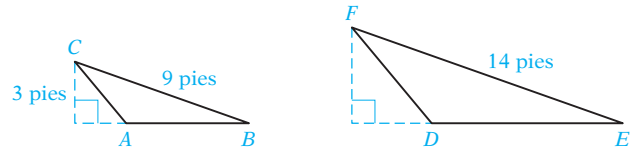
84. Calcula DE .



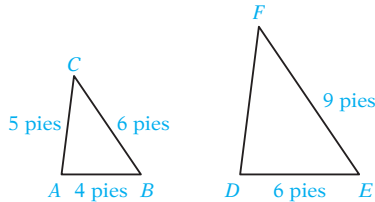
85. Calcula la altura del triángulo ABC .



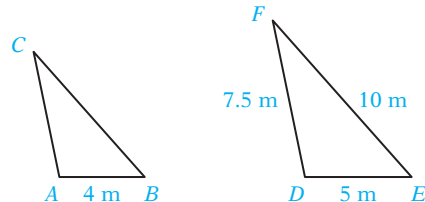
86. Calcula la altura del triángulo DEF .



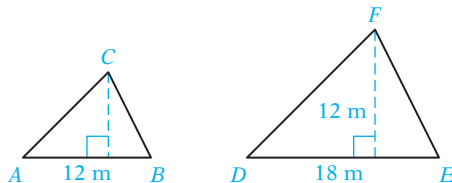
87. Calcula el perímetro del triángulo DEF .



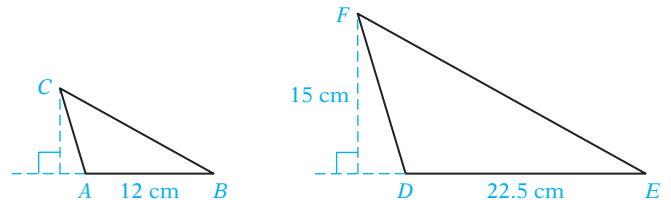
88. Calcula el perímetro del triángulo ABC .



89. Calcula el área del triángulo ABC .



90. Calcula el área del triángulo ABC .



91. ¿Verdadero o falso? Si la razón de los lados correspondientes de dos triángulos semejantes es $\frac{2}{3}$, la razón de los perímetros de ambos triángulos también es $\frac{2}{3}$.

92. ¿Verdadero o falso? Si la razón de los lados correspondientes de dos triángulos semejantes es $\frac{5}{4}$, la razón de las áreas de los dos triángulos también es $\frac{5}{4}$.

PREPÁRATE

93. Observa el diagrama en el ejercicio 95, en el que \overline{BD} es paralelo a \overline{AE} .

a. El triángulo CBD es semejante al triángulo ____?

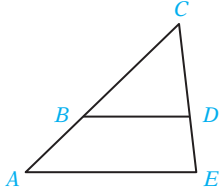
b. Completa esta proporción: $\frac{BD}{AE} = \frac{CD}{\underline{\quad? \quad}}$.

94. Observa el diagrama del ejercicio 99.

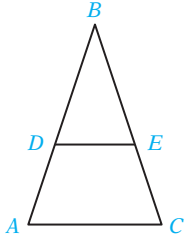
a. El triángulo MNO es semejante al triángulo ____?

b. Completa esta proporción: $\frac{OP}{\underline{\quad? \quad}} = \frac{PQ}{MN}$.

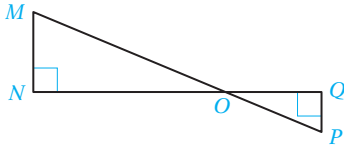
- ➡ 95. Dado que $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$, BD mide 5 cm, AE mide 8 cm y AC mide 10 cm, calcula BC .



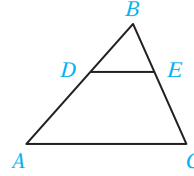
97. Dado que $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$, DE mide 6 pulgadas, AC mide 10 pulgadas, y AB mide 15 pulgadas, calcula DA .



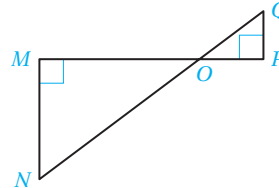
99. Dado que \overline{MP} y \overline{NQ} se intersecan en O , NO mide 24 cm, MN mide 10 cm, MP mide 39 cm y QO mide 12 cm, calcula OP .



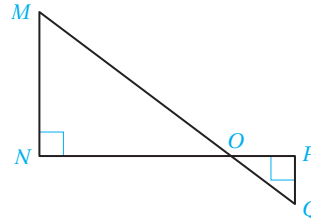
96. Dado que $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$, BD mide 8 m, AD mide 12 m y BE mide 6 m, calcula BC .



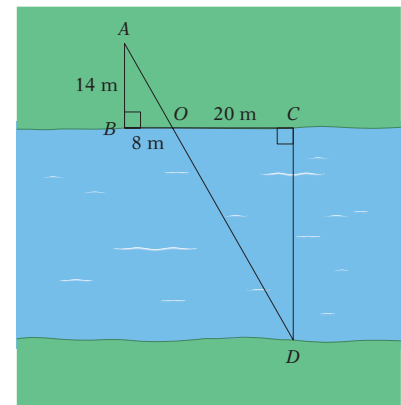
98. Dado que \overline{MP} y \overline{NQ} se intersecan en O , NO mide 25 pies, MO mide 20 pies y PO mide 8 pies, calcula QO .



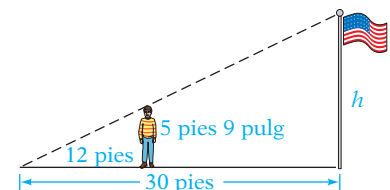
100. Dado que \overline{MQ} y \overline{NP} se intersecan en O , NO mide 12 m, MN mide 9 m, PQ mide 3 m y MQ mide 20 m, calcula el perímetro del triángulo OPQ .



101. Es posible utilizar triángulos semejantes como una forma indirecta de medir distancias inaccesibles. El diagrama de la derecha representa un río con DC de ancho. Los triángulos AOB y DOC son semejantes. Es posible medir las distancias AB , BO y OC . Calcula el ancho del río.



102. Los rayos del sol produjeron una sombra como se muestra en el diagrama de la derecha. Calcula la altura del asta de bandera. Escribe la respuesta en pies.



APLICACIÓN DE CONCEPTOS

103. Problema de números La suma de un número y su recíproco es $\frac{26}{5}$. Encuentra el número.

104. Loterías Tres personas reunieron su dinero para comprar billetes de lotería. La primera persona aportó \$25, la segunda \$30 y la tercera \$35. Uno de los billetes resultó ganador. Si ganaron \$4.5 millones, ¿qué parte del premio le corresponde a la primera persona?

105. Deportes Un jugador de basquetbol hizo 5 de cada 6 tiros libres. Si el jugador perdió 42 tiros libres en su carrera, ¿cuántos tiros libres hizo en su carrera?

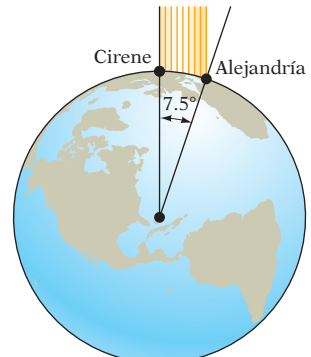
106. Recaudación de fondos Nadie pertenece tanto al Club de Matemáticas como al de Fotografía, pero ambos clubes se unen para organizar un lavado de autos. Diez miembros del Club de Matemáticas y 6 miembros del Club de Fotografía participan en el evento. La utilidad del lavado de autos es \$120. Si la utilidad de cada uno de los clubes es proporcional al número de miembros que participa, ¿qué parte de la utilidad recibe el Club de Matemáticas?

107. Historia Eratóstenes, el quinto bibliotecario de Alejandría (230 A.C.), estaba familiarizado con ciertos datos astronómicos que le permitieron calcular la circunferencia de la Tierra por medio de una proporción. Sabía que en un día a mediados del verano, el Sol estaba directamente sobre Cirene, como muestra el diagrama. Al mismo tiempo, en Alejandría, el Sol se encontraba en un ángulo de 7.5° del cenit. La distancia de Cirene a Alejandría era de 5000 estadios, o alrededor de 520 millas. Eratóstenes meditó que la razón del ángulo de 7.5° con una revolución era igual a la razón de la longitud de 520 millas con la circunferencia de la Tierra. A partir de lo anterior, escribió y resolvió una proporción.

- Según los cálculos de Eratóstenes, ¿cuál es la circunferencia de la Tierra?
- Encuentra la diferencia entre su cálculo y el valor aceptado de 24,800 millas.



Dennis Ku/Shutterstock.com



PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO



108. Población La lista siguiente muestra la población proyectada de personas de 65 años de edad y mayores, y la población total proyectada de Estados Unidos para cada década de 2020 a 2050.

YearAño	Población de 65+, en miles	Total de poblaci ^{ón} , en miles
2020	54,632	335,805
2030	71,453	363,584
2040	80,049	391,948
2050	86,705	419,854

- ¿Cuál es el incremento porcentual, por cada periodo de 10 años, en la población de personas de 65 años y mayores? Redondea a la décima de porcentaje más cercana.
- ¿Cuál es el incremento porcentual, por cada periodo de 10 años, en la población total de Estados Unidos?
- ¿Existe algún periodo de 10 años durante el cual la población total de Estados Unidos aumenta con mayor rapidez (a una mayor tasa) que la población de 65 años de edad y mayores?

- d. Numerosas personas, al envejecer, necesitan más cuidados médicos. A continuación se proporciona el dato de población de personas en el grupo de 20 a 40 años de edad que ofrecen cuidados. Para cada década, encuentra la razón del número de cuidadores potenciales respecto al número de personas en el grupo de 65 años y mayores. Redondea al número natural más cercano.

Año	2020	2030	2040	2050
Población de 20 a 44 años, en millones	108,632	114,747	121,659	130,897

- e.  Escribe un enunciado que explique el significado de las razones que encontraste en la parte (d). ¿Las razones aumentan o disminuyen?
- f.  Escribe algunos enunciados que resuman los cálculos en las partes (a) a (d).

9.6

Variación

OBJETIVO 1

Problemas de variación directa e inversa

Muchas relaciones importantes en negocios, ciencias e ingeniería involucran cantidades directamente proporcionales. Es decir, un incremento en una cantidad da lugar a un incremento proporcional en otra. A menudo es posible describir estas relaciones mediante una ecuación de la forma $y = kx$, donde k es una constante llamada **constante de variación**. La ecuación $y = kx$ es la forma general de una **ecuación de variación directa** y se lee “ y varía directamente como x .”

Éstos son algunos ejemplos de variación directa.

La distancia recorrida por un automóvil que viaja a una velocidad constante de 55 mph se representa mediante la ecuación de variación directa $y = 55x$, donde x es el número de horas recorridas y y la distancia total recorrida. El número 55 es la constante de variación.

El costo de llenar el tanque de tu automóvil con gasolina que cuesta \$3.75 por galón es directamente proporcional al número de galones adquiridos. La ecuación de variación directa es $y = 3.75x$, donde x es el número de galones de gasolina adquiridos y y el costo de llenar el tanque. El número 3.75 es la constante de variación (también conocida como constante de proporcionalidad).



Konstantin Sulvagin/Shutterstock.com

VARIACIÓN DIRECTA

La ecuación $y = kx$ establece que y varía directamente como x .

En esta ecuación, k es la constante llamada *constante de variación*.

EJEMPLO 1

Encuentra la constante de variación si y varía directamente como x y $y = 35$ cuando $x = 5$. Luego escribe la ecuación de variación directa específica que relaciona y y x .

Estrategia

- Para encontrar la constante de variación, sustituye y por 35 y x por 5 en la forma general de una ecuación de variación directa $y = kx$. Resuelve para k .
- Para escribir la ecuación de variación directa específica, sustituye k por su valor en la ecuación general de variación directa.

Solución

$$y = kx$$

$$35 = k \cdot 5$$

$$7 = k$$

La constante de variación es 7.

$$y = 7x$$

La ecuación de variación directa es $y = 7x$.

- Utiliza la forma general de una ecuación de variación directa.
- Sustituye y por 35 y x por 5.
- Resuelve para k mediante la división de ambos lados entre 5.
- Escribe la ecuación de variación directa específica sustituyendo k por 7 en $y = kx$.

Problema 1

Encuentra la constante de variación si p varía directamente con q , y $p = 120$ cuando $q = 8$. Luego escribe la ecuación de variación directa específica que relaciona p y q .

Solución

Revisa la página S22.

➡ Intenta resolver el ejercicio 7, página 442.

EJEMPLO 2

La cantidad (A) de medicamento recetado para una persona está directamente relacionada con el peso (W) de la persona. Para una persona que pesa 50 kg, se recetan 2 ml de medicamento. ¿Cuántos ml de medicamento se requieren para una persona que pesa 75 kg?

Estrategia

- Ésta es una variación directa. Para encontrar el valor de k , escribe la forma general de una ecuación de variación directa, sustituye las variables con los valores dados y resuelve para k .
- Escribe la ecuación de variación directa específica, sustituyendo k por su valor. Escribe 75 en lugar de W y resuelve para A .

Solución

$$A = kW$$

$$2 = k \cdot 50$$

$$0.04 = k$$

$$A = 0.04W$$

$$A = 0.04(75)$$

$$A = 3$$

La cantidad de medicamento requerida es 3 ml.

- Utiliza la forma general de una ecuación de variación directa.
- Sustituye A por 2 y W por 50.
- Resuelve para k dividiendo ambos lados entre 50.
- Escribe la ecuación de variación directa específica escribiendo 0.04 en lugar de k .
- Sustituye W por 75 para encontrar A cuando W es 75.
- Simplifica.

Problema 2

El salario total (w) de una enfermera es directamente proporcional al número de horas (h) laboradas. Si la enfermera gana \$264 por trabajar 12 horas, ¿cuál es el salario total de la enfermera por trabajar 18 horas?

Solución

Revisa la páginas S22–S23.

➡ Intenta resolver el ejercicio 27, página 443.

Dos cantidades son **inversamente proporcionales** si un incremento en una cantidad da lugar a una reducción proporcional en la otra, o si una reducción en una da lugar a un incremento en la otra. Una **variación inversa** es aquella que es posible escribir en la forma $y = \frac{k}{x}$, donde k es una constante. La ecuación $y = \frac{k}{x}$ es la forma general de una ecuación de variación inversa y se lee “ y varía inversamente en relación con x ”.

El número de artículos N que es posible comprar con una cantidad de dinero determinada es inversamente proporcional al precio P de un artículo. La ecuación de variación inversa que relaciona N y P es $N = \frac{k}{P}$. Mientras más alto sea el precio de un artículo, menos artículos puedes comprar con una cantidad de dinero determinada. Mientras más bajo sea el precio de un artículo, más artículos puedes comprar con esa misma cantidad de dinero.



© Jeff Greenberg/Alamy

Es importante señalar que en la ecuación de variación directa $y = kx$, conforme la cantidad x aumenta, y aumenta. Por ejemplo, si compras barras energéticas, el doble de barras energéticas costará dos veces más dinero. En la ecuación de variación inversa $y = \frac{k}{x}$, conforme la cantidad x aumenta, y disminuye, o conforme x disminuye, y aumenta. Mientras más alto sea el precio de una barra energética, menos barras podrás comprar con \$10. Mientras más bajo sea el precio de una barra energética, más barras podrás comprar con \$10.

Otro ejemplo de variación inversa se relaciona con el movimiento uniforme. El tiempo necesario para recorrer una distancia determinada es inversamente proporcional a la velocidad a la que viajas. Mientras más rápido viajes, tardarás menos tiempo en llegar a tu destino. Mientras más lento viajes, más tiempo tardarás en llegar a tu destino. Por ejemplo, supongamos que conduces a un destino que se encuentra a 200 millas de distancia. Si conduces a una velocidad de 50 mph, llegarás a tu destino en 4 horas. Si conduces a 40 mph (una velocidad más baja), llegarás a tu destino en 5 horas (más tiempo).

VARIACIÓN INVERSA

La ecuación $y = \frac{k}{x}$ establece que y varía inversamente en relación con x .

En esta ecuación, k es una constante llamada constante de variación (también llamada constante de proporcionalidad).

EJEMPLO 3

Encuentra la constante de variación si y varía inversamente en relación con x , y $y = 30$ cuando $x = 10$. Luego escribe la ecuación de variación inversa específica que relaciona y y x .

Estrategia

- Para encontrar la constante de variación, sustituye y por 30 y x por 10 en la forma general de una ecuación de variación inversa $y = \frac{k}{x}$. Resuelve para k .
- Para escribir la ecuación de variación inversa específica, sustituye k por su valor en la ecuación general de variación inversa.

Solución

$$y = \frac{k}{x}$$

- Utiliza la forma general de una ecuación de variación inversa.

$$30 = \frac{k}{10}$$

- Sustituye y por 30 y x por 10.

$$300 = k$$

- Resuelve para k multiplicando ambos lados por 10.

La constante de variación es 300.

$$y = \frac{300}{x}$$

- Escribe la ecuación de variación inversa específica sustituyendo k por 300 en $y = \frac{k}{x}$.

La ecuación de variación inversa es $y = \frac{300}{x}$.

Problema 3

Encuentra la constante de variación si s varía inversamente en relación con t , y $s = 12$ cuando $t = 8$. Luego escribe la ecuación de variación inversa específica que relaciona s con t .

Solución

Revisa la página S23.

► Intenta resolver el ejercicio 9, página 442.

EJEMPLO 4

En un cilindro automotriz, el volumen (V) de un gas varía inversamente con la presión (P), dado que la temperatura no cambia. Si el volumen del gas en el cilindro es 300 cm³ cuando la presión es de 20 libras por pulgada cuadrada (psi), ¿cuál es el volumen cuando la presión aumenta a 80 psi?

Estrategia

- Ésta es una variación inversa. Para encontrar el valor de k , escribe la ecuación de variación inversa general, sustituye las variables por los valores determinados y resuelve para k .
- Escribe la ecuación de variación inversa específica, sustituyendo k por su valor. Sustituye P por 80 y resuelve para V .

Solución

$$V = \frac{k}{P}$$

- Utiliza la forma general de una ecuación de variación inversa.

$$\begin{aligned} 300 &= \frac{k}{20} \\ 6000 &= k \end{aligned}$$

- Sustituye V por 300 y P por 20.
- Resuelve para k multiplicando ambos lados por 20.

$$V = \frac{6000}{P}$$

- Escribe la ecuación de variación inversa específica sustituyendo k por 6000.

$$V = \frac{6000}{80}$$

- Sustituye P por 80 y encuentra V cuando P es 80.

$$V = 75$$

- Simplifica.

Cuando la presión es 80 psi, el volumen es de 75 cm³.

Problema 4

En una planta de ensamble, el número de horas (h) requerido para completar la cuota diaria es inversamente proporcional al número de máquinas de ensamble (m) en operación. Si cinco máquinas de ensamble pueden completar la cuota diaria en 9 h, ¿cuántas horas se requieren para que cuatro máquinas de ensamble completen la cuota diaria?


Solución

Revisa la página S23.

► Intenta resolver el ejercicio 35, página 443.

9.6 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

-  a. ¿Cuándo dos cantidades son directamente proporcionales?
 - ¿Cuándo dos cantidades son inversamente proporcionales?
- Establece si las dos cantidades varían directa o inversamente.
 - Un acre sembrado con trigo producirá 45 bushels de trigo.
 - El volumen de un amplificador es de 80 decibeles cuando estás parado a una distancia de 1 pie.
 - Un camión recorre 17 millas con 1 galón de combustible.
 - La intensidad de la luz es de 15 pies-candelas a una distancia de 10 metros.
- Indica si la expresión es verdadera o falsa.
 - En la ecuación de variación directa $y = kx$, si x aumenta, entonces y aumenta.
 - En la ecuación de variación inversa $y = \frac{k}{x}$, si x aumenta, entonces y aumenta.

1 Problemas de variación directa e inversa (Revisa las páginas 438-441).

PREPÁRATE

4. P varía directamente con Q . La ecuación de variación directa es $P = \frac{?}{?}Q$.

5. W varía inversamente con L . La ecuación de variación inversa es $W = \frac{?}{L}$.

6. Encuentra la constante de variación si y varía directamente con x , y $y = 15$ cuando $x = 2$. Luego escribe la ecuación de variación directa específica que relaciona y con x .
- ➡ 7. Encuentra la constante de variación si t varía directamente con s , y $t = 24$ cuando $s = 120$. Luego escribe la ecuación de variación directa específica que relaciona s con t .
8. Encuentra la constante de variación cuando y varía inversamente con x , y $y = 10$ cuando $x = 5$. Luego escribe la ecuación de variación inversa específica que relaciona y con x .
- ➡ 9. Encuentra la constante de proporcionalidad si T varía inversamente con S , y $T = 0.2$ cuando $S = 8$. Luego escribe la ecuación de variación inversa específica que relaciona T y S .
10. Si y varía directamente con x , y $x = 10$ cuando $y = 4$, encuentra y cuando $x = 15$.
11. Dado que L varía directamente con P , y $L = 24$ cuando $P = 21$, encuentra P cuando $L = 80$.
12. Dado que P varía directamente con R , y $P = 20$ cuando $R = 5$, encuentra P cuando $R = 6$.
13. Dado que T varía directamente con S , y $T = 36$ cuando $S = 9$, encuentra T cuando $S = 2$.
14. Dado que M es directamente proporcional a P , y $M = 15$ cuando $P = 30$, encuentra M cuando $P = 20$.
15. Dado que A es directamente proporcional a B , y $A = 6$ cuando $B = 18$, encuentra A cuando $B = 21$.
16. Si y varía inversamente con x , y $y = 500$ cuando $x = 4$, encuentra y cuando $x = 10$.
17. Si W varía inversamente con L , y $W = 20$ cuando $L = 12$, encuentra L cuando $W = 90$.
18. Si z varía inversamente con w , y $z = 32$ cuando $w = 3$, encuentra z cuando $w = 12$.
19. Si C varía inversamente con D , y $C = 4.5$ cuando $D = 2$, encuentra C cuando $D = 9$.

PREPÁRATE

20. Un contador gana \$24 por hora. El salario total del contador (w) es directamente proporcional al número de horas laboradas (h). La ecuación de variación es $w = \frac{?}{?}h$. La constante de variación es $\frac{?}{?}$.
21. Un atleta trota a una velocidad de 4 mph. La distancia que trota (d) es directamente proporcional al tiempo dedicado a trotar (t). La ecuación de variación es $d = \frac{?}{?}t$. La constante de variación es $\frac{?}{?}$.

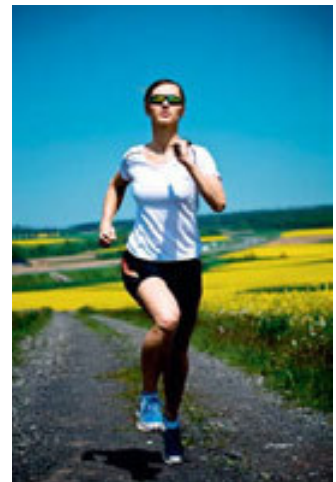
➡ En los ejercicios 22 a 25, no realices los cálculos. Determina la respuesta pensando en la relación entre las variables x y y .

22. Si $y = 5x$, cuando x aumenta, ¿ y aumenta o disminuye?

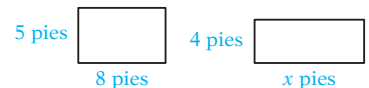
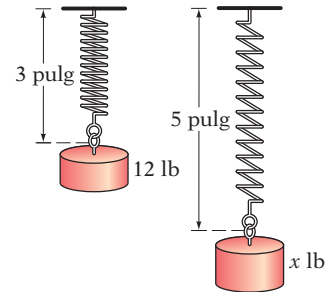
23. Si $y = \frac{100}{x}$, cuando x aumenta, ¿ y aumenta o disminuye?

24. Dada la ecuación de variación $y = \frac{6.7}{x}$, ¿qué número es el más cercano al valor de y cuando $x = 3.2$?

- i) 2 ii) $\frac{1}{2}$ iii) 20



25. Dado que la ecuación de variación $y = \frac{101}{x}$, ¿qué número es el más cercano al valor de x cuando $y = 26$?
- i) 4 ii) $\frac{1}{4}$ iii) 40
26. **Compensación** El salario de un trabajador (w) varía directamente como el número de horas (h) laboradas. Si gana \$82 por trabajar 8 horas, ¿cuánto gana por trabajar 30 horas?
- ➡ 27. **Sonido** La distancia (d) a la que viaja el sonido varía directamente conforme transcurre el tiempo (t). Si el sonido viaja 8920 pies en 8 segundos, calcula la distancia que viaja en 3 segundos.
28. **Física** La distancia (d) de un resorte que se estira varía directamente conforme se aplica la fuerza (F) al resorte. Si se requiere una fuerza de 12 lb para estirar un resorte de 3 pulg, ¿qué fuerza se requiere para estirarlo 5 pulg?
29. **Buceo** La presión (P) sobre un buzo en el agua varía directamente con la profundidad (d). Si la presión es de 2.25 psi cuando la profundidad es de 5 pies, ¿cuál es la presión cuando la profundidad es de 12 pies?
30. **Trabajo de oficina** El número de palabras mecanografiadas (w) varía directamente con el tiempo (t) dedicado a mecanografiar. Un mecanógrafo puede escribir 260 palabras en 4 minutos. Encuentra el número de palabras mecanografiadas en 15 minutos.
31. **Electricidad** La corriente (I) varía directamente con el voltaje (V) en un circuito eléctrico. Si la corriente es de 4 amperes cuando el voltaje es de 100 volts, calcula la corriente cuando el voltaje es de 75 volts.
32. **Viaje** La distancia recorrida (d) varía directamente con el tiempo (t) de viaje, suponiendo que la velocidad es constante. Si 50 millas se recorren en 45 minutos, ¿cuántas horas se requieren para recorrer 180 millas?
33. **Consumo** El número de artículos (N) que se pueden comprar con un monto determinado de dinero es inversamente proporcional al costo (C) del artículo. Si se pueden comprar 390 artículos cuando el costo por artículo es de \$0.50, ¿cuántos artículos se pueden comprar cuando el costo es de \$0.20?
34. **Geometría** La longitud (L) de un rectángulo de área fija varía inversamente con el ancho (W). Si la longitud del rectángulo es de 8 pies cuando el ancho es de 5 pies, calcula la longitud del rectángulo cuando el ancho es de 4 pies.
- ➡ 35. **Viajes** El tiempo (t) en un viaje en automóvil varía inversamente con la velocidad (v) del automóvil. Viajando a una velocidad promedio de 65 mph, un viaje tarda 4 horas. El viaje de regreso requirió 5 horas. Calcula la velocidad promedio en el viaje de regreso.
36. **Electricidad** La corriente (I) en un circuito eléctrico es inversamente proporcional a la resistencia (R). Si la resistencia es de 8 ohms cuando la corriente es de 0.25 amperes, calcula la resistencia cuando la corriente es de 1.2 amperes.
37. **Física** Para una temperatura constante, la presión (P) de un gas varía inversamente al volumen (V). Si la presión es de 25 psi cuando el volumen es de 400 pies cúbicos, calcula la presión cuando el volumen es de 150 pies cúbicos.
38. **Física** El volumen (V) de un gas varía inversamente a la presión (P) del gas. Si el volumen de un gas es de 12 pies³ cuando la presión es de 15 lb/pie², calcula el volumen del gas cuando la presión es de 4 lb/pie².
39. **Negocios** Una empresa que fabrica computadoras personales determinó que el número que puede vender (S) es inversamente proporcional al precio (P) de una computadora. Si el precio es \$1800, se pueden vender 1800 computadoras. ¿Cuántas se pueden vender si el precio es \$1500?
40. **Oro** Lee el recorte de noticias de la derecha. Escribe una ecuación de variación directa específica que relacione el precio (p) de oro al número de onzas (n) adquiridas. Utiliza la ecuación de variación para determinar el precio de 8 oz de oro.




En las noticias

Los precios del oro alcanzan otra alza récord

Los precios del oro alcanzan esta semana otra alza récord de \$1250 por onza en la Bolsa Mercantil de Nueva York. De acuerdo con los analistas del mercado, el alza en los precios del oro es consecuencia de una preocupación acerca de la estabilidad económica de Estados Unidos.

Fuente: finance.yahoo.com

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

41.  Explica por qué la fórmula del área de un círculo es una variación directa.
42. Ordenas una pizza extra grande cortada en 12 porciones con entrega a domicilio.
 - a. Si seis personas compartirán la pizza, ¿cuántas porciones son para cada persona?
 - b. Si dos personas se retiran antes de que llegue la pizza, ¿cuántas rebanadas son para cada persona?
 - c. ¿Es una variación directa o una inversa?
 - d. ¿Qué es una constante de variación?
 - e. Escribe la ecuación que representa la variación.
43. El interés mensual aplicado sobre un saldo de una tarjeta de crédito varía directamente con el saldo.
 - a. Si el interés sobre \$475 es \$6.65, ¿cuál es la constante de variación?
 - b. ¿Qué representa la constante de variación en esta situación?
 - c. ¿Para qué saldo adeudado sería el cargo mensual por intereses de \$4.06?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Engranajes La relación entre el tamaño de un engrane o polea y la velocidad a la que gira es una variación inversa.

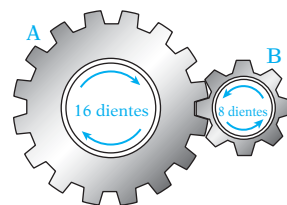
En el diagrama de la derecha, el engrane A tiene dos veces más dientes que el engrane B. Por tanto, cuando A da 1 vuelta, B dará 2 vueltas.

Imagina que el engrane A tiene tres veces más dientes que el engrane B. Después, cuando A gira 1 vuelta, B girará 3 vueltas. Si el engrane A tiene cuatro veces más dientes que el engrane B, entonces A girará 1 vuelta en tanto B gira 4 vueltas. El engrane B de menos dientes se compara con el engrane A en que dará más vueltas por cada vuelta del engrane A. **La velocidad del engrane es inversamente proporcional al número de dientes.** Esta relación la podemos expresar con la ecuación de variación inversa.

$$R = \frac{k}{T}$$

donde R es la velocidad del engrane en revoluciones por minuto (rpm) y T el número de dientes.

44. La velocidad de un engrane varía inversamente al número de dientes. Si un engrane con 40 dientes gira 15 rpm, ¿cuántas revoluciones por minuto girará un engrane con 32 dientes?
45. La velocidad de un engrane varía inversamente al número de dientes. Si un engrane con 48 dientes gira a 20 rpm, ¿cuántas revoluciones por minuto girará un engrane con 30 dientes?
46. El engrane A tiene 20 dientes y gira a una velocidad de 240 rpm. Si el engrane B tiene 48 dientes, ¿a cuántas revoluciones por minuto gira el engrane B?
47. El engrane A tiene 30 dientes y el engrane B, 12. Si la velocidad del engrane A es de 150 rpm, ¿cuál es la velocidad del engrane B?
48. Un engrane de 12 dientes montado en un eje del motor impulsa a un engrane más grande. El eje del motor gira a 1450 rpm. El engrane más grande tiene 40 dientes. Calcula la velocidad del engrane más grande.



9.7

Ecuaciones literales

OBJETIVO 1

Resolver una ecuación literal para una de las variables

Una **ecuación literal** es una ecuación que contiene más de una variable. En el margen derecho se presentan ejemplos de ecuaciones literales.

$$2x + 3y = 6$$

$$4w - 2x + z = 0$$

Las fórmulas se utilizan para expresar una relación entre las cantidades físicas. Una **fórmula** es una ecuación literal que establece las reglas sobre las medidas. A continuación se presentan los ejemplos de las fórmulas.

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} \quad (\text{Física})$$

$$s = a + (n - 1)d \quad (\text{Matemáticas})$$

$$A = P + Prt \quad (\text{Negocios})$$

Para resolver una ecuación literal para una de las variables, se pueden utilizar las propiedades aditiva y multiplicativa. El objetivo es reescribir la ecuación de modo que la letra para la que se resuelve quede sola en un lado de la ecuación y todos los demás números y variables se encuentren del otro lado.

Concéntrate en resolver una ecuación literal

Resuelve $A = P(1 + i)$ para i .

El objetivo es reescribir la ecuación de modo que i esté en un lado de la ecuación y las demás variables en el otro lado.

$$A = P(1 + i)$$

Utiliza la propiedad distributiva para eliminar el paréntesis.

$$A = P + Pi$$

Resta P a cada lado de la ecuación.

$$A - P = P - P + Pi$$

$$A - P = Pi$$

Divide entre P cada lado de la ecuación

$$\frac{A - P}{P} = \frac{Pi}{P}$$

i está sola en un lado de la ecuación.

Resuelve la ecuación para i .

$$\frac{A - P}{P} = i$$

EJEMPLO 1

A. Resuelve $I = \frac{E}{R + r}$ para R . B. Resuelve $L = a(1 + ct)$ para c .

C. Resuelve $S = C - rC$ para C .

Solución A.
$$I = \frac{E}{R + r}$$

$$(R + r)I = (R + r)\frac{E}{R + r}$$

$$RI + rI = E$$

$$RI + rI - rI = E - rI$$

$$RI = E - rI$$

$$\frac{RI}{I} = \frac{E - rI}{I}$$

$$R = \frac{E - rI}{I}$$

- Multiplica por $R + r$ cada lado de la ecuación.
- Utiliza la propiedad distributiva en el lado izquierdo.
- Resta rI a cada lado.
- Divide cada lado entre I .

$$\begin{aligned}
 \text{B.} \quad L &= a(1 + ct) \\
 L &= a + act \\
 L - a &= a - a + act \\
 L - a &= act \\
 \frac{L - a}{at} &= \frac{act}{at} \\
 \frac{L - a}{at} &= c
 \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva
- Resta a a cada lado.
- Divide cada lado entre at .

$$\begin{aligned}
 \text{C.} \quad S &= C - rC \\
 S &= C(1 - r) \\
 \frac{S}{1 - r} &= \frac{C(1 - r)}{1 - r} \\
 \frac{S}{1 - r} &= C
 \end{aligned}$$

- Factoriza C de $C - rC$.
- Divide entre $1 - r$ cada lado de la ecuación.

- Problema 1** A. Resuelve $s = \frac{A + L}{2}$ para L . B. Resuelve $S = a + (n - 1)d$ para n .
- C. Resuelve $S = rS + C$ para S .

Solución Revisa la página S23.

➡ Intenta resolver el ejercicio 19, página 447.

9.7 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

Para los ejercicios 1 a 4, indica si la expresión es verdadera o falsa.

1. Una ecuación con más de una variable es una ecuación literal.
2. La ecuación lineal $y = 4x - 5$ no es una ecuación literal.
3. Las ecuaciones literales se resuelven utilizando las mismas propiedades de las ecuaciones que las empleadas para resolver ecuaciones con una variable.
4. Para resolver una ecuación literal, la meta es obtener de un lado de la ecuación la variable para la cual se resolverá y los demás números y variables del otro lado de la ecuación.

PREPÁRATE

5. Para resolver $I = \frac{E}{R + r}$ para R , la meta es dejar ? sola en un lado de la ecuación.
6. Para resolver $L = a(1 + ct)$ para c , la meta es dejar ? sola en un lado de la ecuación.

1 Resolver una ecuación literal para una de las variables (Revisa las páginas 445-446).

Resuelve la fórmula para la variable dada.

7. $A = \frac{1}{2}bh$; h (Geometría)

8. $P = a + b + c$; b (Geometría)

9. $d = rt; t$ (Física)

10. $E = IR; R$ (Física)

11. $PV = nRT; T$ (Química)

12. $A = bh; h$ (Geometría)

13. $P = 2L + 2W; L$ (Geometría)

14. $F = \frac{9}{5}C + 32; C$ (Conversión de temperatura)

15. $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2); b_1$ (Geometría)

16. $C = \frac{5}{9}(F - 32); F$ (Conversión de temperatura)

17. $V = \frac{1}{3}Ah; h$ (Geometría)

18. $P = R - C; C$ (Negocios)

➡ 19. $R = \frac{C - S}{t}; S$ (Negocios)


20. $P = \frac{R - C}{n}; R$ (Negocios)


21. $A = P + Prt; P$ (Negocios)

22. $T = fm - gm; m$ (Ingeniería)

23. $A = Sw + w; w$ (Física)

24. $a = S - Sr; S$ (Matemáticas)

25.  Cuando se le pidió resolver $A = P(1 + i)$ para i , un estudiante contestó $i = \frac{A}{P} - 1$ y otro $i = \frac{A - P}{P}$. ¿Las dos respuestas son equivalentes?

26.  Cuando se le pidió resolver $A = P(1 + i)$ para i , un estudiante contestó $i = -\frac{P - A}{P}$ y otro contestó $i = \frac{A - P}{P}$. ¿Las dos respuestas son equivalentes?

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

27. Resuelve para x : $cx - y = bx + 5$

28. Resuelve la fórmula de física $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R}$ para R_2 .

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

Negocios Cuando el margen de utilidad se basa en el precio de venta, el precio de venta de un producto se obtiene con la fórmula $S = C + rC$, donde C es el costo del producto y r la tasa de utilidad.

29. a. Resuelve la fórmula $S = C + rC$ para r .

- b. Utiliza tu respuesta del punto (a) para calcular la tasa de utilidad de un lector electrónico cuando el costo es \$108 y el precio de venta \$180.
- c. Utiliza tu respuesta del punto (a) para calcular la tasa de utilidad en un sistema de navegación GPS cuando el costo es \$110 y el precio de venta \$150.

Negocio El análisis del punto de equilibrio es un método utilizado para determinar el volumen de venta requerido para que una empresa “esté en equilibrio” o no presente utilidad ni pérdida sobre la venta de su producto. El punto de equilibrio representa el número de unidades que se deben producir y vender para que los ingresos por ventas sean iguales al costo de producción del producto. El punto de equilibrio se puede calcular con la fórmula $B = \frac{F}{S - \bar{V}}$, donde F es el costo fijo, S el precio de venta unitario y \bar{V} el costo variable unitario.

30. a. Resuelve la fórmula $B = \frac{F}{S - \bar{V}}$ para S .

- b. Utiliza tu respuesta del punto (a) para calcular el precio de venta por pin con videocámara requerido para que una empresa esté en equilibrio. Los costos fijos son de \$15,000, los costos variables por spycam \$60 y la empresa planea fabricar y vender 200 cámaras.
- c. Utiliza tu respuesta del punto (a) para calcular el precio de venta por reloj con videocámara requerido para que una empresa esté en equilibrio. Los costos fijos son \$18,000, los costos variables por reloj son \$65 y la empresa planea fabricar y vender 600 relojes.



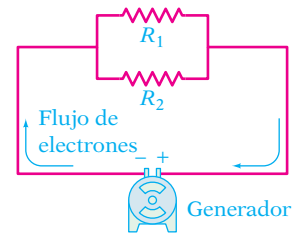
© Acright/Alamy

Electricidad Los resistores se utilizan para controlar el flujo de corriente. La resistencia total de dos resistores en un circuito se puede calcular con la fórmula $R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$, donde

R_1 y R_2 son las resistencias de los dos resistores en el circuito. La resistencia se mide en ohms.

31. a. Resuelve la fórmula $R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$ para R_1 .

- b. Utiliza tu respuesta del punto (a) para calcular la resistencia en R_1 si la resistencia en R_2 es 30 ohms y la resistencia total es 12 ohms.
- c. Utiliza tu respuesta del punto (a) para calcular la resistencia en R_1 si la resistencia en R_2 es 15 ohms y la resistencia total es 6 ohms.



9.8

Problemas de aplicación

OBJETIVO 1

Problemas de trabajo

Si un pintor puede pintar una habitación en 4 horas, entonces puede pintar $\frac{1}{4}$ de la habitación en 1 hora. La tasa de trabajo del pintor es de $\frac{1}{4}$ de la habitación por hora. La **tasa de trabajo** es esa parte de una tarea que se realiza en 1 unidad de tiempo.

Un ducto puede llenar un tanque en 30 minutos, por lo que puede llenar $\frac{1}{30}$ del tanque en 1 minuto. La tasa de trabajo es $\frac{1}{30}$ del tanque cada minuto. Si un segundo ducto puede llenar el tanque en x min, la tasa de trabajo del segundo ducto es de $\frac{1}{x}$ del tanque cada minuto.

Al resolver un problema de trabajo, la meta es calcular el tiempo requerido para completar una tarea. La ecuación básica utilizada para resolver problemas de trabajo es

$$\text{Tasa de trabajo} \cdot \text{tiempo laborado} = \text{Parte de la tarea realiza}$$

Por ejemplo, si una llave de agua puede llenar un recipiente en 6 minutos, entonces en 5 minutos llena $\frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{5}{6}$ del recipiente. En 5 minutos, la llave de agua completa $\frac{5}{6}$ del trabajo.

Resuelve: Un pintor puede pintar un techo en 60 minutos. El aprendiz puede pintar el mismo techo en 90 minutos. ¿Cuánto les tomará pintar el techo si trabajan juntos?

ESTRATEGIA PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE TRABAJO

- Escribe para cada persona o máquina una expresión numérica o algebraica para la tasa de trabajo, el tiempo laborado y la parte de la tarea realizada. Los resultados se pueden registrar en una tabla.

Tiempo desconocido para pintar el techo trabajando juntos: t

Toma nota

Utiliza la información proporcionada en el problema para completar las columnas de tasa y tiempo de la tabla. Llena la columna "parte de la tarea realizada" multiplicando las dos expresiones que escribiste en cada fila.

	Tasa de trabajo	.	Tiempo laborado	=	Parte de la tarea realizada
Pintor	$\frac{1}{60}$.	t	=	$\frac{t}{60}$
Aprendiz	$\frac{1}{90}$.	t	=	$\frac{t}{90}$

- Determina cómo se relacionan las partes de la tarea realizada. Utiliza el hecho de que la suma de las partes completas sea igual a 1, para la tarea completa.

$$\begin{aligned}\frac{t}{60} + \frac{t}{90} &= 1 \\ 180\left(\frac{t}{60} + \frac{t}{90}\right) &= 180 \cdot 1 \\ 3t + 2t &= 180 \\ 5t &= 180 \\ t &= 36\end{aligned}$$

- La parte de la tarea realizada por el pintor más la parte de la tarea realizada por el aprendiz deben ser igual a 1.
- Multiplica cada lado de la ecuación por el mcd de $\frac{t}{60}$ y $\frac{t}{90}$.
- Utiliza la propiedad distributiva.
- Simplifica los términos semejantes.
- Divide entre 5.

Pintar juntos el techo les tomará 36 minutos.

EJEMPLO 1

A un ducto de agua pequeño le toma cuatro veces más llenar un tanque que a un ducto grande. Con ambos ductos abiertos, llenar el tanque requiere 3 horas. Calcula el tiempo que tardaría el ducto pequeño solo en llenar el tanque.

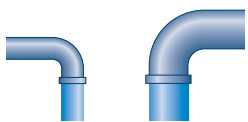
Estrategia

- Tiempo para que el ducto grande llene el tanque: t
- Tiempo para que el ducto pequeño llene el tanque: $4t$

	Tasa	.	Tiempo	=	Parte
Ducto pequeño	$\frac{1}{4t}$.	3	=	$\frac{3}{4t}$
Ducto grande	$\frac{1}{t}$.	3	=	$\frac{3}{t}$

- La suma de las partes de la tarea realizada debe ser igual a 1.

Llena el tanque en $4t$ horas Llena el tanque en t horas



Llena $\frac{3}{4t}$ del tanque en 3 horas Llena $\frac{3}{t}$ del tanque en 3 horas

Solución

$$\begin{aligned}\frac{3}{4t} + \frac{3}{t} &= 1 \\ 4t\left(\frac{3}{4t} + \frac{3}{t}\right) &= 4t \cdot 1 \\ 3 + 12 &= 4t \\ 15 &= 4t \\ \frac{15}{4} &= t \\ 4t &= 4\left(\frac{15}{4}\right) = 15\end{aligned}$$

- La parte de la tarea realizada por el ducto pequeño más la parte de la tarea realizada por el ducto grande debe ser 1.
- Multiplica cada lado de la ecuación por $4t$, el mcd de $\frac{3}{4t}$ y $\frac{3}{t}$.
- Utiliza la propiedad distributiva.
- t es el tiempo para que el ducto grande llene el tanque.
- Sustituye el valor de t en la expresión algebraica para el tiempo en que el ducto pequeño llene el tanque.

El ducto pequeño solo tarda 15 horas en llenar el tanque.

Problema 1

Dos impresoras que operan a la misma velocidad imprimen al mismo tiempo los cheques de nómina para una empresa. Después de trabajar juntas durante 3 horas, una de ellas falla. Calcula el tiempo que tardaría una impresora, trabajando sola, en imprimir los cheques.

Solución

Revisa la página S23.

► Intenta resolver el ejercicio 19, página 454.

OBJETIVO 2**Problemas de movimiento uniforme**

Un automóvil que viaja constantemente en línea recta a 30 mph está en *movimiento uniforme*. Cuando un objeto está en **movimiento uniforme**, su velocidad no cambia.

La pregunta básica utilizada para resolver los problemas de movimiento uniformes es

$$\text{Distancia} = \text{Velocidad} \cdot \text{Tiempo}$$

Una forma alterna de esta ecuación se escribe resolviendo la ecuación para el tiempo:

$$\frac{\text{Distancia}}{\text{Velocidad}} = \text{Tiempo}$$

Esta forma de la ecuación es útil cuando se conoce el tiempo total del viaje de los dos objetos o los tiempos de viaje de los dos objetos son iguales.

Resuelve: La velocidad de una lancha en aguas en calma es 20 mph. La lancha viajó 120 millas río abajo en la misma cantidad de tiempo que tardó en viajar 80 millas río arriba. Calcula la velocidad de la corriente del río.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE MOVIMIENTO UNIFORME

- Para cada objeto, escribe la expresión numérica o algebraica para la distancia, la velocidad y el tiempo. Los resultados se pueden registrar en una tabla.

Toma nota

Utiliza la información proporcionada en el problema para llenar las columnas de distancia y velocidad de la tabla. Llena la columna de tiempo dividiendo las dos expresiones que escribiste en cada fila.

Tasa de velocidad desconocida de la corriente del río: r

	Distancia	\div	Velocidad	=	Tiempo
Río abajo	120	\div	$20 + r$	=	$\frac{120}{20 + r}$
Río arriba	80	\div	$20 - r$	=	$\frac{80}{20 - r}$

- Determina cómo se relacionan los tiempos en que viajan dos objetos. Por ejemplo, posiblemente los tiempos son iguales o se conoce el tiempo total.

$$\begin{aligned}\frac{120}{20 + r} &= \frac{80}{20 - r} \\ (20 + r)(20 - r)\frac{120}{20 + r} &= (20 + r)(20 - r)\frac{80}{20 - r} \\ (20 - r)120 &= (20 + r)80 \\ 2400 - 120r &= 1600 + 80r \\ -200r &= -800 \\ r &= 4\end{aligned}$$

- El tiempo transcurrido en viajar río abajo es igual al tiempo transcurrido en viajar río arriba.
- Multiplica cada lado de la ecuación por $(20 + r)(20 - r)$.
- Simplifica.
- Utiliza la propiedad distributiva
- Resuelve para r .

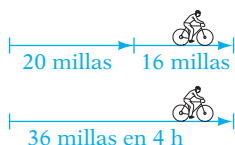
La velocidad de la corriente del río es 4 mph.

EJEMPLO 2

Un ciclista recorre las primeras 20 millas de una gira a una velocidad constante. Para las siguientes 16 millas redujo la velocidad 2 mph. El tiempo total por las 36 millas fue 4 horas. Calcula la velocidad del ciclista por cada tramo del recorrido.

Estrategia

- Velocidad para las primeras 20 millas: r
- Velocidad para las siguientes 16 millas: $r - 2$



	Distancia	\div	Velocidad	=	Tiempo
Primeras 20 millas	20	\div	r	=	$\frac{20}{r}$
Siguientes 16 millas	16	\div	$r - 2$	=	$\frac{16}{r - 2}$

- El tiempo total del recorrido fue 4 horas.

Solución

$$\frac{20}{r} + \frac{16}{r - 2} = 4$$

$$\begin{aligned}r(r - 2)\left[\frac{20}{r} + \frac{16}{r - 2}\right] &= r(r - 2) \cdot 4 \\ (r - 2)20 + 16r &= (r^2 - 2r)4 \\ 20r - 40 + 16r &= 4r^2 - 8r \\ 36r - 40 &= 4r^2 - 8r \\ 0 &= 4r^2 - 44r + 40 \\ 0 &= 4(r^2 - 11r + 10)\end{aligned}$$

- El tiempo transcurrido en recorrer las primeras 20 millas más el tiempo transcurrido en recorrer las 16 millas siguientes es igual a 4 horas.
- Multiplica cada lado de la ecuación por $r(r - 2)$.
- Ésta es una ecuación cuadrática. Escríbela en forma general.

$$\begin{array}{rcl}
 0 & = & r^2 - 11r + 10 \\
 0 & = & (r - 10)(r - 1) \\
 r - 10 & = & 0 \\
 r & = & 10 \\
 r - 2 & = & 10 - 2 \\
 & = & 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 r - 1 & = & 0 \\
 r & = & 1 \\
 r - 2 & = & 1 - 2 \\
 & = & -1
 \end{array}$$

- Divide cada lado entre 4.
- Resuelve para r por factorización.
- Calcula la velocidad para las últimas 16 millas.

La solución $r = 1$ no es posible porque la velocidad en las últimas 16 millas sería de -1 mph.

La velocidad para las primeras 20 millas fue de 10 mph.

La velocidad para las siguientes 16 millas fue de 8 mph.

Problema 2

El tiempo total para que un velero cruce ida y vuelta un lago de 6 km de ancho es 3 horas. La velocidad de navegación de regreso fue dos veces la velocidad de navegación a través del lago. Calcula la velocidad del velero que cruza el lago.

Solución

Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 39, página 455.

9.8 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. Si un equipo de limpieza tarda 5 horas en limpiar las oficinas de una empresa, entonces en x horas el equipo completa $\frac{5}{x}$ del trabajo.
2. Si un equipo automotriz tarda x minutos en dar servicio a un automóvil, entonces la tasa de trabajo es $\frac{1}{x}$ del trabajo cada minuto.
3. Sólo dos personas trabajaron en una actividad y juntas la completaron. Si una persona completó $\frac{t}{30}$ de la actividad y la otra $\frac{t}{20}$ de la actividad, entonces $\frac{t}{30} + \frac{t}{20} = \frac{t}{12}$.
4. Si un avión viaja a 300 mph con viento en calma y la velocidad del viento es de r millas por hora, entonces la velocidad a la que viaja el avión con viento a favor se puede representar como $300 + r$, y la tasa de velocidad a la que viaja el avión con viento en contra se puede representar como $300 - r$.
5. Si Jen puede pintar una pared en 30 min y Amelia puede pintar la misma pared en 45 min, ¿quién tiene una mayor rapidez para trabajar?
6. Kim y Les pintaron juntos una barda en 8 horas. Si trabajaran solos, Kim tardaría 12 horas en pintar la barda. ¿Qué fracción de la barda pintó Kim? ¿Qué fracción de la barda pintó Les?
7. Imagina que tienes una lancha de potencia con la aceleración fija para desplazarla a 8 mph en aguas en calma, y la velocidad de la corriente es de 4 mph. a. ¿Cuál es la velocidad de la lancha cuando viaja con la corriente? b. ¿Cuál es la velocidad de la lancha cuando viaja contra la corriente?
8. La velocidad de un avión es de 500 mph. Hay viento de frente de 50 mph. ¿Cuál es la velocidad del avión en relación con un observador en tierra?

1 Problemas de trabajo (Revisa las páginas 448-450).

PREPÁRATE

9. Un electricista puede hacer un trabajo de cableado en 10 horas. El asistente del electricista tardaría 12 horas en hacer el mismo trabajo. t representa el tiempo que tardaría el electricista y el asistente en completar el trabajo si trabajaran juntos. Completa la siguiente tabla.

	Velocidad del trabajo	.	Tiempo laborado	=	Parte de la tarea realizada
Electricista	<u> ? </u>	.	<u> ? </u>	=	<u> ? </u>
Asistente	<u> ? </u>	.	<u> ? </u>	=	<u> ? </u>

10. Revisa la situación que se presenta en el ejercicio 9. Cuando el trabajo de cableado está terminado, la “parte de la tarea realizada” es la tarea completa, de modo que la suma de las partes realizadas por el electricista y el asistente es ? . Utiliza este hecho y las expresiones en la tabla del ejercicio 9 para escribir una ecuación que se pueda resolver para calcular el tiempo que requieren el electricista y el asistente para completar juntos el trabajo: ? + ? = ? .

11. Un parque tiene dos aspersores que se utilizan para llenar una fuente. Un aspersor puede llenar 1 fuente en 3 horas, mientras que el segundo aspersor puede llenarla en 6 horas. ¿Cuánto tardará en llenarse la fuente con los dos aspersores funcionando?
12. El empleado de una tienda puede surtir un entrepaño de anaquel en 20 minutos. Un segundo empleado requiere 30 minutos para surtir el mismo entrepaño. ¿Cuánto tardarían en surtir el entrepaño del anaquel si trabajaran juntos?
13. Una persona con una excavadora requiere 12 horas para transferir una gran cantidad de tierra. Con una excavadora más grande, la misma cantidad de tierra se puede transferir en 4 horas. ¿Cuánto tardaría en transferirse la tierra si ambas excavadoras trabajaran juntas?
14. Doug tardó 6 días en aplicar un nuevo techo a una casa. Si su hijo le ayuda, pueden completar el trabajo en 4 días. ¿Cuánto tardaría el hijo de Doug en realizar el trabajo si lo hiciera solo?
15. Una computadora puede resolver un problema de factorizar completamente números primos complejos en 75 horas. Una segunda computadora puede resolver el mismo problema en 50 horas. ¿Cuánto tardarían ambas computadoras en resolver el problema si trabajaran juntas?
16. Una máquina nueva produce 10,000 latas de aluminio tres veces más rápido que una máquina vieja. Con ambas máquinas en operación, en 9 horas se producen 10,000 latas. ¿Cuánto tardaría la máquina nueva, si trabajara sola, en producir 10,000 latas?
17. Un aire acondicionado pequeño puede enfriar una habitación a 5 °F en 60 minutos. Un aire acondicionado más grande puede enfriar la habitación a 5 °F en 40 minutos. ¿Cuánto tardaría en enfriarse la habitación a 5 °F si estuvieran en operación ambos sistemas de aire acondicionado?
18. Una máquina puede imprimir la primera edición de un libro en 55 minutos. Una segunda impresora requiere 66 minutos para imprimir el mismo número de ejemplares. ¿Cuánto tardaría en imprimirse la primera edición del libro si ambas impresoras operaran juntas?



© Tom Carter/Photo Edit



Lee Morris/Shutterstock.com

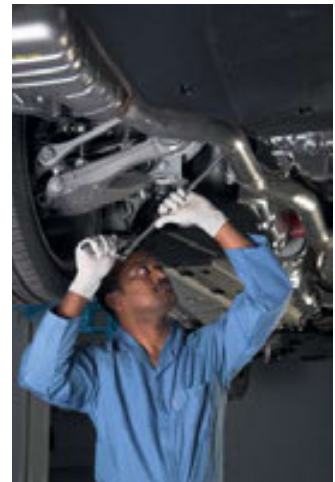
- ➡ 19. Dos soldadores trabajan juntos para poder realizar un trabajo en 6 horas. Uno de ellos, trabajando solo, puede completar la tarea en 10 horas. ¿Cuánto tardaría el segundo soldador, si trabajara solo, en completar la tarea?
20. Pat y Chris, trabajando juntos, pueden resellar una entrada de cochera en 6 horas. Pat, si trabajara solo, puede resellarla en 15 horas. ¿Cuánto tardaría Chris, si trabajara solo, en resellar la entrada de la cochera?
21. Dos oleoductos pueden llenar un pequeño tanque en 30 min. Una de las tuberías, trabajando sola, requeriría 45 min. para llenar el tanque. ¿Cuánto tiempo tomaría la segunda tubería, trabajando sola, para llenar el tanque?
22. Un albañil puede construir un muro de cemento de contención en 8 H. Un segundo albañil requiere 12 h hacer el mismo trabajo. Después de trabajar solamente por 4 h, el primer albañil renuncia. ¿Cuánto tiempo tomará al segundo albañil cubrir completamente la pared?
23. Con la operación de dos segadoras, un campo se puede cosechar en 1 hora. Si sólo se utilizara la segadora más moderna, el cultivo se puede cosechar en 1.5 horas. ¿Cuánto tardaría en cosecharse el campo usando sólo la segadora antigua?
24. Un fabricante de casas prefabricadas tiene asignado el trabajo de los empleados de la empresa en equipos. El equipo 1 puede construir el modelo Silvercrest en 15 horas. El equipo 2 puede construirlo en 10 horas. ¿Cuánto tardarían el equipo 1 y el 2, si trabajaran juntos, en construir la casa modelo Silvercrest?
25. Un técnico puede realizar el cableado de una alarma en 4 horas, mientras que a un segundo técnico le lleva 6 horas realizar el mismo trabajo. Después de trabajar solo durante 2 horas, el primer técnico renuncia. ¿Cuánto tardará el segundo técnico en completar el cableado?
26. Un tapicero requiere 2 horas para colocar el tapiz en una pared de una habitación. Un segundo tapicero requiere 4 horas para colocar la misma cantidad de tapiz. El primero trabaja solo durante 1 hora y después renuncia. ¿Cuánto tarda el segundo, si trabajara solo, en terminar de tapizar la pared?
27. Se utiliza un calentador grande y uno pequeño para calentar el agua de una alberca. La unidad grande, si trabajara sola, requiere 8 horas para calentar la alberca. Después de que las unidades trabajan durante 2 horas, se apaga el calentador grande. El calentador pequeño requiere 9 horas más para calentar la alberca. ¿Cuánto tardaría el calentador pequeño, si trabajara solo, en calentar la alberca?
28. Dos máquinas llenan cajas de cereal a la misma velocidad. Después de que las dos máquinas trabajaron juntas durante 7 horas, una se descompone. La segunda requiere 14 horas más para terminar de llenar las cajas. ¿Cuánto tardaría una de las máquinas, si trabajara sola, en llenar las cajas?
29. Un mecánico requiere 2 horas para reparar una transmisión mientras que un aprendiz requiere 6 horas para realizar la misma reparación. El mecánico trabajó solo durante 1 hora y después paró. ¿Cuánto tardará el aprendiz, si trabajara solo, en completar la reparación?
30. Para vaciar una alberca, se abren un desagüe grande y uno pequeño. El desagüe grande puede vaciar la alberca en 6 horas. Después de que ambos desagües están abiertos durante 1 hora, el desagüe grande se tapa y cierra. El desagüe pequeño permanece abierto y requiere 9 horas más para vaciar la alberca. ¿Cuánto tardaría el desagüe pequeño, si trabajara solo, en vaciar la alberca?
31. 🧑 Sam tarda h horas y Emma k horas en limpiar el jardín, donde $h > k$. Sea t la cantidad de tiempo que tardan Sam y Emma en limpiar el jardín juntos. ¿ t es menor que k , entre k y h o mayor que k ?
32. 🧑 Zachary y Eli recogieron una fila de chícharos en m minutos. ¿A Zachary le habría tomado n minutos recoger la fila de chícharos por sí solo. ¿Qué fracción de la fila de chícharos recogió Zachary? ¿Qué fracción de la fila de chícharos recogió Eli?



Lisa F. Young/Shutterstock.com



bikeriderlondon/Shutterstock.com



Sudheer Sakthyan/Shutterstock.com

2 Problemas de movimiento uniforme (Revisa las páginas 450–452).

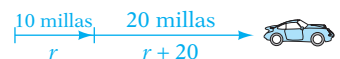
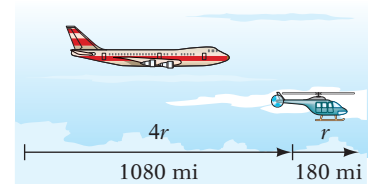
PREPÁRATE

33. a. Un avión puede viajar a 380 mph con viento en calma. En el tiempo que el avión tarda en viajar 1440 millas con viento en contra, podría viajar 1600 millas si volara con viento a favor. r representa la velocidad del viento. Completa la siguiente tabla.

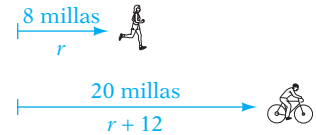
	Distancia	\div	Velocidad	=	Tiempo
Con viento en contra	<u> ? </u>	\div	<u> ? </u>	=	<u> ? </u>
Con viento a favor	<u> ? </u>	\div	<u> ? </u>	=	<u> ? </u>

- b. Utiliza la relación entre las expresiones en la última columna de la tabla para escribir una ecuación que se puede resolver para calcular la velocidad del viento: ? = ? .
34. Utiliza la ecuación del punto (b) del ejercicio 33. El primer paso para resolver esta ecuación es multiplicar por ? cada lado de la ecuación.

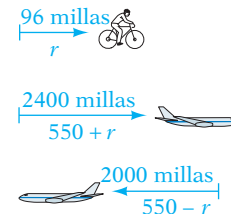
35. Un campista condujo 80 millas hasta un área recreativa y después caminó 4 millas por el bosque. La velocidad del campista al conducir fue diez veces la velocidad al caminar. El tiempo transcurrido en caminar y conducir fue 3 horas. Calcula la velocidad a la que caminó el campista.
36. El presidente de una empresa viajó 1800 millas por jet y 300 millas en un avión de hélices. La velocidad del jet fue de cuatro veces la del avión de hélices. Todo el viaje duró 5 horas. Calcula la velocidad del jet.
37. Para evaluar el daño provocado por un incendio, un guardabosques viajó 1080 millas por jet y después 180 millas por helicóptero. La velocidad del jet fue cuatro veces la del helicóptero. Todo el viaje duró 5 horas. Calcula la velocidad del jet.
38. Un ingeniero viajó 165 millas por automóvil y después 660 millas más por avión. La velocidad del avión fue cuatro veces la del automóvil. El viaje total duró 6 horas. Calcula la velocidad del automóvil.
- ➡ 39. Después de navegar 15 millas, un marino cambió de dirección y aumentó la velocidad del barco 2 mph. Navegó 19 millas más a dicha mayor velocidad. El tiempo total de navegación fue 4 horas. Calcula la velocidad del barco durante los primeros 15 minutos.
40. En un viaje reciente, un camionero viajó 330 millas a una velocidad constante. Debido a las condiciones del camino, el camionero tuvo que reducir la velocidad 25 mph. Viajó 30 millas más a dicha menor velocidad. El viaje completo duró 7 horas. Calcula la velocidad del camionero durante las primeras 330 millas.
41. En aguas en calma, la velocidad de una pequeña lancha de motor en renta es de 15 mph. La velocidad de la corriente en el río es de 3 mph. ¿Qué tan lejos río abajo puede viajar una familia y después regresar en 3 horas?
42. La velocidad de un avión pequeño con viento en calma es de 125 mph. Si el viento actualmente sopla del sur a una velocidad de 15 mph, ¿qué tan al norte puede volar el piloto el avión y regresar en 2 horas?
43. Para trasladarse del trabajo a la casa, un técnico de laboratorio viajó 10 millas a una velocidad constante a través del congestionamiento vial. Al llegar a la vía rápida, el técnico aumentó la velocidad 20 mph. Viajó 20 millas más a dicha mayor velocidad. El tiempo total del viaje fue 1 hora. ¿A qué velocidad viajó el técnico a través el congestionamiento vial?




44. Como parte de un programa de acondicionamiento, un corredor recorre 8 millas al mismo tiempo que un ciclista recorre 20 millas. La velocidad del ciclista fue 12 mph más rápido que la tasa de velocidad del corredor. Calcula la velocidad del corredor y la del ciclista.
45. La velocidad de una lancha en aguas en calma es 20 mph. Los Jackson viajaron en esta lancha 75 millas río abajo por el Río Woodset en el mismo tiempo que les llevó recorrer 45 millas río arriba. Calcula la velocidad de la corriente del río.
46. Un excursionista en un área silvestre caminó 9 millas a una velocidad constante y después la redujo 1 mph. Caminó otras 4 millas a dicha velocidad menor. Calcula la velocidad a la que el excursionista caminó las primeras 9 millas.
47. Un tren expreso viajó 600 millas en la misma cantidad de tiempo que tardó un tren de carga viajar 360 millas. La velocidad del tren expreso fue 20 mph más rápido que la del tren de carga. Calcula la velocidad de cada tren.
48. Un avión bimotor viaja 800 millas en el mismo tiempo que le lleva a un avión de un motor viajar 600 millas. La velocidad del avión bimotor es 50 mph más rápida que la del avión de un motor. Calcula la velocidad del avión bimotor.
49. Un motor pequeño en una lancha de pesca puede moverla a una tasa de velocidad de 6 mph en aguas en calma. Al viajar con la corriente, la lancha puede viajar 24 millas en el mismo tiempo que tarda en recorrer 12 millas contra la corriente. Calcula la velocidad de la corriente.
50. Un automóvil viaja a una velocidad que es 36 mph mayor que la velocidad de un ciclista. El automóvil recorre 384 millas en el mismo tiempo que el ciclista recorre 96 millas. Calcula la velocidad del automóvil.
51. Un jet comercial puede viajar a 550 mph con viento en calma. Al viajar con la corriente de chorro, el jet puede recorrer 2400 millas en la misma cantidad de tiempo que tarda en recorrer 2000 millas contra la corriente de chorro. Calcula la velocidad de la corriente de chorro.
52. Un crucero puede navegar a 28 mph en aguas en calma. Al viajar con la Corriente del Golfo, la nave puede recorrer 170 millas en la misma cantidad de tiempo que le toma recorrer 110 millas contra la Corriente del Golfo. Calcula la velocidad de la Corriente del Golfo.
53. Al remar con la corriente, un equipo de remo puede recorrer 25 millas en el mismo tiempo que le toma recorrer 15 millas contra la corriente. La velocidad del equipo de remo en aguas en calma es 20 mph. Calcula la velocidad de la corriente.
54. Un avión puede volar a 180 mph con viento en calma. Al viajar con el viento, puede recorrer 600 millas en el mismo tiempo que se requiere para recorrer 480 millas con el viento en contra. Calcula la velocidad del viento.





© Lee Cohen/Corbis



John Kropewnicki/Shutterstock.com

 Para los ejercicios 55 y 56, utiliza la siguiente situación del problema: un avión puede recorrer 380 mph con viento en calma. En el tiempo que el avión recorre 1440 millas con viento en contra, podría recorrer 1600 millas con viento a favor. Utiliza la ecuación

$\frac{1440}{380 - r} = \frac{1600}{380 + r}$ para calcular la velocidad r del viento.

55.  Explica el significado de $380 - r$ y $380 + r$ en términos de la situación del problema.
56.  Explica el significado de $\frac{1440}{380 - r}$ y $\frac{1600}{380 + r}$ en términos de la situación del problema.

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

57. **Problema de trabajo** Un ducto puede llenar un tanque en 2 horas, un segundo ducto puede llenarlo en 4 horas y un tercer ducto puede llenarlo en 5 horas. ¿Cuánto tardaría en llenarse el tanque con los tres ductos en operación?

- 58. Problema de trabajo** Un albañil puede construir un muro de contención en 10 horas. El aprendiz con más experiencia puede construirlo en 15 horas. ¿Cuánto tardaría el aprendiz de albañil con menos experiencia en realizar el trabajo si, trabajando juntos, los tres pudieran completar el muro en 5 horas?
- 59. Movimiento uniforme** Un club de expedición viajó 18 millas por canoa y después caminó 3 millas. La tasa de velocidad de la canoa fue tres veces la velocidad a pie. El tiempo transcurrido en la caminata fue 1 hora menos que el tiempo transcurrido en canoa. Calcula la cantidad de tiempo empleado en viajar por canoa.
- 60. Movimiento uniforme** Una persona condujo 120 millas antes de quedarse sin gasolina y caminó 4 millas hasta una gasolinera. La velocidad del conductor en el automóvil fue diez veces la velocidad a pie. El tiempo transcurrido mientras caminó fue 2 horas menos que el tiempo transcurrido conduciendo. ¿Cuánto tardó el conductor en recorrer las 120 millas?

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

- 61. Movimiento uniforme** Debido al mal tiempo, un conductor de autobús redujo la velocidad común en una ruta de 150 millas 10 mph. El autobús sólo llegó 30 minutos después que su hora de llegada usual. Por lo general, ¿qué tan rápido viaja el autobús?
- 62.** Un proyecto de construcción se debe completar en 15 días. Veinticinco trabajadores hicieron la mitad del trabajo en 10 días. ¿Cuántos trabajadores se requieren para completar el trabajo a tiempo?

CAPÍTULO 9 Resumen

Términos clave

Una **fracción algebraica** es una fracción en la cual el numerador o el denominador es una expresión algebraica. Una fracción algebraica está en su **forma más simple** cuando el numerador y el denominador no tienen factores comunes además de 1.

El **recíproco** de una fracción es aquella fracción con el numerador y el denominador intercambiados.

El **mínimo común múltiplo** (mcm) de dos o más números es el número más pequeño que contiene la factorización de números primos de cada número.

El **mínimo común denominador** (mcd) de dos o más fracciones es el mcm de los denominadores de las fracciones.

Objetivo y página de referencia

[9.1.1, p. 396]

[9.1.3, p. 399]

[9.2.1, p. 405]

[9.2.2, p. 406]

EJEMPLOS

$\frac{x+4}{x-3}$ es una fracción algebraica en su forma más simple.

El recíproco de $\frac{x-7}{y}$ es $\frac{y}{x-7}$.

El mcm de 8 y 12 es 24, porque 24 es el número más pequeño que es múltiplo de 8 y 12.

El mcd de $\frac{1}{3x}$ y $\frac{3}{8x^2y}$ es $24x^2y$.

Una **fracción compleja** es aquella en la que el numerador o el denominador contienen una o más fracciones.

[9.4.1, p. 418]

$$\frac{x + \frac{1}{x}}{2 - \frac{3}{x}} \text{ es una fracción compleja.}$$

Una **razón** es el cociente de dos cantidades que tienen la misma unidad. Una **tasa** es el cociente de dos cantidades que tienen unidades diferentes. Una **proporción** es una ecuación que establece la igualdad de dos razones o tasas.

[9.5.2, pp. 425–426]

$$\frac{3}{8} = \frac{15}{40} \text{ y } \frac{20 \text{ m}}{5 \text{ s}} = \frac{80 \text{ m}}{20 \text{ s}} \text{ son ejemplos de proporciones.}$$

La ecuación $y = kx$ es de la forma general de una **ecuación de variación directa**.

[9.6.1, pp. 438, 439]

$y = 50x$ una ecuación de variación directa.

La ecuación $y = \frac{k}{x}$ es la forma general de una **ecuación de variación inversa**. En estas ecuaciones, k es la **constante de variación**. (también llamada constante de proporcionalidad).

$y = \frac{12}{x}$ es una ecuación de variación inversa.

Una **ecuación literal** es aquella que contiene más de una variable. Una **fórmula** es una ecuación literal que establece reglas acerca de las medidas.

[9.7.1, p. 445]

$2x + 3y = 6$ es un ejemplo de una ecuación literal. $A = \pi r^2$ es una ecuación literal y también una fórmula.

Reglas y procedimientos esenciales

Objetivo y página de referencia

EJEMPLOS

Simplificación de fracciones algebraicas

Factoriza el numerador y el denominador. Divide entre los factores comunes.

[9.1.1, p. 396]

$$\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 25} = \frac{(x+2)(x-5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{x+2}{x+5}$$

Multiplicación de fracciones algebraicas

Multiplica los numeradores y los denominadores. Escribe la respuesta en su forma más simple.

[9.1.2, p. 398]

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 + x} \cdot \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x(x-3)}{x(x+1)} \cdot \frac{(x+4)(x+1)}{(x-3)(x-1)} = \frac{x(x-3)(x+4)(x+1)}{x(x+1)(x-3)(x-1)} = \frac{x+4}{x-1}$$

División de fracciones algebraicas

Para dividir dos fracciones, multiplica por el recíproco del divisor.

[9.1.3, p. 400]

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{3x^3y^2}{8a^4b^5} \div \frac{6x^4y}{4a^3b^2} = \frac{3x^3y^2}{8a^4b^5} \cdot \frac{4a^3b^2}{6x^4y} = \frac{3x^3y^2 \cdot 4a^3b^2}{8a^4b^5 \cdot 6x^4y} = \frac{y}{4ab^3x}$$

Cálculo del mcm de los polinomios

Factoriza completamente cada polinomio. El mcm es el producto de cada factor el mayor número de veces que ocurre en cualquier factorización.

[9.2.1, p. 405]

$$\begin{aligned} 3x^2 + 6x &= 3x(x+2) \\ x^2 + 3x + 2 &= (x+2)(x+1) \\ \text{mcm} &= 3x(x+2)(x+1) \end{aligned}$$

Suma y resta de fracciones algebraicas

1. Encuentra el mcd.
2. Escribe cada fracción en términos del mcd.
3. Suma o resta los numeradores. El denominador de la suma o la diferencia es el común denominador.
4. Escribe la respuesta en su forma más simple.

Simplificación de fracciones complejas

Multiplica el numerador y el denominador de la fracción compleja por el mcd de las fracciones en el numerador y el denominador.

Solución de ecuaciones que contienen fracciones

Despeja los denominadores multiplicando cada lado de la ecuación por el mcd de las fracciones. Luego resuelve para la variable.

Triángulos semejantes

Los triángulos semejantes tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. Las razones de los lados correspondientes de triángulos semejantes son iguales. La razón de las alturas correspondientes es igual a la razón de los lados correspondientes. Las proporciones se utilizan para calcular la longitud de un lado desconocido o de la altura desconocida de uno de dos triángulos semejantes.

Problemas de variación directa e inversa

Calcula el valor de k sustituyendo las variables en la ecuación de variación por los valores dados y resolviendo para k . Luego escribe la ecuación de variación específica, sustituyendo k por su valor. Por último, sustituye el valor dado de una de las variables en la ecuación y resuelve para la otra variable.

[9.3.2, pp. 411–412]

$$\begin{aligned}\frac{4x-2}{3x+12} - \frac{x-2}{x+4} &= \frac{4x-2}{3(x+4)} - \frac{x-2}{x+4} \\ &= \frac{4x-2}{3(x+4)} - \frac{x-2}{x+4} \cdot \frac{3}{3} \\ &= \frac{4x-2}{3(x+4)} - \frac{3x-6}{3(x+4)} \\ &= \frac{4x-2-(3x-6)}{3(x+4)} \\ &= \frac{x+4}{3(x+4)} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

[9.4.1, p. 419]

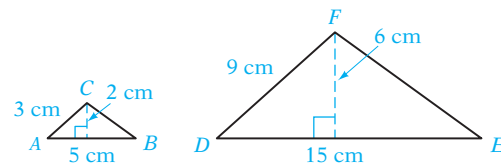
$$\begin{aligned}\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} &= \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} \cdot \frac{xy}{xy} = \frac{\frac{1}{x} \cdot xy + \frac{1}{y} \cdot xy}{\frac{1}{x} \cdot xy - \frac{1}{y} \cdot xy} \\ &= \frac{y+x}{y-x}\end{aligned}$$

[9.5.1, pp. 423–424]

$$\begin{aligned}\frac{1}{2a} &= \frac{2}{a} - \frac{3}{8} \\ 8a\left(\frac{1}{2a}\right) &= 8a\left(\frac{2}{a} - \frac{3}{8}\right) \\ 4 &= 16 - 3a \\ -12 &= -3a \\ 4 &= a\end{aligned}$$

[9.5.4, p. 428]

Los triángulos ABC y DEF son triángulos semejantes. La razón de los lados y las alturas correspondientes es $\frac{1}{3}$.



[9.6.1, pp. 438–441]

La distancia (d) que un resorte se estira varía directamente en relación con la fuerza (F) aplicada al resorte. Si se requiere una fuerza de 16 lb para estirar un resorte 4 pulg, ¿qué distancia estirará el resorte una fuerza de 20 lb?

$$\begin{aligned}d &= kF \\ 4 &= k(16) \\ 0.25 &= k \\ d &= 0.25F \\ d &= 0.25(20) \\ d &= 5\end{aligned}$$

Una fuerza de 20 lb estirará el resorte 5 pulg.

Solución de ecuaciones literales

Reescribe la ecuación de modo que la letra para la cual se está resolviendo se encuentre sola en un lado de la ecuación y todos los demás números y variables estén del otro lado.

Problemas de trabajo

Tasa de trabajo · Tiempo laborado
= Parte de la tarea realizada

Problemas de movimiento uniforme

Distancia ÷ Velocidad = Tiempo

[9.7.1, p. 445]

Resuelve $A = \frac{1}{2}bh$ para b .

$$2(A) = 2\left(\frac{1}{2}bh\right)$$

$$2A = bh$$

$$\frac{2A}{h} = \frac{bh}{h}$$

$$\frac{2A}{h} = b$$

[9.8.1, pp. 448–449]

Pat puede realizar cierto trabajo en 3 horas. Chris puede hacer el mismo trabajo en 5 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán, trabajando juntos, en realizar el trabajo?

$$\frac{t}{3} + \frac{t}{5} = 1$$

[9.8.2, pp. 450–451]

La velocidad del tren A es 15 mph más rápida que la del tren B. El tren A recorre 150 millas en el mismo tiempo que el tren B tarda en recorrer 120 millas. Calcula la velocidad del tren B.

$$\frac{120}{r} = \frac{150}{r + 15}$$

CAPÍTULO 9 Ejercicios de repaso

1. Multiplica: $\frac{8ab^2}{15x^3y} \cdot \frac{5xy^4}{16a^2b}$

3. Resuelve $4x + 3y = 12$ para x .

5. Divide: $\frac{20x^2 - 45x}{6x^3 + 4x^2} \div \frac{40x^3 - 90x^2}{12x^2 + 8x}$

7. Encuentra el mcm de $24a^2b^5$ y $36a^3b$.

9. Escribe cada fracción en términos del mcd.
 $\frac{3}{16x}, \frac{5}{8x^2}$

11. Divide: $\frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 3x - 10} \div \frac{x^2 - 4x - 21}{x^2 - 9x + 20}$

13. Multiplica: $\frac{3x^3 + 10x^2}{10x - 2} \cdot \frac{20x - 4}{6x^4 + 20x^3}$

2. Suma: $\frac{5}{3x - 4} + \frac{4}{2x + 3}$

4. Simplifica: $\frac{16x^5y^3}{24xy^{10}}$

6. Simplifica: $\frac{x - \frac{16}{5x - 2}}{3x - 4 - \frac{88}{5x - 2}}$

8. Resta: $\frac{5x}{3x + 7} - \frac{x}{3x + 7}$

10. Simplifica: $\frac{2x^2 - 13x - 45}{2x^2 - x - 15}$

12. Suma: $\frac{2y}{5y - 7} + \frac{3}{7 - 5y}$

14. Resta: $\frac{5x + 3}{2x^2 + 5x - 3} - \frac{3x + 4}{2x^2 + 5x - 3}$

15. Encuentra el mcm de $5x^4(x-7)^2$ y $15x(x-7)$.

17. Resuelve: $\frac{x+8}{x+4} = 1 + \frac{5}{x+4}$

19. Simplifica: $\frac{5x-1}{x^2-9} + \frac{4x-3}{x^2-9} - \frac{8x-1}{x^2-9}$

21. Resuelve: $\frac{20}{2x+3} = \frac{17x}{2x+3} - 5$

23. Suma: $\frac{x-1}{x+2} + \frac{3x-2}{5-x} + \frac{5x^2+15x-11}{x^2-3x-10}$

25. Simplifica: $\frac{x^2+x-30}{15+2x-x^2}$

27. Simplifica: $\frac{x + \frac{6}{x-5}}{1 + \frac{2}{x-5}}$

29. Resuelve: $\frac{x}{5} = \frac{x+12}{9}$

31. Simplifica: $\frac{1 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{8x-7}{x^2}}$

33. Suma: $\frac{6}{a} + \frac{9}{b}$

35. Si y varía directamente en relación con x , y $x = 20$ cuando $y = 5$, calcula y cuando $x = 12$.

37. Resuelve $i = \frac{100m}{c}$ para c .

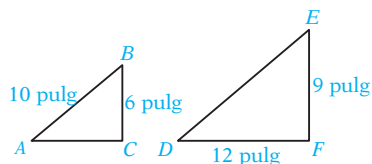
39. Resuelve: $\frac{22}{2x+5} = 2$

41. Multiplica: $\frac{16a^2-9}{16a^2-24a+9} \cdot \frac{8a^2-13a-6}{4a^2-5a-6}$

16. Resuelve: $\frac{6}{x-7} = \frac{8}{x-6}$

18. Simplifica: $\frac{12a^2b(4x-7)}{15ab^2(7-4x)}$

20. Los triángulos ABC y DEF siguientes son semejantes. Calcula el perímetro del triángulo ABC .



22. Simplifica: $\frac{\frac{5}{x-1} - \frac{3}{x+3}}{\frac{6}{x+3} + \frac{2}{x-1}}$

24. Divide: $\frac{18x^2+25x-3}{9x^2-28x+3} \div \frac{2x^2+9x+9}{x^2-6x+9}$

26. Resuelve: $\frac{5}{7} + \frac{x}{2} = 2 - \frac{x}{7}$

28. Multiplica: $\frac{3x^2+4x-15}{x^2-11x+28} \cdot \frac{x^2-5x-14}{3x^2+x-10}$

30. Resuelve: $\frac{3}{20} = \frac{x}{80}$

32. Resuelve $x - 2y = 15$ para x .

34. Encuentra el mcm de $10x^2 - 11x + 3$ y $20x^2 - 17x + 3$.

36. Si y varía inversamente en relación con x , y $y = 400$ cuando $x = 5$, calcula y cuando $x = 20$.

38. Resuelve: $\frac{15}{x} = \frac{3}{8}$

40. Suma: $\frac{x+7}{15x} + \frac{x-2}{20x}$

42. Escribe cada fracción en términos del mcd.

$$\frac{x}{12x^2+16x-3}, \frac{4x^2}{6x^2+7x-3}$$

43. Suma: $\frac{3}{4ab} + \frac{5}{4ab}$

44. Resuelve: $\frac{20}{x+2} = \frac{5}{16}$

45. Resuelve: $\frac{5x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{8x}{5}$

46. Divide: $\frac{6a^2b^7}{25x^3y} \div \frac{12a^3b^4}{5x^2y^2}$

47. **Albañilería** Un albañil puede construir un patio en 3 horas. Si el albañil trabaja con un aprendiz, pueden construirlo en 2 horas. ¿Cuánto tardaría el aprendiz, trabajando solo, en construir el patio?

48. **Física** Una pesa de 21 lb estira un resorte 14 pulg. A la misma tasa, ¿qué tanto estiraría el mismo resorte una pesa de 12 lb?

49. **Movimiento uniforme** La velocidad de un avión de propulsión a chorro es de 400 mph con viento en calma. Viajando con viento a favor, el avión puede recorrer 2100 millas en el mismo tiempo que tarda en recorrer 1900 millas volando con viento en contra. Calcula la tasa de velocidad del viento.

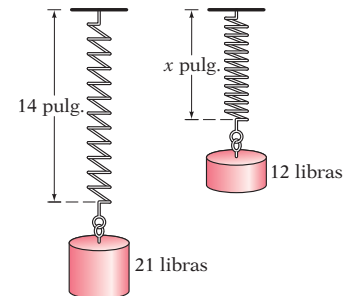
50. **Jardinería** Un jardinero utiliza 4 oz de insecticida para elaborar 2 galones de fumigante. A esta tasa, ¿cuánto insecticida adicional será necesario para preparar 10 galones del fumigante?

51. **Problema de trabajo** Una manguera puede llenar una alberca en 15 horas. Una segunda manguera puede llenarla en 10 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar la alberca las dos mangueras juntas?

52. **Movimiento uniforme** Un automóvil recorre 315 millas en el mismo tiempo que un autobús tarda en recorrer 245 millas. La velocidad del automóvil es 10 mph más rápida que la del autobús. Calcula la velocidad del automóvil.

53. **Compensación** El salario (w) de un trabajador varía directamente en relación con el número de horas (h) laboradas. Si el trabajador gana \$82 por trabajar 4 horas, ¿cuánto gana por trabajar 20 horas?

54. **Viajes** El tiempo (t) de recorrido de un viaje en automóvil varía inversamente en relación con la velocidad (r) del automóvil. Viajando a una velocidad promedio de 55 mph, un viaje requirió 4 horas. El viaje de regreso requirió 5 horas. Calcula la velocidad promedio durante el viaje de regreso.



CAPÍTULO 9 Examen

1. Divide: $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 5x + 4} \div \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 2x - 15}$

2. Resta: $\frac{2x}{x^2 + 3x - 10} - \frac{4}{x^2 + 3x - 10}$

3. Encuentra el mcm de $6x - 3$ y $2x^2 + x - 1$.

4. Resuelve: $\frac{3}{x+4} = \frac{5}{x+6}$

5. Multiplica: $\frac{x^3y^4}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{x^2 - x - 2}{x^6y^4}$

6. Simplifica: $\frac{1 + \frac{1}{x} - \frac{12}{x^2}}{1 + \frac{2}{x} - \frac{8}{x^2}}$

7. Escribe cada fracción en términos del mcd.

$$\frac{3}{x^2 - 2x}; \frac{x}{x^2 - 4}$$

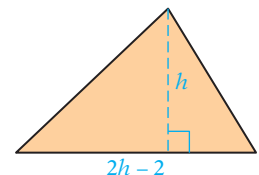
8. Resuelve $3x + 5y + 15 = 0$ para x .

9. Resuelve: $\frac{6}{x} - 2 = 1$
11. Divide: $\frac{x^2 - x - 56}{x^2 + 8x + 7} \div \frac{x^2 - 13x + 40}{x^2 - 4x - 5}$ 1
13. Encuentra el mcm de $3x^2 + 6x$ y $2x^2 + 8x + 8$.
15. Resuelve: $\frac{3x}{x-3} - 2 = \frac{10}{x-3}$
17. Simplifica: $\frac{12x^4y^2}{18xy^7}$
19. Resuelve: $\frac{2}{x-2} = \frac{12}{x+3}$
21. Escribe cada fracción en términos del mcd.
 $\frac{3y}{x(1-x)}$; $\frac{x}{(x+1)(x-1)}$
10. Resta: $\frac{2}{2x-1} - \frac{3}{3x+1}$
12. Resta: $\frac{3x}{x^2+5x-24} - \frac{9}{x^2+5x-24}$
14. Simplifica: $\frac{x^2-7x+10}{25-x^2}$
16. Resuelve $f = v + at$ para t .
18. Resta: $\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x+1}$
20. Multiplica: $\frac{x^5y^3}{x^2-x-6} \cdot \frac{x^2-9}{x^2y^4}$
22. Simplifica: $\frac{1 - \frac{2}{x} - \frac{15}{x^2}}{1 - \frac{25}{x^2}}$
23. **Física** La distancia (d) que un resorte se estira varía directamente en relación con el peso (w) sobre él. Un peso de 5 lb estirará un resorte 2 pulg. ¿Qué tanto lo estirará un peso de 28 lb?
24. **Problema de mezclas** Una solución salina se forma al mezclar 4 lb de sal con 10 galones de agua. A esta tasa, ¿cuántas libras adicionales de sal se necesitan para 15 galones de agua?
25. **Movimiento uniforme** Un avión pequeño puede volar a 110 mph con viento en calma. Volando con viento a favor, el avión puede recorrer 260 millas en el mismo tiempo que tarda en recorrer 180 millas volando con viento en contra. Calcula la velocidad del viento.
26. **Problema de trabajo** Un ducto puede llenar un tanque en 9 minutos. Un segundo ducto requiere 18 minutos para llenarlo. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos ductos juntos en llenar el tanque?
27. **Física** El volumen (V) de un gas varía inversamente en relación con la presión (P), suponiendo que la temperatura permanezca constante. La presión del gas en un globo es de 6 psi cuando el volumen es de 2.5 pies³. Calcula el volumen del globo cuando la presión aumenta a 12 psi.

Ejercicios de repaso acumulativos

1. Evalúa: $-|-17|$
3. Simplifica: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \div \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{2}$
5. Simplifica: $-2x - (-3y) + 7x - 5y$
7. Resuelve: $3 - \frac{1}{4}x = 8$
2. Evalúa: $-\frac{3}{4} \cdot (2)^3$
4. Evalúa $-a^2 + (a-b)^2$ cuando $a = -2$ y $b = 3$.
6. Simplifica: $2[3x - 7(x-3) - 8]$
8. Resuelve: $3[x - 2(x-3)] = 2(3-2x)$

9. Encuentra $16\frac{2}{3}\%$ de 60.
10. Resuelve: $\frac{5}{9}x < 1$
11. Resuelve: $x - 2 \geq 4x - 47$
12. Grafica: $y = 2x - 1$
13. Grafica: $f(x) = 3x + 2$
14. Grafica: $x = 3$
15. Grafica el conjunto solución de $5x + 2y < 6$.
16. Calcula el rango de la función dada por la ecuación $f(x) = -2x + 11$ si el dominio es $\{-8, -4, 0, 3, 7\}$.
17. Evalúa $f(x) = 4x - 3$ cuando $x = 10$.
18. Resuelve por sustitución: $6x - y = 1$
 $y = 3x + 1$
19. Resuelve por suma y resta: $2x - 3y = 4$
 $4x + y = 1$
20. Multiplica: $(3xy^4)(-2x^3y)$
21. Simplifica: $(a^4b^3)^5$
22. Simplifica: $\frac{a^2b^{-5}}{a^{-1}b^{-3}}$
23. Multiplica: $(a - 3b)(a + 4b)$
24. Divide: $\frac{15b^4 - 5b^2 + 10b}{5b}$
25. Divide: $(x^3 - 8) \div (x - 2)$
26. Factoriza: $12x^2 - x - 1$
27. Factoriza: $y^2 - 7y + 6$
28. Factoriza: $2a^3 + 7a^2 - 15a$
29. Factoriza: $4b^2 - 100$
30. Resuelve: $(x + 3)(2x - 5) = 0$
31. Simplifica: $\frac{x^2 + 3x - 28}{16 - x^2}$
32. Divide: $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 4x - 12} \div \frac{x^2 - x - 20}{x^2 - 2x - 24}$
33. Resta: $\frac{6}{3x - 1} - \frac{2}{x + 1}$
34. Resuelve: $\frac{4x}{x - 3} - 2 = \frac{8}{x - 3}$
35. Resuelve $f = v + at$ para a .
36. Convierte en una ecuación y resuélvela: “la diferencia entre cinco veces un número y dieciocho es el negativo de tres”.
37. **Inversiones** Una inversión de \$5000 se realiza a una tasa de interés simple anual de 7%. ¿Cuánto dinero adicional deberá invertirse a una tasa de interés simple anual de 11% para que el interés total obtenido sea 9% de la inversión total?
38. **Metalurgia** Un platero mezcla 60 g de una aleación formada por 40% de plata con 120 g de otra aleación de plata. La aleación resultante está formada por 60% de plata. Calcula el porcentaje de plata en la aleación de 120 gramos.
39. **Geometría** La longitud de la base de un triángulo es 2 pulg menor que el doble de su altura. El área del triángulo mide 30 pulg². Calcula la base y la altura del triángulo.
40. **Problema de trabajo** Un ducto de agua puede llenar un tanque en 12 minutos. Un segundo ducto requiere 24 minutos para llenarlo. ¿Cuánto tardarían ambos ductos en llenar el tanque?



Expresiones radicales

Concéntrate en el éxito

¿Qué recursos utilizas cuando necesitas ayuda en este curso? Sabes que debes leer y releer este libro si tienes problemas para entender un concepto. Hay profesores disponibles para ayudarte durante sus horas de oficina. La mayoría de las escuelas tiene un centro de matemáticas donde los estudiantes pueden obtener ayuda. Algunas tienen incluso un programa de tutoría. También puedes solicitar ayuda a un compañero exitoso en la clase (Revisa Hábitos de los estudiantes exitosos, página ASP-6.)

OBJETIVOS

- 10.1**
 - 1 Simplificar expresiones radicales numéricas
 - 2 Simplificar expresiones radicales algebraicas
- 10.2**
 - 1 Sumar y restar expresiones radicales
- 10.3**
 - 1 Multiplicar expresiones radicales
 - 2 Dividir expresiones radicales
- 10.4**
 - 1 Resolver ecuaciones que contienen una o más expresiones radicales
 - 2 Problemas de aplicación

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Evalúa $-|-14|$.
2. Simplifica: $3x^2y - 4xy^2 - 5x^2y$
3. Resuelve: $1.5h = 21$
4. Resuelve: $3x - 2 = 5 - 2x$
5. Simplifica: $x^3 \cdot x^3$
6. Simplifica: $(x + y)^2$
7. Simplifica: $(2x - 3)^2$
8. Simplifica: $(a - 5)(a + 5)$
9. Simplifica: $(2 - 3v)(2 + 3v)$
10. Simplifica: $\frac{2x^4y^3}{18x^2y}$

10.1

Introducción a las expresiones radicales

OBJETIVO 1

Simplificar expresiones radicales numéricas

Punto de interés

El símbolo radical se utilizó por primera vez en 1525, cuando se escribió como $\sqrt{}$. Algunos historiadores sugieren que éste también evolucionó en los símbolos “menor que” y mayor que”. Como los tipógrafos de la época no querían elaborar símbolos adicionales, el radical cambió a la posición $\sqrt{}$ y se utilizó como “mayor que” y la posición $\sqrt{}$ y se utilizó como “menor que”. Sin embargo, otras evidencias sugieren que estos últimos se desarrollaron de forma independiente del símbolo radical.

Toma nota

Recuerda que un factor de un número lo divide exactamente. Por ejemplo, 6 es un factor de 18 y 9 también es un factor de 18. Observa que 9 es un *factor cuadrado perfecto* de 18, mientras que 6 no es un factor cuadrado perfecto de 18.

La **raíz cuadrada** de un número positivo x es un número cuyo cuadrado es x .

La raíz cuadrada de 16 es 4 porque $4^2 = 16$.

La raíz cuadrada de 16 es -4 porque $(-4)^2 = 16$.

Todo número positivo tiene dos raíces cuadradas, una es un número positivo y la otra uno negativo. El símbolo $\sqrt{}$, conocido como **signo radical**, se utiliza para indicar el positivo o la **raíz cuadrada principal** de un número. Por ejemplo, $\sqrt{16} = 4$ y $\sqrt{25} = 5$. El número de la expresión algebraica debajo del signo radical se conoce como **radicando**.

Cuando es necesario calcular la raíz cuadrada de un número negativo, se coloca un signo negativo frente al radical. Por ejemplo, $-\sqrt{16} = -4$ y $-\sqrt{25} = -5$.

El cuadrado de un número entero es un **cuadrado perfecto**. 49, 81 y 144 son ejemplos de cuadrados perfectos.

$$7^2 = 49$$

$$9^2 = 81$$

$$12^2 = 144$$

La raíz cuadrada principal de un número entero cuadrado perfecto es un número entero positivo.

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{144} = 12$$

La tabla siguiente muestra las raíces cuadradas de algunos cuadrados perfectos.

Raíces cuadradas de cuadrados perfectos

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{144} = 12$

Si un entero no es un cuadrado perfecto, sólo es posible aproximar su raíz cuadrada. Por ejemplo, 2 y 7 no son cuadrados perfectos. Por tanto, su raíz cuadrada sólo puede aproximarse. Estos números son **números irracionales**. Sus representaciones decimales no son finitas ni se repiten.

$$\sqrt{2} \approx 1.4142135 \dots$$

$$\sqrt{7} \approx 2.6457513 \dots$$

Con ayuda de una calculadora es posible determinar las raíces cuadradas aproximadas de los números que no son cuadrados perfectos. Las raíces cuadradas pueden redondearse a cualquier valor determinado.

Las expresiones radicales que contienen radicandos que no son cuadrados perfectos casi siempre se escriben en la *forma más simple*. Una expresión radical se encuentra en su **forma más simple** cuando el radicando no contiene ningún factor mayor que 1 que sea un cuadrado perfecto. Por ejemplo, $\sqrt{50}$ no está en su forma más simple, porque 25 es un factor cuadrado perfecto de 50. La expresión radical $\sqrt{15}$ se encuentra en su forma más simple porque no hay un factor cuadrado perfecto de 15 que sea mayor que 1.

La propiedad del producto de las raíces cuadradas se utiliza para simplificar expresiones radicales.

PROPIEDAD DEL PRODUCTO DE LAS RAÍCES CUADRADAS

Si a y b son números reales positivos, entonces $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Concéntrate en simplificar una expresión radical numéricaSimplifica. A. $\sqrt{72}$ B. $\sqrt{360}$ C. $\sqrt{-16}$

- A. Escribe el radicando como el producto de un cuadrado perfecto y un factor que no contenga un cuadrado perfecto.

$$\begin{aligned}\sqrt{72} &= \sqrt{36 \cdot 2} \\ &= \sqrt{36} \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para escribir la expresión como un producto.

Simplifica $\sqrt{36}$.

Observa en este ejemplo que 72 debe escribirse como el producto de un cuadrado perfecto y *un factor que no contiene un cuadrado perfecto*.

Por tanto, no sería correcto reescribir $\sqrt{72}$ como $\sqrt{9 \cdot 8}$ y simplificar la expresión como se muestra a la derecha. Aunque 9 es un factor cuadrado perfecto de 72, 8 contiene un cuadrado perfecto ($8 = 4 \cdot 2$), y $\sqrt{4}$ se puede simplificar. Por tanto, $\sqrt{8}$ no está en su forma más simple. Recuerda encontrar el cuadrado perfecto *más grande* que sea un factor del radicando.

$$\begin{aligned}\sqrt{72} &= \sqrt{9 \cdot 8} \\ &= \sqrt{9} \sqrt{8} \\ &= 3\sqrt{8}\end{aligned}$$

No en la forma más simple

- B. Escribe el radicando como el producto de un cuadrado perfecto y un factor que no contiene un cuadrado perfecto.

$$\begin{aligned}\sqrt{360} &= \sqrt{36 \cdot 10} \\ &= \sqrt{36} \sqrt{10} \\ &= 6\sqrt{10}\end{aligned}$$

Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para escribir la expresión como un producto.

Simplifica $\sqrt{36}$.

En este ejemplo, observa que $\sqrt{360} = 6\sqrt{10}$. Las dos expresiones son representaciones diferentes del mismo número. Con ayuda de una calculadora, encontramos que $\sqrt{360} \approx 18.973666$ y $6\sqrt{10} \approx 6(3.1622777) = 18.973666$.

- C. $\sqrt{-16}$

Como el cuadrado de cualquier número real es positivo, no hay ningún número real cuyo cuadrado sea -16 .

$\sqrt{-16}$ no es un número real.

EJEMPLO 1Simplifica: $\sqrt{252}$ **Solución**

$$\begin{aligned}\sqrt{252} &= \sqrt{36 \cdot 7} \\ &= \sqrt{36} \sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{7}\end{aligned}$$

- Escribe el radicando como el producto de un cuadrado perfecto y un factor que no contiene un cuadrado perfecto.
- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para escribir la expresión como un producto.
- Simplifica $\sqrt{36}$.

Problema 1Simplifica: $\sqrt{216}$ **Solución**

Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 19, página 471.


EJEMPLO 2Simplifica: $-3\sqrt{90}$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 -3\sqrt{90} &= -3\sqrt{9 \cdot 10} \\
 &= -3\sqrt{9} \sqrt{10} \\
 &= -3 \cdot 3\sqrt{10} \\
 &= -9\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

- Escribe el radicando como el producto de un cuadrado perfecto y un factor que no contiene un cuadrado perfecto.
- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para escribir la expresión como un producto.
- Simplifica $\sqrt{9}$.
- Multiplica $-3 \cdot 3$.

Problema 2Simplifica: $-5\sqrt{32}$ **Solución**

Revisa la página S24.

 Intenta resolver el ejercicio 23, página 471.
OBJETIVO 2**Simplificar expresiones radicales algebraicas****Cómo se usa**

Los expertos en estadística utilizan las matemáticas para dar sentido a grandes cantidades de datos en bruto. Numerosas fórmulas estadísticas incluyen una expresión radical. Una de estas fórmulas es la utilizada para la *desviación estándar*, una medida de la desviación de un conjunto de datos de su valor promedio.

Las expresiones algebraicas que contienen radicales no siempre representan números reales.

La expresión algebraica de la derecha no representa un número real cuando x es un número negativo, como -4 .

$$\begin{aligned}
 \sqrt{x^3} \\
 \sqrt{(-4)^3} &= \sqrt{-64} \leftarrow \text{No es un número real}
 \end{aligned}$$

Ahora consideremos la expresión $\sqrt{x^2}$ y evaluémosla para $x = -2$ y $x = 2$.

$$\begin{aligned}
 \sqrt{x^2} \\
 \sqrt{(-2)^2} &= \sqrt{4} = 2 = |-2| \\
 \sqrt{2^2} &= \sqrt{4} = 2 = |2|
 \end{aligned}$$

Este resultado sugiere lo siguiente.

LA RAÍZ CUADRA DE a^2

Para cualquier número real a , $\sqrt{a^2} = |a|$.

Si $a \geq 0$, entonces $\sqrt{a^2} = a$.

EJEMPLOS

1. $\sqrt{5^2} = 5$
2. $\sqrt{9^2} = 9$

Con el fin de evitar expresiones algebraicas que no representan número reales, y para que los signos de valores absolutos no sean necesarios para verdaderas expresiones, las variables de este capítulo representan números *positivos*, a menos que se indique lo contrario.

Una variable o un producto de variables escritos en forma exponencial es un **cuadrado perfecto** cuando cada exponente es un número par.

Para calcular la raíz cuadrada de un cuadrado perfecto, elimina el signo radical y divide cada exponente entre 2.

Concéntrate

en calcular la raíz cuadrada de una expresión algebraica en la que el radicando es un cuadrado perfecto

Simplifica: $\sqrt{a^6}$

Elimina el signo radical y divide el exponente entre 2.

$$\sqrt{a^6} = a^3$$

Una expresión radical algebraica no está en su forma más simple cuando el radicando contiene un factor mayor que 1, que es un cuadrado perfecto.

Concéntrate en simplificar la raíz cuadrada de una variable elevada a una potencia impar

Simplifica: $\sqrt{x^7}$

Escribe x^7 como producto de x y un cuadrado perfecto.

$$\sqrt{x^7} = \sqrt{x^6 \cdot x}$$

Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas.

$$= \sqrt{x^6} \sqrt{x}$$

Simplifica la raíz cuadrada del cuadrado perfecto.

$$= x^3 \sqrt{x}$$

EJEMPLO 3 Simplifica: $\sqrt{b^{15}}$

Solución $\sqrt{b^{15}} = \sqrt{b^{14} \cdot b} = \sqrt{b^{14}} \cdot \sqrt{b} = b^7 \sqrt{b}$

Problema 3 Simplifica: $\sqrt{y^{19}}$

Solución Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 63, página 472.

Concéntrate en simplificar la raíz cuadrada de una expresión radical algebraica

Simplifica: $3x\sqrt{8x^3y^{13}}$

Escribe el radicando como el producto de un cuadrado perfecto y factores que no tiene un cuadrado perfecto.

$$3x\sqrt{8x^3y^{13}} = 3x\sqrt{4x^2y^{12}(2xy)}$$

Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas.

$$= 3x\sqrt{4x^2y^{12}} \sqrt{2xy}$$

Simplifica.

$$= 3x \cdot 2xy^6 \sqrt{2xy}$$

$$= 6x^2y^6 \sqrt{2xy}$$

EJEMPLO 4 Simplifica. A. $\sqrt{24x^5}$

Solución A. $\sqrt{24x^5} = \sqrt{4x^4 \cdot 6x}$

$$= \sqrt{4x^4} \sqrt{6x}$$

$$= 2x^2 \sqrt{6x}$$

B. $2a\sqrt{18a^3b^{10}} = 2a\sqrt{9a^2b^{10} \cdot 2a}$

$$= 2a\sqrt{9a^2b^{10}} \sqrt{2a}$$

$$= 2a \cdot 3ab^5 \sqrt{2a}$$

$$= 6a^2b^5 \sqrt{2a}$$

B. $2a\sqrt{18a^3b^{10}}$

- Escribe el radicando como el producto de un cuadrado perfecto y factores que no contienen un cuadrado perfecto.

- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas.

- Simplifica $\sqrt{4x^4}$.

- Escribe el radicando como el producto de un cuadrado perfecto y factores que no contienen un cuadrado perfecto.

- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas.

- Simplifica $\sqrt{9a^2b^{10}}$.

- Multiplica $2a$ y $3ab^5$.

Problema 4 Simplifica. A. $\sqrt{45b^7}$ B. $3a\sqrt{28a^9b^{18}}$

Solución Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 75, page 472.

Concéntrate en simplificar la raíz cuadrada de una expresión que contiene el cuadrado de un binomio

Simplifica: $\sqrt{25(x+2)^2}$

25 es un cuadrado perfecto. $(x+2)^2$ es un cuadrado perfecto.

$$\sqrt{25(x+2)^2} = 5(x+2) \\ = 5x + 10$$

EJEMPLO 5

Simplifica: $\sqrt{16(x+5)^2}$

Solución

$$\sqrt{16(x+5)^2} = 4(x+5) \\ = 4x + 20$$

• 16 es un cuadrado perfecto. $(x+5)^2$ es un cuadrado perfecto.

Problema 5

Simplifica: $\sqrt{49(a+3)^2}$

Solución

Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 95, página 472.

10.1 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. El símbolo $\sqrt{\quad}$ se conoce como ____?
2. El número o la expresión algebraica debajo del signo radical se conoce como ____?
3. El cuadrado de un número entero es un ____?
4. La raíz cuadrada de un número entero que no es un cuadrado perfecto es un número ____?
5. La propiedad del ____? de las raíces cuadradas expresa que si a y b son números reales positivos, entonces $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.
6. Cuando un cuadrado perfecto está escrito en notación exponencial, los exponentes son múltiplos del número ____?

1 Simplificar expresiones radicales numéricas (Revisa las páginas 466–468).

7. Demuestra con un ejemplo que un número positivo tiene dos raíces cuadradas.
8. ¿Por qué la raíz cuadrada de un número negativo no es un número real?
9. ¿Cuáles de los números 2, 9, 20, 25, 50, 81 y 100 *no* son cuadrados perfectos?
10. Escribe un número que tenga un factor cuadrado perfecto mayor que 1.
11. Escribe uno o dos enunciados que podrías enviar por correo electrónico a un amigo para explicar el concepto de un factor cuadrado perfecto.
12. Menciona los factores cuadrados perfectos de 540. ¿Cuál es el factor cuadrado perfecto mayor que 540?

PREPÁRATE

13. En la expresión \sqrt{a} , el símbolo $\sqrt{\quad}$ se conoce como ?, y a se llama el ?.

14. Simplifica: $\sqrt{98}$

$$\sqrt{98} = \sqrt{\quad? \quad} \cdot 2$$

$$= \sqrt{\quad? \quad} \sqrt{\quad? \quad}$$

$$= \quad? \sqrt{2}$$

- Escribe 98 como el producto de un factor cuadrado perfecto y un factor que no contiene un cuadrado perfecto.
- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para escribir la expresión como el producto de dos raíces cuadradas.
- Calcula la raíz cuadrada del cuadrado perfecto.

Simplifica.

15. $\sqrt{16}$

16. $\sqrt{64}$

17. $\sqrt{49}$

18. $\sqrt{144}$

➡ 19. $\sqrt{32}$

20. $\sqrt{50}$

21. $\sqrt{8}$

22. $\sqrt{12}$

➡ 23. $-6\sqrt{18}$

24. $-3\sqrt{48}$

25. $5\sqrt{40}$

26. $2\sqrt{28}$

27. $\sqrt{15}$

28. $\sqrt{21}$

29. $\sqrt{29}$

30. $\sqrt{13}$

31. $-9\sqrt{72}$

32. $-11\sqrt{80}$

33. $\sqrt{45}$

34. $\sqrt{0}$

35. $6\sqrt{128}$

36. $9\sqrt{288}$

37. $\sqrt{300}$

38. $5\sqrt{180}$

39. $7\sqrt{98}$

40. $\sqrt{250}$

41. $\sqrt{120}$

42. $\sqrt{96}$

43. $\sqrt{160}$

44. $\sqrt{444}$

 Sin usar calculadora, resuelve los ejercicios 45 y 46.

45. ¿El número dado es un número racional, un número irracional o un número que no es un número real?

- a. $\sqrt{0.16}$ b. $-\sqrt{18}$ c. $\sqrt{\sqrt{36}}$ d. $\sqrt{-25}$

46. Encuentra los números enteros m y n de modo que el número dado se encuentre entre m y n , o indica que el número dado no es un número real.

- a. $-\sqrt{115}$ b. $-\sqrt{-90}$ c. $\sqrt{\sqrt{64}}$ d. $\sqrt{200}$

Encuentra la aproximación decimal a la milésima más cercana.

47. $\sqrt{240}$

48. $\sqrt{300}$

49. $\sqrt{288}$

50. $\sqrt{600}$

51. $\sqrt{245}$

52. $\sqrt{525}$

53. $\sqrt{352}$

54. $\sqrt{363}$

2 Simplificar expresiones radicales algebraicas (Revisa las páginas 468-470).

55.  ¿Cómo puedes saber si una expresión algebraica con exponentes es un cuadrado perfecto?

56.  ¿Cuándo está una expresión radical en su forma más simple?

PREPÁRATE


57. $16x^6y^8$ es un cuadrado perfecto porque $16 = (\quad? \quad)^2$, $x^6 = (\quad? \quad)^2$ y $y^8 = (\quad? \quad)^2$.

58. Para simplificar $\sqrt{75x^{15}}$, escribe $75x^{15}$ como el producto de un cuadrado perfecto y un factor que no contiene un cuadrado perfecto. Luego utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas y simplifica:

$$\sqrt{75x^{15}} = \sqrt{\quad? \quad} \cdot \sqrt{3x} = \sqrt{\quad? \quad} \sqrt{3x} = \quad? \sqrt{3x}$$


Simplifica.

59. $\sqrt{x^6}$ 60. $\sqrt{x^{12}}$ 61. $\sqrt{y^{15}}$ 62. $\sqrt{y^{11}}$
- ➔ 63. $\sqrt{a^{20}}$ 64. $\sqrt{a^{16}}$ 65. $\sqrt{x^4 y^4}$ 66. $\sqrt{x^{12} y^8}$
67. $\sqrt{4x^4}$ 68. $\sqrt{25y^8}$ 69. $\sqrt{24x^2}$ 70. $\sqrt{18y^4}$
71. $\sqrt{x^3 y^7}$ 72. $\sqrt{a^{15} b^5}$ 73. $\sqrt{a^3 b^{11}}$ 74. $\sqrt{x^9 y^7}$
- ➔ 75. $\sqrt{60x^5}$ 76. $\sqrt{72y^7}$ 77. $\sqrt{49a^4 b^8}$ 78. $\sqrt{144x^2 y^8}$
79. $\sqrt{18x^5 y^7}$ 80. $\sqrt{32a^5 b^{15}}$ 81. $\sqrt{40x^{11} y^7}$
82. $\sqrt{72x^9 y^3}$ 83. $\sqrt{80a^9 b^{10}}$ 84. $\sqrt{96a^5 b^7}$
85. $-2\sqrt{16a^2 b^3}$ 86. $-5\sqrt{25a^4 b^7}$ 87. $x\sqrt{x^4 y^2}$
88. $y\sqrt{x^3 y^6}$ 89. $-4\sqrt{20a^4 b^7}$ 90. $-5\sqrt{12a^3 b^4}$
91. $3x\sqrt{12x^2 y^7}$ 92. $4y\sqrt{18x^5 y^4}$ 93. $2x^2\sqrt{8x^2 y^3}$
94. $3y^2\sqrt{27x^4 y^3}$ ➔ 95. $\sqrt{25(a+4)^2}$ 96. $\sqrt{81(x+y)^4}$
97. $\sqrt{4(x+2)^4}$ 98. $\sqrt{9(x+2)^2}$ 99. $\sqrt{x^2 + 4x + 4}$
100. $\sqrt{b^2 + 8b + 16}$ 101. $\sqrt{y^2 + 2y + 1}$ 102. $\sqrt{a^2 + 6a + 9}$

 Para los ejercicios 103 a 106, a es un número entero positivo. Indica si la expresión representa un número racional o un número irracional.

103. $\sqrt{100a^6}$ 104. $\sqrt{9a^9}$
105. $\sqrt{\sqrt{25a^{16}}}$ 106. $\sqrt{\sqrt{81a^8}}$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

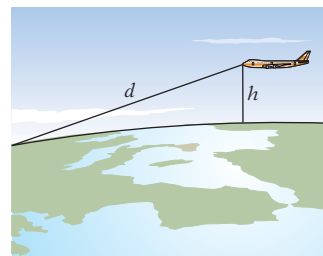
107.  **Tarjetas de crédito** Lee el recorte de noticias de la derecha. La ecuación $N = 2.3\sqrt{S}$, donde S es un año que un estudiante cursa en la universidad, puede utilizarse para determinar el número promedio de tarjetas de crédito que tiene un estudiante. Utiliza esta ecuación para calcular el número promedio de tarjetas para **a.** un estudiante de primer año, **b.** un estudiante de segundo año, **c.** un estudiante de tercer año y **d.** un estudiante de último año. Redondea a la décima más cercana.
108. **Seguridad vial** Los investigadores de accidentes de tránsito pueden calcular la velocidad S , en millas por hora, de un automóvil por la longitud de la marca de frenado mediante la fórmula $S = \sqrt{30fl}$, donde f es el coeficiente de fricción (que depende del tipo de superficie del camino) y l la longitud de la marca de frenado en pies. Supongamos que el coeficiente de fricción es 1.2 y la longitud de una marca de frenado 60 pies. Calcula la velocidad del automóvil **a.** como una expresión radical en su forma más simple y **b.** redondeada al número entero más cercano.
109. **Aviación** Es posible calcular de manera aproximada mediante la ecuación $d = 1.2\sqrt{h}$, la distancia que el piloto de un avión puede ver en el horizonte, donde d es la distancia hacia el horizonte en millas y h la altura del avión en pies. Para un piloto que vuela a una altitud de 5000 pies, ¿cuál es la distancia hacia el horizonte? Redondea a la décima más cercana.
110. Dado que $f(x) = \sqrt{2x - 1}$, encuentra cada una de las expresiones siguientes. Escribe tu respuesta en la forma más simple.
- a.** $f(1)$ **b.** $f(5)$ **c.** $f(14)$

En las noticias

Aumenta la deuda de tarjetas de crédito de los estudiantes

Al avanzar en la universidad, los estudiantes adquieren más tarjetas de crédito y acumulan deudas. El saldo promedio de una tarjeta de crédito de un estudiante de primer año es \$1585, de uno de segundo \$1581, de uno de tercero \$2000 y de uno de último año \$2864.

Fuente: Nellie Mae



10.2

Suma y resta de expresiones radicales

OBJETIVO 1

Sumar y restar expresiones radicales

La propiedad distributiva se utiliza para simplificar la suma o la diferencia de expresiones radicales con el mismo radicando.

$$5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (5 + 3)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2x} - 4\sqrt{2x} = (6 - 4)\sqrt{2x} = 2\sqrt{2x}$$

Las expresiones radicales que se encuentran en su forma más simple y tienen radicandos diferentes no pueden simplificarse mediante la propiedad distributiva.

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} \text{ no se puede simplificar mediante la propiedad distributiva.}$$

Para simplificar la suma o la diferencia de expresiones radicales, simplifica cada término. Luego utiliza la propiedad distributiva.

Concéntrate

en restar expresiones radicales numéricas

Resta: $4\sqrt{8} - 10\sqrt{2}$

Simplifica cada término.

$$\begin{aligned} 4\sqrt{8} - 10\sqrt{2} &= 4\sqrt{4 \cdot 2} - 10\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{4}\sqrt{2} - 10\sqrt{2} \\ &= 4 \cdot 2\sqrt{2} - 10\sqrt{2} \\ &= 8\sqrt{2} - 10\sqrt{2} \\ &= (8 - 10)\sqrt{2} \\ &= -2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Resta utilizando la propiedad distributiva.

EJEMPLO 1

Simplifica. A. $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 12\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{12} - 5\sqrt{27}$

Solución

$$\begin{aligned} \text{A. } 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 12\sqrt{2} \\ &= (5 - 3 + 12)\sqrt{2} \\ &= 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

• Utiliza la propiedad distributiva.

$$\text{B. } 3\sqrt{12} - 5\sqrt{27} = 3\sqrt{4 \cdot 3} - 5\sqrt{9 \cdot 3}$$

• Simplifica cada término.

$$\begin{aligned} &= 3\sqrt{4}\sqrt{3} - 5\sqrt{9}\sqrt{3} \\ &= 3 \cdot 2\sqrt{3} - 5 \cdot 3\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} - 15\sqrt{3} \\ &= (6 - 15)\sqrt{3} \\ &= -9\sqrt{3} \end{aligned}$$

• Resta utilizando la propiedad distributiva.

Problema 1

Simplifica. A. $9\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 18\sqrt{3}$

B. $2\sqrt{50} - 5\sqrt{32}$

Solución

Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 45, página 476.

Concéntrate en restar expresiones radicales algebraicasResta: $8\sqrt{18x} - 2\sqrt{32x}$

Simplifica cada término.

Utiliza la propiedad distributiva para restar las expresiones radicales.

$$\begin{aligned}
 8\sqrt{18x} - 2\sqrt{32x} &= 8\sqrt{9} \sqrt{2x} - 2\sqrt{16} \sqrt{2x} \\
 &= 8 \cdot 3\sqrt{2x} - 2 \cdot 4\sqrt{2x} \\
 &= 24\sqrt{2x} - 8\sqrt{2x} \\
 &= (24 - 8)\sqrt{2x} \\
 &= 16\sqrt{2x}
 \end{aligned}$$

EJEMPLO 2 Simplifica.

A. $3\sqrt{12x^3} - 2x\sqrt{3x}$ B. $2x\sqrt{8y} - 3\sqrt{2x^2y} + 2\sqrt{32x^2y}$

Solución

A. $3\sqrt{12x^3} - 2x\sqrt{3x} = 3\sqrt{4x^2} \sqrt{3x} - 2x\sqrt{3x}$
 $= 3 \cdot 2x\sqrt{3x} - 2x\sqrt{3x}$
 $= 6x\sqrt{3x} - 2x\sqrt{3x}$
 $= (6x - 2x)\sqrt{3x}$
 $= 4x\sqrt{3x}$

• Simplifica cada término.

• Resta utilizando la propiedad distributiva.

B. $2x\sqrt{8y} - 3\sqrt{2x^2y} + 2\sqrt{32x^2y}$
 $= 2x\sqrt{4} \sqrt{2y} - 3\sqrt{x^2} \sqrt{2y} + 2\sqrt{16x^2} \sqrt{2y}$
 $= 2x \cdot 2\sqrt{2y} - 3 \cdot x\sqrt{2y} + 2 \cdot 4x\sqrt{2y}$
 $= 4x\sqrt{2y} - 3x\sqrt{2y} + 8x\sqrt{2y}$
 $= (4x - 3x + 8x)\sqrt{2y}$
 $= 9x\sqrt{2y}$

• Simplifica cada término.

• Resta utilizando la propiedad distributiva.

Problema 2 Simplifica.

A. $y\sqrt{28y} + 7\sqrt{63y^3}$ B. $2\sqrt{27a^5} - 4a\sqrt{12a^3} + a^2\sqrt{75a}$

Solución

Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 63, página 477.

10.2 Ejercicios**REVISIÓN DE CONCEPTOS**

¿Es posible simplificar la expresión?

1. $5\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

2. $3\sqrt{5} + 3\sqrt{6}$

3. $7\sqrt{11} - \sqrt{11}$

4. $4\sqrt{2x} - 8\sqrt{2x}$

5. $4\sqrt{2y} - 8\sqrt{y}$

6. $3\sqrt{5x} + 5\sqrt{3x}$

1 Sumar y restar expresiones radicales (Revisa las páginas 474-475).

PREPÁRATE

7. Simplifica: $5\sqrt{5} - 8\sqrt{5}$

$$5\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = (\underline{\quad? \quad} - \underline{\quad? \quad})\sqrt{5}$$

$$= \underline{\quad? \quad}\sqrt{5}$$

- Los radicandos son iguales. Utiliza la propiedad distributiva.
- Resta.

Simplifica.

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| 8. $2\sqrt{2} + \sqrt{2}$ | 9. $3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$ | 10. $-3\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$ |
| 11. $4\sqrt{5} - 10\sqrt{5}$ | 12. $-3\sqrt{11} - 8\sqrt{11}$ | 13. $-3\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$ |
| 14. $2\sqrt{x} + 8\sqrt{x}$ | 15. $3\sqrt{y} + 2\sqrt{y}$ | 16. $8\sqrt{y} - 10\sqrt{y}$ |
| 17. $-5\sqrt{2a} + 2\sqrt{2a}$ | 18. $-2\sqrt{3b} - 9\sqrt{3b}$ | 19. $-7\sqrt{5a} - 5\sqrt{5a}$ |
| 20. $3x\sqrt{2} - x\sqrt{2}$ | 21. $2y\sqrt{3} - 9y\sqrt{3}$ | 22. $2a\sqrt{3a} - 5a\sqrt{3a}$ |
| 23. $-5b\sqrt{3x} - 2b\sqrt{3x}$ | 24. $3\sqrt{xy} - 8\sqrt{xy}$ | 25. $-4\sqrt{xy} + 6\sqrt{xy}$ |
| 26. $\sqrt{45} + \sqrt{125}$ | 27. $\sqrt{32} - \sqrt{98}$ | 28. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{8}$ |
| 29. $4\sqrt{128} - 3\sqrt{32}$ | 30. $5\sqrt{18} - 2\sqrt{75}$ | 31. $5\sqrt{75} - 2\sqrt{18}$ |
| 32. $5\sqrt{4x} - 3\sqrt{9x}$ | 33. $-3\sqrt{25y} + 8\sqrt{49y}$ | |

PREPÁRATE

34. Simplifica: $3\sqrt{x^3} + 2x\sqrt{x}$

$$3\sqrt{x^3} + 2x\sqrt{x} = 3\sqrt{\underline{\quad? \quad}}\sqrt{x} + 2x\sqrt{x}$$

$$= 3\underline{\quad? \quad}\sqrt{x} + 2x\sqrt{x}$$

$$= (\underline{\quad? \quad} + \underline{\quad? \quad})\sqrt{x}$$

$$= \underline{\quad? \quad}\sqrt{x}$$

- Escribe $\sqrt{x^3}$ como el producto de la raíz cuadrada de un cuadrado perfecto y \sqrt{x} .
- Simplifica $\sqrt{x^2}$.
- Utiliza la propiedad distributiva.
- Suma.

Simplifica.

- | | |
|---|--|
| 35. $3\sqrt{3x^2} - 5\sqrt{27x^2}$ | 36. $-2\sqrt{8y^2} + 5\sqrt{32y^2}$ |
| 37. $2x\sqrt{xy^2} - 3y\sqrt{x^2y}$ | 38. $4a\sqrt{b^2a} - 3b\sqrt{a^2b}$ |
| 39. $3x\sqrt{12x} - 5\sqrt{27x^3}$ | 40. $2a\sqrt{50a} + 7\sqrt{32a^3}$ |
| 41. $4y\sqrt{8y^3} - 7\sqrt{18y^5}$ | 42. $2a\sqrt{8ab^2} - 2b\sqrt{2a^3}$ |
| 43. $b^2\sqrt{a^5b} + 3a^2\sqrt{ab^5}$ | 44. $y^2\sqrt{x^5y} + x\sqrt{x^3y^5}$ |
| ➡ 45. $4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$ | 46. $3\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 16\sqrt{3}$ |
| 47. $5\sqrt{x} - 8\sqrt{x} + 9\sqrt{x}$ | 48. $\sqrt{x} - 7\sqrt{x} + 6\sqrt{x}$ |
| 49. $8\sqrt{2} - 3\sqrt{y} - 8\sqrt{2}$ | 50. $8\sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ |

51. $8\sqrt{8} - 4\sqrt{32} - 9\sqrt{50}$

53. $-2\sqrt{3} + 5\sqrt{27} - 4\sqrt{45}$

55. $4\sqrt{75} + 3\sqrt{48} - \sqrt{99}$

57. $\sqrt{25x} - \sqrt{9x} + \sqrt{16x}$

59. $3\sqrt{3x} + \sqrt{27x} - 8\sqrt{75x}$

61. $2a\sqrt{75b} - a\sqrt{20b} + 4a\sqrt{45b}$

63. $x\sqrt{3y^2} - 2y\sqrt{12x^2} + xy\sqrt{3}$

65. $3\sqrt{ab^3} + 4a\sqrt{a^2b} - 5b\sqrt{4ab}$

67. $3a\sqrt{2ab^2} - \sqrt{a^2b^2} + 4b\sqrt{3a^2b}$

52. $2\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$

54. $-2\sqrt{8} - 3\sqrt{27} + 3\sqrt{50}$

56. $2\sqrt{75} - 5\sqrt{20} + 2\sqrt{45}$

58. $\sqrt{4x} - \sqrt{100x} - \sqrt{49x}$

60. $5\sqrt{5x} + 2\sqrt{45x} - 3\sqrt{80x}$

62. $2b\sqrt{75a} - 5b\sqrt{27a} + 2b\sqrt{20a}$

64. $a\sqrt{27b^2} + 3b\sqrt{147a^2} - ab\sqrt{3}$

66. $5\sqrt{a^3b} + a\sqrt{4ab} - 3\sqrt{49a^3b}$

68. $2\sqrt{4a^2b^2} - 3a\sqrt{9ab^2} + 4b\sqrt{a^2b}$

69.  Indica si la expresión es verdadera o falsa.

a. $7x\sqrt{x} + x\sqrt{x} = 7x^2\sqrt{x}$

b. $\sqrt{10a} - \sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{10} - 1)$

c. $\sqrt{9 + y^2} = 3 + y$

d. $\sqrt{27x^4} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(3x^2 + 1)$

70.  ¿Qué expresión equivale a $\sqrt{2ab} + \sqrt{2ab}$?

i) $2\sqrt{ab}$ ii) $\sqrt{4ab}$ iii) $2ab$ iv) $\sqrt{8ab}$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Suma o resta.

71. $5\sqrt{x+2} + 3\sqrt{x+2}$

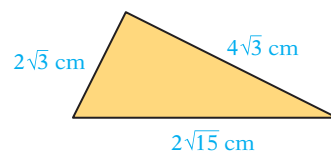
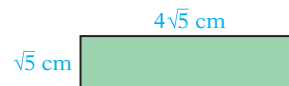

72. $8\sqrt{a+5} - 4\sqrt{a+5}$

73. $\frac{1}{2}\sqrt{8x^2y} + \frac{1}{3}\sqrt{18x^2y}$


74. $\frac{1}{4}\sqrt{48ab^2} + \frac{1}{5}\sqrt{75ab^2}$

75. $\frac{a}{3}\sqrt{54ab^3} + \frac{b}{4}\sqrt{96a^3b}$

76. $\frac{x}{6}\sqrt{72xy^5} + \frac{y}{7}\sqrt{98x^3y^3}$

77. **Geometría** Las longitudes de los lados de un triángulo son $4\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm y $2\sqrt{15}$ cm. Calcula el perímetro del triángulo.78. **Geometría** El largo de un triángulo es $3\sqrt{2}$ cm y el ancho $\sqrt{2}$ cm. Calcula el perímetro del triángulo.79. **Geometría** El largo de un triángulo es $4\sqrt{5}$ cm y el ancho $\sqrt{5}$ cm. Encuentra la aproximación del perímetro. Redondea a la decena más cercana.80. Dado que $G(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{5x+3}$, escribe $G(3)$ en su forma más simple.81.  Utiliza enunciados completos para explicar los pasos al simplificar la expresión radical $a\sqrt{32ab^2} + b\sqrt{50a^3}$.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

82.  Escribe un párrafo que compare la suma de dos monomios con la suma de dos expresiones radicales. Por ejemplo, compara la suma de $5x + 3x$ con la suma de $5\sqrt{x} + 3\sqrt{x}$.

10.3

Multiplicación y división de expresiones radicales

OBJETIVO

1

Multiplicar expresiones radicales

La propiedad del producto de las raíces cuadradas se utiliza para multiplicar expresiones radicales algebraicas.

$$\begin{aligned}\sqrt{2x} \sqrt{3y} &= \sqrt{2x \cdot 3y} \\ &= \sqrt{6xy}\end{aligned}$$

Concéntrate

en multiplicar dos expresiones radicales

Multiplica: $\sqrt{2x^2} \sqrt{32x^5}$

Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para multiplicar los radicandos.

Simplifica.

$$\begin{aligned}\sqrt{2x^2} \sqrt{32x^5} &= \sqrt{2x^2 \cdot 32x^5} \\ &= \sqrt{64x^7} \\ &= \sqrt{64x^6} \sqrt{x} \\ &= 8x^3 \sqrt{x}\end{aligned}$$

EJEMPLO 1

Multiplica: $\sqrt{3x^4} \sqrt{2x^2y} \sqrt{6xy^2}$

Solución

$$\begin{aligned}\sqrt{3x^4} \sqrt{2x^2y} \sqrt{6xy^2} &= \sqrt{3x^4 \cdot 2x^2y \cdot 6xy^2} \\ &= \sqrt{36x^7y^3} \\ &= \sqrt{36x^6y^2} \sqrt{xy} \\ &= 6x^3y \sqrt{xy}\end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para multiplicar los radicandos.
- Simplifica.

Problema 1

Multiplica: $\sqrt{5a} \sqrt{15a^3b^4} \sqrt{3b^5}$

Solución

Revisa la página S24.



Intenta resolver el ejercicio 19, página 483.

Al simplificar la ecuación $(\sqrt{x})^2$ mediante la propiedad del producto de las raíces cuadradas, el resultado es x .

$$\begin{aligned}(\sqrt{x})^2 &= \sqrt{x} \sqrt{x} \\ &= \sqrt{x \cdot x} \\ &= \sqrt{x^2} \\ &= x\end{aligned}$$

EL CUADRADO DE \sqrt{a}

Para $a > 0$, $(\sqrt{a})^2 = a$.

EJEMPLOS

1. $(\sqrt{3})^2 = 3$

2. $(\sqrt{5y})^2 = 5y$

Concéntrate en multiplicar dos expresiones radicales utilizando la propiedad distributiva

Multiplica: $\sqrt{2x}(x + \sqrt{2x})$

Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.

Simplifica $(\sqrt{2x})^2$.

$$\begin{aligned}\sqrt{2x}(x + \sqrt{2x}) &= \sqrt{2x}(x) + \sqrt{2x}\sqrt{2x} \\ &= x\sqrt{2x} + (\sqrt{2x})^2 \\ &= x\sqrt{2x} + 2x\end{aligned}$$

EJEMPLO 2

Multiplica: $\sqrt{3ab}(\sqrt{3a} + \sqrt{9b})$

Solución

$$\begin{aligned}\sqrt{3ab}(\sqrt{3a} + \sqrt{9b}) &= \sqrt{3ab}(\sqrt{3a}) + \sqrt{3ab}(\sqrt{9b}) \\ &= \sqrt{9a^2b} + \sqrt{27ab^2} \\ &= \sqrt{9a^2}\sqrt{b} + \sqrt{9b^2}\sqrt{3a} \\ &= 3a\sqrt{b} + 3b\sqrt{3a}\end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.
- Simplifica cada expresión radical.

Problema 2

Multiplica: $\sqrt{5x}(\sqrt{5x} - \sqrt{25y})$

Solución

Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 31, página 483.

Concéntrate en multiplicar dos expresiones radicales utilizando el método PEIU

Multiplica: $(\sqrt{2} - 3x)(\sqrt{2} + x)$

Utiliza el método PEIU.

Simplifica.

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} - 3x)(\sqrt{2} + x) &= (\sqrt{2})^2 + x\sqrt{2} - 3x\sqrt{2} - 3x^2 \\ &= 2 + (x - 3x)\sqrt{2} - 3x^2 \\ &= 2 - 2x\sqrt{2} - 3x^2\end{aligned}$$

EJEMPLO 3

Multiplica: $(2\sqrt{x} - \sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y})$

Solución

$$\begin{aligned}(2\sqrt{x} - \sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) &= 10(\sqrt{x})^2 - 4\sqrt{xy} + 5\sqrt{xy} + 2(\sqrt{y})^2 \\ &= 10x - 9\sqrt{xy} + 2y\end{aligned}$$

- Utiliza el método PEIU.
- Simplifica.

Problema 3

Multiplica: $(3\sqrt{x} - \sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y})$

Solución

Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 41, página 483.

Las expresiones $a + b$ y $a - b$, que son la suma y la diferencia de dos términos, se llaman **conjugados** entre sí.

El producto de los conjugados es la diferencia de dos cuadrados.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(2 + \sqrt{7})(2 - \sqrt{7}) = 2^2 - (\sqrt{7})^2 = 4 - 7 = -3$$

$$(3 + \sqrt{y})(3 - \sqrt{y}) = 3^2 - (\sqrt{y})^2 = 9 - y$$

EJEMPLO 4Multiplica: $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ **Solución**

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 \\ = a - b$$

- Las expresiones son conjugados entre sí.

Problema 4Multiplica: $(2\sqrt{x} + 7)(2\sqrt{x} - 7)$ **Solución**

Revisa la página S24.

➡ Intenta resolver el ejercicio 43, página 483.

OBJETIVO**2****Dividir expresiones radicales**

La raíz cuadrada de un cociente es igual al cociente de las raíces cuadradas.

PROPIEDAD DEL COCIENTE DE LAS RAÍCES CUADRADAS

Si a y b son números reales positivos, entonces $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

EJEMPLOS

$$1. \sqrt{\frac{a^2}{b^4}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^4}} = \frac{a}{b^2} \quad 2. \sqrt{\frac{4x^2}{z^6}} = \frac{\sqrt{4x^2}}{\sqrt{z^6}} = \frac{2x}{z^3}$$

Concéntrate

en simplificar una expresión radical mediante la propiedad del cociente de las raíces cuadradas

Simplifica. A. $\sqrt{\frac{24x^3y^7}{3x^7y^2}}$ B. $\frac{\sqrt{4x^2y}}{\sqrt{xy}}$

A. Simplifica el radicando.

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{24x^3y^7}{3x^7y^2}} &= \sqrt{\frac{8y^5}{x^4}} \\ &= \frac{\sqrt{8y^5}}{\sqrt{x^4}} \\ &= \frac{\sqrt{4y^4} \sqrt{2y}}{\sqrt{x^4}} \\ &= \frac{2y^2 \sqrt{2y}}{x^2} \end{aligned}$$

Simplifica.

B. Utiliza la propiedad del cociente de las raíces cuadradas.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{4x^2y}}{\sqrt{xy}} &= \sqrt{\frac{4x^2y}{xy}} \\ &= \sqrt{4x} \\ &= \sqrt{4} \sqrt{x} \\ &= 2\sqrt{x} \end{aligned}$$

Simplifica el radicando.

Simplifica la expresión radical.

Punto de interés

Una expresión radical presente en la Teoría de la relatividad de Einstein es

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

donde v es la velocidad de un objeto y c la velocidad de la luz.

Una expresión radical no está en su forma más simple si un radical permanece en el denominador. El procedimiento utilizado para eliminar un radical del denominador se conoce como **racionalización del denominador**.

Concéntrate en racionalizar el denominador de una expresión radical cuando el denominador contiene una expresión radical con un término

Simplifica: $\frac{2}{\sqrt{3}}$

La expresión $\frac{2}{\sqrt{3}}$ tiene una expresión radical en el denominador. Multiplica la expresión por $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$, que es igual a 1.

Simplifica.

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt{3}} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

Por tanto, $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Observa que $\frac{2}{\sqrt{3}}$ no se encuentra en su forma más simple. Sin embargo, como ningún radical permanece en el denominador y el radical en el numerador no contiene factores cuadrados perfectos además de 1, $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ está en su forma más simple.

Cuando el denominador contiene una expresión radical con dos términos, simplifica la expresión radical al multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado del denominador.

Concéntrate en racionalizar el denominador de una expresión radical cuando el denominador contiene una expresión radical con dos términos

Simplifica: $\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{y} + 3}$

Multiplica el numerador y el denominador por $\sqrt{y} - 3$, el conjugado de $\sqrt{y} + 3$.

Simplifica.

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{y} + 3} &= \frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{y} + 3} \cdot \frac{\sqrt{y} - 3}{\sqrt{y} - 3} \\ &= \frac{\sqrt{2y^2} - 3\sqrt{2y}}{(\sqrt{y})^2 - 3^2} \\ &= \frac{y\sqrt{2} - 3\sqrt{2y}}{y - 9}\end{aligned}$$

La lista siguiente resume nuestra discusión acerca de expresiones radicales en su forma más simple.

EXPRESIONES RADICALES EN SU FORMA MÁS SIMPLE

Una expresión radical se encuentra en su forma más simple si:

1. El radicando no contiene ningún factor mayor que 1 que sea un cuadrado perfecto.
2. No existe ninguna fracción debajo del signo radical.
3. No existe ningún radical en el denominador de una fracción.

EJEMPLO 5Simplifica. A. $\frac{\sqrt{4x^2y^5}}{\sqrt{3x^4y}}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{x}}$ C. $\frac{3 - \sqrt{5}}{2 + 3\sqrt{5}}$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 \text{A. } \frac{\sqrt{4x^2y^5}}{\sqrt{3x^4y}} &= \sqrt{\frac{4x^2y^5}{3x^4y}} \\
 &= \sqrt{\frac{4y^4}{3x^2}} \\
 &= \frac{\sqrt{4y^4}}{\sqrt{3x^2}} \\
 &= \frac{2y^2}{x\sqrt{3}} \\
 &= \frac{2y^2}{x\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\
 &= \frac{2y^2\sqrt{3}}{3x}
 \end{aligned}$$

• Utiliza la propiedad del cociente de las raíces cuadradas.

• Simplifica el radicando.

• Utiliza la propiedad del cociente de las raíces cuadradas.

• Simplifica las expresiones radicales en el numerador y el denominador.

• Racionaliza el denominador al multiplicar la expresión por $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$, que es igual a 1.

$$\begin{aligned}
 \text{B. } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{x}} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x}}{\sqrt{2} + \sqrt{x}} \\
 &= \frac{2 + \sqrt{2x}}{2 - x}
 \end{aligned}$$

• Racionaliza el denominador al multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado del denominador.

$$\begin{aligned}
 \text{C. } \frac{3 - \sqrt{5}}{2 + 3\sqrt{5}} &= \frac{3 - \sqrt{5}}{2 + 3\sqrt{5}} \cdot \frac{2 - 3\sqrt{5}}{2 - 3\sqrt{5}} \\
 &= \frac{6 - 9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3 \cdot 5}{4 - 9 \cdot 5} \\
 &= \frac{21 - 11\sqrt{5}}{-41} \\
 &= -\frac{21 - 11\sqrt{5}}{41}
 \end{aligned}$$

• Racionaliza el denominador al multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado del denominador.

• Utiliza el método PEIU para multiplicar los numerales.

• Simplifica.

Problema 5Simplifica. A. $\frac{\sqrt{15x^6y^7}}{\sqrt{3x^7y^9}}$ B. $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y} + 3}$ C. $\frac{5 + \sqrt{y}}{1 - 2\sqrt{y}}$ **Solución** Revisa la páginas S24–S25.

➡ Intenta resolver el ejercicios 79, 91 y 107, páginas 484–485.

10.3 Ejercicios**REVISIÓN DE CONCEPTOS**

Determina el conjugado de cada una de las siguientes.

1. $3 + \sqrt{5}$

2. $6 - \sqrt{x}$

3. $\sqrt{2a} - 8$

Determina el producto de las expresiones y su conjugado.

4. $4 + \sqrt{3}$

5. $5 - \sqrt{y}$

¿Por qué forma de 1 deberá multiplicarse la expresión para racionalizar el denominador?

6. $\frac{2}{\sqrt{6}}$

7. $\frac{3}{\sqrt{x}}$

8. $\frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

1 Multiplicar expresiones racionales (Revisas las páginas 478-480).

PREPÁRATE

9. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{\quad ? \quad}$

- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para multiplicar los radicandos.

10. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{15} = \sqrt{\quad ? \quad}$

$$= \sqrt{9 \cdot \quad ? \quad}$$

$$= \sqrt{9} \sqrt{\quad ? \quad}$$

$$= \quad ? \quad \sqrt{\quad ? \quad}$$

- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas para multiplicar los radicandos.
- Escribe el radicando como el producto de un cuadrado perfecto y un factor que no contiene un cuadrado perfecto.
- Utiliza la propiedad del producto de las raíces cuadradas.
- Simplifica la raíz cuadrada del cuadrado perfecto.

Simplifica.

11. $\sqrt{5} \sqrt{5}$

12. $\sqrt{11} \sqrt{11}$

13. $\sqrt{3} \sqrt{12}$

14. $\sqrt{2} \sqrt{8}$

15. $(\sqrt{7y})^2$

16. $(\sqrt{11b})^2$

17. $\sqrt{xy^3} \sqrt{x^5y}$

18. $\sqrt{a^3b^5} \sqrt{ab^5}$

➡ 19. $\sqrt{3a^2b^5} \sqrt{6ab^7}$

20. $\sqrt{5x^3y} \sqrt{10x^2y}$

21. $\sqrt{6a^3b^2} \sqrt{24a^5b}$

22. $\sqrt{8ab^5} \sqrt{12a^7b}$

23. $\sqrt{2ac} \sqrt{5ab} \sqrt{10cb}$

24. $\sqrt{3xy} \sqrt{6x^3y} \sqrt{2y^2}$

25. $\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

26. $3(\sqrt{12} - \sqrt{3})$

27. $\sqrt{8}(\sqrt{2} - \sqrt{5})$

28. $\sqrt{10}(\sqrt{20} - \sqrt{a})$

29. $\sqrt{5}(\sqrt{10} - \sqrt{x})$

30. $\sqrt{6}(\sqrt{y} - \sqrt{18})$

➡ 31. $\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})$

32. $\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})$

33. $\sqrt{3a}(\sqrt{3a} - \sqrt{3b})$

34. $\sqrt{5x}(\sqrt{10x} - \sqrt{x})$

35. $(\sqrt{x} - 3)^2$

36. $(2\sqrt{a} - y)^2$

37. $(\sqrt{5} + 3)(\sqrt{5} + 7)$

38. $(4\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)$

39. $(2\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} - 2)$

40. $(\sqrt{y} - 3)(3\sqrt{y} + 2)$

➡ 41. $(3\sqrt{x} - 2y)(5\sqrt{x} - 4y)$

42. $(5\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(3\sqrt{x} - \sqrt{y})$

➡ 43. $(\sqrt{2} - \sqrt{y})(\sqrt{2} + \sqrt{y})$

44. $(\sqrt{3x} + 4)(\sqrt{3x} - 4)$

45. $(5 + \sqrt{6})(5 - \sqrt{6})$

46. $(7 - \sqrt{11})(7 + \sqrt{11})$


47. $(2\sqrt{x} + \sqrt{y})(5\sqrt{x} + 4\sqrt{y})$


48. $(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y})(3\sqrt{x} - 4\sqrt{y})$


49. 🧐 Para $a > 0$, $(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)$ es menor, igual o mayor que a ?

50. 🧐 Para $a > 0$, $\sqrt{a}(\sqrt{2a} - \sqrt{a})$ es menor, igual o mayor que a ?

2 Dividir expresiones radicales (Revisa las páginas 480-482).

51.  Explica por qué $\frac{\sqrt{5}}{5}$ está en su forma más simple y $\frac{1}{\sqrt{5}}$ no lo está.

52.  ¿Por qué podemos multiplicar $\frac{1}{\sqrt{3}}$ por $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ sin cambiar el valor de $\frac{1}{\sqrt{3}}$?

53.  Indica si la expresión está en su forma más simple.

- a. $\frac{a}{\sqrt{b}}$ b. $\frac{\sqrt{a}}{b}$ c. $\sqrt{\frac{a}{b}}$ d. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

PREPÁRATE

54. La propiedad del cociente de las raíces cuadradas establece que $\sqrt{\frac{a}{b}} = \underline{\quad ? \quad}$.

Simplifica.

55. $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

56. $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}$

57. $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$

58. $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$

59. $\frac{\sqrt{27a}}{\sqrt{3a}}$

60. $\frac{\sqrt{72x^5}}{\sqrt{2x}}$

61. $\frac{\sqrt{15x^3y}}{\sqrt{3xy}}$

62. $\frac{\sqrt{40x^5y^2}}{\sqrt{5xy}}$

63. $\frac{\sqrt{2a^5b^4}}{\sqrt{98ab^4}}$

64. $\frac{\sqrt{48x^5y^2}}{\sqrt{3x^3y}}$

65. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

66. $\frac{1}{\sqrt{8}}$

67. $\frac{15}{\sqrt{75}}$

68. $\frac{6}{\sqrt{72}}$

69. $\frac{3}{\sqrt{x}}$

70. $\frac{4}{\sqrt{2x}}$

71. $\frac{6}{\sqrt{12x}}$

72. $\frac{14}{\sqrt{7y}}$

73. $\frac{8}{\sqrt{32x}}$


74. $\frac{15}{\sqrt{50x}}$

75. $\frac{\sqrt{4x^2}}{\sqrt{9y}}$

76. $\frac{\sqrt{16a}}{\sqrt{49ab}}$

77. $\frac{5\sqrt{8}}{4\sqrt{50}}$

78. $\frac{5\sqrt{18}}{9\sqrt{27}}$

 79. $\frac{\sqrt{12a^3b}}{\sqrt{24a^2b^2}}$

80. $\frac{\sqrt{3xy}}{\sqrt{27x^3y^2}}$

81. $\frac{\sqrt{9xy^2}}{\sqrt{27x}}$

82. $\frac{\sqrt{4x^2y}}{\sqrt{3xy^3}}$

83. $\frac{1}{\sqrt{2} - 3}$

84. $\frac{5}{\sqrt{7} - 3}$

85. $\frac{3}{5 + \sqrt{5}}$


86. $\frac{7}{\sqrt{2} - 7}$

87. $\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

88. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

89. $\frac{\sqrt{16x^3y^2}}{\sqrt{8x^3y}}$

90. $\frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

 91. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$

92. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

93. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$

94. $\frac{\sqrt{y}}{2 - \sqrt{y}}$

95. $\frac{5\sqrt{3} - 7\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$

96. $\frac{10\sqrt{7} - 2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}}$

97. $\frac{5\sqrt{8} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

98. $\frac{5\sqrt{12} - \sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

99. $\frac{3\sqrt{2} - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

100. $\frac{5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

101. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

104. $\frac{6 - 2\sqrt{3}}{4 + 3\sqrt{3}}$

107. $\frac{3 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$

110. $\frac{2 + \sqrt{y}}{\sqrt{y} - 3}$

102. $\frac{5 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$

105. $\frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{2\sqrt{2} - 3\sqrt{6}}$

108. $\frac{\sqrt{a} - 4}{2\sqrt{a} + 2}$

111. $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

103. $\frac{3 - \sqrt{6}}{5 - 2\sqrt{6}}$

106. $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{5\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}$

109. $\frac{3 + 2\sqrt{y}}{2 - \sqrt{y}}$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Simplifica.

112. $-\sqrt{1.3} \sqrt{1.3}$

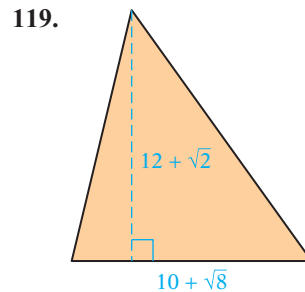
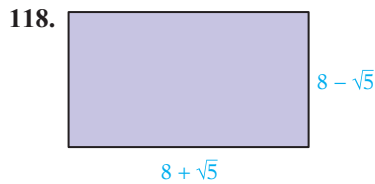
115. $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

113. $\sqrt{\frac{5}{8}} \sqrt{\frac{5}{8}}$

116. $\sqrt{2\frac{1}{4}}$

114. $-\sqrt{\frac{16}{81}}$


117. $-\sqrt{6\frac{1}{4}}$

Geometría Calcula el área de la figura geométrica. Todas las dimensiones se expresan en metros.


120. ¿16 es una solución de la ecuación $\sqrt{x} - \sqrt{x+9} = 1$?

121. Demuestra que 2 es una solución de la ecuación $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} = 3$.

122. Demuestra que $1 + \sqrt{6}$ y $1 - \sqrt{6}$ son soluciones de la ecuación $x^2 - 2x - 5 = 0$.

123.  En tus propias palabras, describe el proceso de racionalizar el denominador.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

124.  El número $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ se llama la razón de oro. Investiga la razón de oro y redacta algunos párrafos acerca de este número y sus aplicaciones.

10.4

Solución de ecuaciones que contienen expresiones radicales

OBJETIVO 1

Resolver ecuaciones que contienen una o más expresiones radicales

Una ecuación que contiene una expresión algebraica en un radicando es una **ecuación radical**.

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x} = 4 \\ \sqrt{x+2} = \sqrt{x-7} \end{array} \right\} \text{Ecuaciones radicales}$$

La propiedad de igualdad siguiente establece que si dos números son iguales, entonces los cuadrados de los números son iguales. La propiedad se utiliza para resolver ecuaciones radicales.

PROPIEDAD DE ELEVAR AL CUADRADO AMBOS LADOS DE UNA ECUACIÓN

Si a y b son números reales y $a = b$, entonces $a^2 = b^2$.

Concéntrate

en resolver una ecuación que contiene una expresión radical

Resuelve: $\sqrt{x-2} - 7 = 0$

Reescribe la ecuación con el radical en uno de sus lados y la constante en el otro.

$$\begin{array}{l} \sqrt{x-2} - 7 = 0 \\ \sqrt{x-2} = 7 \end{array}$$

Eleva al cuadrado ambos lados de la ecuación.

$$(\sqrt{x-2})^2 = 7^2$$

Resuelve la ecuación resultante.

$$\begin{array}{l} x - 2 = 49 \\ x = 51 \end{array}$$

Comprueba la solución. Cuando ambos lados de una ecuación son elevados al cuadrado, la ecuación resultante puede tener una solución que no es la misma de la ecuación original.

Comprobación: $\sqrt{x-2} - 7 = 0$

$\sqrt{51-2} - 7$	0
$\sqrt{49} - 7$	0
$7 - 7$	0
0	0

La solución es 51.

Toma nota

Cada vez que un lado de la ecuación se eleva al cuadrado, se debe comprobar la solución correcta de ésta.

EJEMPLO 1

Resuelve: $\sqrt{3x} + 2 = 5$

Solución

$$\begin{array}{l} \sqrt{3x} + 2 = 5 \\ \sqrt{3x} = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (\sqrt{3x})^2 = 3^2 \\ 3x = 9 \\ x = 3 \end{array}$$

Comprobación

$\sqrt{3x} + 2$	5
$\sqrt{3 \cdot 3} + 2$	5
$\sqrt{9} + 2$	5
$3 + 2$	5
5	5

La solución es 3.

- Reescribe la ecuación de modo que el radical quede sólo en uno de sus lados.
- Eleva al cuadrado ambos lados de la ecuación.
- Resuelve para x .
- Se elevan al cuadrado ambos lados de la ecuación. Es necesario comprobar la solución.
- Ésta es una ecuación verdadera. La solución se comprueba.

Problema 1 Resuelve: $\sqrt{4x} + 3 = 7$ **Solución** Revisa la página S25.

➡ Intenta resolver el ejercicio 17, página 491.

EJEMPLO 2Resuelve. **A.** $0 = 3 - \sqrt{2x - 3}$ **B.** $\sqrt{2x - 5} + 3 = 0$ **Solución**

$$\textbf{A.} \quad \begin{aligned} 0 &= 3 - \sqrt{2x - 3} \\ \sqrt{2x - 3} &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{2x - 3})^2 &= 3^2 \\ 2x - 3 &= 9 \\ 2x &= 12 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{array}{r|l} 0 & 3 - \sqrt{2x - 3} \\ 0 & 3 - \sqrt{2 \cdot 6 - 3} \\ 0 & 3 - \sqrt{12 - 3} \\ 0 & 3 - \sqrt{9} \\ 0 & 3 - 3 \\ 0 & 0 \end{array}$$

La solución es 6.

Solución

$$\textbf{B.} \quad \begin{aligned} \sqrt{2x - 5} + 3 &= 0 \\ \sqrt{2x - 5} &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{2x - 5})^2 &= (-3)^2 \\ 2x - 5 &= 9 \\ 2x &= 14 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2x - 5} + 3 &= 0 \\ \sqrt{2 \cdot 7 - 5} + 3 & \\ \sqrt{14 - 5} + 3 & \\ \sqrt{9} + 3 & \\ 3 + 3 & \\ 6 & \neq 0 \end{array}$$

No hay solución.

Problema 2Resuelve. **A.** $\sqrt{3x - 2} - 5 = 0$ **B.** $\sqrt{4x - 7} + 5 = 0$ **Solución**

Revisa la página S25.

➡ Intenta resolver el ejercicio 31, página 491.

- Reescribe la ecuación de modo que el radical esté solo en un lado de la ecuación.

- Eleva al cuadrado ambos lados de la ecuación.

- Resuelve para x .

- Ésta es una ecuación verdadera. La solución se comprueba.

- Reescribe la ecuación de modo que el radical esté solo en un lado de la ecuación.
- Eleva al cuadrado cada lado de la ecuación.
- Resuelve para x .

- Ésta no es una ecuación verdadera. La solución no se comprueba.

El siguiente ejemplo ilustra el procedimiento para resolver una ecuación radical que contiene dos expresiones radicales. Observa que el proceso de elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación se realiza dos veces.

Concéntrate

en resolver una ecuación que contiene dos expresiones radicales

Resuelve: $\sqrt{5 + x} + \sqrt{x} = 5$

Resuelve para una de las expresiones radicales.
Eleva al cuadrado cada lado.

$$\sqrt{5+x} + \sqrt{x} = 5$$

$$\sqrt{5+x} = 5 - \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{5+x})^2 = (5 - \sqrt{x})^2$$

Recuerda que
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$$5 + x = 25 - 10\sqrt{x} + x$$

Simplifica.

$$-20 = -10\sqrt{x}$$

Todavía es una ecuación radical.

$$2 = \sqrt{x}$$

Eleva al cuadrado cada lado.

$$2^2 = (\sqrt{x})^2$$

$$4 = x$$

4 se comprueba como solución. La solución es 4.

EJEMPLO 3Resuelve: $\sqrt{x} - \sqrt{x-5} = 1$ **Solución**

$$\sqrt{x} - \sqrt{x-5} = 1$$

$$\sqrt{x} = 1 + \sqrt{x-5}$$

$$(\sqrt{x})^2 = (1 + \sqrt{x-5})^2$$

$$x = 1 + 2\sqrt{x-5} + (x-5)$$

$$4 = 2\sqrt{x-5}$$

$$2 = \sqrt{x-5}$$

$$2^2 = (\sqrt{x-5})^2$$

$$4 = x - 5$$

$$9 = x$$

- Resuelve para una de las expresiones radicales.
- Eleva al cuadrado cada lado.
- Simplifica.
- Todavía es una ecuación radical.
- Eleva al cuadrado cada lado.
- Simplifica.

Comprobación

$$\sqrt{x} - \sqrt{x-5} = 1$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{9-5} \quad \bigg| \quad 1$$

$$3 - \sqrt{4} \quad \bigg| \quad 1$$

$$3 - 2 \quad \bigg| \quad 1$$

$$1 = 1$$

La solución es 9.**Problema 3**Resuelve: $\sqrt{x} + \sqrt{x+9} = 9$ **Solución**

Revisa la página S25.

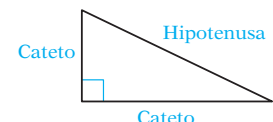
► Intenta resolver el ejercicio 39, página 492.

OBJETIVO 2**Problemas de aplicación**

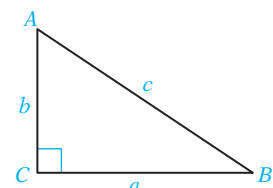
The Granger Collection, NYC—All rights reserved.

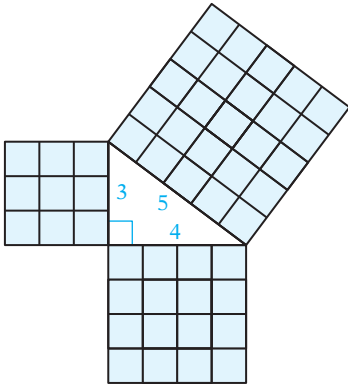
Pitágoras (c. 580 a.C.–520 a.C.)

Un **triángulo recto** contiene un ángulo de 90° . El lado opuesto al ángulo de 90° se denomina **hipotenusa**. Los otros dos lados se llaman **catetos**.



Los ángulos en un triángulo recto por lo general se identifican con mayúsculas A , B y C en un ángulo recto. El ángulo opuesto A es el lado a , el ángulo opuesto B es el lado b y c es la hipotenusa.





Por lo general se acredita al matemático griego Pitágoras el descubrimiento de que el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo recto es igual a la suma de los cuadrados de los dos catetos. Esto se denomina **teorema de Pitágoras**.

La figura de la izquierda es un triángulo rectángulo con catetos que miden 3 y 4 unidades, y una hipotenusa que mide 5 unidades. Cada lado del triángulo también es el lado de un cuadrado. El número de unidades del cuadrado en el área del cuadrado más grande es igual a la suma de los números de las unidades del cuadrado en las áreas de los cuadrados más pequeños.

Cuadrado de
la hipotenusa

=

Suma de los cuadrados
de los catetos

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16$$

$$25 = 25$$

Punto de interés

La primera prueba conocida del teorema de Pitágoras se presenta en un texto chino. El libro *Aritmética clásica* fue escrito alrededor del año 600 a.C. (pero no existen copias) y se revisó en un periodo de 500 años. La primera copia conocida de este texto data de alrededor del año 100 d.C.

TEOREMA DE PITÁGORAS

Si a y b son los largos de los catetos de un triángulo recto y c el largo de la hipotenusa, entonces $c^2 = a^2 + b^2$.

Si se conocen los largos de dos lados de un triángulo recto, se puede utilizar el teorema de Pitágoras para calcular el largo del tercer lado.

El teorema de Pitágoras se utiliza para calcular la hipotenusa cuando se conocen dos catetos.

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{(\text{cateto})^2 + (\text{cateto})^2}$$

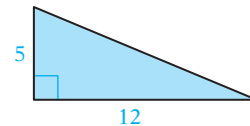
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$$

$$c = \sqrt{25 + 144}$$

$$c = \sqrt{169}$$

$$c = 13$$



Toma nota

Si establecemos $a = 12$ y $b = 5$, el resultado es el mismo.

El teorema de Pitágoras se utiliza para calcular el largo de un cateto cuando se conoce un cateto y la hipotenusa.

$$\text{cateto} = \sqrt{(\text{hipotenusa})^2 - (\text{cateto})^2}$$

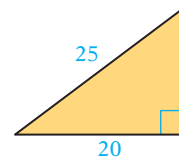
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$a = \sqrt{(25)^2 - (20)^2}$$

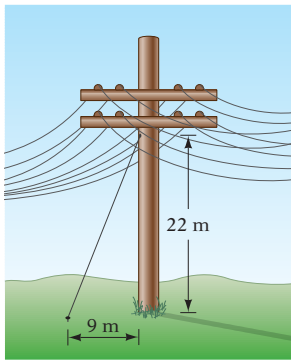
$$a = \sqrt{625 - 400}$$

$$a = \sqrt{225}$$

$$a = 15$$



El Ejemplo y el Problema 4 ilustran el uso del teorema de Pitágoras. El Ejemplo y el Problema 5 ejemplifican otras aplicaciones de ecuaciones radicales.

**EJEMPLO 4**

Un cable se conecta a un punto 22 metros sobre el nivel del piso en un poste telefónico perpendicular al piso. El cable se ancla en un punto 9 metros a partir de la base del poste. Calcula la longitud del cable. Redondea a la centésima más cercana.

Estrategia

Para calcular la longitud del cable, utiliza el teorema de Pitágoras. Un cateto es la distancia desde la parte inferior del cable hasta la base del poste telefónico. El otro es la distancia de la parte superior del cable a la base del poste telefónico. El cable es la hipotenusa. Resuelve el teorema de Pitágoras para la hipotenusa.

Solución

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{(22)^2 + (9)^2}$$

$$c = \sqrt{484 + 81}$$

$$c = \sqrt{565}$$

$$c \approx 23.77$$

$$\bullet a = 22, b = 9$$

• Simplifica el radicando.

• Aproxima $\sqrt{565}$ con la calculadora.

El cable tiene una longitud de 23.77 m.

Problema 4

Una escalera de 12 pies de largo está apoyada contra un edificio. ¿Qué tan alto llegará la escalera en el edificio si el fondo de la escalera está a 5 pies del edificio? Redondea a la centésima más cercana.

Solución

Revisa la página S25.

➡ Intenta resolver el ejercicio 67, página 493.

**EJEMPLO 5**

¿Qué tan encima del agua debe estar un periscopio submarino para que un vigía localice un barco a 5 millas de distancia? La ecuación para la distancia en millas que el vigía pueda ver es $d = \sqrt{1.5h}$, donde h es la altura en pies sobre el nivel de la superficie del agua. Redondea a la centésima más cercana.

Estrategia

Calcula la altura sobre el nivel del agua y sustituye d en la ecuación con el valor determinado. Después resuelve para h .

Solución

$$d = \sqrt{1.5h}$$

$$5 = \sqrt{1.5h}$$

$$5^2 = (\sqrt{1.5h})^2$$

$$25 = 1.5h$$

$$\frac{25}{1.5} = h$$

$$16.67 \approx h$$

$$\bullet d = 5$$

• Eleva al cuadrado ambos lados de la ecuación.

• Resuelve para h .

El periscopio debe estar a 16.67 pies sobre el nivel del agua.

Problema 5

Calcula la longitud de un péndulo que hace una oscilación en 1.5 segundos. La ecuación para el tiempo de una oscilación es $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$, donde T es el tiempo en segundos y L la longitud en pies. Redondea a la centésima más cercana.

Solución

Revisa la página S25.

➡ Intenta resolver el ejercicio 69, página 494.

10.4 Ejercicios

REVISIÓN DE CONCEPTOS

1. ¿Cuál de las siguientes son ecuaciones radicales?

- i) $8 = \sqrt{5} + x$ ii) $\sqrt{x} - 7 = 9$ iii) $\sqrt{x} + 4 = 6$ iv) $12 = \sqrt{3}x$

Indica si la expresión es siempre verdadera, en ocasiones verdadera o nunca verdadera.

- Una ecuación radical es una ecuación que contiene un radical.
- Podemos elevar al cuadrado ambos lados de una ecuación sin cambiar las soluciones de la ecuación.
- Utilizamos la propiedad de elevar al cuadrado ambos lados de una ecuación para eliminar una expresión radical de una ecuación.
- El primer paso para resolver una ecuación radical es elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación.

1 Resolver ecuaciones que contienen una o más expresiones radicales (Revisa las páginas 486-488).

6.  ¿Qué establece la propiedad de elevar al cuadrado ambos lados de una ecuación?

PREPÁRATE

7. Resuelve: $\sqrt{x-2} = 5$. Comprobarás la solución en el ejercicio 8.

$$\begin{array}{r} \sqrt{x-2} = 5 \\ (\sqrt{x-2})^{\frac{?}{?}} = 5^{\frac{?}{?}} \\ \frac{?}{?} = \frac{?}{?} \\ x = \frac{?}{?} \end{array}$$

- El radical está solo en un lado.
- Eleva al cuadrado cada lado de la ecuación.
- Simplifica.
- Suma $\frac{?}{?}$ a cada lado de la ecuación.

8. Comprueba la solución que encontraste en el ejercicio 7.

$$\begin{array}{r} \sqrt{x-2} = 5 \\ \sqrt{27-2} \quad | \quad 5 \\ \sqrt{\frac{?}{?}} \quad | \quad 5 \\ \frac{?}{?} = 5 \end{array}$$

- Sustituye x con $\frac{?}{?}$.
- Resta.
- Simplifica la expresión radical. Ésta es una ecuación verdadera. Se comprueba como solución.

Resuelve y comprueba.

9. $\sqrt{x} = 5$

10. $\sqrt{y} = 7$

11. $\sqrt{a} = 12$


12. $\sqrt{a} = 9$

13. $\sqrt{5x} = 5$

14. $\sqrt{3x} = 4$

15. $\sqrt{4x} = 8$

16. $\sqrt{6x} = 3$

 17. $\sqrt{2x} - 4 = 0$

18. $3 - \sqrt{5x} = 0$

19. $\sqrt{4x} + 5 = 2$

20. $\sqrt{3x} + 9 = 4$

21. $\sqrt{3x-2} = 4$

22. $\sqrt{5x+6} = 1$

23. $\sqrt{2x+1} = 7$

24. $\sqrt{5x+4} = 3$ **1**

25. $\sqrt{5x+2} = 0$

26. $\sqrt{3x-7} = 0$

27. $\sqrt{3x} - 6 = -4$

28. $\sqrt{5x} + 8 = 23$

29. $0 = 2 - \sqrt{3-x}$

30. $0 = 5 - \sqrt{10+x}$

 31. $0 = \sqrt{3x-9} - 6$

32. $0 = \sqrt{2x+7} - 3$

33. $\sqrt{5x - 1} = \sqrt{3x + 9}$

35. $\sqrt{5x - 3} = \sqrt{4x - 2}$

37. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} = \sqrt{x^2 - 8x + 9}$

39. $\sqrt{x} = \sqrt{x + 3} - 1$

41. $\sqrt{2x + 5} = 5 - \sqrt{2x}$

43. $\sqrt{3x} - \sqrt{3x + 7} = 1$

34. $\sqrt{3x + 4} = \sqrt{12x - 14}$

36. $\sqrt{5x - 9} = \sqrt{2x - 3}$

38. $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \sqrt{x^2 + 5x - 12}$

40. $\sqrt{x + 5} = \sqrt{x} + 1$

42. $\sqrt{2x} + \sqrt{2x + 9} = 9$

44. $\sqrt{x} - \sqrt{x + 9} = 1$

45. Sin resolver las ecuaciones, identifica la ecuación que no tiene solución.

i) $-\sqrt{2x - 5} = -3$

ii) $\sqrt{2x} - 5 = -3$

iii) $\sqrt{2x - 5} = -3$

46. ¿Cuántas veces se utilizará la propiedad de elevar al cuadrado ambos lados de una ecuación para resolver cada ecuación? No resuelvas.

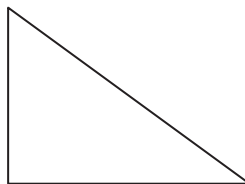
i) $\sqrt{x - 3} = \sqrt{4x - 7}$

ii) $\sqrt{x - 6} = \sqrt{x} - 3$

2 Problemas de aplicación (Revisa las páginas 488-490).47. **Problema de números enteros** Cinco sumado a la raíz cuadrada del producto de cuatro y un número es igual a siete. Encuentra el número.48. **Problema de números enteros** Dos sumado a la raíz cuadrada de la suma de un número y cinco es igual a seis. Encuentra el número.**PREPÁRATE**

49. En un triángulo recto, la hipotenusa es el lado opuesto al ángulo _____. Los otros dos lados se llaman _____.

50. Marca el triángulo recto que se muestra a la derecha. Incluye el símbolo del ángulo recto, los tres ángulos, los dos catetos y la hipotenusa.

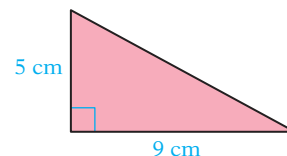
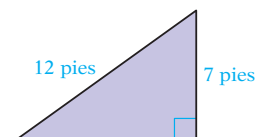
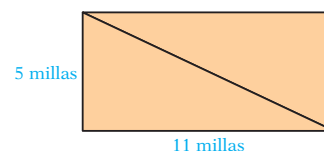


51. ¿Qué establece el teorema de Pitágoras?

52. Una escalera de 20 pies es recargada contra el lado de un edificio con un fondo de d pies del edificio. La escalera llega a una altura de h pies. ¿Cuál de las siguientes distancias no es posible como valor para h ?


- i) 4 pies ii) 10 pies iii) 16 pies iv) 22 pies

Resuelve. Redondea a la centésima más cercana.

53. **Geometría** Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 5 y 9 cm. Calcula la longitud de la hipotenusa.54. **Geometría** Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 8 y 4 pulg. Calcula la longitud de la hipotenusa.55. **Geometría** La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 12 pies. Un cateto del triángulo mide 7 pies. Calcula la longitud del otro cateto del triángulo.56. **Geometría** La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 20 cm. Un cateto del triángulo mide 16 cm. Calcula la longitud del otro cateto del triángulo.57. **Geometría** La diagonal de un rectángulo es una recta trazada desde un vértice al vértice opuesto. Calcula la longitud de la diagonal en el rectángulo mostrado a la derecha. Redondea a la décima más cercana.

PREPÁRATE


58. La ecuación $v = 4\sqrt{d}$ determina la velocidad v , en pies por segundo, de un objeto después de que éste cayó d pies. Se arroja una piedra desde un puente. Para calcular la distancia que cae la piedra cuando alcanza una velocidad de 48 pies por segundo, sustituye ? con 48 y resuelve para ?.


59.  La ecuación es equivalente a la ecuación $C = \sqrt{32H}$ presentada en el ejercicio 61? Supongamos que C y H son positivos.


a. $\frac{C^2}{H} = 32$ b. $C = 4\sqrt{2H}$ c. $\frac{C^2}{32} = H$ d. $\left(\frac{C}{4}\right)^2 = 2H$

60. **Educación** Un método utilizado para “dar curva” a los grados en un examen es utilizar la fórmula $R = 10\sqrt{O}$, donde R es la calificación revisada y O la calificación original. Utiliza esta fórmula para determinar la calificación original en un examen que tiene una calificación revisada de 75. Redondea al número entero natural más cercano.

61. **Física** Una fórmula utilizada en el estudio de movimiento de olas en aguas superficiales es $C = \sqrt{32H}$, donde C es la velocidad de la ola en pies por segundo y H la profundidad en pies. Utiliza esta fórmula para calcular la profundidad del agua cuando la velocidad de la ola es de 20 pies/segundo.


62.  **Física** Lee el recorte de noticias de la derecha. El tiempo que tarda un objeto en caer una cierta distancia se calcula con la ecuación $t = \sqrt{\frac{d}{16}}$, donde t es el tiempo en segundos y d la distancia en pies. Utiliza esta ecuación para calcular la altura desde la cual se deja caer el heno.

63.  **Deportes** El campo de un diamante de softbol es un cuadrado. La distancia entre las bases sucesivas es de 90 pies. El montículo del lanzador se encuentra en diagonal entre el plato y la segunda base a una distancia de 60.5 pies del plato. ¿El montículo de lanzamiento se encuentra a más o menos de medio camino entre el plato y la segunda base?

64.  **Deportes** El campo de un diamante de softbol es un cuadrado. La distancia entre las bases sucesivas es de 60 pies. El montículo de lanzamiento está diagonal entre el plato y la segunda base a una distancia de 46 pies del plato. ¿El montículo de lanzamiento está a más o menos del medio camino entre el plato y la segunda base?

65. **Comunicaciones** Marta Lightfoot sale de un muelle en su velero y navega 2.5 millas hacia el este. Después, vira y navega 4 millas hacia el norte. El walkie-talkie que tiene Marta a bordo tiene un alcance de 5 millas. ¿Podrá llamar a un amigo en el muelle desde su ubicación a través del walkie-talkie?

66. **Navegación** ¿Qué tan encima del agua se debe encontrar un periscopio para que un vigía localice un barco a 4 millas de distancia? La ecuación para la distancia en millas que el vigía pueda ver es $d = \sqrt{1.5h}$, donde h es la altura en pies sobre el nivel de la superficie del agua. Redondea a la centésima más cercana.

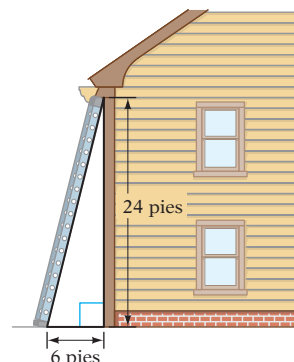
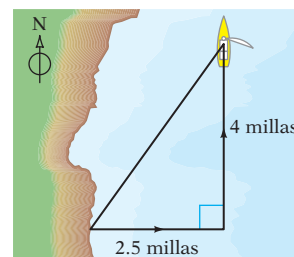
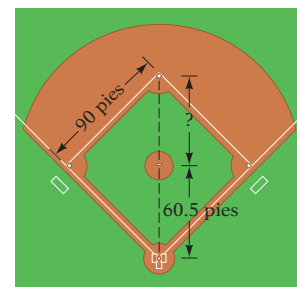
 67. **Mantenimiento residencial** Rick Wyman tiene que limpiar las canaletas de su casa, las cuales están a 24 pies del suelo. Por seguridad, la distancia que alcanza una escalera en una pared debe ser cuatro veces la distancia desde la parte inferior de la escalera hasta la base del lado de la casa. Por tanto, la parte inferior de la escalera debe estar a 6 pies a partir de la base de la casa. ¿Una escalera de 25 pies será suficiente para llegar a las canaletas?

68. **Física** La velocidad de un niño en un carrusel en un carnaval se calcula con la ecuación $v = \sqrt{12r}$, donde v es la velocidad en pies por segundo y r la distancia en pies desde el centro del carrusel hasta el niño. Si un niño se mueve a 15 pies por segundo, ¿qué tan lejos está el niño del centro del carrusel?

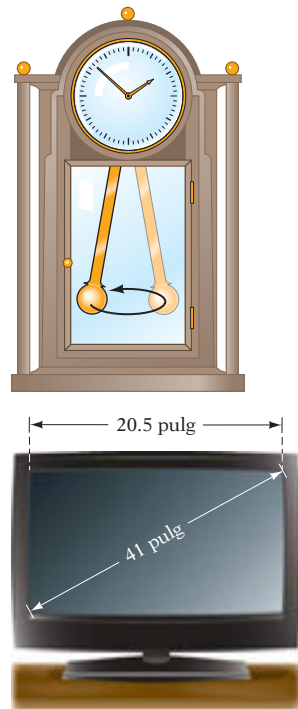
En las noticias**Heno caído del cielo para ganado varado**

Las Guardias Nacionales de Wyoming y Colorado llegaron con ayuda para miles de animales atrapados por la ventisca que paralizó al sureste de Colorado. Con vuelos bajos sobre el ganado, los guardias dejaron caer pacas de heno que 6 segundos más tarde se estrellaban en el piso, se deshacían y produjeron alimento para los animales que, de otro modo, habrían muerto de hambre.

Fuente: The Denver Post; www.af.mil



- ➡ **69. Física** Calcula la longitud de un péndulo que realiza una oscilación en 3 segundos. La ecuación para el tiempo de una oscilación es $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$, donde T es el tiempo en segundos y L la longitud en pies.
- 70. Aviación** Un avión despegue de un aeropuerto con dirección al sur a 400 mph. Otro despegue al mismo tiempo hacia el este a 300 mph. Calcula la distancia entre los dos aviones después de 2 horas.
- 71. Física** Una piedra cae desde un puente y toca el agua 2 segundos después. ¿Qué tan alto está el puente? La ecuación para la distancia de un objeto que cae en T segundos es $T = \sqrt{\frac{d}{16}}$, donde d es la distancia en pies.
- 72. Física** Una piedra cae en el pozo de una mina y toca el fondo 3.5 segundos después. ¿Qué tan profundo es el pozo de la mina? La ecuación para la distancia de un objeto que cae en T segundos es $T = \sqrt{\frac{d}{16}}$, donde d es la distancia en pies.
- 73. Entretenimiento para el hogar** La medida de una pantalla de televisión se obtiene con la longitud de una diagonal que cruza la pantalla. Un televisor de 41 pulgadas tiene un ancho de 20.5 pulgadas. Calcula la altura de la pantalla a la décima más cercana de una pulgada.



APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Resuelve.

74. $\sqrt{\frac{5y+2}{3}} = 3$

75. $\sqrt{\frac{3y}{5}} - 1 = 2$

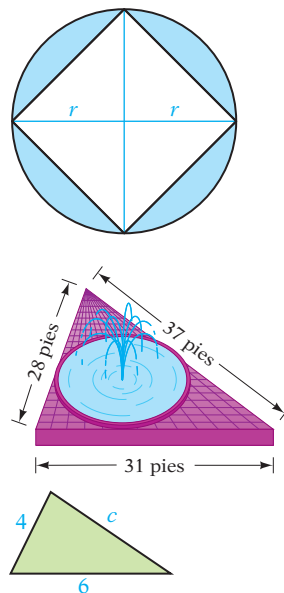
76. $\sqrt{9x^2 + 49} + 1 = 3x + 2$

- 77. Geometría** En el plano de coordenadas, un triángulo se forma trazando rectas entre los puntos $(0, 0)$ y $(5, 0)$; $(5, 0)$ y $(5, 12)$, y $(5, 12)$ y $(0, 0)$. Calcula el número de unidades en el perímetro del triángulo.
- 78. Geometría** La hipotenusa de un triángulo rectángulo es $5\sqrt{2}$ cm y la longitud de un cateto es $4\sqrt{2}$ cm.
- a. Calcula el perímetro del triángulo. b. Calcula el área del triángulo.
- 79. Geometría** Escribe una expresión en forma factorizada para la región sombreada en el diagrama de la derecha.
- 80. Geometría** En un centro cultural se diseñó una fuente circular para una plaza triangular. La fuente está ubicada de tal modo que cada lado del triángulo toca la fuente, como se muestra en el diagrama de la derecha. La fórmula para el radio del círculo se obtiene con


$$r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

donde $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$, y a , b y c son los largos de los lados del triángulo. Calcula el área de la fuente. Redondea a la centésima más cercana.

- 81.** ¿Se puede utilizar el teorema de Pitágoras para calcular el largo del lado c del triángulo de la derecha? De ser así, determina c . De lo contrario, explica por qué.



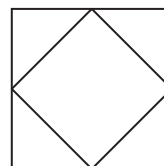
PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

82.  Completa la expresión utilizando el símbolo $<$, $=$ o $>$. Explica cómo determinaste el uso de cada símbolo.

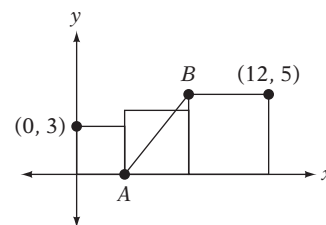
- Para un triángulo agudo con el lado c como el lado más largo, $a^2 + b^2$ _____ c^2 .
- Para un triángulo recto con el lado c como el lado más largo, $a^2 + b^2$ _____ c^2 .
- Para un triángulo obtuso con el lado c como el lado más largo, $a^2 + b^2$ _____ c^2 .

83. La longitud de un lado del cuadrado externo en el diagrama de la derecha es de $2x$ pulgadas. Las esquinas del cuadrado interno son los puntos medios de los lados del cuadrado externo.

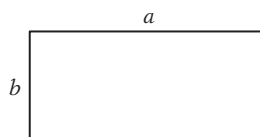
- ¿Cuál es la longitud de un lado del cuadrado interno?
- ¿Cuál es el área del cuadrado interno?



84. Tres cuadrados están alineados a lo largo del eje x , como se muestra a la derecha. Calcula AB . Redondea a la décima más cercana.



85. La suma de los cuadrados de las longitudes de los cuatro lados del rectángulo presentado a la derecha es 100. El rectángulo no es un cuadrado. Calcula la longitud de la diagonal del rectángulo.



CAPÍTULO 10 Resumen

Términos clave

Una **raíz cuadrada** de un número positivo x es un número cuyo cuadrado es x . La raíz cuadrada de un número negativo no es un número real.

La **raíz cuadrada principal** de un número es la raíz cuadrada positiva. El símbolo $\sqrt{\quad}$ se llama **signo radical** y se utiliza para indicar la raíz cuadrada principal de un número. La raíz cuadrada negativa de un número se indica colocando un signo negativo frente al radical. El **radicando** es la expresión debajo del símbolo radical.

Objetivo y página de referencia

[10.1.1, p. 466]

[10.1.1, p. 466]

Ejemplos

La raíz cuadrada de 25 es 5 porque $5^2 = 25$.

La raíz cuadrada de 25 es -5 porque $(-5)^2 = 25$.

$\sqrt{-9}$ no es un número real.

$\sqrt{25} = 5$

$-\sqrt{25} = -5$

En la expresión $\sqrt{25}$, 25 es el radicando.

El cuadrado de un número entero es un **cuadrado perfecto**. Si un número no es un cuadrado perfecto, sólo se puede aproximar su raíz cuadrada. Dichos números son **números irracionales**. Sus representaciones decimales no son finitas ni se repiten.

Los **conjugados** son expresiones con dos términos que sólo difieren en el signo del segundo término. Las expresiones $a + b$ y $a - b$ son conjugados.

Una **ecuación radical** es una ecuación que contiene una expresión algebraica en un radicando.

[10.1.1, p. 466]

[10.3.1, p. 479]

[10.4.1, p. 486]

$$2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16, 5^2 = 25, 6^2 = 36, \dots$$

4, 9, 16, 25, 36, ... son cuadrados perfectos.

5 no es un cuadrado perfecto. $\sqrt{5}$ es un número irracional.

$3 + \sqrt{7}$ y $3 - \sqrt{7}$ son conjugados.

$\sqrt{x} + 2$ y $\sqrt{x} - 2$ son conjugados.

$\sqrt{2x} + 8 = 12$ es una ecuación radical.

$2x + \sqrt{8} = 12$ no es una ecuación radical.

Reglas y procedimientos esenciales

Objetivo y página de referencia

Ejemplos

Propiedad del producto de las raíces cuadradas

Si a y b son números positivos reales, entonces $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

[10.1.1–10.1.2, pp. 466, 469]

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{b^{11}} = \sqrt{b^{10} \cdot b} = \sqrt{b^{10}} \sqrt{b} = b^5 \sqrt{b}$$

Suma y resta de expresiones radicales

La propiedad distributiva se utiliza para simplificar la suma o la diferencia de expresiones radicales semejantes.

[10.2.1, p. 474]

$$16\sqrt{3x} - 4\sqrt{3x} = (16 - 4)\sqrt{3x} = 12\sqrt{3x}$$

Multiplicación de expresiones radicales

La propiedad del producto de las raíces cuadradas se utiliza para multiplicar expresiones radicales.

[10.3.1, pp. 478–479]

$$\sqrt{5x} \sqrt{7y} = \sqrt{5x \cdot 7y} = \sqrt{35xy}$$

$$\sqrt{y}(2 + \sqrt{3x}) = 2\sqrt{y} + \sqrt{3xy}$$

Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.

Utiliza el método PEIU para multiplicar expresiones radicales con dos términos.

$$\begin{aligned} (5 - \sqrt{x})(11 + \sqrt{x}) &= 55 + 5\sqrt{x} - 11\sqrt{x} - (\sqrt{x})^2 \\ &= 55 - 6\sqrt{x} - x \end{aligned}$$

Propiedad del cociente de las raíces cuadradas

Si a y b son números positivos reales, entonces $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

[10.3.2, p. 480]

$$\sqrt{\frac{9x^2}{y^8}} = \frac{\sqrt{9x^2}}{\sqrt{y^8}} = \frac{3x}{y^4}$$

División de expresiones radicales

La propiedad del cociente de las raíces cuadradas se utiliza para dividir expresiones radicales.

[10.3.2, p. 480]

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3x^5y}}{\sqrt{75xy^3}} &= \sqrt{\frac{3x^5y}{75xy^3}} = \sqrt{\frac{x^4}{25y^2}} \\ &= \frac{\sqrt{x^4}}{\sqrt{25y^2}} = \frac{x^2}{5y} \end{aligned}$$

Racionalización del denominador

Una expresión radical no está en su forma más simple si hay un radical en el denominador. El procedimiento utilizado para eliminar un radical del denominador se llama racionalización del denominador.

[10.3.2, p. 481]

$$\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

Expresiones radicales en su forma más simple

Una expresión radical está en su forma más simple si:

1. El radicando no contiene un factor mayor que 1 que sea un cuadrado perfecto.
2. No hay una fracción debajo del signo radical.
3. No hay radical en el denominador de una fracción.

Propiedad de elevar al cuadrado ambos lados de una ecuación

Si a y b son números reales y $a = b$, entonces $a^2 = b^2$.

Solución de ecuaciones radicales

Si una ecuación contiene una expresión radical, escribe la ecuación con el radical solo en un lado de la ecuación. Calcula la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación. Resuelve para la variable. Cuando ambos lados de una ecuación se elevan al cuadrado, se deben comprobar las soluciones.

Teorema de Pitágoras

Si a y b son los largos de los catetos de un triángulo rectángulo y c la longitud de la hipotenusa, entonces $c^2 = a^2 + b^2$.

[10.3.2, p. 481]

$\sqrt{12}$, y $\frac{1}{\sqrt{2}}$ no están en su forma más simple.

$2\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\frac{\sqrt{2}}{2}$ están en su forma más simple.

[10.4.1, p. 486]

$$\begin{aligned}\sqrt{x+3} &= 4 \\ (\sqrt{x+3})^2 &= 4^2 \\ x+3 &= 16 \\ x &= 13\end{aligned}$$

[10.4.1, p. 486]

$$\begin{aligned}\sqrt{2x} - 1 &= 5 \\ \sqrt{2x} &= 6 \\ (\sqrt{2x})^2 &= 6^2 \\ 2x &= 36 \\ x &= 18\end{aligned}$$

Se comprueba la solución.

[10.4.2, p. 489]

Dos catetos de un triángulo rectángulo miden 4 y 7 cm. Calcula la longitud de la hipotenusa, utilizando la ecuación

$$\begin{aligned}c &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ c &= \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}\end{aligned}$$


La hipotenusa mide $\sqrt{65}$ cm.

CAPÍTULO 10 Ejercicios de repaso

1. Resta: $5\sqrt{3} - 16\sqrt{3}$
3. Simplifica: $\sqrt{x^2 + 16x + 64}$
5. Simplifica: $\frac{5\sqrt{y} - 2\sqrt{y}}{3\sqrt{y}}$
7. Multiplica: $(6\sqrt{a} + 5\sqrt{b})(2\sqrt{a} + 3\sqrt{b})$
9. Simplifica: $2\sqrt{36}$
11. Resta: $9x\sqrt{5} - 5x\sqrt{5}$
13. Resuelve: $\sqrt{2x+9} = \sqrt{8x-9}$
15. Suma: $2x\sqrt{60x^3y^3} + 3x^2y\sqrt{15xy}$
17. Simplifica: $(3\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$
2. Simplifica: $\frac{2x}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$
4. Resuelve: $3 - \sqrt{7x} = 5$
6. Suma: $6\sqrt{7} + \sqrt{7}$
8. Simplifica: $\sqrt{49(x+3)^4}$
10. Resuelve: $\sqrt{b} = 4$
12. Multiplica: $(\sqrt{5ab} - \sqrt{7})(\sqrt{5ab} + \sqrt{7})$
14. Simplifica: $\sqrt{35}$
16. Simplifica: $\frac{\sqrt{3x^3y}}{\sqrt{27xy^5}}$
18. Simplifica: $\sqrt{(a+4)^2}$

19. Simplifica: $5\sqrt{48}$
21. Simplifica: $\frac{8}{\sqrt{x} - 3}$
23. Simplifica: $3\sqrt{18a^5b}$
25. Resta: $\sqrt{20a^5b^9} - 2ab^2\sqrt{45a^3b^5}$
27. Resuelve: $\sqrt{5x + 1} = \sqrt{20x - 8}$
29. Simplifica: $\sqrt{450}$
31. Simplifica: $\frac{16}{\sqrt{a}}$
33. Multiplica: $\sqrt{a^3b^4c} \sqrt{a^7b^2c^3}$
35. Simplifica: $y\sqrt{24y^6}$
37. Resuelve: $\sqrt{x^2 + 5x + 4} = \sqrt{x^2 + 7x - 6}$
39. Calcula la aproximación decimal de $\sqrt{9900}$ a la milésima más cercana.
41. Simplifica: $5x\sqrt{150x^7}$
43. Simplifica: $\frac{\sqrt{54a^3}}{\sqrt{6a}}$
45. Resuelve: $\sqrt{5x} = 10$
47. Multiplica: $\sqrt{2} \sqrt{50}$
49. Simplifica: $4y\sqrt{243x^{17}y^9}$
51. Simplifica: $\sqrt{400}$
53. Resuelve: $0 = \sqrt{10x + 4} - 8$
20. Suma: $3\sqrt{12x} + 5\sqrt{48x}$
22. Multiplica: $\sqrt{6a}(\sqrt{3a} + \sqrt{2a})$
24. Simplifica: $-3\sqrt{120}$
26. Simplifica: $\frac{\sqrt{98x^7y^9}}{\sqrt{2x^3y}}$
28. Simplifica: $\sqrt{c^{18}}$
30. Simplifica: $6a\sqrt{80b} - \sqrt{180a^2b} + 5a\sqrt{b}$
32. Resuelve: $6 - \sqrt{2y} = 2$
34. Simplifica: $7\sqrt{630}$
36. Simplifica: $\frac{\sqrt{250}}{\sqrt{10}}$
38. Multiplica: $(4\sqrt{y} - \sqrt{5})(2\sqrt{y} + 3\sqrt{5})$
40. Multiplica: $\sqrt{7} \sqrt{7}$
42. Simplifica: $2x^2\sqrt{18x^2y^5} + 6y\sqrt{2x^6y^3} - 9xy^2\sqrt{8x^4y}$
44. Simplifica: $4\sqrt{250}$
46. Simplifica: $\frac{3a\sqrt{3} + 2\sqrt{12a^2}}{\sqrt{27}}$
48. Simplifica: $\sqrt{36x^4y^5}$
50. Resuelve: $\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 2} = 1$
52. Simplifica: $-4\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} - 3\sqrt{50x}$
54. Multiplica: $\sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{3})$

55. **Problema de números enteros** La raíz cuadrada de la suma de dos números enteros consecutivos es igual a 10. Encuentra el número entero más grande.

56.  **Viaje al espacio** El peso de un objeto se relaciona con la distancia del objeto a partir de la superficie de la Tierra. Una ecuación para esta relación es

$d = 4000\sqrt{\frac{W_0}{W_a}}$, donde W_0 es el peso del objeto en la superficie de la Tierra y W_a es el peso del objeto a una distancia de d millas sobre la superficie de la Tierra. Un explorador espacial pesa 36 lb a 8000 millas sobre la superficie de la Tierra. Calcula el peso del explorador sobre la superficie de la Tierra.

57. **Geometría** La hipotenusa de un triángulo recto mide 18 cm. Un cateto del triángulo mide 11 cm. Calcula la longitud del otro cateto del triángulo. Redondea a la centésima más cercana.

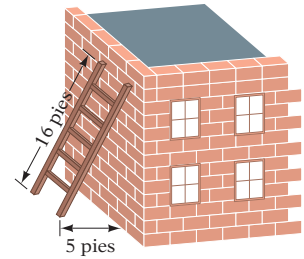
- 58. Ciclismo** Una bicicleta se volteará si da una vuelta demasiado cerrada o demasiado rápida. La ecuación para la velocidad máxima a la que un ciclista puede dar vuelta sin voltearse se obtiene con la ecuación $v = 4\sqrt{r}$, donde v es la velocidad de la bicicleta en millas por hora y r el radio de la esquina en pies. Calcula el radio de la esquina más cerrada en la que puede dar vuelta un ciclista de manera segura a una velocidad de 20 mph.
- 59. Tsunamis** Un tsunami es una gran ola oceánica producida por terremotos o una erupción volcánica submarinos. La velocidad de un tsunami conforme se acerca a tierra se aproxima mediante la ecuación $v = 3\sqrt{d}$, donde v es la velocidad en pies por segundo y d la profundidad del agua en pies. Calcula la profundidad del agua si la velocidad de un tsunami es de 30 pies por segundo.
- 60. Cables** Un cable se conecta a un punto 25 pies sobre el suelo en un poste telefónico que es perpendicular al suelo. El cable se ancla en un punto 8 pies a partir de la base del poste. Calcula la longitud del cable. Redondea a la centésima más cercana.



CAPÍTULO 10 Examen

- Simplifica: $\sqrt{121x^8y^2}$
- Resta: $5\sqrt{8} - 3\sqrt{50}$
- Multiplícala: $\sqrt{3x^2y}\sqrt{6x^2}\sqrt{2x}$
- Simplifica: $\sqrt{45}$
- Simplifica: $\sqrt{72x^7y^2}$
- Simplifica: $3\sqrt{8y} - 2\sqrt{72x} + 5\sqrt{18x}$
- Multiplícala: $(\sqrt{y} + 3)(\sqrt{y} + 5)$
- Simplifica: $\frac{4}{\sqrt{8}}$
- Simplifica: $\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{2}}$
- Resuelve: $\sqrt{5x - 6} = 7$
- Calcula la aproximación decimal de $\sqrt{500}$ a la milésima más cercana.
- Simplifica: $\sqrt{32a^5b^{11}}$
- Multiplícala: $\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b})$
- Multiplícala: $\sqrt{8x^3y}\sqrt{10xy^4}$
- Simplifica: $\frac{\sqrt{98a^6b^4}}{\sqrt{2a^3b^2}}$
- Resuelve: $\sqrt{9x} + 3 = 18$
- Simplifica: $\sqrt{192x^{13}y^5}$
- Simplifica: $2a\sqrt{2ab^3} + b\sqrt{8a^3b} - 5ab\sqrt{ab}$
- Multiplícala: $(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)$
- Simplifica: $\frac{3}{2 - \sqrt{5}}$
- Resuelve: $3 = 8 - \sqrt{5x}$
- Multiplícala: $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{x^2})$
- Resta: $3\sqrt{a} - 9\sqrt{a}$
- Simplifica: $\sqrt{108}$
- Calcula la aproximación decimal de $\sqrt{63}$ a la milésima más cercana.
- Simplifica: $\frac{\sqrt{108a^7b^3}}{\sqrt{3a^4b}}$
- Resuelve: $\sqrt{x} - \sqrt{x + 3} = 1$
- Problema de números enteros** La raíz cuadrada de la suma de dos números enteros consecutivos es igual a 9. Encuentra el número entero más pequeño.

- 29. Física** Calcula la longitud de un péndulo que hace una oscilación en 2.5 segundos. La ecuación para el tiempo de una oscilación de un péndulo es $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$, donde T es el tiempo en segundos y L la longitud en pies. Redondea a la centésima más cercana.
- 30. Mantenimiento residencial** Una escalera de 16 pies de largo está apoyada contra un edificio. ¿Qué tan alto llegará la escalera en el edificio si el fondo de la escalera está a 5 pies del edificio? Redondea a la décima más cercana.



Ejercicios de repaso acumulativos

- Simplifica: $\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{3}{4} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
- Simplifica: $-3[x - 2(3 - 2x) - 5x] + 2x$
- Resuelve: $2x - 4[3x - 2(1 - 3x)] = 2(3 - 4x)$
- Resuelve: $3(x - 7) \geq 5x - 12$
- Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos donde las coordenadas son $(2, -5)$ y $(-4, 3)$.
- Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-2, -3)$ y tiene una pendiente de $\frac{1}{2}$.
- Evalúa $f(x) = \frac{5}{2}x - 8$ en $x = -4$.
- Grafica: $f(x) = -4x + 2$
- Grafica el conjunto solución de $2x + y < -2$.
- Resuelve por el método gráfico: $3x - 2y = 8$
 $4x + 5y = 3$
- Resuelve por sustitución: $4x - 3y = 1$
 $2x + y = 3$
- Resuelve por el método de suma y resta: $5x + 4y = 7$
 $3x - 2y = 13$
- Simplifica: $(-3x^2y)(-2x^3y^{-4})$
- Simplifica: $\frac{12b^4 - 6b^2 + 2}{-6b^2}$
- Factoriza: $12x^3y^2 - 9x^2y^3$
- Factoriza: $9b^2 + 3b - 20$

17. Factoriza: $2a^3 - 16a^2 + 30a$

19. Simplifica: $\frac{1 - \frac{2}{x} - \frac{15}{x^2}}{1 - \frac{9}{x^2}}$

21. Resuelve: $\frac{x}{2x-5} - 2 = \frac{3x}{2x-5}$

23. Simplifica: $\frac{\sqrt{320}}{\sqrt{5}}$

18. Multiplica: $\frac{3x^3 - 6x^2}{4x^2 + 4x} \cdot \frac{3x - 9}{9x^3 - 45x^2 + 54x}$

20. Resta: $\frac{x+2}{x-4} - \frac{6}{(x-4)(x-3)}$

22. Simplifica: $2\sqrt{27a} - 5\sqrt{49a} + 8\sqrt{48a}$

24. Resuelve: $\sqrt{2x-3} - 5 = 0$

25. **Problema de números enteros** Tres octavos de un número es menor que doce negativo. Encuentra el número entero más grande que satisface la desigualdad.

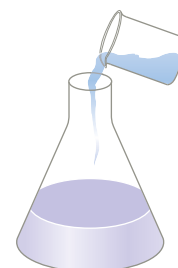
26. **Margen de utilidad** El precio de venta de un libro es \$29.40. La tasa de utilidad empleada por la librería es 20% del costo. Calcula el costo del libro.

27. **Problema de mezcla** ¿Cuántas onzas de agua pura se deben agregar a 40 onzas de una solución salina al 12% para preparar una solución salina al 5%?

28. **Problema de números enteros** La suma de dos números es veintiuno. Tres más el doble del número más pequeño es igual al más grande. Encuentra los dos números.

29. **Problema de trabajo** Un pequeño ducto de agua requiere del doble de largo para llenar un tanque que un ducto de agua más grande. Con ambos ductos abiertos, se requieren 16 horas para llenar el tanque. Calcula el tiempo que necesitaría el ducto pequeño, trabajando solo, para llenar el tanque.

30. **Problema de números enteros** La raíz cuadrada de la suma de dos números enteros consecutivos es igual a 7. Encuentra el número entero más pequeño.



Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado

Concéntrate en el éxito

El final del semestre es por lo general una época muy ocupada y llena de tensiones. Tal vez tienes ensayos o proyectos atrasados y tareas que debes concluir. Tal vez enfrentas la ansiedad de los exámenes finales. Has cubierto una gran cantidad de material en este curso y el repaso de todo eso puede ser intimidante. Podrías empezar revisando el Resumen de cada capítulo que te asignaron durante el periodo. Después realiza el examen final de la página 558. Las respuestas de los ejercicios se proporcionan al final del libro, junto con el objetivo con el que se relaciona la pregunta. Si tienes problemas con cualquiera de las preguntas, revisa los objetivos de los cuales se toman las preguntas y vuelve a intentar resolver algunos de los ejercicios en esos objetivos. (Revisa Sobresalir en el examen, página ASP-11).

OBJETIVOS

- 11.1** **1** Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización
- 2** Resolver ecuaciones cuadráticas por raíces
- 11.2** **1** Resolver ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado
- 11.3** **1** Resolver ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula cuadrática
- 11.4** **1** Simplificar números complejos
- 2** Sumar y restar números complejos
- 3** Multiplicar números complejos
- 4** Dividir números complejos
- 5** Resolver ecuaciones cuadráticas con soluciones de números complejos
- 11.5** **1** Graficar una ecuación cuadrática de la forma $y = ax^2 + bx + c$
- 11.6** **1** Problemas de aplicación

EXAMEN DE PREPARACIÓN

¿Estás preparado para tener éxito en este capítulo? Realiza el examen de preparación siguiente para averiguar si estás listo para aprender el nuevo material.

1. Evalúa $b^2 - 4ac$ cuando $a = 2$, $b = -3$, y $c = -4$.
2. Resuelve: $5x + 4 = 3$
3. Factoriza: $x^2 + x - 12$
4. Factoriza: $4x^2 - 12x + 9$
5. ¿Es $x^2 - 10x + 25$ un trinomio cuadrado perfecto?
6. Resuelve: $\frac{5}{x-2} = \frac{15}{x}$
7. Grafica: $y = -2x + 3$
8. Simplifica: $\sqrt{28}$
9. Si a es cualquier número real, simplifica $\sqrt{a^2}$.
10. Caminando a una velocidad constante de 4.5 mph, Lucy y Sam recorrieron de principio a fin una vereda. Cuando llegaron al final, de inmediato iniciaron el camino de regreso a lo largo de la misma vereda, a una velocidad constante de 3 mph. Si el viaje redondo les llevó dos horas, ¿cuál es el largo de la vereda?

11.1

Solución de ecuaciones cuadráticas por factorización o por raíces

OBJETIVO 1

Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización

En la sección 5 del capítulo sobre factorización, resolvimos ecuaciones cuadráticas por factorización. En esta sección revisaremos ese material y después resolveremos ecuaciones cuadráticas por raíces.

Una ecuación que se puede escribir en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a \neq 0$, es una **ecuación cuadrática**.

$$4x^2 - 3x + 1 = 0, \quad a = 4, b = -3, c = 1$$

$$3x^2 - 4 = 0, \quad a = 3, b = 0, c = -4$$

Una ecuación cuadrática también se llama **ecuación de segundo grado**.

Una ecuación cuadrática está en **forma** general cuando el polinomio está en orden descendente y es igual a cero. Las dos ecuaciones cuadráticas anteriores están en forma general.

Recuerda que el principio del producto cero expresa que si el producto de dos factores es cero, entonces por lo menos uno de los factores debe ser cero.

Si $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

Para resolver ecuaciones cuadráticas, se puede utilizar la propiedad del producto cero.

Concéntrate

en resolver una ecuación cuadrática por factorización

Resuelve por factorización $2x^2 - x = 1$

Ésta es una ecuación cuadrática.

Escribela en forma general.

Factoriza el lado izquierdo de la ecuación.

Si $(2x + 1)(x - 1) = 0$, entonces

$2x + 1 = 0$ or $x - 1 = 0$.

Resuelve cada ecuación para x .

$$2x^2 - x = 1$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 1) = 0$$

$$2x + 1 = 0 \quad x - 1 = 0$$

$$2x = -1 \quad x = 1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Las soluciones son $-\frac{1}{2}$ y 1.



Se puede utilizar una calculadora graficadora para comprobar las soluciones de una ecuación cuadrática. Considera el ejemplo anterior. Las soluciones parecen ser $-\frac{1}{2}$ y 1. Para comprobar estas soluciones, almacena un valor de $x = -\frac{1}{2}$, en la calculadora. Observa que después de que almacenas $-\frac{1}{2}$ en la memoria, tu calculadora reescribe la fracción como el decimal -0.5 . Evalúa la expresión en el lado izquierdo de la ecuación original. La solución -0.5 es correcta. Ahora almacena el otro valor de x , 1, en la calculadora. Evalúa la expresión del lado izquierdo de la ecuación original: $2x^2 - x$. El resultado es 1, que es el número del lado derecho de la ecuación. La solución 1 se comprueba.

$-1/2 \rightarrow X$

$2X^2 - X$

-0.5

1

Concéntrate en resolver una ecuación cuadrática con una raíz dobleResuelve por factorización: $x^2 = 10x - 25$

$$x^2 = 10x - 25$$

Ésta es una ecuación cuadrática.

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

Escríbela en forma general.

Factoriza el lado izquierdo de la ecuación.

$$(x - 5)(x - 5) = 0$$

Sea cada factor igual a 0.

$$x - 5 = 0 \quad x - 5 = 0$$

Resuelve cada ecuación para x .

$$x = 5 \quad x = 5$$

La factorización en este ejemplo produjo dos factores idénticos. Debido a que $x - 5$ se presenta dos veces en la forma factorizada de la ecuación, **5 es una raíz doble de la ecuación.**

EJEMPLO 1Resuelve por factorización: $\frac{z^2}{2} + \frac{z}{3} - \frac{1}{6} = 0$ **Solución**

$$\frac{z^2}{2} + \frac{z}{3} - \frac{1}{6} = 0$$

$$6\left(\frac{z^2}{2} + \frac{z}{3} - \frac{1}{6}\right) = 6(0)$$

$$3z^2 + 2z - 1 = 0$$

$$(3z - 1)(z + 1) = 0$$

$$3z - 1 = 0$$

$$z + 1 = 0$$

$$3z = 1$$

$$z = -1$$

$$z = \frac{1}{3}$$

Las soluciones son $\frac{1}{3}$ y -1 .

- Para eliminar las fracciones, multiplica cada lado de la ecuación por 6, el mcd de las fracciones.
- La ecuación cuadrática está en forma general.
- Factoriza el lado izquierdo de la ecuación.
- Sea cada factor igual a cero.
- Resuelve cada ecuación para z .
- $\frac{1}{3}$ y -1 se comprueba como soluciones.

Problema 1Resuelve por factorización: $\frac{3y^2}{2} + y - \frac{1}{2} = 0$ **Solución**

Revisa la página S26.

➡ Intenta resolver el ejercicio 55, página 509.

OBJETIVO 2**Toma nota**

Recuerda que la solución de la ecuación $|x| = 5$ es ± 5 . Este principio se utiliza cuando se resuelve una ecuación por raíces. Recuerda que $\sqrt{x^2} = |x|$. Por consiguiente,

$$\begin{aligned} x^2 &= 25 \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{25} \\ |x| &= 5 \\ x &= \pm 5 \end{aligned}$$

Resolver ecuaciones cuadráticas por raíces

Considera una ecuación cuadrática de la forma $x^2 = a$. Esta ecuación se puede resolver por factorización.

$$\begin{aligned} x^2 &= 25 \\ x^2 - 25 &= 0 \\ (x + 5)(x - 5) &= 0 \\ x + 5 &= 0 & x - 5 &= 0 \\ x &= -5 & x &= 5 \end{aligned}$$

Las soluciones son -5 y 5 .

Las soluciones que son más o menos el mismo número, a menudo se escriben utilizando \pm . Para el ejemplo anterior, esto se escribiría “Las soluciones son ± 5 ”. Debido a que las soluciones ± 5 se pueden escribir como $\pm \sqrt{25}$, se sugiere un método alternativo para resolver esta ecuación.

PRINCIPIO DE OBTENER LA RAÍZ CUADRADA EN CADA LADO DE LA ECUACIÓN

Si $x^2 = a$, entonces $x = \pm \sqrt{a}$.

EJEMPLOS

1. Si $x^2 = 3$, entonces $x = \pm \sqrt{3}$.
2. Si $x^2 = 16$, entonces $x = \pm \sqrt{16} = \pm 4$.

Podemos resolver la ecuación $x^2 = 25$ utilizando este principio.

$$\begin{aligned} \text{Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.} \quad & \frac{x^2 = 25}{\sqrt{x^2} = \sqrt{25}} \\ & x = \pm \sqrt{25} = \pm 5 \end{aligned}$$

Simplifica.

Las soluciones son 5 y -5.

Escribe las soluciones.

Concéntrate en resolver una ecuación cuadrática por raíces

Resuelve por raíces: $3x^2 = 36$

Resuelve para x^2 .

Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.

Simplifica.

$$\begin{aligned} 3x^2 &= 36 \\ x^2 &= 12 \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{12} \end{aligned}$$

$$x = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

Comprobación:

$\begin{array}{r l} 3x^2 &= 36 \\ 3(2\sqrt{3})^2 & 36 \\ 3(12) & 36 \\ \hline 36 &= 36 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 3x^2 &= 36 \\ 3(-2\sqrt{3})^2 & 36 \\ 3(12) & 36 \\ \hline 36 &= 36 \end{array}$
---	--

Éstas son ecuaciones verdaderas.
Las soluciones se comprueban.

Escribe las soluciones.

Las soluciones son $2\sqrt{3}$ y $-2\sqrt{3}$.

Toma nota

Siempre debes comprobar tus soluciones sustituyéndolas de nuevo en la ecuación original.



Se puede utilizar una calculadora graficadora para comprobar las soluciones irracionales de una ecuación cuadrática. Considera el ejemplo anterior: las soluciones $2\sqrt{3}$ y $-2\sqrt{3}$ se comprobaron. Para comprobar estas soluciones en una calculadora, almacena un valor de x , $2\sqrt{3}$, en la calculadora. Observa que después de que almacenas este número en la memoria de la calculadora, ésta reescribe las expresiones como el decimal 3.464101615, que es una aproximación de $2\sqrt{3}$. Evalúa la expresión en el lado izquierdo de la ecuación original. El resultado es 36, que es el número en el lado derecho de la ecuación original. La solución $2\sqrt{3}$ se comprueba. Ahora almacena el otro valor de x , $-2\sqrt{3}$, en la calculadora. Observa que después de que almacenas este número en la memoria de la calculadora, ésta reescribe la expresión como el decimal -3.464101615, que es una aproximación de $-2\sqrt{3}$. Evalúa la expresión en el lado izquierdo de la ecuación original. El resultado es 36, que es el número en el lado derecho de la ecuación. La solución $-2\sqrt{3}$ se comprueba.

-2÷√(3)→X
3X² -3.464101615
36

EJEMPLO 2 Resuelve por raíces: $2x^2 - 72 = 0$ **Solución**

$$2x^2 - 72 = 0$$

$$2x^2 = 72$$

$$x^2 = 36$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{36}$$

$$x = \pm\sqrt{36}$$

$$x = \pm 6$$

• Resuelve para x^2 .

• Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación. Después simplifica.

Las soluciones son 6 y -6.

Problema 2 Resuelve por raíces: $4x^2 - 96 = 0$ **Solución**

Revisa la página S26.

➡ Intenta resolver el ejercicio 73, página 510.

Una ecuación que contiene el cuadrado de un binomio se puede resolver por raíces.

Concéntrate

en resolver una ecuación que contiene el cuadrado de un binomio

Resuelve por raíces: $2(x - 1)^2 - 36 = 0$

Resuelve para $(x - 1)^2$.

$$2(x - 1)^2 - 36 = 0$$

Divide cada lado de la ecuación entre 2.

$$2(x - 1)^2 = 36$$

Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.

$$(x - 1)^2 = 18$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{18}$$

Simplifica.

$$x - 1 = \pm\sqrt{18}$$

$$x - 1 = \pm 3\sqrt{2}$$

Resuelve para x .

$$x - 1 = 3\sqrt{2}$$

$$x = 1 + 3\sqrt{2}$$

$$x - 1 = -3\sqrt{2}$$

$$x = 1 - 3\sqrt{2}$$

Comprueba las soluciones.

Comprobación:

$$2(x - 1)^2 - 36 = 0$$

$$2(1 + 3\sqrt{2} - 1)^2 - 36 \quad 0$$

$$2(3\sqrt{2})^2 - 36 \quad 0$$

$$2(18) - 36 \quad 0$$

$$36 - 36 \quad 0$$

$$0 = 0$$

$$2(x - 1)^2 - 36 = 0$$

$$2(1 - 3\sqrt{2} - 1)^2 - 36 \quad 0$$

$$2(-3\sqrt{2})^2 - 36 \quad 0$$

$$2(18) - 36 \quad 0$$

$$36 - 36 \quad 0$$

$$0 = 0$$

Escribe las soluciones.

Las soluciones son $1 + 3\sqrt{2}$ y $1 - 3\sqrt{2}$.**EJEMPLO 3**Resuelve por raíces: $(x - 6)^2 = 12$ **Solución**

$$(x - 6)^2 = 12$$

$$\sqrt{(x - 6)^2} = \sqrt{12}$$

$$x - 6 = \pm\sqrt{12}$$

$$x - 6 = \pm 2\sqrt{3}$$

$$x - 6 = 2\sqrt{3}$$

$$x = 6 + 2\sqrt{3}$$

$$x - 6 = -2\sqrt{3}$$

$$x = 6 - 2\sqrt{3}$$

• Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.

• Después simplifica.

• Resuelve para x .Las soluciones son $6 + 2\sqrt{3}$ y $6 - 2\sqrt{3}$.

Problema 3 Resuelve por raíces: $(x + 5)^2 = 20$

Solución Revisa la página S26.

➡ Intenta resolver el ejercicio 95, página 510.

11.1 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

- $2x^2 - 3x + 9 = 0$ es una ecuación _____.
- Según el principio del producto cero, si $(3x + 4)(x - 7) = 0$, entonces _____ = 0 o _____ = 0.
- Para resolver por factorización la ecuación $3x^2 - 26x = 9$ primero escribe la ecuación en forma _____.
- Las soluciones de una ecuación son $x = \pm 6$. Esto significa que $x = \underline{\hspace{1cm}}$ o $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

1 Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización (Revisa las páginas 504-505).

Para la ecuación cuadrática dada, encuentra los valores de a , b y c .

5. $3x^2 - 4x + 1 = 0$

6. $x^2 + 2x - 5 = 0$

7. $2x^2 - 5 = 0$

8. $4x^2 + 1 = 0$

9. $6x^2 - 3x = 0$

10. $-x^2 + 7x = 0$

Escribe en forma general la ecuación cuadrática.

11. $x^2 - 8 = 3x$

12. $2x^2 = 4x - 1$

13. $x^2 = 16$

14. $x + 5 = x(x - 3)$

15. $2(x + 3)^2 = 5$

16. $4(x - 1)^2 = 3$

- ¿En qué difiere una ecuación cuadrática de una ecuación lineal?
- ¿Qué expresa el principio del producto cero?
- Explica por qué la ecuación $x(x + 5) = 12$ no se puede resolver escribiendo $x = 12$ o $x + 5 = 12$.
- ¿Qué es una raíz doble de una ecuación cuadrática?

PREPÁRATE

21. Resuelve: $x^2 - 36 = 0$

$$\begin{array}{l} x^2 - 36 = 0 \\ (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = 0 \\ x + 6 = \underline{\hspace{1cm}} \quad x - 6 = \underline{\hspace{1cm}} \\ x = \underline{\hspace{1cm}} \quad x = \underline{\hspace{1cm}} \end{array}$$

- La ecuación está en forma general.
- Factoriza la diferencia de dos cuadrados.
- Utiliza el principio del producto cero para determinar cada factor igual a 0.
- Resuelve cada ecuación para x .

22. Resuelve: $x^2 + 4x - 12 = 0$

$$\begin{array}{c} x^2 + 4x - 12 = 0 \\ (x + \frac{?}{?})(x - \frac{?}{?}) = 0 \\ \frac{?}{?} = 0 \quad \frac{?}{?} = 0 \end{array}$$

$$x = \frac{?}{?} \quad x = \frac{?}{?}$$

- La ecuación está en forma general.
- Factoriza el trinomio.
- Utiliza la propiedad del producto cero para determinar cada factor igual a cero.
- Resuelve cada ecuación para x .

Resuelve para x .

23. $(x + 3)(x - 5) = 0$

24. $(x - 9)(x + 11) = 0$

25. $x(x - 7) = 0$

26. $x(x + 10) = 0$

27. $(2x + 5)(3x - 1) = 0$

28. $(2x - 7)(3x + 4) = 0$

Resuelve por factorización.

29. $x^2 + 2x - 15 = 0$

30. $t^2 + 3t - 10 = 0$

31. $z^2 - 4z + 3 = 0$

32. $s^2 - 5s + 4 = 0$

33. $p^2 + 3p + 2 = 0$

34. $v^2 + 6v + 5 = 0$

35. $x^2 - 6x + 9 = 0$

36. $y^2 - 8y + 16 = 0$

37. $6x^2 - 9x = 0$

38. $12y^2 + 8y = 0$

39. $r^2 - 10 = 3r$

40. $t^2 - 12 = 4t$

41. $3v^2 - 5v + 2 = 0$

42. $2p^2 - 3p - 2 = 0$

43. $3s^2 + 8s = 3$

44. $3x^2 + 5x = 12$

45. $6r^2 = 12 - r$

46. $4t^2 = 4t + 3$

47. $5y^2 + 11y = 12$

48. $4v^2 - 4v + 1 = 0$

49. $9s^2 - 6s + 1 = 0$

50. $x^2 - 9 = 0$

51. $t^2 - 16 = 0$

52. $4y^2 - 1 = 0$

53. $9z^2 - 4 = 0$

54. $x + 15 = x(x - 1)$

55. $\frac{3x^2}{2} = 4x - 2$

56. $\frac{2x^2}{5} = 3x - 5$

57. $\frac{2x^2}{9} + x = 2$

58. $\frac{3x^2}{8} - x = 2$

59. $\frac{3}{4}z^2 - z = -\frac{1}{3}$


60. $\frac{r^2}{2} = 1 - \frac{r}{12}$

61. $p + 18 = p(p - 2)$

62. $r^2 - r - 2 = (2r - 1)(r - 3)$

63. $s^2 + 5s - 4 = (2s + 1)(s - 4)$

64. $x^2 + x + 5 = (3x + 2)(x - 4)$

65.  $ax^2 + bx + c = 0$ es una ecuación cuadrática que se puede resolver por factorización. Para cada caso, indica si la ecuación tiene dos soluciones positivas, dos soluciones negativas, o una solución positiva y una negativa.

- a. $a > 0, b < 0, c > 0$ b. $a > 0, b < 0, c < 0$ c. $a > 0, b > 0, c < 0$

66.  Decimos que a es un entero positivo. ¿Qué ecuación tiene una raíz doble?

- i) $x^2 - a^2 = 0$ ii) $x^2 + 2ax - a^2 = 0$
 iii) $x^2 + 2ax + a^2 = 0$ iv) $x^2 - 2ax + a^2 = 0$

2 Resolver ecuaciones cuadráticas por raíces (Revisa las páginas 505-508).

PREPÁRATE

67. Para resolver la ecuación $4x^2 - 9 = 0$ por raíces, el primer paso es sumar $\frac{?}{?}$ a cada lado de la ecuación.

68. Para resolver la ecuación $4(x - 3)^2 = 100$ por raíces, el primer paso es dividir ambos lados de la ecuación entre ? .

Resuelve por raíces.

69. $x^2 = 36$

70. $y^2 = 49$

71. $v^2 - 1 = 0$

72. $z^2 - 64 = 0$

➡ 73. $4x^2 - 49 = 0$

74. $9w^2 - 64 = 0$

75. $9y^2 = 4$

76. $4z^2 = 25$

77. $16v^2 - 9 = 0$

78. $25x^2 - 64 = 0$

79. $y^2 - 12 = 0$

80. $z^2 - 32 = 0$

81. $w^2 - 24 = 0$

82. $v^2 - 48 = 0$

83. $(x - 1)^2 = 36$

84. $(y + 2)^2 = 49$

85. $2(x + 5)^2 = 8$

86. $4(z - 3)^2 = 100$

87. $2(x + 1)^2 = 50$

88. $3(x - 4)^2 = 27$

89. $4(x + 5)^2 = 64$

90. $9(x - 3)^2 = 81$

91. $12(x + 3)^2 = 27$

92. $8(x - 4)^2 = 50$

93. $9(x - 1)^2 - 16 = 0$

94. $4(y + 3)^2 - 81 = 0$

➡ 95. $(x - 4)^2 - 20 = 0$


96. $(y + 5)^2 - 50 = 0$

97. $(x + 1)^2 - 18 = 0$

98. $(y - 7)^2 - 98 = 0$

99. $2\left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = 12$

100. $3\left(v + \frac{3}{4}\right)^2 = 36$

 Para los ejercicios 101 a 103, a y b son números positivos. En cada caso, indica cuántas soluciones tiene la ecuación.

101. $(x + a)^2 = 0$

102. $(x + a)^2 = b$

103. $ax^2 - b = 0$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

104. ¿Para qué valor de x^2 es $x = \pm 8$?

105. Evalúa $2n^2 - 7n - 4$ dado $n(n - 2) = 15$.

106. Evalúa $3y^2 + 5y - 2$ dado $y(y + 3) = 28$.

107. Una solución de la ecuación $2x^2 - 5x + c = 0$ es 3. Encuentra la otra solución.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

108. **Problema de números** Utiliza la fórmula $S = \frac{n^2 + n}{2}$, donde S es la suma de los primeros números naturales n . ¿Cuántos números naturales consecutivos, empezando con 1, dará una suma de 55?

- 109. Deportes** Utiliza la fórmula $N = \frac{t^2 - t}{2}$, donde N es el número de partidos de fútbol que se deben programar en una liga con t equipos, si cada equipo debe jugar una vez con cada uno de los otros equipos. Una liga tiene 21 partidos programados. ¿Cuántos equipos hay en la liga si cada equipo juega una vez con cada uno de los otros equipos?
- 110. Inversiones** El valor P de una inversión inicial de A dólares después de 2 años está dada por $P = A(1 + r)^2$, donde r es la tasa porcentual anual ganada por la inversión. Si una inversión inicial de \$1500 aumentó a un valor de \$1782.15 en 2 años, ¿cuál fue la tasa porcentual anual?
- 111. Energía** La energía cinética de un cuerpo en movimiento está dada por $E = \frac{1}{2}mv^2$, donde E es la energía cinética en newtons-metros, m la masa en kilogramos y v la velocidad en metros por segundo. ¿Cuál es la velocidad de un cuerpo en movimiento cuya masa es de 5 kg y cuya energía cinética es 250 newtons-metros?
- 112. Automóviles** En cierto tipo de superficie de una calle, la ecuación $d = 0.055v^2$ se puede utilizar para aproximar la distancia, en pies, a la cual un automóvil que viaja a v millas por hora se deslizará cuando se aplican los frenos. Después de aplicarlos, el dueño de un automóvil involucrado en un accidente se deslizó 40 pies. ¿El oficial de tránsito que investigó el accidente le entregó una multa al dueño del automóvil por conducir a exceso de velocidad si el límite era 30 mph?



© David R. Frazier Photolibrary, Inc./Alamy

11.2

Solución de ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado

OBJETIVO 1

Resolver ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado

Recuerda que un trinomio cuadrado perfecto es el cuadrado de un binomio.

Trinomio cuadrado perfecto		Cuadrado de un binomio
$x^2 + 6x + 9$	=	$(x + 3)^2$
$x^2 - 10x + 25$	=	$(x - 5)^2$
$x^2 + 8x + 16$	=	$(x + 4)^2$

Para cada trinomio cuadrado perfecto anterior, el cuadrado de $\frac{1}{2}$ del coeficiente de x es igual al término constante.

$$x^2 + 6x + 9, \quad \left(\frac{1}{2} \cdot 6\right)^2 = 9$$

$$x^2 - 10x + 25, \quad \left[\frac{1}{2}(-10)\right]^2 = 25 \quad \left(\frac{1}{2} \text{ coeficiente de } x\right)^2 = \text{término constante}$$

$$x^2 + 8x + 16, \quad \left(\frac{1}{2} \cdot 8\right)^2 = 16$$

Esta relación se puede utilizar para escribir el término constante para un trinomio cuadrado perfecto. Sumar a un binomio el término constante que hace que sea un trinomio cuadrado perfecto se llama **completar el cuadrado**.

Concéntrate en completar el cuadrado

Completa el cuadrado del binomio. Escribe el trinomio cuadrado perfecto resultante como el cuadrado de un binomio.

A. $x^2 - 8x$ B. $y^2 + 5y$

A.

Encuentra el término constante.

Completa el cuadrado de $x^2 - 8x$ sumando el término constante.

Escribe el trinomio cuadrado perfecto resultante como el cuadrado de un binomio.

$$\begin{aligned} x^2 - 8x \\ \left[\frac{1}{2}(-8) \right]^2 = 16 \\ x^2 - 8x + 16 \end{aligned}$$

$$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$$

B.

Encuentra el término constante.

Completa el cuadrado de $y^2 + 5y$ sumando el término constante.

Escribe el trinomio cuadrado perfecto resultante como el cuadrado de un binomio.

$$\begin{aligned} y^2 + 5y \\ \left(\frac{1}{2} \cdot 5 \right)^2 = \left(\frac{5}{2} \right)^2 = \frac{25}{4} \end{aligned}$$

$$y + 5y + \frac{25}{4}$$

$$y^2 + 5y + \frac{25}{4} = \left(y + \frac{5}{2} \right)^2$$

Una ecuación cuadrática de la forma $x^2 + bx + c = 0$, $x \neq 0$, que no se puede resolver por factorización se puede resolver completando el cuadrado. El procedimiento es el siguiente:

1. Escribe la ecuación en la forma $x^2 + bx = c$.
2. Suma a cada lado de la ecuación el término que completa el cuadrado de $x^2 + bx$.
3. Factoriza el trinomio cuadrado perfecto. Escríbelo como el cuadrado de un binomio.
4. Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.
5. Resuelve para x .

Concéntrate en resolver una ecuación cuadrática de la forma $x^2 + bx + c = 0$ completando el cuadrado

Resuelve completando el cuadrado: $x^2 - 6x - 3 = 0$

Suma el opuesto del término constante a cada lado de la ecuación.

$$\begin{aligned} x^2 - 6x - 3 &= 0 \\ x^2 - 6x &= 3 \end{aligned}$$

Encuentra el término constante que completa cada lado de la ecuación. $x^2 - 6x$.

$$\left[\frac{1}{2}(-6) \right]^2 = 9$$

Suma el término semejante a cada lado de la ecuación.

$$x^2 - 6x + 9 = 3 + 9$$

Factoriza el trinomio cuadrado perfecto.

$$(x - 3)^2 = 12$$

Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.

$$\sqrt{(x - 3)^2} = \sqrt{12}$$

Simplifica.

$$\begin{aligned} x - 3 &= \pm \sqrt{12} \\ x - 3 &= \pm 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Resuelve para x .

$$x - 3 = 2\sqrt{3}$$

$$x = 3 + 2\sqrt{3}$$

$$x - 3 = -2\sqrt{3}$$

$$x = 3 - 2\sqrt{3}$$

Comprobación:

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 6x - 3 = 0 & \\ (3 + 2\sqrt{3})^2 - 6(3 + 2\sqrt{3}) - 3 & 0 \\ 9 + 12\sqrt{3} + 12 - 18 - 12\sqrt{3} - 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 6x - 3 = 0 & \\ (3 - 2\sqrt{3})^2 - 6(3 - 2\sqrt{3}) - 3 & 0 \\ 9 - 12\sqrt{3} + 12 - 18 + 12\sqrt{3} - 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}$$

Escribe las soluciones.

Las soluciones son $3 + 2\sqrt{3}$ y $3 - 2\sqrt{3}$.

Para el método de completar el cuadrado que se utilizará, el coeficiente del término x^2 debe ser 1. Si no es 1, debemos multiplicar cada lado de la ecuación por el recíproco del coeficiente de x^2 . Esto se ilustra en el ejemplo siguiente.

Concéntrate

en resolver una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ completando el cuadrado

Resuelve completando el cuadrado: $2x^2 - x - 1 = 0$

Suma el opuesto del término constante a cada lado de la ecuación.

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$2x^2 - x = 1$$

El coeficiente del término x^2 debe ser 1.

$$\frac{1}{2}(2x^2 - x) = \frac{1}{2} \cdot 1$$

Multiplica cada lado por el recíproco del coeficiente de x^2 .

$$x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

Encuentra el término constante que completa el cuadrado de $x^2 - \frac{1}{2}x$.

$$\left[\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2 = \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

Suma este término a cada lado de la ecuación.

$$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

Factoriza el trinomio cuadrado perfecto.

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.

$$\sqrt{\left(x - \frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{16}}$$

Simplifica.

$$x - \frac{1}{4} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}}$$

$$x - \frac{1}{4} = \pm\frac{3}{4}$$

Resuelve para x .

$$x - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad x - \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$x = 1 \quad x = -\frac{1}{2}$$

Comprobación:

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - x - 1 = 0 & \\ 2(1)^2 - 1 - 1 & 0 \\ 2(1) - 1 - 1 & 0 \\ 2 - 1 - 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 2x^2 - x - 1 = 0 & \\
 \hline
 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 & 0 \\
 2\left(\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 & 0 \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 & 0 \\
 0 & = 0
 \end{array}$$

Escribe las soluciones.

Las soluciones son 1 y $-\frac{1}{2}$.

EJEMPLO 1

Resuelve completando el cuadrado: $2x^2 - 4x - 1 = 0$

Solución

$$2x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$2x^2 - 4x = 1$$

$$\frac{1}{2}(2x^2 - 4x) = \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$x^2 - 2x = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2} + 1$$

$$(x - 1)^2 = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$x - 1 = \pm \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$x - 1 = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x - 1 = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{2}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{6}}{2}$$

$$x - 1 = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{2}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{6}}{2}$$

Las soluciones son $\frac{2 + \sqrt{6}}{2}$ y $\frac{2 - \sqrt{6}}{2}$.

- Suma el opuesto de -1 a cada lado de la ecuación.
- El coeficiente del término x^2 debe ser 1. Multiplica por $\frac{1}{2}$ cada lado de la ecuación.

- Completa el cuadrado de $x^2 - 2x$. Suma 1 a cada lado de la ecuación.

- Factoriza el trinomio cuadrado perfecto.

- Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.

- Simplifica.

- Propiedad del cociente de las raíces cuadradas.

- Racionaliza el denominador.

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

- Resuelve para x .

Problema 1

Resuelve completando el cuadrado: $3x^2 - 6x - 2 = 0$

Solución

Revisa la página S26.

EJEMPLO 2

Resuelve completando el cuadrado: $x^2 + 6x + 4 = 0$
Aproxima las soluciones a la milésima más cercana.

Solución

$$\begin{aligned}x^2 + 6x + 4 &= 0 \\x^2 + 6x &= -4 \\x^2 + 6x + 9 &= -4 + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= 5 \\\sqrt{(x + 3)^2} &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x + 3 &= \pm\sqrt{5} \\x + 3 &\approx \pm 2.2361\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x + 3 &\approx 2.236 & x + 3 &\approx -2.236 \\x &\approx -3 + 2.236 & x &\approx -3 - 2.236 \\&\approx -0.764 & &\approx -5.236\end{aligned}$$

Las soluciones son aproximadamente -0.764 y -5.236 .

- Resta 4 a cada lado de la ecuación.
- Completa el cuadrado de $x^2 + 6x$. **Suma 9** a cada lado de la ecuación.
- Factoriza el trinomio cuadrado perfecto.
- Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.
- Resuelve para x .
- Utiliza una calculadora para aproximar las soluciones.

Problema 2

Resuelve completando el cuadrado: $x^2 + 8x + 8 = 0$
Aproxima las soluciones a la milésima más cercana.

Solución

Revisa la página S26.

➡ Intenta resolver el ejercicio 63, página 516.

11.2 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

1. Cuando calculamos el cuadrado de un binomio, el resultado es un ____?
2. El término constante en un trinomio cuadrado perfecto es igual al cuadrado de ____?
3. “Completar el cuadrado” significa sumar a $x^2 + bx$ el término constante que hará que sea un ____?
4. Cuando se resuelve la ecuación $x^2 - 8x + 16 = 18$ completando el cuadrado, el siguiente paso después de escribir la ecuación en la forma $(x - 4)^2 = 18$ es ____?

1 Resolver ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado (Revisa las páginas 511–515).

PREPÁRATE

5. Para completar el cuadrado de $x^2 + 18x$, encuentra el término constante que completa el cuadrado: $\left[\frac{1}{2}(\text{?})\right]^2 = \text{?}$.
6. Para completar el cuadrado de $x^2 + 7x$, encuentra el término constante que completa el cuadrado: $\left[\frac{1}{2}(\text{?})\right]^2 = \text{?}$.

Completa el cuadrado. Escribe el trinomio cuadrado perfecto resultante como el cuadrado de un binomio.

7. $x^2 + 12x$

8. $x^2 - 4x$

9. $x^2 + 10x$

10. $x^2 + 3x$

11. $x^2 - x$

12. $x^2 + 5x$

Resuelve completando el cuadrado.

13. $x^2 + 2x - 3 = 0$

14. $y^2 + 4y - 5 = 0$

15. $v^2 + 4v + 1 = 0$

16. $y^2 - 2y - 5 = 0$

17. $x^2 = 4x - 4$

18. $z^2 = 8z - 16$

19. $z^2 = 2z + 1$

20. $y^2 = 10y - 20$

Resuelve. Primero trata de resolver la ecuación por factorización. Si no puedes resolverla por factorización, hazlo completando el cuadrado.

21. $p^2 + 3p = 1$

22. $r^2 + 5r = 2$

23. $w^2 + 7w = 8$

24. $y^2 + 5y = -4$

25. $x^2 + 6x + 4 = 0$

26. $y^2 - 8y - 1 = 0$

27. $r^2 - 8r = -2$

28. $s^2 + 6s = 5$

29. $t^2 - 3t = -2$

30. $y^2 = 4y + 12$

31. $w^2 = 3w + 5$

32. $x^2 = 1 - 3x$

33. $x^2 - x - 1 = 0$

34. $y^2 - 5y + 3 = 0$

35. $y^2 = 7 - 10y$

36. $v^2 = 14 + 16v$

37. $s^2 + 3s = -1$

38. $r^2 - 3r = 5$

39. $t^2 - t = 4$

40. $y^2 + y - 4 = 0$

41. $2t^2 - 3t + 1 = 0$

42. $2x^2 - 7x + 3 = 0$

43. $2r^2 + 5r = 3$

44. $2y^2 - 3y = 9$

➡ 45. $4v^2 - 4v - 1 = 0$

46. $2s^2 - 4s - 1 = 0$

47. $4z^2 - 8z = 1$

48. $3r^2 - 2r = 2$

49. $3y - 5 = (y - 1)(y - 2)$

50. $4p + 2 = (p - 1)(p + 3)$

51. $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} = 3$

52. $\frac{x^2}{6} - \frac{x}{3} = 1$

53. $\frac{2x^2}{3} = 2x + 3$

54. $\frac{3x^2}{2} = 3x + 2$

55. $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = \frac{8}{3}$

56. $\frac{x}{4} - \frac{2}{x} = \frac{3}{4}$

 Completa los ejercicios 57 y 58 sin utilizar una calculadora.

57. Una ecuación cuadrática tiene soluciones $-3 \pm \sqrt{5}$. ¿Estas soluciones son ambas negativas, ambas positivas, o una es negativa y otra positiva?

58. Una ecuación cuadrática tiene soluciones $2 \pm \sqrt{7}$. ¿Estas soluciones son ambas negativas, ambas positivas, o una es negativa y otra positiva?

Resuelve completando el cuadrado. Aproxima las soluciones a la milésima más cercana.

59. $y^2 + 3y = 5$

60. $w^2 + 5w = 2$

61. $2z^2 - 3z = 7$

62. $2x^2 + 3x = 11$

➡ 63. $4x^2 + 6x - 1 = 0$

64. $4x^2 + 2x - 3 = 0$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

65. Si $(x + 6)^2 = 9$, ¿entonces $x + 6$ es igual a qué número?

66. Encuentra las soluciones de la ecuación cuadrática en la cual $a = 1$, $b = 8$ y $c = -14$.

67. Evalúa $2b^2$ dado $b^2 - 6b + 7 = 0$.

68. Evalúa $2y^2$ dado $y^2 - 2y - 7 = 0$.

Resuelve.

69. $\sqrt{2x + 7} - 4 = x$


70. $\frac{x + 1}{2} + \frac{3}{x - 1} = 4$

71. $\frac{x - 2}{3} + \frac{2}{x + 2} = 4$

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

72. ¿Qué número es igual a tres menos su cuadrado?

73. La ecuación $x^2 - 2x - 11 = 0$ tiene soluciones a y b . Encuentra el valor de $a^2 + b^2$.

74.  Explica por qué la ecuación $(x - 2)^2 = -4$ no tiene una solución de número real.

11.3

Solución de ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula cuadrática

OBJETIVO 1

Resolver ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula cuadrática

Cualquier ecuación cuadrática se puede resolver completando el cuadrado. La aplicación de este método a la forma general de una ecuación cuadrática produce una fórmula que se puede utilizar para resolver cualquier ecuación cuadrática.

Para resolver $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, completando el cuadrado, resta el término constante de cada lado de la ecuación.

Multiplícala cada lado de la ecuación por el recíproco de a , el coeficiente de x^2 .

Completa el cuadrado sumando

$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\right)^2$ a cada lado de la ecuación.

Simplifica el lado derecho de la ecuación.

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ ax^2 + bx + c - c &= 0 - c \\ ax^2 + bx &= -c \end{aligned}$$

$$\frac{1}{a}(ax^2 + bx) = \frac{1}{a}(-c)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \left(\frac{c}{a} \cdot \frac{4a}{4a}\right)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Factoriza el trinomio cuadrado perfecto en el lado izquierdo de la ecuación.

Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\ \sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} &= \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x + \frac{b}{2a} &= \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Resuelve para } x. \quad x + \frac{b}{2a} &= \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & x + \frac{b}{2a} &= -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x &= -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & x &= -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & x &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

LA FÓRMULA CUADRÁTICA

Si $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, entonces

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{o} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La fórmula cuadrática a menudo se escribe en la forma

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Concéntrate en resolver una ecuación cuadrática utilizando la fórmula cuadrática

Resuelve utilizando la fórmula cuadrática: $2x^2 = 4x - 1$

Escribe en forma general la ecuación. $a = 2$,
 $b = -4$ y $c = 1$.

Sustituye a , b y c en la fórmula cuadrática por sus valores.

Simplifica.

$$\begin{aligned}2x^2 &= 4x - 1 \\ 2x^2 - 4x + 1 &= 0 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{4} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{4} \\ &= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{4} = \frac{2(2 \pm \sqrt{2})}{2 \cdot 2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

Comprobación:

$2x^2 = 4x - 1$	$2x^2 = 4x - 1$
$2\left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}\right)^2$	$2\left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right)^2$
$4\left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}\right) - 1$	$4\left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right) - 1$
$2\left(\frac{4 + 4\sqrt{2} + 2}{4}\right)$	$2\left(\frac{4 - 4\sqrt{2} + 2}{4}\right)$
$2(2 + \sqrt{2}) - 1$	$2(2 - \sqrt{2}) - 1$
$2\left(\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}\right)$	$2\left(\frac{6 - 4\sqrt{2}}{4}\right)$
$4 + 2\sqrt{2} - 1$	$4 - 2\sqrt{2} - 1$
$\frac{6 + 4\sqrt{2}}{2}$	$\frac{6 - 4\sqrt{2}}{2}$
$3 + 2\sqrt{2}$	$3 - 2\sqrt{2}$
$3 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$	$3 - 2\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2}$

Escribe las soluciones.

Las soluciones son $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ y $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.**EJEMPLO 1**

Resuelve utilizando la fórmula cuadrática.

A. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ B. $2x^2 = 8x - 5$

Solución

A. $2x^2 - 3x + 1 = 0$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(1)}}{2 \cdot 2} \\
 &= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \\
 x &= \frac{3 + 1}{4} \quad x = \frac{3 - 1}{4} \\
 &= \frac{4}{4} = 1 \quad = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Las soluciones son 1 y $\frac{1}{2}$.

B. $2x^2 = 8x - 5$
 $2x^2 - 8x + 5 = 0$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(2)(5)}}{2 \cdot 2} \\
 &= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 40}}{4} \\
 &= \frac{8 \pm \sqrt{24}}{4} \\
 &= \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{4} \\
 &= \frac{2(4 \pm \sqrt{6})}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{2}
 \end{aligned}$$

Las soluciones son $\frac{4 + \sqrt{6}}{2}$ y $\frac{4 - \sqrt{6}}{2}$.

- Ésta es una ecuación cuadrática en forma general. $a = 2$, $b = -3$, $c = 1$
- Sustituye a , b y c en la fórmula cuadrática por sus valores.
- Simplifica.

- Ésta es una ecuación cuadrática.
- Sustituye a , b y c en la fórmula cuadrática por sus valores.
- Simplifica.

Problema 1 Resuelve utilizando la fórmula cuadrática.

A. $3x^2 + 4x - 4 = 0$ B. $x^2 + 2x = 1$

Solución Revisa la página S26.

➡ Intenta resolver el ejercicio 33, página 521.

11.3 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

1. Si una ecuación cuadrática se resuelve utilizando la fórmula cuadrática y el resultado

es $x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$, ¿cuáles son las soluciones de la ecuación?

2. Si una ecuación cuadrática se resuelve utilizando la fórmula cuadrática y el resultado

es $x = \frac{2 \pm 6}{4}$, ¿cuáles son las soluciones de la ecuación?

Indica si la expresión es verdadera o falsa.

3. Cualquier ecuación cuadrática se puede resolver utilizando la fórmula cuadrática.

4. Las soluciones de una ecuación cuadrática se pueden escribir como


$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ y } x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

5. La ecuación $4x^2 - 3x = 9$ es una ecuación cuadrática en forma general.

6. En la fórmula cuadrática $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, b es el coeficiente de x^2 .

- 1 Resolver ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula cuadrática** (Revisa las páginas 517-520).

7.  Escribe la fórmula cuadrática. Explica lo que representa cada variable en la fórmula.

8.  Explica para qué se utiliza la fórmula cuadrática.

PREPÁRATE

9. Para escribir en forma general la ecuación $x^2 = 4x + 2$ resta ? y ? a cada lado de la ecuación. La ecuación resultante es ? = 0. Entonces $a =$?, $b =$? y $c =$?.

10. Sustituye los valores de a , b y c del ejercicio 9 en la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-\left(\text{?}\right) \pm \sqrt{\left(\text{?}\right)^2 - 4\left(\text{?}\right)\left(\text{?}\right)}}{2\left(\text{?}\right)}$$

Resuelve utilizando la fórmula cuadrática.

11. $z^2 + 6z - 7 = 0$

12. $s^2 + 3s - 10 = 0$

13. $w^2 = 3w + 18$

14. $r^2 = 5 - 4r$

15. $t^2 - 2t = 5$

16. $y^2 - 4y = 6$

17. $t^2 + 6t - 1 = 0$

18. $z^2 + 4z + 1 = 0$

19. $w^2 + 3w - 5 = 0$

20. $x^2 - 3x - 6 = 0$

21. $w^2 = 4w + 9$

22. $y^2 = 8y + 3$

Resuelve. Primero intenta resolver la ecuación por factorización. Si no puedes, hazlo utilizando la fórmula cuadrática.

23. $p^2 - p = 0$

24. $2v^2 + v = 0$

25. $4t^2 - 4t - 1 = 0$

26. $4x^2 - 8x - 1 = 0$

27. $4t^2 - 9 = 0$

28. $4s^2 - 25 = 0$

29. $3x^2 - 6x + 2 = 0$

30. $5x^2 - 6x = 3$

31. $3t^2 = 2t + 3$

32. $4n^2 = 7n - 2$

➡ 33. $2y^2 + 3 = 8y$

34. $5x^2 - 1 = x$

35. $3t^2 = 7t + 6$

36. $3x^2 = 10x + 8$

37. $3y^2 - 4 = 5y$

38. $6x^2 - 5 = 3x$

39. $3x^2 = x + 3$

40. $2n^2 = 7 - 3n$

41. $5d^2 - 2d - 8 = 0$

42. $x^2 - 7x - 10 = 0$

43. $5z^2 + 11z = 12$

44. $4v^2 = v + 3$

45. $v^2 + 6v + 1 = 0$

46. $s^2 + 4s - 8 = 0$

47. $4t^2 - 12t - 15 = 0$

48. $4w^2 - 20w + 5 = 0$

49. $9y^2 + 6y - 1 = 0$

50. $9s^2 - 6s - 2 = 0$

51. $6s^2 - s - 2 = 0$

52. $6y^2 + 5y - 4 = 0$

53. $4p^2 + 16p = -11$

54. $4y^2 - 12y = -1$

55. $4x^2 = 4x + 11$

56. $4s^2 + 12s = 3$

57. $9v^2 = -30v - 23$

58. $9t^2 = 30t + 17$

59. $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} = 1$



60. $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} = 5$

61. $\frac{2x^2}{5} = x + 1$

62. $\frac{3x^2}{2} + 2x = 1$

63. $\frac{x}{5} + \frac{5}{x} = \frac{12}{5}$

64. $\frac{x}{4} + \frac{3}{x} = \frac{5}{2}$

65.  ¿Verdadero o falso? Si resuelves $ax^2 + bx + c = 0$ utilizando la fórmula cuadrática y las soluciones son números racionales, entonces la ecuación se habría podido resolver por factorización.
66.  ¿Verdadero o falso? Si el valor de $b^2 - 4ac$ en la fórmula cuadrática es 0, entonces $ax^2 + bx + c = 0$ tiene una solución, una raíz doble.

Resuelve utilizando la fórmula cuadrática. Aproxima las soluciones a la milésima más cercana.

67. $x^2 - 2x - 21 = 0$

68. $y^2 + 4y - 11 = 0$

69. $s^2 - 6s - 13 = 0$

70. $w^2 + 8w - 15 = 0$

71. $2p^2 - 7p - 10 = 0$

72. $3t^2 - 8t - 1 = 0$

73. $4z^2 + 8z - 1 = 0$

74. $4x^2 + 7x + 1 = 0$

75. $5v^2 - v - 5 = 0$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS


76. Encuentra las soluciones de la ecuación cuadrática en la cual $a = 4$, $b = -8$ y $c = 1$.
77. Encuentra la diferencia entre las raíces mayor y menor de $x^2 - 6x = 14$.

Resuelve.

78. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = x - 1$

79. $\frac{x+2}{3} - \frac{4}{x-2} = 2$

80. $\frac{x+1}{5} - \frac{3}{x-1} = 2$

81.  Explica por qué la ecuación $0x^2 + 3x + 4 = 0$ no se puede resolver por la fórmula cuadrática.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO


Para una ecuación cuadrática de la forma $x^2 + bx + c = 0$, la suma de las soluciones es igual al opuesto de b y el producto de las soluciones es igual a c . Por ejemplo, las soluciones de la ecuación $x^2 + 5x + 6 = 0$ son -2 y -3 . La suma es -5 , el opuesto del coeficiente de x . El producto es 6, el término constante. Ésta es una forma de comprobar las soluciones de una ecuación cuadrática. Utiliza este método para determinar si los números dados son soluciones de la ecuación. Si no lo son, encuéntralas.

82. $x^2 - 4x - 21 = 0$; -3 y 7

83. $x^2 - 4x - 3 = 0$; $2 + \sqrt{7}$ y $2 - \sqrt{7}$

84. $x^2 - 4x + 1 = 0$; $2 + \sqrt{3}$ y $2 - \sqrt{3}$

85. $x^2 - 8x - 14 = 0$; $-4 + \sqrt{15}$ y $-4 - \sqrt{15}$

86.  Factorización, completar el cuadrado y utilizar la fórmula cuadrática son tres métodos para resolver ecuaciones cuadráticas. Describe cada método y cita las ventajas y desventajas de cada uno.

11.4

Números complejos

OBJETIVO 1

Simplificar números complejos

Punto de interés

Podría parecer extraño sólo inventar nuevos números, pero así es como evolucionan las matemáticas. Por ejemplo, los números negativos no fueron aceptados por la mayoría de los matemáticos sino hasta muy avanzado el siglo XIII. De hecho, a menudo se hacía referencia a estos números como "números ficticios".

En el siglo XVII, René Descartes llamaba a las raíces cuadradas de números negativos "números imaginarios", una desafortunada elección de palabras, y empezó a utilizar la letra i para denotar esos números. Esos números estuvieron sujetos al mismo escepticismo de los números negativos.

Recuerda que $\sqrt{16} = 4$ debido a que $4^2 = 16$. Ahora considera la expresión $\sqrt{-16}$. Para determinar $\sqrt{-16}$, necesitamos encontrar un número n de manera que $n^2 = -16$. Sin embargo, el cuadrado de cualquier número real (excepto cero) es un número *positivo*. Para encontrar un número n de manera que $n^2 = -16$, introducimos un nuevo número.

DEFINICIÓN DE i

La **unidad imaginaria**, designada por la letra i , es el número cuyo cuadrado es -1 . Simbólicamente, esto se escribe como sigue:

$$i^2 = -1$$

Utilizando esta definición, ahora podemos escribir $\sqrt{-16} = 4i$ debido a que

$$\begin{aligned} (4i)^2 &= 4^2 i^2 && \bullet \text{ Utiliza la regla para simplificar potencias de productos.} \\ &= 16(-1) && \bullet i^2 = -1 \\ &= -16 \end{aligned}$$

La raíz cuadrada principal de un número negativo se define en términos de i .

RAÍZ CUADRADA PRINCIPAL DE UN NÚMERO NEGATIVO

Si a es un número real positivo, entonces $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i = i\sqrt{a}$. Se llama al número $i\sqrt{a}$ un número imaginario. Cuando $a = 1$, tenemos $\sqrt{-1} = i$.

EJEMPLOS de números imaginarios

1. $-12i$ 2. $\frac{3}{2}i$ 3. $i\sqrt{15}$

En el ejemplo (3) anterior, observa que escribimos $i\sqrt{15}$ en vez de $\sqrt{15}i$. Cuando se presenta un radical en un número imaginario, se acostumbra escribir la i frente al radical. Esto se hace para evitar confundir $\sqrt{15}i$ con $\sqrt{15i}$.

EJEMPLO 1

Escribe cada expresión en términos de i .

- A. $\sqrt{-23}$ B. $\sqrt{-36}$ C. $\sqrt{-45}$ D. $5\sqrt{-18}$

Solución

- A. $\sqrt{-23} = \sqrt{-1 \cdot 23} = \sqrt{-1}\sqrt{23} = i\sqrt{23}$
 B. $\sqrt{-36} = \sqrt{-1 \cdot 36} = \sqrt{-1}\sqrt{36} = i\sqrt{36} = i \cdot 6 = 6i$
 C. $\sqrt{-45} = \sqrt{-1 \cdot 45} = \sqrt{-1}\sqrt{45} = i\sqrt{45} = i\sqrt{9 \cdot 5}$
 $= i\sqrt{9}\sqrt{5} = i \cdot 3\sqrt{5} = 3i\sqrt{5}$
 D. $5\sqrt{-18} = 5\sqrt{-1 \cdot 18} = 5\sqrt{-1}\sqrt{18} = 5i\sqrt{18}$
 $= 5i\sqrt{9 \cdot 2} = 5i\sqrt{9}\sqrt{2} = 5i \cdot 3\sqrt{2} = 15i\sqrt{2}$

Problema 1

Escribe cada expresión en términos de i .

- A. $\sqrt{-17}$ B. $\sqrt{-81}$ C. $\sqrt{-63}$ D. $4\sqrt{-50}$

Solución

Revisa la página S27.

Los números reales y los números imaginarios constituyen los *números complejos*.

Cómo se usa

Los números complejos tienen aplicaciones en física e ingeniería. En el terreno de la *dinámica de fluidos*, los números complejos son útiles en el análisis del flujo de gases (como el flujo del aire sobre las alas de un avión) y de los fluidos (como el flujo del petróleo a través de un oleoducto).

NÚMEROS COMPLEJOS

Un **número complejo** es un número que se puede escribir en la forma $a + bi$, donde a y b son números reales y $i = \sqrt{-1}$, la unidad imaginaria. El número a es la **parte real de un número complejo** y b la **parte imaginaria de un número complejo**.

EJEMPLOS de números complejos y sus partes reales e imaginarias.

1. $-3 + 5i$ La parte real es -3 . La parte imaginaria 5 .
2. $2 - 6i$ La parte real es 2 . La parte imaginaria -6 . Observa que $2 - 6i = 2 + (-6i)$.
3. 4 La parte real es 4 . La parte imaginaria 0 . Observa que $4 = 4 + 0i$.
4. $7i$ La parte real es 0 . La parte imaginaria 7 . Observa que $7i = 0 + 7i$.

De los ejemplos anteriores, observe que un número real, como 5 , es un número complejo cuya parte imaginaria es cero, y que un número imaginario, como $7i$, es un número complejo cuya parte real es cero.

Aun cuando $3 + \sqrt{-4}$ es un número complejo, la forma preferida es $3 + 2i$. Esto se llama la **forma entera de un número complejo**. Si la parte imaginaria de un número complejo es negativa, como $2 + (-5i)$, normalmente escribimos $2 - 5i$, por ejemplo, como la forma entera del número complejo.

Concéntrate en escribir en forma entera un número complejo

Escribe en forma entera $7 - 2\sqrt{-20}$.

Reescribe $\sqrt{-20}$ como $i\sqrt{20}$.

Simplifica $\sqrt{20}$.

Multiplica $2i$ por 2 .

$$\begin{aligned} 7 - 2\sqrt{-20} &= 7 - 2i\sqrt{20} \\ &= 7 - 2i\sqrt{4 \cdot 5} \\ &= 7 - 2i \cdot 2\sqrt{5} \\ &= 7 - 4i\sqrt{5} \end{aligned}$$

EJEMPLO 2

Escribe en forma entera $\frac{4 + 8\sqrt{-45}}{6}$.

Solución

$$\begin{aligned} \frac{4 + 8\sqrt{-45}}{6} &= \frac{4 + 8i\sqrt{45}}{6} \\ &= \frac{4 + 8i\sqrt{9 \cdot 5}}{6} = \frac{4 + 8i \cdot 3\sqrt{5}}{6} \\ &= \frac{4 + 24i\sqrt{5}}{6} \\ &= \frac{4}{6} + \frac{24i\sqrt{5}}{6} = \frac{2}{3} + 4i\sqrt{5} \end{aligned}$$

• $\sqrt{-45} = i\sqrt{45}$

• Simplifica $\sqrt{45}$.

• Escribe la respuesta en la forma $a + bi$.

Problema 2

Escribe en forma entera $\frac{5 - 3\sqrt{-50}}{10}$.

Solución

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 33, página 532.

OBJETIVO 2**Sumar y restar números complejos**

Para sumar dos números complejos, suma las partes reales y las partes imaginarias. Para restar dos números complejos, resta las partes reales y las partes imaginarias.

EJEMPLO 3

Simplifica.

A. $(-3 + 2i) + (5 - 6i)$ B. $(-9 + 4i) - (2 - 7i)$

Solución

A. Suma las partes reales.

$$\begin{aligned} (-3 + 2i) + (5 - 6i) &= (-3 + 5) + (2 + (-6))i \\ &= 2 + (-4)i \end{aligned}$$

Suma las partes imaginarias. $= 2 - 4i$

B. Resta las partes reales.

$$\begin{aligned} (-9 + 4i) - (2 - 7i) &= (-9 - 2) + (4 - (-7))i \\ &= -11 + 11i \end{aligned}$$

Resta las partes imaginarias.

Problema 3

Simplifica.

A. $(7 - 3i) + (-8 + i)$ B. $(-5 + 4i) - (-3 - 7i)$

Solución

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 51, página 532.

OBJETIVO 3**Multiplicar números complejos**

Cuando multipliques números complejos, recuerda que $i^2 = -1$. Los siguientes son dos ejemplos.

$$3i(5i) = 15i^2 = 15(-1) = -15$$

$$-2i(6i) = -12i^2 = -12(-1) = 12$$

EJEMPLO 4Multiplica: $3i(2 - 4i)$ **Solución**

$$3i(2 - 4i) = 6i - 12i^2$$

$$= 6i - 12(-1)$$

$$= 6i + 12$$

$$= 12 + 6i$$

- Utiliza la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.

- Sustituye i^2 con -1 .

- Escribe la respuesta en la forma $a + bi$.

Problema 4Multiplica: $5i(3 + 6i)$ **Solución**

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 69, página 533.

El producto de dos números complejos de la forma $a + bi$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, se puede determinar utilizando el método PEIU y el hecho de que $i^2 = -1$.

EJEMPLO 5Multiplica: $(5 - 4i)(2 + 3i)$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 (5 - 4i)(2 + 3i) &= 5(2) + 5(3i) + (-4i)2 + (-4i)3i \\
 &= 10 + 15i - 8i - 12i^2 \\
 &= 10 + 7i - 12i^2 \\
 &= 10 + 7i - 12(-1) \\
 &= 10 + 7i + 12 \\
 &= 22 + 7i
 \end{aligned}$$

- Utiliza el método PEIU.
- Simplifica los términos semejantes.
- Sustituye i^2 con -1 .
- Escribe la respuesta en la forma $a + bi$.

Problema 5Multiplica: $(-1 + 5i)(2 - 3i)$ **Solución**

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 73, página 533.

El cuadrado de un número complejo se determina utilizando el método PEIU.

EJEMPLO 6Escribe en forma entera $(2 - 3i)^2$.**Solución**

$$\begin{aligned}
 (2 - 3i)^2 &= (2 - 3i)(2 - 3i) \\
 &= 4 - 6i - 6i + 9i^2 \\
 &= 4 - 12i + 9i^2 \\
 &= 4 - 12i + 9(-1) \\
 &= 4 - 12i - 9 \\
 &= -5 - 12i
 \end{aligned}$$

- Multiplica $2 - 3i$ por sí misma.
- Utiliza el método PEIU.
- Simplifica los términos semejantes.
- Sustituye i^2 con -1 .
- Escribe la respuesta en la forma $a + bi$.

Problema 6Escribe en forma entera $(5 - 4i)^2$.**Solución**

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 79, página 533.

Los números complejos $a + bi$ y $a - bi$ se llaman **conjugados complejos** o **conjugados** uno del otro. Los siguientes son algunos ejemplos.

Número	Conjugado
$2 + 5i$	$2 - 5i$
$-3 + 6i$	$-3 - 6i$
$5 - 4i$	$5 + 4i$

Considera el producto de un número complejo y su conjugado. Por ejemplo,

$$\begin{aligned}
 (2 + 5i)(2 - 5i) &= 4 - 10i + 10i - 25i^2 \\
 &= 4 - 25i^2 \\
 &= 4 - 25(-1) \\
 &= 4 + 25 = 29
 \end{aligned}$$

Observa que el producto de conjugados complejos es un número *real*. Esto siempre es cierto.

PRODUCTO DE CONJUGADOS COMPLEJOS

El producto de un número complejo y su conjugado es un número real. Es decir $(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$.

EJEMPLOS

1. $(5 + 3i)(5 - 3i) = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

2. $(6 + 4i)(6 - 4i) = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

EJEMPLO 7

Multiplica: $(8 + 3i)(8 - 3i)$

Solución

$$\begin{aligned}(8 + 3i)(8 - 3i) &= 8^2 + 3^2 \\ &= 64 + 9 \\ &= 73\end{aligned}$$

- $(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$
 $a = 8, b = 3$

Problema 7

Multiplica: $(-2 + 5i)(-2 - 5i)$

Solución

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 83, página 533.

OBJETIVO**4****Dividir números complejos**

Recuerda que el número $\frac{3}{\sqrt{2}}$ no está en su forma más simple debido a que hay una expresión radical en el denominador. De manera similar, $\frac{3}{i}$ no está en su forma más simple $i = \sqrt{-1}$. Para escribir esta expresión en su forma más simple, multiplica por i el numerador y el denominador.

$$\frac{3}{i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{3i}{i^2} = \frac{3i}{-1} = -3i$$

Este proceso se utiliza para dividir un número complejo entre un número imaginario.

EJEMPLO 8

Divide: $\frac{3 - 6i}{2i}$

Solución

$$\begin{aligned}\frac{3 - 6i}{2i} &= \frac{3 - 6i}{2i} \cdot \frac{i}{i} \\ &= \frac{3i - 6i^2}{2i^2} = \frac{3i - 6(-1)}{2(-1)} \\ &= \frac{3i + 6}{-2} = \frac{3}{-2}i + \frac{6}{-2} = -3 - \frac{3}{2}i\end{aligned}$$

- Multiplica por i el numerador y el denominador.

- $i^2 = -1$

- Escribe la respuesta en la forma $a + bi$.

Problema 8

Divide: $\frac{-12 + 8i}{-4i}$

Solución

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 99, página 534.

Recuerda que para simplificar el cociente $\frac{2 + \sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{3}}$, multiplicas el numerador y el denominador por el conjugado de $5 + 2\sqrt{3}$, que es $5 - 2\sqrt{3}$. De manera similar, para simplificar el cociente de dos números complejos, multiplica el numerador y el denominador por el conjugado del número complejo en el denominador.

EJEMPLO 9Divide: $\frac{3 - 6i}{4 - 3i}$ **Solución**

$$\begin{aligned}
 \frac{3 - 6i}{4 - 3i} &= \frac{3 - 6i}{4 - 3i} \cdot \frac{4 + 3i}{4 + 3i} \\
 &= \frac{12 + 9i - 24i - 18i^2}{4^2 + 3^2} \\
 &= \frac{12 - 15i - 18i^2}{16 + 9} \\
 &= \frac{12 - 15i - 18(-1)}{25} \\
 &= \frac{12 - 15i + 18}{25} \\
 &= \frac{30 - 15i}{25} \\
 &= \frac{30}{25} - \frac{15}{25}i = \frac{6}{5} - \frac{3}{5}i
 \end{aligned}$$

- Multiplica el numerador y el denominador por el conjugado del denominador.

- $(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$

- Simplifica los términos semejantes en el numerador. Simplifica el denominador.

- Sustituye i^2 con -1 .

- Simplifica.

- Escribe la respuesta en la forma $a + bi$.

Problema 9Divide: $\frac{16 - 11i}{5 + 2i}$ **Solución**

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 109, página 534.

OBJETIVO 5**Resolver ecuaciones cuadráticas con soluciones de números complejos**

Que los números complejos sean soluciones de ecuaciones cuadráticas posibilita resolver ecuaciones cuadráticas que no tienen soluciones de números reales.

Concéntrate

en resolver una ecuación cuadrática que tiene soluciones de números complejos al obtener la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación

Toma nota

Debes comprobar estas soluciones. Por ejemplo, la siguiente es la comprobación para $-8i$.

$$\begin{array}{r|l}
 2x^2 + 128 = 0 & \\
 2(-8i)^2 + 128 & 0 \\
 2(-8)^2i^2 + 128 & 0 \\
 2(64)(-1) + 128 & 0 \\
 -128 + 128 & 0 \\
 0 & = 0
 \end{array}$$

$-8i$ se comprueba como solución. Debes comprobar que $8i$ es una solución.

Resuelve: $2x^2 + 128 = 0$

Resta 128 a cada lado de la ecuación.

Divide entre 2 cada lado de la ecuación.

Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.

Reescribe $\sqrt{-64}$ como $i\sqrt{64}$.

Simplifica $\sqrt{64}$.

$2x^2 + 128 = 0$

$2x^2 = -128$

$x^2 = -64$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{-64}$

$x = \pm\sqrt{-64} = \pm i\sqrt{64}$

$x = \pm 8i$

Las soluciones son $-8i$ y $8i$.

EJEMPLO 10Resuelve y comprueba $(x - 1)^2 + 9 = 1$.**Solución**

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 + 9 &= 1 \\(x - 1)^2 &= -8\end{aligned}$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{-8}$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{-8} = \pm i\sqrt{8}$$

$$x - 1 = \pm 2i\sqrt{2}$$

$$x = 1 \pm 2i\sqrt{2}$$

- Resta 9 a cada lado de la ecuación.
- Obtén la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación.
- Reescribe $\sqrt{-8}$ como $i\sqrt{8}$.
- Simplifica $\sqrt{8}$.
- Suma 1 a cada lado de la ecuación.

Comprobación:

$(x - 1)^2 + 9 = 1$	$(x - 1)^2 + 9 = 1$
$(1 + 2i\sqrt{2} - 1)^2 + 9 \quad \quad 1$	$(1 - 2i\sqrt{2} - 1)^2 + 9 \quad \quad 1$
$(2i\sqrt{2})^2 + 9 \quad \quad 1$	$(-2i\sqrt{2})^2 + 9 \quad \quad 1$
$2^2(i^2)(\sqrt{2})^2 + 9 \quad \quad 1$	$(-2)^2(i^2)(\sqrt{2})^2 + 9 \quad \quad 1$
$4(-1)(2) + 9 \quad \quad 1$	$4(-1)(2) + 9 \quad \quad 1$
$-8 + 9 \quad \quad 1$	$-8 + 9 \quad \quad 1$
$1 = 1$	$1 = 1$

Las soluciones son $1 + 2i\sqrt{2}$ y $1 - 2i\sqrt{2}$.**Problema 10**Resuelve y comprueba: $8z^2 + 17 = -7$.**Solución**

Revisa la página S27.

➡ Intenta resolver el ejercicio 125, página 534.

En el ejemplo 10 pudimos resolver la ecuación al obtener la raíz cuadrada en cada lado de la ecuación. Sin embargo, en muchos casos la fórmula cuadrática será la mejor elección para resolver una ecuación cuadrática con soluciones de números complejos. Reexpresa aquí la fórmula cuadrática para tu referencia.

Las soluciones de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, están dadas por

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Concéntrate

en resolver una ecuación cuadrática que tiene soluciones de números complejos utilizando la fórmula cuadrática

Resuelve: $4x^2 - 4x + 2 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sustituye en la fórmula cuadrática:

$$a = 4, b = -4, c = 2.$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(4)(2)}}{2(4)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 32}}{8} = \frac{4 \pm \sqrt{-16}}{8}$$

Reescribe $\sqrt{-16}$ como $i\sqrt{16}$. $\sqrt{16} = 4$

$$= \frac{4 \pm i\sqrt{16}}{8} = \frac{4 \pm 4i}{8}$$

Escribe la solución en la forma $a + bi$.

$$= \frac{4}{8} \pm \frac{4i}{8} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i$$

Comprobación:

$$\begin{array}{r|l}
 4x^2 - 4x + 2 = 0 & \\
 \hline
 4\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right) + 2 & 0 \\
 4\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i + \frac{1}{4}i + \frac{1}{4}i^2\right) - 2 - 2i + 2 & 0 \\
 1 + i + i + i^2 - 2 - 2i + 2 & 0 \\
 1 + 2i + (-1) - 2i & 0 \\
 0 = 0 & \\
 \hline
 4x^2 - 4x + 2 = 0 & \\
 \hline
 4\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) + 2 & 0 \\
 4\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i - \frac{1}{4}i + \frac{1}{4}i^2\right) - 2 + 2i + 2 & 0 \\
 1 - i - i + i^2 - 2 + 2i + 2 & 0 \\
 1 - 2i + (-1) + 2i & 0 \\
 0 = 0 &
 \end{array}$$

Las soluciones son $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ y $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

EJEMPLO 11

Resuelve y comprueba $x^2 + 4x = -6$.

Solución

$$\begin{aligned}
 x^2 + 4x &= -6 \\
 x^2 + 4x + 6 &= 0 \\
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} \\
 &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 24}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-8}}{2} \\
 &= \frac{-4 \pm i\sqrt{8}}{2} = \frac{-4 \pm 2i\sqrt{2}}{2} \\
 &= -\frac{4}{2} \pm \frac{2i\sqrt{2}}{2} = -2 \pm i\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

• Escribe en forma general la ecuación cuadrática.

• $a = 1, b = 4, c = 6$

• Reescribe $\sqrt{-8}$ como $i\sqrt{8}$ y después reescribe $i\sqrt{8}$ como $2i\sqrt{2}$.

• Escribe la solución en la forma $a + bi$.

Comprobación:

$$\begin{array}{r|l}
 x^2 + 4x = -6 & \\
 \hline
 (-2 + i\sqrt{2})^2 + 4(-2 + i\sqrt{2}) & -6 \\
 4 - 2i\sqrt{2} - 2i\sqrt{2} + i^2(\sqrt{2})^2 - 8 + 4i\sqrt{2} & -6 \\
 4 - 4i\sqrt{2} + (-1)2 - 8 + 4i\sqrt{2} & -6 \\
 4 - 4i\sqrt{2} + (-2) - 8 + 4i\sqrt{2} & -6 \\
 -6 = -6 & \\
 \hline
 x^2 + 4x = -6 & \\
 \hline
 (-2 - i\sqrt{2})^2 + 4(-2 - i\sqrt{2}) & -6 \\
 4 + 2i\sqrt{2} + 2i\sqrt{2} + i^2(\sqrt{2})^2 - 8 - 4i\sqrt{2} & -6 \\
 4 + 4i\sqrt{2} + (-1)2 - 8 - 4i\sqrt{2} & -6 \\
 4 + 4i\sqrt{2} + (-2) - 8 - 4i\sqrt{2} & -6 \\
 -6 = -6 &
 \end{array}$$

Las soluciones son $-2 + i\sqrt{2}$ y $-2 - i\sqrt{2}$.

Problema 11 Resuelve y comprueba $x^2 - 6x + 4 = -6$.

Solución Revisa las páginas S27–S28.

➡ Intenta resolver el ejercicio 137, página 534.

11.4 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

Completa la ecuación.

1. $i^2 = \underline{\quad ? \quad}$

2. $i = \sqrt{\underline{\quad ? \quad}}$

3. $\sqrt{-7} = i\sqrt{\underline{\quad ? \quad}}$

4. $\sqrt{-11} = \underline{\quad ? \quad}\sqrt{11}$

¿Cuál es el conjugado de un número?

5. $6 + 5i$

6. $7 - 9i$

7. $-8i + 2$

¿Por qué debes multiplicar la expresión con el fin de simplificarla?

8. $\frac{7}{2i}$

9. $\frac{5i}{1 - 6i}$

10. $\frac{3 - 4i}{8 + 5i}$

1 Simplificar números complejos (Revisa las páginas 523–524).

PREPÁRATE

11. a. La parte real del número complejo $5 - 8i$ es $\underline{\quad ? \quad}$.

b. La parte imaginaria del número complejo $5 - 8i$ es $\underline{\quad ? \quad}$.

12. a. Si el número complejo $a + bi$ es un número real, entonces $\underline{\quad ? \quad} = 0$.

b. Si el número complejo $a + bi$ es un número imaginario, entonces $\underline{\quad ? \quad} = 0$.

Escribe cada expresión en términos de i .

13. $\sqrt{-81}$

14. $\sqrt{-64}$

➡ 15. $5\sqrt{-49}$

16. $-3\sqrt{-16}$

17. $\sqrt{-13}$


18. $\sqrt{-26}$

19. $\sqrt{-75}$

20. $\sqrt{-90}$

21. $-4\sqrt{-54}$

22. $3\sqrt{-80}$

23.  Decimos que a y b son números positivos. ¿ $a - bi$ es equivalente a $a + \sqrt{-b^2}$ o a $a - \sqrt{-b^2}$?

24.  Decimos que a es un número positivo. ¿Cuál expresión es equivalente a

$\sqrt{a^2} + \sqrt{-a^2}$?

- i) 0 ii) $a + ai$ iii) $a - ai$ iv) $2ai$

Escribe cada número en forma entera.

25. $5 + \sqrt{-4}$

26. $-3 + \sqrt{-25}$

27. $-7 - 2\sqrt{-36}$


28. $5 - 3\sqrt{-100}$

29. $5 + 3\sqrt{-48}$

30. $2 - 2\sqrt{-50}$

31. $7 - 6\sqrt{-28}$

32. $-2 + 5\sqrt{-72}$

 33. $\frac{6 + 5\sqrt{-4}}{2}$

34. $\frac{5 - 3\sqrt{-25}}{5}$

35. $\frac{-6 + 2\sqrt{-54}}{6}$

36. $\frac{-4 + 2\sqrt{-72}}{4}$

37. $\frac{-2 - 4\sqrt{-90}}{5}$

38. $\frac{4 - 5\sqrt{-63}}{6}$

2 Sumar y restar números complejos (Revisa la página 525).

PREPÁRATE

39. Suma: $(6 - 8i) + (-2 + 3i)$

$$(6 - 8i) + (-2 + 3i)$$

$$= (6 + \text{?}) + (-8 + \text{?})i$$

$$= \text{?}$$

- Suma las partes reales. Suma las partes imaginarias.

- Simplifica.

40. Resta: $10 - (8 - 7i)$

$$10 - (8 - 7i) = (10 - \text{?}) - \text{?}i$$

$$= \text{?}$$

- Resta las partes reales.

- Simplifica.

Simplifica.

41. $3i + 7i$

42. $-9i + 6i$

43. $-2i - 7i$

44. $5i - (-4i)$

45. $6i + (7 + 3i)$


46. $3 + (4 + 2i)$

47. $-2i - (8 - 9i)$

48. $5 - (7 + 6i)$

49. $(7 + 4i) + (6 - 2i)$

50. $(-2 + 12i) + (7 - 15i)$

 51. $(5 - 8i) - (3 + 2i)$

52. $(-7 - i) - (6 - 2i)$

53. $(-10 + 4i) - (-2 + 6i)$

54. $(6 - 11i) + (-7 - i)$

55. $(8 + 4i) + (-2 - 4i)$

56. $(7 - 8i) + (-7 + 3i)$

57. $(-2 + 11i) - (-2 + 11i)$

58. $(3 - 13i) - (3 + 13i)$

 Para los ejercicios 59 a 62, utiliza los números complejos $m = a - bi$ y $n = c + di$.

59. ¿Verdadero o falso? Si $a = c$ y $b = d$, entonces $m - n = 0$.

60. ¿Verdadero o falso? Si $m - n$ es un número real, entonces b y d son opuestos.

61. Supongamos que $b > 0$, $d > 0$ y $b > d$. ¿La parte imaginaria de $m + n$ es positiva o negativa?

62. Supongamos que $a > 0$, $c > 0$ y $a > c$. ¿La parte real de $m - n$ es positiva o negativa?

3 Multiplicar números complejos (Revisa las páginas 525-527).

PREPÁRATE

63. $4i(7i) = 28 \underline{\quad ? \quad} = 28(\underline{\quad ? \quad}) = \underline{\quad ? \quad}$

64. Multiplica: $-8i(1 + 7i)$

$$\begin{aligned} -8i(1 + 7i) &= (\underline{\quad ? \quad})(1) + (\underline{\quad ? \quad})(7i) \\ &= \underline{\quad ? \quad} - (\underline{\quad ? \quad})i^2 \\ &= -8i - 56(\underline{\quad ? \quad}) \\ &= \underline{\quad ? \quad} \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva.
- Simplifica.
- $i^2 = \underline{\quad ? \quad}$.
- Escribe en la forma $a + bi$.

Multiplica.

65. $4i \cdot 5i$

66. $6i \cdot 8i$

67. $(-2i)(9i)$

68. $6i(-9i)$

➡ 69. $5i(2 + 4i)$

70. $3i(2 - 7i)$

71. $(3 + 2i)(4 + 5i)$

72. $(4 - 3i)(2 + i)$

➡ 73. $(-3 + 2i)(1 + 3i)$

74. $(5 - 3i)(-2 + 4i)$

75. $(3 - 7i)(-2 - 5i)$

76. $(-5 - 3i)(4 - 6i)$

77. $(2 + 5i)^2$

78. $(-3 + 2i)^2$

➡ 79. $(1 - 2i)^2$

80. $(-4 - 3i)^2$


81. $(2 - 5i)(-5 + 2i)$


82. $(-1 + 3i)(3 - i)$

➡ 83. $(2 + 4i)(2 - 4i)$

84. $(-3 + 4i)(-3 - 4i)$

85. $(4 - i)(4 + i)$

86.  ¿Verdadero o falso? Para todos los números reales diferentes de cero a y b , el producto $(a + bi)(a - bi)$ es un número positivo real.

87.  ¿Verdadero o falso? El producto de dos números imaginarios nunca es un número positivo real.

4 Dividir números complejos (Revisa las páginas 527-528).

PREPÁRATE

88. Simplifica: $\frac{4}{i}$

$$\frac{4}{i} = \frac{4}{i} \cdot \frac{\underline{\quad ? \quad}}{\underline{\quad ? \quad}} = \frac{4i}{\underline{\quad ? \quad}} = \frac{4i}{-1} = \underline{\quad ? \quad}$$

89. Simplifica: $\frac{2}{3i}$

$$\frac{2}{3i} = \frac{2}{3i} \cdot \frac{\underline{\quad ? \quad}}{\underline{\quad ? \quad}} = \frac{2i}{\underline{\quad ? \quad}} = \frac{2i}{3(-1)} = \frac{2i}{\underline{\quad ? \quad}} = -\frac{2i}{3}$$

Simplifica.

90. $\frac{6}{5i}$

91. $\frac{9}{2i}$

92. $\frac{3}{-8i}$

93. $\frac{4}{-7i}$

Divide.

94. $\frac{2 + 3i}{i}$

97. $\frac{-5 - 9i}{-i}$

100. $\frac{6 + 12i}{8i}$

103. $\frac{4 - 15i}{-6i}$

106. $\frac{-10i}{3 + i}$

➡ 109. $\frac{12 + i}{1 - 2i}$

112. $\frac{8 - 14i}{-2 - 3i}$

95. $\frac{6 + i}{i}$

98. $\frac{-9 + 15i}{3i}$

101. $\frac{4 - 10i}{6i}$

104. $\frac{3}{1 + i}$

107. $\frac{12i}{2 - 2i}$

110. $\frac{18 + 4i}{1 + 3i}$

113. $\frac{5 + 15i}{3 + 4i}$

96. $\frac{-2 + 7i}{-i}$

➡ 99. $\frac{6 - 4i}{2i}$

102. $\frac{-15 + 6i}{-9i}$

105. $\frac{-4}{1 - 2i}$

108. $\frac{13 - i}{2 + i}$

111. $\frac{-18 + 13i}{1 + 4i}$

114.  ¿Verdadero o falso? El cociente de dos números imaginarios es un número real.115.  ¿Verdadero o falso? El recíproco de un número imaginario es un número real.**5 Resolver ecuaciones cuadráticas con soluciones de números complejos** (Revisa las páginas 528-531).**PREPÁRATE**

116. Para escribir en forma general la ecuación $x^2 = 3x + 8$, resta $\frac{?}{?}$ y $\frac{?}{?}$ a cada lado de la ecuación. La ecuación resultante es $\frac{?}{?} = 0$. Entonces $a = \frac{?}{?}$, $b = \frac{?}{?}$ y $c = \frac{?}{?}$.

117. Sustituye los valores de a , b y c del ejercicio 116 en la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-\left(\frac{?}{?}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{?}{?}\right)^2 - 4\left(\frac{?}{?}\right)\left(\frac{?}{?}\right)}}{2\left(\frac{?}{?}\right)}$$

Resuelve.

118. $x^2 + 16 = 0$

119. $z^2 + 25 = 0$

120. $2z^2 + 49 = -49$

121. $3x^2 + 54 = -54$

122. $x^2 + 11 = -16$

123. $z^2 + 12 = -28$

124. $3z^2 + 16 = -20$

➡ 125. $4z^2 - 13 = -21$

126. $(x + 1)^2 + 36 = 0$

127. $(x - 3)^2 + 81 = 0$

128. $(x - 2)^2 + 12 = 0$

129. $(z + 4)^2 + 18 = 0$

130. $(z + 2)^2 + 27 = -23$

131. $(x - 5)^2 + 17 = 9$

132. $(x + 3)^2 + 9 = 5$

133. $(z - 1)^2 + 25 = 9$

134. $z^2 - 2z + 2 = 0$

135. $z^2 - 2z + 5 = 0$

136. $x^2 + 4x = -5$

➡ 137. $x^2 + 4x = -8$

138. $x^2 + 13 = 6x$

139. $x^2 + 10 = 2x$

140. $x^2 - 2x + 3 = 0$

141. $x^2 + 2x + 13 = 0$

142. $4x^2 + 8x = -5$

143. $4x^2 + 12x + 25 = 0$

144. $4x^2 - 4x + 13 = 0$



Para los ejercicios 145 y 146, a es un número real positivo. Indica cuántas soluciones tiene la ecuación y si las soluciones son números reales, imaginarios o complejos.

145. $x^2 + a = 0$

146. $(x + a)^2 = 0$

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Completa la ecuación.

147. $2i + \underline{\quad ? \quad} = 7i$

148. $4i - \underline{\quad ? \quad} = -3i$

Escribe cada una de las siguientes en la forma $a + bi$.

149. $(1 - i)(1 + i)(2 - 3i)$

150. $(2 - i)(2 + i)(1 + 5i)$

151. $(1 + i)^3$

152. $(2 - 3i)^3$

153. $(4 - 3i)(1 + 2i) + (3 - 2i)(2 - i)$

154. $(2 + 5i)(1 - 3i) - (3 + i)(4 - 2i)$

Resuelve.

155. $(x - 1)(x + 1) + 5 = 0$

156. $(x + 2)(x - 2) + 12 = 0$

157. $(x + 4)(x + 6) + 4 = 0$

158. $(x - 5)(x + 1) = -14$

159. $(x - 2)(x - 4) + 4 = 0$

160. $(x - 4)(x - 2) = -6$

161.  Demuestra que $i\sqrt{5}$ y $-i\sqrt{5}$ son soluciones de la ecuación $4x^2 + 20 = 0$.

162.  Demuestra que $1 + 4i$ y $1 - 4i$ son soluciones de la ecuación $x^2 = 2x - 17$.

PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

163. Podemos evaluar i^3 como $i^3 = (i \cdot i) \cdot i = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$. Utilizando un método similar, evalúa cada una de las siguientes.

a. i^4

b. i^5

c. i^6

d. i^7

Utilizando el hecho de que $i^9 = i$, encuentra cada una de las siguientes.

e. i^{18}

f. i^{27}

g. i^{36}

Clasifica cada ecuación como lineal o cuadrática. Después resuélvela.

164. $2x^2 + 3x - 2 = 0$

165. $2x = 3x - 2$

166. $4x(x - 2) = 1$

167. $4(x - 2) = 12$

168. $9x^2 = 6x - 2$

11.5

Graficación de ecuaciones cuadráticas con dos variables

OBJETIVO 1

Graficar una ecuación cuadrática de la forma $y = ax^2 + bx + c$

Una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, es una **ecuación cuadrática con dos variables**. A la derecha se proporcionan ejemplos de ecuaciones cuadráticas con dos variables.

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - x + 1 \\y &= -x^2 - 3 \\y &= 2x^2 - 5x\end{aligned}$$

Para estas ecuaciones, y es una función de x y podemos escribir $f(x) = ax^2 + bx + c$. Esta ecuación representa una **función cuadrática**.

EJEMPLO 1

Evalúa $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ cuando $x = -2$.

Solución

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x^2 - 3x + 4 \\f(-2) &= 2(-2)^2 - 3(-2) + 4 && \bullet \text{ Sustituye } x \text{ por } -2. \\&= 2(4) - 3(-2) + 4 && \bullet \text{ Simplifica.} \\&= 8 + 6 + 4 \\&= 18\end{aligned}$$

El valor de la función cuando $x = -2$ es 18.

Problema 1

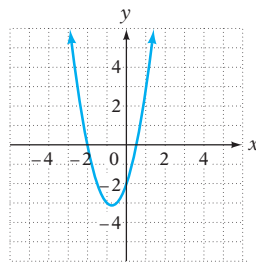
Evalúa $f(x) = -x^2 + 5x - 2$ cuando $x = -1$.

Solución

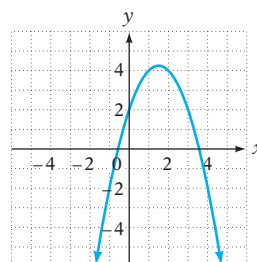
Revisa la página S28.

➡ Intenta resolver el ejercicio 15, página 540.

La gráfica de $y = ax^2 + bx + c$ o $f(x) = ax^2 + bx + c$ es una **parábola**. La gráfica está en forma de \cup y se abre hacia arriba cuando a es positiva y hacia abajo cuando a es negativa. A continuación se muestran las gráficas de dos parábolas.



$y = 2x^2 + 3x - 2$
 $a = 2$, un número positivo
La parábola abre hacia arriba



$f(x) = -x^2 + 3x + 2$
 $a = -1$, un número negativo
La parábola abre hacia abajo

Concéntrate

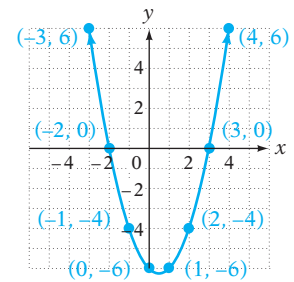
en graficar una ecuación cuadrática con dos variables

Grafica $y = x^2 - x - 6$.

Encuentra varias soluciones de la ecuación. Debido a que la gráfica no es una recta, se deben encontrar varias soluciones con el fin de determinar la forma en \cup . Registra los pares ordenados en una tabla.

x	$y = x^2 - x - 6$
-3	6
-2	0
-1	-4
0	-6
1	-6
2	-4
3	0
4	6

Grafica las soluciones de los pares ordenados en un sistema de coordenadas rectangulares. Traza una parábola a través de los puntos.



Observa que la gráfica de $y = x^2 - x - 6$ cruza el eje x en $(-2, 0)$ y $(3, 0)$. Estos puntos están confirmados en la tabla de valores. Las intersecciones con el eje x de la gráfica son $(-2, 0)$ y $(3, 0)$.

Podemos encontrar algebraicamente las intersecciones con el eje x estableciendo $y = 0$ y resolviendo para x .

$$\begin{aligned} y &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x + 2)(x - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 2 &= 0 & x - 3 &= 0 \\ x &= -2 & x &= 3 \end{aligned}$$

- Sustituye y por 0 y resuelve para x .
- Esta ecuación se puede resolver por factorización. Sin embargo, será necesario utilizar la fórmula cuadrática para resolver algunas ecuaciones cuadráticas.

Cuando $y = 0$, $x = -2$ o $x = 3$. Las intersecciones son $(-2, 0)$ y $(3, 0)$.

La intersección con el eje y de la gráfica de $y = x^2 - x - 6$ es el punto en el cual la gráfica cruza el eje y . En este punto, $x = 0$. Por la gráfica o la tabla, podemos ver que la intersección con el eje y es $(0, -6)$.

Podemos encontrar algebraicamente la intersección con el eje y si establecemos $x = 0$ y resolvemos para y .

$$\begin{aligned} y &= x^2 - x - 6 \\ y &= 0^2 - 0 - 6 \\ y &= 0 - 0 - 6 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

- Sustituye x con 0 y simplifica.

Cuando $x = 0$, $y = -6$. La intersección con el eje y es $(0, -6)$.

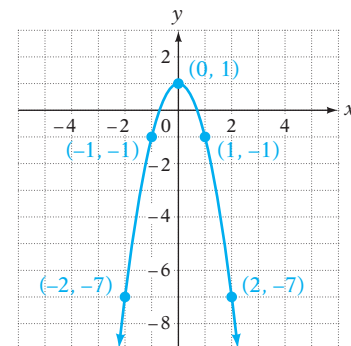


Utilizando una calculadora graficadora, ingresa la ecuación $y = x^2 - x - 6$ y verifica la gráfica mostrada anteriormente. (Revisa el Apéndice para instrucciones sobre cómo utilizar una calculadora apropiada para graficar una ecuación cuadrática.) Verifica que $(-2, 0)$, $(3, 0)$ y $(0, -6)$ sean coordenadas de los puntos en la gráfica.

Plot1 Plot2 Plot3
Y1 = $X^2 - X - 6$
Y2 =
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =

La gráfica de $y = -2x^2 + 1$ se muestra a continuación.

x	$y = -2x^2 + 1$
0	1
1	-1
-1	-1
2	-7
-2	-7



Punto de interés

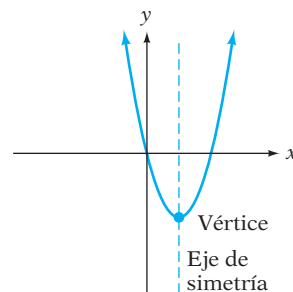
Los espejos en algunos telescopios están apoyados en la forma de una parábola. El espejo en el Observatorio de Monte Palomar tiene 2 pies de grueso en los extremos y pesa 14.75 toneladas. El espejo se ha fijado en un verdadero paraboloide (la versión tridimensional de una parábola) dentro de 0.0000015 pulgadas.

Revisa que la gráfica de $y = x^2 - x - 6$, que se muestra en la página anterior, abre hacia arriba y que el coeficiente de x^2 es positivo. La gráfica de $y = -2x^2 + 1$ abre hacia abajo y el coeficiente de x^2 es negativo. Como se mencionó antes, para cualquier expresión cuadrática con dos variables, el coeficiente de x^2 determina si la parábola abre hacia arriba o hacia abajo. Cuando a es positiva, la parábola abre hacia arriba. Cuando a es negativa, la parábola abre hacia abajo.

Cada parábola tiene un **eje de simetría** y un **vértice** que está en dicho eje. Si la parábola abre hacia arriba, el vértice es el punto más bajo en la gráfica. Si la parábola abre hacia abajo, el vértice es el punto más alto en la gráfica.

Para comprender el eje de simetría, piensa en doblar el papel a lo largo de ese eje. Las dos mitades de la gráfica serán iguales.

Cuando grafiques una ecuación cuadrática con dos variables, utiliza el valor de a para determinar si la parábola abre hacia arriba o hacia abajo. Después de graficar las soluciones representadas por los pares ordenados de la ecuación, utiliza la simetría para ayudarte a trazar la parábola.



EJEMPLO 2

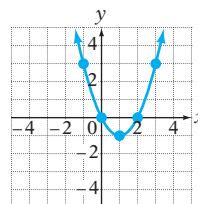
Grafica. **A.** $y = x^2 - 2x$ **B.** $y = -x^2 + 4x - 4$

Solución

A. $a = 1$. a es positiva.

La parábola abre hacia arriba.

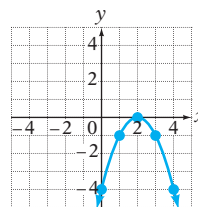
x	y
0	0
1	-1
-1	3
2	0
3	3



B. $a = -1$. a es negativa.

La parábola abre hacia abajo.

x	y
0	-4
1	-1
2	0
3	-1
4	-4



Problema 2

Grafica. **A.** $y = x^2 + 2$ **B.** $y = -x^2 - 2x + 3$

Solución

Revisa la página S28.

➡ Intenta resolver el ejercicio 33, página 540.

EJEMPLO 3

Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y de la gráfica de $y = x^2 - 2x - 5$.

Solución

$$y = x^2 - 2x - 5$$

$$0 = x^2 - 2x - 5$$

- Para encontrar las intersecciones con el eje x , sea $y = 0$ y resuelve para x .

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)} \\
 &= \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 1 \pm \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

• $x^2 - 2x - 5$ no se puede factorizar en los números enteros. Utiliza la fórmula cuadrática.

• $a = 1, b = -2, c = -5$

Las intersecciones con el eje x son $(1 + \sqrt{6}, 0)$ y $(1 - \sqrt{6}, 0)$.

$$y = x^2 - 2x - 5$$

$$y = 0^2 - 2(0) - 5 = -5$$

• Para encontrar la intersección con el eje y , sea $x = 0$ y resuelve para y .

La intersección con el eje y es $(0, -5)$.

Problema 3

Encuentra las intersecciones con el eje x y con el eje y de la gráfica de $y = x^2 - 6x + 9$.

Solución

Revisa la página S28.

➡ Intenta resolver el ejercicio 41, página 541.

11.5 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

- ¿Cuál es el nombre de la gráfica de una ecuación cuadrática con dos variables?
- ¿Cuál es el indicio en la ecuación $y = x^2 - 4x + 3$ de que la gráfica será una parábola y no una recta?
- ¿Cuál es el indicio en la ecuación $y = x^2 - 5x + 4$ de que la gráfica abrirá hacia arriba?
- Explica cómo encontrar las intersecciones con el eje x de la gráfica de $y = x^2 - 4x + 3$.
- Explica cómo encontrar la intersección con el eje y de la gráfica de $y = x^2 - 5x + 4$.

Indica si la gráfica de la ecuación abre hacia arriba o hacia abajo.

6. $y = -x^2 + 4$

7. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$


8. $y = x^2 - 3$

9. $y = -\frac{1}{3}x^2 + 5$

10. $y = -x^2 + 4x - 1$

11. $y = x^2 - 2x + 3$

1 Graficar una ecuación cuadrática de la forma $y = ax^2 + bx + c$ (Revisa las páginas 536-539).

12.  ¿Qué es una parábola?

PREPÁRATE

13. Utiliza la ecuación cuadrática $y = -x^2 + 9$.

a. La ecuación $y = ax^2 + bx + c$ está en forma general, donde $a = \underline{\quad ? \quad}$,
 $b = \underline{\quad ? \quad}$ y $c = \underline{\quad ? \quad}$.

b. Debido a que $a < 0$, la gráfica de la ecuación abre hacia $\underline{\quad ? \quad}$.

- c. La ecuación en la parte (b) se puede escribir en notación de función como $f(x) = -x^2 + 9$. Para evaluar la función para $x = 2$, encuentra $f(2)$. $f(2) = -(\underline{\quad ? \quad})^2 + 9$
 $= \underline{\quad ? \quad} + 9 = \underline{\quad ? \quad}$.

14. a. Para encontrar las intersecciones con el eje x de la gráfica de $y = x^2 - 3x - 4$, sea $\underline{\quad ? \quad} = 0$ y resuelve para $\underline{\quad ? \quad}$.
 b. La ecuación $0 = x^2 - 3x - 4$ se puede resolver por factorización:
 $0 = (x - \underline{\quad ? \quad})(x + \underline{\quad ? \quad})$. Las soluciones son $\underline{\quad ? \quad}$ y $\underline{\quad ? \quad}$.
 c. Las intersecciones con el eje x de la gráfica de $y = x^2 - 3x - 4$ son $(\underline{\quad ? \quad}, 0)$ y $(\underline{\quad ? \quad}, 0)$.

Evalúa la función para el valor dado de x .

- ➡ 15. $f(x) = x^2 - 2x + 1; x = 3$ 16. $f(x) = 2x^2 + x - 1; x = -2$ 17. $f(x) = 4 - x^2; x = -3$
 18. $f(x) = x^2 + 6x + 9; x = -3$ 19. $f(x) = -x^2 + 5x - 6; x = -4$ 20. $f(x) = -2x^2 + 2x - 1; x = -1$

Grafica.

21. $y = x^2$ 22. $y = -x^2$ 23. $y = -x^2 + 1$
 24. $y = x^2 - 1$ 25. $y = 2x^2$ 26. $y = \frac{1}{2}x^2$
 27. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ 28. $y = 2x^2 - 1$ 29. $y = x^2 - 4x$
 30. $y = x^2 + 4x$ 31. $y = x^2 - 2x + 3$ 32. $y = x^2 - 4x + 2$
 ➡ 33. $y = -x^2 + 2x + 3$ 34. $y = x^2 + 2x + 1$ 35. $y = -x^2 + 3x - 4$
 36. $y = -x^2 + 6x - 9$ 37. $y = 2x^2 + x - 3$ 38. $y = -2x^2 - 3x + 3$



Para los ejercicios 39 y 40, $y = ax^2 + bx + c$ es una ecuación cuadrática cuya gráfica es una parábola.

39. ¿Verdadero o falso? Si $a < 0$, entonces ningún punto en la gráfica tiene una coordenada y negativa.
40. ¿Verdadero o falso? La parábola sólo tiene una intersección con el eje x . Si las coordenadas de la intersección con el eje x son $(n, 0)$, entonces el punto en la parábola con la coordenada $x = n - m$ tiene la misma coordenada y que el punto en la parábola con la coordenada $x = n + m$.

Determina las intersecciones con el eje x y con el eje y de la gráfica de la ecuación.



41. $y = x^2 - 5x + 6$

42. $y = x^2 + 5x - 6$

43. $f(x) = 9 - x^2$

44. $f(x) = x^2 + 12x + 36$

45. $y = x^2 + 2x - 6$

46. $y = x^2 + 4x - 2$

47. $f(x) = 2x^2 - x - 3$

48. $f(x) = 2x^2 - 13x + 15$



Grafica utilizando una calculadora graficadora. Verifica que la gráfica es de una parábola que abre hacia arriba si a es positiva o si abre hacia abajo si a es negativa.

49. $y = x^2 - 2$

50. $y = -x^2 + 3$

51. $y = x^2 + 2x$

52. $y = -2x^2 + 4x$

53. $y = \frac{1}{2}x^2 - x$

54. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

55. $y = x^2 - x - 2$

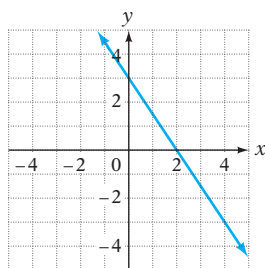
56. $y = x^2 - 3x + 2$

57. $y = -x^2 - 2x - 1$

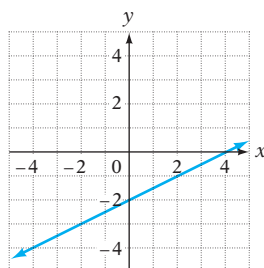
APLICACIÓN DE CONCEPTOS

Indica si la gráfica es la de una función lineal, de una función cuadrática, o de ninguna.

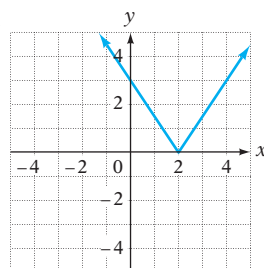
58.

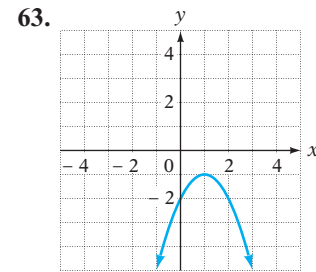
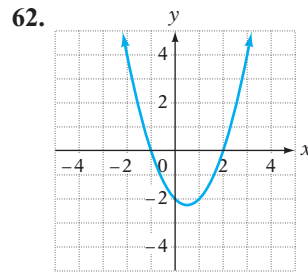
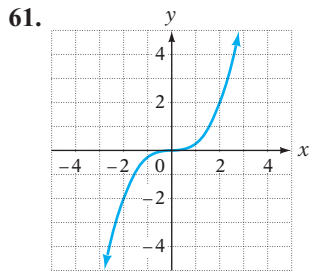


59.



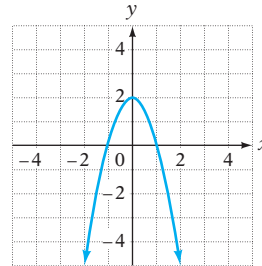
60.





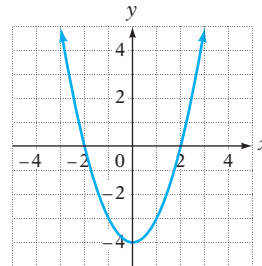
64. Considera la gráfica que se muestra a la derecha.

- ¿Cuáles son las intersecciones con el eje x ?
- ¿Cuál es la intersección con el eje y ?
- ¿Qué sabes acerca del valor de a ?
- ¿Cuáles son las coordenadas del vértice?
- ¿En dónde está el eje de simetría?
- ¿Cuál es el valor de y cuando $x = 1$?



65. Considera la gráfica que se muestra a la derecha.

- ¿Cuáles son las intersecciones con el eje x ?
- ¿Cuál es la intersección con el eje y ?
- ¿Qué sabes acerca del valor de a ?
- ¿Cuáles son las coordenadas del vértice?
- ¿En dónde está el eje de simetría?
- ¿Cuál es el valor de y cuando $x = -1$?



PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

66. Traza una parábola que abre hacia arriba y tiene $(-2, -4)$ como su vértice.

67. Traza una parábola que abre hacia abajo y tiene $(3, 1)$ como su vértice.

68. El punto cuyas coordenadas son (x_1, y_1) se encuentra en el cuadrante I y es un punto en la gráfica de la ecuación $y = 2x^2 - 2x + 1$. Dada $y_1 = 13$, encuentra x_1 .

69. El punto cuyas coordenadas son (x_1, y_1) se encuentra en el cuadrante II y es un punto en la gráfica de la ecuación $y = 2x^2 - 3x - 2$. Dada $y_1 = 12$, encuentra x_1 .

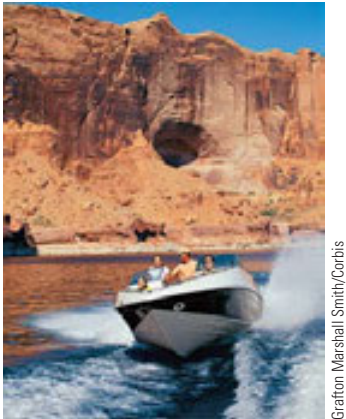
11.6

Problemas de aplicación

OBJETIVO

1

Problemas de aplicación



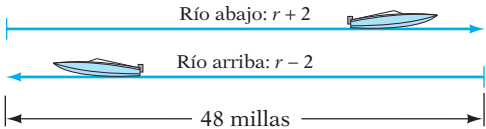
Los problemas de aplicación en esta sección son variantes de los problemas resueltos antes en el libro. Cada una de las estrategias para los problemas en esta sección resulta en una ecuación cuadrática.

Resuelve: A una lancha de motor le llevó un total de 7 horas recorrer 48 millas río abajo y después 48 millas de regreso. La velocidad de la corriente era 2 mph. Calcula la velocidad de la lancha en aguas en calma.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE APLICACIÓN

- Define el tipo de problema. Por ejemplo, ¿es un problema de movimiento uniforme, de geometría o de trabajo?
- El problema es un problema de movimiento uniforme.
- Elige una variable para representar la cantidad desconocida. Escribe expresiones numéricas o algebraicas para todas las cantidades restantes. Estos resultados se pueden registrar en una tabla.

Velocidad desconocida de la lancha de motor: r



	Distancia	÷	Velocidad	=	Tiempo
Río abajo	48	÷	$r + 2$	=	$\frac{48}{r + 2}$
Río arriba	48	÷	$r - 2$	=	$\frac{48}{r - 2}$

- Determina la forma en la cual están relacionadas las cantidades. Si es necesario, revisa las estrategias presentadas en el capítulo “Solución de ecuaciones y desigualdades: Aplicaciones”.

El tiempo transcurrido viajando río abajo más el tiempo transcurrido viajando río arriba es igual a 7 horas.

$$\begin{aligned} \frac{48}{r+2} + \frac{48}{r-2} &= 7 \\ (r+2)(r-2)\left(\frac{48}{r+2} + \frac{48}{r-2}\right) &= (r+2)(r-2)7 \\ (r-2)48 + (r+2)48 &= (r^2-4)7 \\ 48r-96+48r+96 &= 7r^2-28 \\ 96r &= 7r^2-28 \\ 0 &= 7r^2-96r-28 \\ 0 &= (7r+2)(r-14) \\ 7r+2 &= 0 & r-14 &= 0 \\ 7r &= -2 & r &= 14 \\ r &= -\frac{2}{7} \end{aligned}$$

- Despeja los denominadores multiplicando cada lado de la ecuación por el mcd de las fracciones.
- Simplifica.
- Ésta es una ecuación cuadrática.
- Escribe en forma general la ecuación cuadrática.
- Resuelve por factorización.

La solución $-\frac{2}{7}$ no es posible, dado que la velocidad no puede ser negativa.

La velocidad de la lancha de motor con aguas en calma es 14 mph.



Billy Hustace/Getty Images

EJEMPLO 1

Trabajando juntos, un pintor y el aprendiz pueden pintar una habitación en 4 horas. Trabajando solo, el aprendiz requiere 6 horas más para pintar la habitación de lo que el pintor requiere trabajando solo. ¿Cuánto le lleva al pintor, trabajando solo, pintar la habitación?

Estrategia ▶ Éste es un problema de trabajo.

- ▶ Tiempo para que el pintor pinte la habitación: t
- ▶ Tiempo para que el aprendiz pinte la habitación: $t + 6$

	Velocidad	·	Tiempo	=	Parte
Pintor	$\frac{1}{t}$	·	4	=	$\frac{4}{t}$
Aprendiz	$\frac{1}{t+6}$	·	4	=	$\frac{4}{t+6}$

- ▶ La suma de las partes de la tarea completada debe ser igual a 1.

Solución

$$\begin{aligned} \frac{4}{t} + \frac{4}{t+6} &= 1 \\ t(t+6)\left(\frac{4}{t} + \frac{4}{t+6}\right) &= t(t+6) \cdot 1 \\ (t+6)4 + t(4) &= t(t+6) \\ 4t+24+4t &= t^2+6t \\ 0 &= t^2-2t-24 \\ 0 &= (t-6)(t+4) \\ t-6 &= 0 & t+4 &= 0 \\ t &= 6 & t &= -4 \end{aligned}$$

- Despeja los denominadores multiplicando cada lado de la ecuación por el mcd de las fracciones.
- Simplifica.
- Ésta es una ecuación cuadrática.
- Escribe en forma general la ecuación cuadrática.
- Resuelve por factorización.

La solución $t = -4$ no es posible debido a que el tiempo no puede ser negativo.

Trabajando solo, el pintor requiere 6 horas para pintar la habitación.

Problema 1 El largo de un rectángulo es 3 metros más que el ancho. El área es 40 m^2 . Calcula el ancho.

Solución Revisa la página S28.

➡ Intenta resolver el ejercicio 11, página 546.

11.6 Ejercicios

REVISIÓN DEL CONCEPTO

- Si el largo de un rectángulo es tres veces más del doble del ancho y éste está representado por W , entonces el largo está representado por _____.
- Si a un ducto le lleva 15 minutos más llenar un tanque de lo que le lleva a un segundo ducto, entonces la tasa de trabajo de lo segundo ducto se puede representar por $\frac{1}{t}$ y la tasa de trabajo del primero puede ser representada por _____.
- Si la velocidad de un avión es r y la velocidad del viento es 30 mph, entonces la velocidad del avión volando con viento a favor es $r + 30$, y su velocidad volando con viento en contra es _____.
- Cuando se utiliza la fórmula cuadrática para resolver la ecuación $2 = -16t^2 + 24t + 4$ para t , se sustituye _____ por a en la fórmula cuadrática, _____ por b y _____ por c .

1 Problemas de aplicación (Revisa las páginas 543-545).

PREPÁRATE

- El largo de un rectángulo es 2 pies menos que el doble del ancho. Decimos que w es el ancho del rectángulo.
 - En términos de w , el largo del rectángulo es ____?
 - En términos de w , el área del rectángulo es ____?
 - El área del rectángulo es 84 pies². Utiliza tu respuesta de la parte (b) y el hecho de que el área del rectángulo es 84 pies² para escribir una ecuación que se pueda resolver para calcular el ancho del rectángulo: ____? = ____?.
- a. Resuelve la ecuación que escribiste en la parte (c) del ejercicio 5.

$$\begin{aligned} (2w - 2)w &= 84 \\ \frac{?}{2w^2} - \frac{?}{2w} &= 84 \\ 2w^2 - 2w - 84 &= 0 \end{aligned}$$

$$w^2 - w - 42 = 0$$

$$\begin{aligned} (w - \frac{?}{?})(w + \frac{?}{?}) &= 0 \\ \frac{?}{w} = 0 &\quad \frac{?}{w} = 0 \\ w = \frac{?}{?} &\quad w = \frac{?}{?} \end{aligned}$$

- Utiliza la propiedad distributiva.
- Resta ____? a cada lado de la ecuación.
- Divide entre ____? cada lado de la ecuación.
- Factoriza el lado izquierdo.
- Utiliza la propiedad del producto cero.
- Resuelve para w .

- Geometría** La altura de un triángulo es 2 metros más que el doble del largo de la base. El área del triángulo es 20 metros². Calcula la altura del triángulo y el largo de la base.
- Geometría** El largo de un rectángulo es 4 pies más que el doble del ancho. El área del rectángulo es 60 pies². Calcula el largo y el ancho del rectángulo.

9. **Deportes** El área de la caja de bateo en un campo de béisbol de las grandes ligas es 24 pies². El largo de la misma es 2 pies más que el ancho. Calcula el largo y el ancho de la caja de bateo.
10. **Deportes** El largo de la caja de bateo en un campo de softbol es 1 pie más que el doble del ancho. El área de la misma es 21 pies². Calcula el largo y el ancho de la caja de bateo.
11. **Problema de trabajo** Un tanque tiene dos desagües. El primero requiere 16 minutos más para vaciar el tanque que el segundo. Con ambos desagües abiertos, el tanque se vacía en 6 minutos. ¿Cuánto tiempo le llevaría a cada desagüe, trabajando solo, vaciar el tanque?
12. **Problema de trabajo** Una computadora requiere 21 minutos más que otra para calcular el valor de una expresión compleja. Trabajando juntas, estas computadoras pueden completar el cálculo en 10 minutos. ¿Cuánto tiempo le llevaría a cada computadora, trabajando sola, calcular el valor?
13. **Deportes** El largo de una piscina es el doble del ancho. Su área es 5000 pies². Calcula el largo y el ancho de la piscina.
14. **Deportes** Lee el artículo de la derecha. El antiguo tablero marcador de los Cuernos largos de Texas era un rectángulo con un largo de 30 pies más que su ancho. Calcula el largo y el ancho del tablero marcador.
15. **Transporte** Utilizando un motor de ferry, toma 6 horas más cruzar un canal que cuando se utiliza un segundo motor solo. Con ambos motores en operación, el ferry puede hacer el cruce en 4 horas. ¿Cuánto le llevaría a cada motor, trabajando solo, proporcionarle energía al ferry a través del canal?
16. **Problema de trabajo** Un aprendiz de albañil requiere 8 horas más que un albañil experimentado para construir una pequeña chimenea. Trabajando juntos, pueden construirla en 3 horas. ¿Cuánto tiempo le llevaría al albañil experimentado, trabajando solo, construir la chimenea?
17. **Movimiento uniforme** Un avión pequeño requirió 2 horas más para volar 357 millas con viento en contra de lo que le requirió al avión volar la misma distancia con viento a favor. La velocidad del viento era 25 mph. Calcula la velocidad del avión con viento en calma.
18. **Movimiento uniforme** Una lancha de motor requirió 1 hora más para viajar 36 millas contra la corriente de lo que le llevó viajar 36 millas con la corriente. La velocidad de la corriente era 3 mph. Calcula la velocidad de la lancha en aguas tranquilas.
19. **Movimiento uniforme** Un motociclista viajó 150 millas a una tasa de velocidad constante antes de que ésta disminuyera 15 mph. Viajó otras 35 millas a la velocidad reducida. El tiempo total del viaje de 185 millas fue 4 horas. Calcula la velocidad del motociclista durante las primeras 150 millas.
20. **Movimiento uniforme** Un crucero zarpó a lo largo de un pasaje interior de 20 millas a una velocidad constante antes de incrementarla 15 mph. Viajó otras 75 millas a la velocidad incrementada. El tiempo total del viaje de 95 millas fue 5 horas. Calcula la tasa de velocidad del crucero durante las últimas 75 millas.
21. **Física** Una flecha se proyecta hacia el aire con una velocidad inicial de 48 pies/segundo. ¿En qué tiempo estará la flecha 32 pies por encima del suelo? Utiliza la ecuación $h = 48t - 16t^2$, donde h es la altura, en pies, por encima del suelo en t segundos.
22. **Física** Un cohete modelo es lanzado a una velocidad inicial de 200 pies/segundo. La altura h del cohete t segundos después del lanzamiento está dada por $h = -16t^2 + 200t$. ¿Cuántos segundos después del lanzamiento el cohete estará 300 pies por encima del suelo? Redondea a la centésima más cercana.



Copyright © Robert Brenner/Photo Edit

En las noticias

Tablero marcador largo para los Cuernos largos de Texas

Los Cuernos largos de la Universidad de Texas han sustituido el antiguo tablero marcador de su estadio, de 2800 pies cuadrados, con un nuevo tablero de 7370 pies cuadrados diseñado y construido por Daktronics Inc., una empresa local.

fuentes: Business Wire,
www.engadget.com

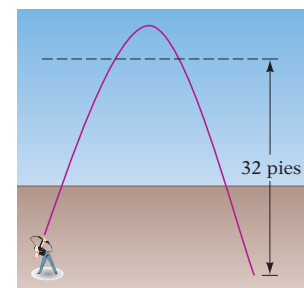
Con viento en contra: $r - 25$

375 millas

Con viento a favor: $r + 25$



Ljupco Smolkovski/Shutterstock.com



- 23. Botánica** Los botánicos han determinado que algunas especies de hierba mala crecen con un patrón circular. Para una de esas hierbas, el área de crecimiento A , en metros cuadrados, se puede aproximar por $A(t) = 0.005\pi t^2$, donde t es el tiempo en días después de que el crecimiento de esa hierba mala se pueda observar primero. ¿Cuántos días después de que se observe por primera vez el crecimiento de esa hierba mala cubrirá un área de 10 millas²? Redondea al número entero más cercano.
- 24. Física** La energía cinética de un cuerpo en movimiento está dada por $E = \frac{1}{2}mv^2$, donde E es la energía cinética, m la masa y v la velocidad en metros por segundo. ¿Cuál es la velocidad de un cuerpo en movimiento cuya masa es 5 kilos y cuya energía cinética es 250 newton-metro?
- 25. Demografía** Revisa el recorte de noticias de la derecha. Aproxima el año en el cual habría 50 millones de personas de 65 o más años de edad en Estados Unidos. Utiliza la ecuación $y = 0.03x^2 + 0.36x + 34.6$, donde y es la población, en millones, en el año x , donde $x = 0$ corresponde al año 2000.
- 26. Deportes** Un jugador de basquetbol lanza a una canasta a 25 pies de distancia. La altura h , en pies, del balón por encima del suelo en el tiempo t , en segundos, está dada por $h = -16t^2 + 32t + 6.5$. ¿Cuántos segundos después de soltar el balón llega a la canasta? Redondea a la centésima más cercana. (*Pista:* cuando llega a la canasta, $h = 10$ pies.)
- 27. Deportes** En un juego de softbol de lanzamiento lento, la altura de la pelota lanzada por un pitcher se puede modelar por la ecuación $h = -16t^2 + 24t + 4$, donde h es la altura de la pelota en pies y t el tiempo, en segundos, desde que el pitcher la lanzó. Si el bateador le pega a la pelota cuando está a 2 pies del suelo, ¿cuántos segundos ha estado en el aire la pelota?
- 28. Alzheimer** Revisa el recorte de noticias de la derecha. Encuentra el año en el cual se espera que 15 millones de estadounidenses padezcan Alzheimer. Utiliza la ecuación $y = 0.002x^2 + 0.05x + 2$, donde y es la población con Alzheimer, en millones, en el año x , y $x = 0$ corresponde al año 1980.
- 29. Deportes** El tiempo de suspensión de un balón de fútbol pateado en la patada inicial está dado por $s = -16t^2 + 88t + 11$, donde s es la altura, en pies, del balón de fútbol t segundos después de salir del pie del pateador. ¿Cuál es el tiempo de suspensión de la patada inicial que cae al suelo sin que la atrapen? Redondea a la décima más cercana.
- 30. Internet** Revisa el recorte de noticias de la derecha. Encuentra el año en el cual el tráfico del consumidor en Internet llegará a 55 millones de terabytes por mes. Utiliza la ecuación $y = 0.932x^2 - 12.6x + 49.4$, donde y es el tráfico de consumidores en Internet en millones de terabytes por mes y x el año, donde $x = 10$ corresponde al año 2010.



Resuelve los ejercicios 31 y 32 sin escribir y resolver una ecuación. Utiliza esta situación: un pequeño ducto requiere 12 minutos más para llenar un tanque que un ducto más grande. Trabajando juntos, los ductos pueden llenar el tanque en 4 minutos.

- 31.** ¿Verdadero o falso? La cantidad de tiempo que requiere el ducto más grande para llenar el tanque es menos de 4 minutos.
- 32.** ¿Verdadero o falso? La cantidad de tiempo que requiere el ducto pequeño para llenar el tanque es mayor de 16 minutos.



Malgorzata Kistyn/Shutterstock.com

En las noticias

La generación de la posguerra cumple 65 años

Para la época en que el último niño de la generación de la posguerra cumpla 65 años, la población de personas de 65 o más años de edad habrá aumentado a más del doble, de 35 a 71 millones.

Fuente: Oficina del censo

En las noticias

Los diagnósticos de Alzheimer aumentan

A medida que aumenta la población de adultos mayores, también lo hará el número de personas diagnosticadas con Alzheimer, la enfermedad que padeció el ex presidente Ronald Reagan durante los últimos diez años de su vida.

Fuente: The Alzheimer's Association

En las noticias

72 millones de años de video

La transmisión de video por Internet está aumentando tan rápidamente que usted necesitará 72 millones de años para ver el contenido de video que se transmitirá en 1 año. El tráfico total del consumidor en Internet está proyectado para llegar a 55 millones de terabytes por mes antes de 2015, y más de 90% de ese tráfico será contenido de video.

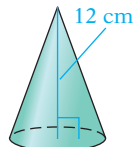
Fuente: businessweek.com

APLICACIÓN DE CONCEPTOS

33. **Geometría** La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide $\sqrt{13}$ cm. Un cateto es 1 cm más corto que dos veces el largo del otro cateto. Calcula los largos de los catetos del triángulo rectángulo.

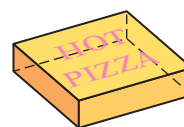
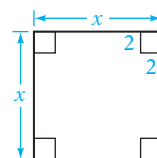
34. **Problema de números enteros** La suma de los cuadrados de cuatro números enteros consecutivos es 86. Encuentra los cuatro números enteros.

35. **Geometría** Calcula el radio de un cono circular recto que tiene un volumen de 800 cm^3 y una altura de 12 cm. Redondea a la centésima más cercana.



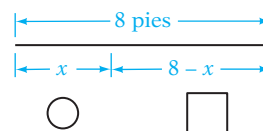
36. **Industria alimentaria** El radio de una pizza grande es 1 pulg menos que el doble del radio de una pizza pequeña. La diferencia entre las áreas de las dos pizzas es $33\pi \text{ pulg}^2$. Calcula el radio de la pizza grande.

37. **Industria alimentaria** Una pieza de cartón cuadrada se transforma en una caja para transportar pizzas. La caja se forma cortando las esquinas de 2 pulg^2 de cartón y doblándolas como se muestra en la figura de la derecha. Si el volumen de la caja es 512 pulg^3 , ¿cuáles son las dimensiones del cartón?

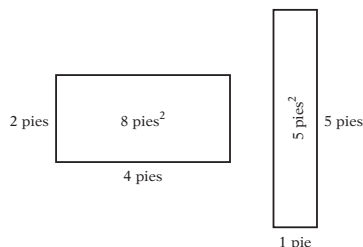


PROYECTOS O ACTIVIDADES EN EQUIPO

38. **Metalurgia** Un alambre de 8 pies de largo es cortado en dos trozos. Se forma un círculo con un trozo y un cuadrado con el otro. El área total de ambas figuras está dada por $A = \frac{1}{16}(8 - x)^2 + \frac{x^2}{4\pi}$. ¿Cuál es el largo de cada trozo de alambre si el área total es 4.5 pies^2 ? Redondea a la milésima más cercana.



39. **Geometría** Considera los dos rectángulos que se muestran a continuación. Ambos rectángulos tienen el mismo perímetro, pero sus áreas son diferentes.



- Utilizando L para el largo y W para el ancho, escribe la fórmula del perímetro de un rectángulo cuyo perímetro es 12 pies.
- Utilizando A para el área, L para el largo y W para el ancho, escribe la fórmula del área de un rectángulo.
- Resuelve para L la fórmula en la parte (a). Sustituye tu expresión para L en la fórmula en la parte (b). Después simplifica.
- La fórmula que escribiste en la parte (c) proporciona el área de un rectángulo en términos del ancho. Experimenta con esta fórmula hasta que encuentres las dimensiones del rectángulo de perímetro 12 pies que tiene el área más grande.

CAPÍTULO 11 Resumen

Términos clave

Una **ecuación cuadrática** es aquella que se puede escribir en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$. También se llama **ecuación de segundo grado**.

Una ecuación cuadrática está en **forma general** cuando el polinomio está en orden descendente y es igual a cero.

Sumar a un binomio el término constante que hace que sea un trinomio cuadrado perfecto se llama **completar el cuadrado**.

Un **número complejo** es aquel que se puede escribir en la forma $a + bi$, donde a y b son números reales y $i = \sqrt{-1}$. La forma $a + bi$ es la **forma entera de un número complejo**. Para el número complejo $a + bi$, a es la **parte real** del mismo y b su **parte imaginaria**.

Los números complejos $a + bi$ y $a - bi$ se llaman **conjugados** uno del otro.

Una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ es una **ecuación cuadrática con dos variables**. Para esas ecuaciones, y es una función de x y podemos escribir $f(x) = ax^2 + bx + c$. Esta ecuación representa una **función cuadrática**. La gráfica de $y = ax^2 + bx + c$ o $f(x) = ax^2 + bx + c$ es una **parábola**. Cada parábola tiene un **eje de simetría** y un **vértice** que está en dicho eje. Si $a > 0$, la parábola abre hacia arriba y el vértice es el punto más bajo en la gráfica. Si $a < 0$, la parábola abre hacia abajo y el vértice es el punto más alto en la gráfica.

Objetivo y página de referencia

[11.1.1, p. 504]

[11.1.1, p. 504]

[11.2.1, p. 511]

[11.4.1, pp. 523–524]

[11.4.3, p. 526]

[11.5.1, pp. 536–538]

Ejemplos

La ecuación $4x^2 - 3x + 6 = 0$ es una ecuación cuadrática. En esta ecuación, $a = 4$, $b = -3$ y $c = 6$.

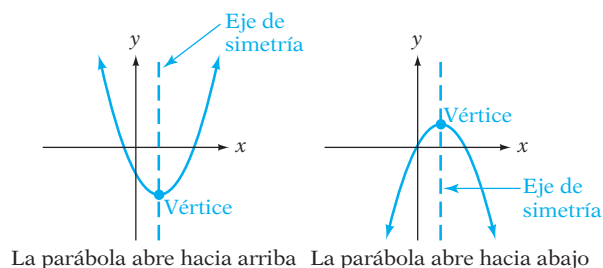
La ecuación cuadrática $5x^2 + 3x - 1 = 0$ está en forma general.

La suma a $x^2 - 6x$ del término constante 9 resulta en un trinomio cuadrado perfecto: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)(x - 3) = (x - 3)^2$

$5 + 2i$ es un número complejo. 5 es su parte real y 2 su parte imaginaria.

$4 + 3i$ y $4 - 3i$ son conjugados.
 $6 - 8i$ y $6 + 8i$ son conjugados.

$y = 2x^2 - 4x + 3$ es una ecuación cuadrática con dos variables. $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ es la misma ecuación escrita en notación de función.



Reglas y procedimientos esenciales

Solución de una ecuación cuadrática por factorización

Escribe la ecuación en forma general, factoriza su lado izquierdo, aplica el principio del producto cero y resuelve para la variable.

Objetivo y página de referencia

[11.1.1, p. 504]

Ejemplos

$$\begin{aligned} x^2 + 2x &= 15 \\ x^2 + 2x - 15 &= 0 \\ (x - 3)(x + 5) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 3 &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 5 &= 0 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

Principio de obtener la raíz cuadrada de cada lado de la ecuación

Si $x^2 = a$, entonces $x = \pm\sqrt{a}$.

Este principio se utiliza para resolver ecuaciones cuadráticas al obtener las raíces cuadradas.

Completando el cuadrado

Suma a un binomio el término constante que hace un trinomio cuadrado perfecto.

$$\left(\frac{1}{2} \text{ coeficiente de } x\right)^2 = \text{término constante}$$

Resolver una ecuación cuadrática completando el cuadrado

1. Escribe la ecuación en la forma $x^2 + bx = c$.
2. Suma a cada lado de la ecuación el término que completa el cuadrado de $x^2 + bx$.
3. Factoriza el trinomio cuadrado perfecto. Escríbelo como el cuadrado de un binomio.
4. Obtén la raíz cuadrada de cada lado de la ecuación.
5. Resuelve para x .

La fórmula cuadrática

Las soluciones son $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$,

$$\text{son } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Raíz cuadrada principal de un número negativo

Si a es un número real positivo, entonces la **raíz cuadrada principal de a negativa** es el número imaginario $i\sqrt{a}$: $\sqrt{-a} = i\sqrt{a}$. El número $i\sqrt{a}$ se llama un **número imaginario**. Cuando $a = 1$, tenemos $\sqrt{-1} = i$.

Suma y resta de números complejos

Para sumar dos números complejos, suma las partes reales y las partes imaginarias. Para restar dos números complejos, resta las partes reales y las partes imaginarias.

Multiplicación de números complejos

El producto de dos números complejos de la forma $a + bi$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, puede encontrarse por el método PEIU y el hecho de que $i^2 = -1$.

[11.1.2, p. 506]

$$\begin{aligned} 3x^2 - 48 &= 0 \\ 3x^2 &= 48 \\ x^2 &= 16 \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{16} \\ x &= \pm\sqrt{16} \\ x &= \pm 4 \end{aligned}$$

[11.2.1, p. 511]

Completa los cuadrados de $x^2 + 12x$.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right)^2 &= 36 \\ x^2 + 12x + 36 \end{aligned}$$

[11.2.1, p. 512]

$$\begin{aligned} x^2 + 6x &= 5 \\ x^2 + 6x + 9 &= 5 + 9 \\ (x + 3)^2 &= 14 \\ \sqrt{(x + 3)^2} &= \sqrt{14} \\ x + 3 &= \pm\sqrt{14} \\ x &= -3 \pm \sqrt{14} \end{aligned}$$

[11.3.1, p. 518]

$$\begin{aligned} 3x^2 &= x + 5 \\ 3x^2 - x - 5 &= 0 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(3)(-5)}}{2(3)} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 60}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{6} \end{aligned}$$

[11.4.1, p. 523]

$$\sqrt{-8} = i\sqrt{8} = 2i\sqrt{2}$$

[11.4.2, p. 525]

$$\begin{aligned} (3 + 5i) + (2 + 4i) &= (3 + 2) + (5 + 4)i \\ &= 5 + 9i \\ (5 + 2i) - (8 + 4i) &= (5 - 8) + (2 - 4)i \\ &= -3 - 2i \end{aligned}$$

[11.4.3, p. 526]

$$\begin{aligned} (2 - 3i)(5 + 4i) &= 10 + 8i - 15i - 12i^2 \\ &= 10 - 7i - 12(-1) \\ &= 22 - 7i \end{aligned}$$

Producto de conjugados complejos

El producto de un número complejo y su conjugado es un número real.

$$(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

División de números complejos

Para dividir un número complejo entre un número imaginario, multiplica por i el numerador y el denominador.

Para simplificar el cociente de dos números complejos, multiplica el numerador y el denominador por el conjugado del número complejo en el denominador.

Graficar una ecuación cuadrática con dos variables

Encuentra varias soluciones de la ecuación. Grafica las soluciones representadas por los pares ordenados en un sistema de coordenadas rectangulares. Traza una parábola a través de los puntos.

Para encontrar las intersecciones con el eje x de la gráfica de una parábola, sea $y = 0$ y resuelve para x . Las intersecciones con el eje x de la gráfica de la derecha son $(-1, 0)$ y $(2, 0)$. Para encontrar la intersección con el eje y , sea $x = 0$ y resuelve para y . La intersección con el eje y de la gráfica de la derecha es $(0, -2)$.

[11.4.3, p. 527]

$$\begin{aligned}(3 + 5i)(3 - 5i) &= 3^2 + 5^2 \\ &= 9 + 25 \\ &= 34\end{aligned}$$

[11.4.4, pp. 527–528]

$$\frac{5}{i} = \frac{5}{i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{5i}{i^2} = \frac{5i}{-1} = -5i$$

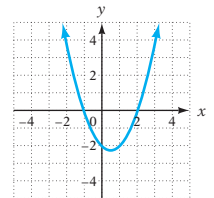
[11.5.1, pp. 536–537]

$$\begin{aligned}\frac{1 + 2i}{1 + i} &= \frac{1 + 2i}{1 + i} \cdot \frac{1 - i}{1 - i} = \frac{1 + i - 2i^2}{1^2 + 1^2} \\ &= \frac{1 + i - 2(-1)}{1 + 1} = \frac{3 + i}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\end{aligned}$$

[11.5.1, p. 537]

$$y = x^2 - x - 2$$

x	y
0	-2
1	-2
-1	0
2	0
-2	4
3	4



CAPÍTULO 11 Ejercicios de repaso

1. Resuelve: $b^2 - 16 = 0$

2. Resuelve: $x^2 - x - 3 = 0$

3. Resuelve: $x^2 - 3x - 5 = 0$

4. Resuelve: $49x^2 = 25$

5. Grafica: $y = -\frac{1}{4}x^2$

6. Grafica: $y = -3x^2$

7. Simplifica: $3\sqrt{-28}$

8. Resuelve: $6x(x + 1) = x - 1$

9. Resuelve: $4y^2 + 9 = 0$

10. Resuelve: $5x^2 + 20x + 12 = 0$

11. Suma: $(-4 + i) + (6 - 5i)$

12. Resuelve: $x^2 - x = 30$

13. Resuelve: $6x^2 + 13x - 28 = 0$

14. Resuelve: $x^2 = 40$

15. Resta: $(-1 + 2i) - (2 - 3i)$

16. Resuelve: $x^2 - 2x - 10 = 0$

17. Resuelve: $x^2 - 12x + 27 = 0$

18. Resuelve: $(x - 7)^2 = 81$

19. Grafica: $y = 2x^2 + 1$

20. Grafica: $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

21. Resuelve: $(y + 4)^2 - 25 = 0$

22. Resuelve: $4x^2 + 16x = 7$

23. Resuelve: $24x^2 + 34x + 5 = 0$

24. Resuelve: $x^2 = 4x - 8$

25. Multiplica: $4i(3 - 5i)$

26. Resuelve: $25(2x^2 - 2x + 1) = (x + 3)^2$

27. Resuelve: $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

28. Multiplica: $(-2 + 4i)(3 - i)$

29. Resuelve: $x^2 + 7x = 3$

30. Resuelve: $12x^2 + 10 = 29x$

31. Resuelve: $4(x - 3)^2 = 20$

32. Resuelve: $x^2 + 8x - 3 = 0$

33. Grafica: $y = x^2 - 3x$

34. Grafica: $y = x^2 - 4x + 3$

35. Resuelve: $(x + 9)^2 = x + 11$

36. Simplifica: $\frac{3 - i}{2 - 4i}$

37. Resuelve: $x^2 + 6x + 12 = 0$

38. Resuelve: $x^2 + 6x - 2 = 0$

39. Resuelve: $18x^2 - 52x = 6$

40. Resuelve: $2x^2 + 5x = 1$

41. Grafica: $y = -x^2 + 4x - 5$

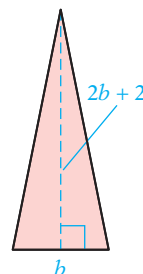
42. Simplifica: $\frac{2 - 6i}{2i}$

43. Resuelve: $2x^2 + 5 = 7x$

44. Grafica: $y = 4 - x^2$

45. **Movimiento uniforme** Un globo aerostático requirió 1 hora más para volar 60 millas con viento en contra de lo que requirió volar 60 millas con viento a favor. La velocidad del viento era 5 mph. Calcula la velocidad del globo aerostático con viento en calma.

46. **Geometría** La altura de un triángulo es 2 m más que el doble del largo de la base. El área del triángulo es 20 m^2 . Calcula la altura del triángulo y el largo de la base.



47. **Viajes** En Alemania no hay límite de velocidad en algunos tramos de la autobahn (autopista). Otros tramos tienen un límite de velocidad de 180 km/h (aproximadamente 112 mph). La distancia d (en metros) requerida para que se detenga un automóvil que viaja a v km por hora es $d = 0.0056v^2 + 0.14v$. ¿Cuál es la velocidad máxima a la cual un conductor puede viajar y todavía detenerse dentro de 150 metros? Redondea a la décima más cercana.



Sistema alemán de autopistas

48. **Movimiento uniforme** En 5 horas, dos excursionistas remaron 12 millas río abajo y después de regreso a su campamento. La velocidad de la corriente del río era 1 mph. Calcula de velocidad de la lancha en aguas en calma.
49. **Física** Un objeto es lanzado al aire con una velocidad inicial de 32 pies/s. ¿En qué momento el objeto estará 12 pies por encima del suelo? Utiliza la ecuación $h = 32t - 16t^2$, donde h es la altura, en pies, por encima del suelo después de t segundos.
50. **Problema de trabajo** Un pequeño desagüe requiere 8 horas más para vaciar un tanque que un desagüe más grande. Trabajando juntos, pueden vaciar el tanque en 3 horas. ¿Cuánto tiempo le llevaría a cada desagüe, trabajando solo, vaciar el tanque?

CAPÍTULO 11 Examen

1. Resuelve: $3(x + 4)^2 - 60 = 0$
2. Resuelve: $2x^2 + 8x = 3$
3. Resuelve: $3x^2 + 7x = 20$
4. Simplifica: $4\sqrt{-45}$
5. Resuelve: $x^2 + 4x - 16 = 0$
6. Grafica: $y = x^2 + 2x - 4$
7. Resuelve: $x^2 + 4x + 2 = 0$
8. Resta: $(-5 + 6i) - (3 - 7i)$
9. Resuelve: $2x^2 - 5x - 3 = 0$
10. Resuelve: $2x^2 - 6x + 1 = 0$
11. Multiplica: $6i(5 - 4i)$
12. Resuelve: $2(x - 5)^2 = 36$
13. Resuelve: $x^2 - 6x - 5 = 0$
14. Multiplica: $(-5 + 2i)(4 - i)$

15. Resuelve: $x^2 - 5x = 2$

16. Resuelve: $6x^2 - 17x = -5$

17. Resuelve: $x^2 + 3x - 7 = 0$

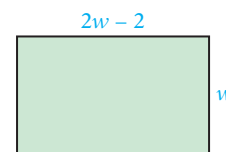
18. Simplifica: $\frac{3-i}{2i}$

19. Resuelve: $x^2 - 8x + 17 = 0$

20. Grafica: $y = x^2 - 2x - 3$

21. Simplifica: $\frac{4-2i}{1-i}$

22. **Geometría** El largo de un rectángulo es 2 pies menos que el doble del ancho. El área del rectángulo es 40 pies². Calcula el largo y el ancho del rectángulo.



23. **Movimiento uniforme** Una lancha de motor requirió 1 hora más para viajar 60 millas contra la corriente de lo que requirió para avanzar 60 millas con la corriente. La velocidad de la corriente era 1 mph. Calcula la velocidad de la lancha en aguas en calma.
24. **Problema de números enteros** La suma de los cuadrados de tres números enteros impares consecutivos es 83. Encuentra el segundo número entero impar.
25. **Movimiento uniforme** Un corredor recorrió 7 millas a una velocidad constante y después la redujo 3 mph. Corrió 8 millas adicionales a la velocidad reducida. El tiempo total que transcurrió corriendo las 15 millas fue 3 horas. Calcula la velocidad de las últimas 8 millas.

Ejercicios de repaso acumulativos

1. Simplifica: $2x - 3[2x - 4(3 - 2x) + 2] - 3$

2. Resuelve: $-\frac{3}{5}x = -\frac{9}{10}$

3. Resuelve: $2x - 3(4x - 5) = -3x - 6$

4. Resuelve: $2x - 3(2 - 3x) > 2x - 5$

5. Encuentra las intersecciones con el eje x y el eje y de la recta $4x - 3y = 12$.

6. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(-3, 2)$ y su pendiente $-\frac{4}{3}$.

7. Encuentra el dominio y el rango de la relación $\{(-2, -8), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 8)\}$.
¿La relación es una función?

8. Evalúa $f(x) = -3x + 10$ at $x = -9$.

9. Grafica: $y = \frac{1}{4}x - 2$

10. Grafica el conjunto solución $2x - 3y > 6$.

11. Resuelve por sustitución: $3x - y = 5$
 $y = 2x - 3$

12. Resuelve por suma y resta: $3x + 2y = 2$
 $5x - 2y = 14$

13. Simplifica: $\frac{(2a^{-2}b)^2}{-3a^{-5}b^4}$

14. Divide: $(x^2 - 8) \div (x - 2)$

15. Factoriza: $4y(x - 4) - 3(x - 4)$

16. Factoriza: $3x^3 + 2x^2 - 8x$

17. Divide: $\frac{3x^2 - 6x}{4x - 6} \div \frac{2x^2 + x - 6}{6x^2 - 24x}$

18. Resta: $\frac{x}{2(x - 1)} - \frac{1}{(x - 1)(x + 1)}$

19. Simplifica: $\frac{1 - \frac{7}{x} + \frac{12}{x^2}}{2 - \frac{1}{x} - \frac{15}{x^2}}$

20. Resuelve: $\frac{x}{x + 6} = \frac{3}{x}$

21. Multiplica: $(\sqrt{a} - \sqrt{2})(\sqrt{a} + \sqrt{2})$

22. Resuelve: $3 = 8 - \sqrt{5x}$

23. Resuelve: $2x^2 - 7x = -3$

24. Resuelve: $3(x - 2)^2 = 36$

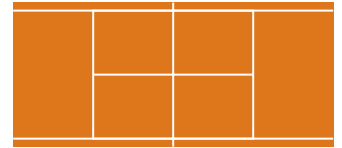
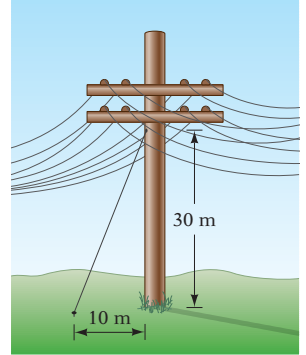
25. Resuelve: $3x^2 - 4x - 5 = 0$

26. Grafica: $y = x^2 - 3x - 2$

27. **Impuestos** En cierto estado, el impuesto sobre ventas es $\frac{1}{4}\%$. El impuesto sobre ventas de libros de texto de química es \$5.22. Calcula el costo del libro de texto antes de agregar el impuesto.

28. **Problema de mezcla** Calcula el costo por libra de una mezcla de 20 libras de nuez que cuesta \$7 por libra y 50 libras de cacahuete que cuesta \$3.50 por libra.

29. **Inversiones** Una inversión de capital de 100 acciones pagó un dividendo de \$215. A esta tasa, ¿cuántas acciones adicionales se requieren para ganar un dividendo de \$752.50?
30. **Movimiento uniforme** Un viaje de 720 millas de una ciudad a otra requiere 3 horas cuando un avión vuela con viento a favor. El viaje de regreso, con viento en contra, requiere 4.5 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.
31. **Calificaciones de exámenes** Un estudiante obtuvo una calificación de 70, una de 91, una de 85 y una de 77 en cuatro exámenes en una clase de matemáticas. ¿Qué calificaciones en el quinto examen permitirán que el estudiante obtenga un mínimo de 400 puntos?
32. **Mallas de alambre** Una malla de alambre se une a un punto 30 metros por encima del suelo en un poste de teléfono que es perpendicular al suelo. El alambre está anclado en un punto a 10 metros de la base del poste. Calcula la longitud de la malla. Redondea a la centésima más cercana.
33. **Deportes** El largo de una cancha de tenis para dos jugadores es 24 pies más que el doble del ancho. El área es 2106 pies^2 . Calcula el largo y el ancho de la cancha de tenis.



Examen final

1. Evalúa: $-|-3|$

2. Resta: $-15 - (-12) - 3$

3. Escribe $\frac{1}{8}$ como un porcentaje.

4. Simplifica: $-2^4 \cdot (-2)^4$

5. Simplifica: $-7 - \frac{12 - 15}{2 - (-1)} \cdot (-4)$

6. Evalúa $\frac{a^2 - 3b}{2a - 2b^2}$ cuando $a = 3$ y $b = -2$.

7. Simplifica: $6x - (-4y) - (-3x) + 2y$

8. Multiplica: $(-15z)\left(-\frac{2}{5}\right)$

9. Simplifica: $-2[5 - 3(2x - 7) - 2x]$

10. Resuelve: $20 = -\frac{2}{5}x$

11. Resuelve: $4 - 2(3x + 1) = 3(2 - x) + 5$

12. Calcula 19% de 80.

13. Resuelve: $4 - x \geq 7$

14. Resuelve: $2 - 2(y - 1) \leq 2y - 6$

15. Calcula la pendiente de la recta que contiene los puntos cuyas coordenadas son $(-1, -3)$ y $(2, -1)$.

16. Encuentra la ecuación de la recta que contiene el punto cuyas coordenadas son $(3, -4)$ y pendiente $-\frac{2}{3}$.

17. Grafica la recta con pendiente $-\frac{1}{2}$ e intersección con el eje y $(0, -3)$.

18. Grafica: $f(x) = \frac{2}{3}x - 4$

19. Encuentra el rango de la función dada por la ecuación $f(x) = -x + 5$ si el dominio es $\{-6, -3, 0, 3, 6\}$.

20. Grafica el conjunto solución $3x - 2y \geq 6$.

21. Resuelve por sustitución: $y = 4x - 7$
 $y = 2x + 5$

22. Resuelve por suma y resta: $4x - 3y = 11$
 $2x + 5y = -1$

23. Resta: $(2x^2 - 5x + 1) - (5x^2 - 2x - 7)$

24. Simplifica: $(-3xy^3)^4$

25. Multiplica: $(3x^2 - x - 2)(2x + 3)$

26. Simplifica: $\frac{(-2x^2y^3)^3}{(-4x^{-1}y^4)^2}$

27. Simplifica: $(4x^{-2}y)^3(2xy^{-2})^{-2}$

28. Divide: $\frac{12x^3y^2 - 16x^2y^2 - 20y^2}{4xy^2}$

29. Divide: $(5x^2 - 2x - 1) \div (x + 2)$

30. Escribe en notación científica 0.000000039.

31. Factoriza: $2a(4 - x) - 6(x - 4)$

32. Factoriza: $x^2 - 5x - 6$

33. Factoriza: $2x^2 - x - 3$

34. Factoriza: $6x^2 - 5x - 6$

35. Factoriza: $8x^3 - 28x^2 + 12x$

36. Factoriza: $25x^2 - 16$

37. Factoriza: $75y - 12x^2y$

38. Resuelve: $2x^2 = 7x - 3$

39. Multiplica: $\frac{2x^2 - 3x + 1}{4x^2 - 2x} \cdot \frac{4x^2 + 4x}{x^2 - 2x + 1}$

41. Simplifica: $\frac{x - \frac{3}{2x-1}}{1 - \frac{2}{2x-1}}$

43. Resuelve $a = 3a - 2b$ para a .

45. Suma: $2\sqrt{27a} + 8\sqrt{48a}$

47. Resuelve: $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1$

49. Resuelve: $4x^2 - 2x - 1 = 0$

51. Convierte y simplifica “la suma de dos veces un número y tres veces la diferencia entre el número y dos”.

52. **Depreciación** Debido a la depreciación, el valor de una máquina para oficina es ahora \$2400. Esto es 80% de su valor original. Calcula el valor original de la máquina.

53. **Medicina** La dosis recomendada (d) de un medicamento para niños varía directamente con el peso del niño en libras (w). La dosis apropiada para un niño que pesa 36 libras es 16 mg. Calcula la dosis correcta para un niño que pesa 45 libras.

54. **Geometría** La medida de un ángulo de un triángulo es 10° más que la medida del segundo ángulo. La medida del tercer ángulo es 10° más que la medida del primer ángulo. Calcula la medida de cada ángulo del triángulo.

55. **Margen de utilidad** El costo de una impresora láser para el fabricante es \$900. Él la vende en \$1485. Calcula el margen de utilidad.

56. **Inversiones** Se realiza una inversión de \$3000 a una tasa de interés simple anual de 8%. ¿Cuánto dinero adicional se debe invertir al 11% de manera que el interés total ganado sea 10% de la inversión total?

57. **Mezclas de alimentos** Un abarrotero mezcla 4 libras de cacahuates que cuestan \$2 por libra con 2 libras de nueces que cuestan \$5 por libra. ¿Cuál es el costo por libra de la mezcla resultante?

58. **Problema de mezcla** Un farmacéutico mezcla 20 litros de una solución de ácido al 60% con 30 litros de una solución de ácido al 20%. ¿Cuál es el porcentaje de concentración de ácido en la mezcla resultante?

59. **Movimiento uniforme** Un pequeño avión voló a una velocidad constante durante 1 hora. El piloto duplicó después la velocidad. Se volaron 1.5 horas adicionales a la velocidad incrementada. Si todo el vuelo fue de 860 km, ¿qué tan lejos viajó el avión durante la primera hora?

60. **Movimiento uniforme** Con la corriente, una lancha de motor recorre 50 millas en 2.5 horas. Contra la corriente, requiere del doble de tiempo recorrer la misma distancia. Calcula la velocidad de la lancha en aguas en calma y la velocidad de la corriente.

40. Resta: $\frac{5}{x+3} - \frac{3x}{2x-5}$

42. Resuelve: $\frac{5x}{3x-5} - 3 = \frac{7}{3x-5}$

44. Simplifica: $\sqrt{49x^6}$

46. Simplifica: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2}$

48. Resuelve: $(x-3)^2 = 7$

50. Grafica: $y = x^2 - 4x + 3$

61. **Geometría** El largo de un rectángulo es 5 m más que el ancho. El área del rectángulo es 50 m^2 . Calcula las dimensiones del rectángulo.
62. **Pintura** Una fórmula de pintura requiere 2 oz de tinte por cada 15 oz de pintura base. ¿Cuántas onzas de tinte se requieren para 120 oz de pintura base?
63. **Problema de trabajo** Un chef requiere 1 hora para preparar una cena. El aprendiz de chef puede preparar la misma cena en 1.5 horas. ¿Cuánto les llevaría al chef y al aprendiz, si trabajan juntos, preparar la cena?
64. **Geometría** La hipotenusa de un triángulo recto mide 14 cm. Uno de sus lados mide 8 cm. Calcula el largo del otro lado del triángulo. Redondea a la décima más cercana.
65. **Movimiento uniforme** Un avión requirió $\frac{1}{2}$ h más en volar 500 millas con viento en contra de lo que le requirió volar la misma distancia con viento a favor. La velocidad del avión con viento en calma es 225 mph. Calcula la velocidad del viento.

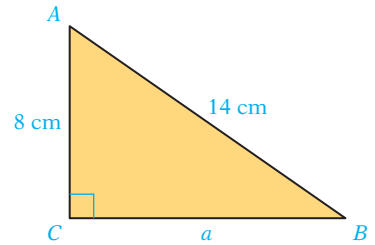


Tabla de propiedades

APÉNDICE

Propiedades de los números reales

Propiedad asociativa de la suma

Si a , b y c son números reales, entonces
 $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Propiedad conmutativa de la suma

Si a y b son números reales, entonces $a + b = b + a$.

Propiedad del neutro aditivo

Si a es un número real, entonces $a + 0 = 0 + a = a$.

Propiedad de la multiplicación por cero

Si a es un número real, entonces $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

Propiedad del inverso aditivo

Si a es un número real, entonces
 $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Propiedad asociativa de la multiplicación

Si a , b y c son números reales, entonces
 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Propiedad conmutativa de la multiplicación

Si a y b son números reales, entonces $a \cdot b = b \cdot a$.

Propiedad del neutro multiplicativo

Si a es un número real, entonces $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

Propiedad del inverso multiplicativo

Si a es un número real y $a \neq 0$, entonces

$$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1.$$

Propiedad distributiva

Si a , b y c son números reales, entonces
 $a(b + c) = ab + ac$ o $(b + c)a = ba + ca$.

Propiedades de las ecuaciones

Propiedad aditiva o de la suma de las ecuaciones

El mismo número o término variable puede añadirse a cada lado de una ecuación sin cambiar la solución de la misma.

Propiedad multiplicativa o de la multiplicación de las ecuaciones

Cada lado de una ecuación puede ser multiplicado por un mismo número distinto de cero sin cambiar la solución de la ecuación.

Propiedades de las desigualdades

Propiedad aditiva o de la suma de las desigualdades

Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$.

Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.

Propiedad multiplicativa o de la multiplicación de las desigualdades

Si $a > b$ y $c > 0$, entonces $ac > bc$.

Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.

Si $a > b$ y $c < 0$, entonces $ac < bc$.

Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.

Propiedades de los exponentes

Si m y n son números enteros, entonces $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

Si m y n son números enteros, entonces $(x^m)^n = x^{mn}$.

Si $x \neq 0$, entonces $x^0 = 1$.

Si m y n son números enteros y $x \neq 0$, entonces

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}.$$

Si m , n y p son números enteros, entonces

$$(x^m \cdot y^n)^p = x^{mp} y^{np}.$$

Si n es un número entero positivo y $x \neq 0$, entonces

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} \text{ y } \frac{1}{x^{-n}} = x^n.$$

Si m , n y p son números enteros y $y \neq 0$, entonces

$$\left(\frac{x^m}{y^n}\right)^p = \frac{x^{mp}}{y^{np}}.$$

Propiedad del producto cero

Si $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

Propiedades de las expresiones radicales

Si a y b son números reales positivos, entonces

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}.$$

Si a y b son números reales positivos, entonces

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}.$$

Propiedad de elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación

Si a y b son números reales y $a = b$, entonces $a^2 = b^2$.

Guía para el teclado de la TI-83 Plus y de la TI-84 Plus

APÉNDICE

Operaciones básicas

Toma nota

Las descripciones en los márgenes (por ejemplo, las Operaciones básicas y las Funciones de evaluación) son las mismas que aquellas utilizadas en el texto y están organizadas en orden alfabético.

Los cálculos numéricos se realizan en la pantalla de inicio **home screen**. Siempre se puede volver a la pantalla de inicio pulsando **2ND** **QUIT**. Oprimir **CLEAR** borra la pantalla de inicio.

Para evaluar la expresión $-2(3 + 5) - 8 \div 4$, utiliza las siguientes secuencia de teclado.

(-) **2** **(** **3** **+** **5** **)** **-** **8** **÷** **4** **ENTER**

Nota: Existe una diferencia entre la tecla que introduce un número negativo, **(-)**, y la tecla de resta, **-**. Dichas teclas no puedes utilizarlas de manera intercambiable.

La tecla **2ND** se utiliza para acceder a los comandos de escritura azul sobre la tecla. Por ejemplo, para evaluar la $\sqrt{49}$, presiona **2ND** $\sqrt{}$ **49** **)** **ENTER**.

La tecla **ALPHA** se utiliza para colocar una letra en la pantalla. La razón para realizar esto es almacenar el valor de una variable. Las teclas siguientes dan a A un valor de 5.

5 **STO** **→** **ALPHA** **A** **ENTER**

Este valor está disponible en los cálculos. Por ejemplo, podemos determinar el valor de $3a^2$ utilizando las siguientes teclas: **3** **ALPHA** **A** **x^2**. Para mostrar el valor de la variable en la pantalla, presiona **2ND** **RCL** **ALPHA** **A**.

Nota: Cuando utilices la tecla **ALPHA**, sólo las letras mayúsculas se encuentran disponibles en las calculadoras TI.

$$\begin{array}{l} -2(3+5)-8/4 \\ -18 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{49} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 \rightarrow A \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3A^2 \\ 75 \end{array}$$

Evaluación de funciones

Existen varios métodos de evaluación de una función, pero todos requieren que la expresión se introduzca como una de las diez funciones Y_1 a Y_0 . Para evaluar $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ cuando $x = -3$, introduce la expresión en, por ejemplo, Y_1 , y luego presiona **VARS** \rightarrow **11** **(** **(-)** **3** **)** **ENTER**.

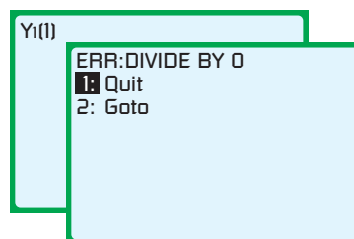
Plot1	Plot2	Plot3
$Y_1 = X^2/(X-1)$		
$Y_2 =$		
$Y_3 =$		
$Y_4 =$		
$Y_5 =$		
$Y_6 =$		
$Y_7 =$		

$$\begin{array}{l} Y_1(-3) \\ -2.25 \end{array}$$

Toma nota

Utiliza la tecla de flecha hacia abajo para desplazarte más allá de Y_7 , para ver Y_8 , Y_9 y Y_0 .

Nota: si tratas de evaluar una función en un número que no está en el dominio de la función, recibirás un mensaje de error. Por ejemplo, 1 no está en el dominio de $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. Si se trata de evaluar la función en 1, la pantalla de error aparece en la parte derecha



Evaluación de expresiones algebraicas

Para evaluar una expresión algebraica, primero guarda los valores de cada variable. Después introduce la expresión algebraica. Por ejemplo, para evaluar $s^2 + 2sl$ cuando $s = 4$ y $l = 5$, utiliza las siguientes secuencia de teclas.

4 **STO** **→** **ALPHA** **S** **ENTER** 5 **STO** **→** **ALPHA** **L** **ENTER** **ALPHA** **S** **x²** **+**
2 **ALPHA** **S** **ALPHA** **L** **ENTER**

4→S	4
5→L	5
S ² +2SL	56

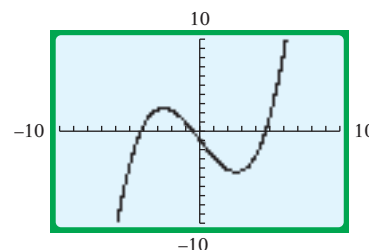
Gráfica

Para graficar una función, utiliza la tecla **Y=** para introducir la expresión de la función, selecciona una ventana de visualización adecuada y después oprime **GRAPH**. Por ejemplo, para graficar $f(x) = 0.1x^3 - 2x - 1$ en la ventana de visualización estándar, utiliza las siguientes teclas.

Y= 0.1 **X,T,θ,n** **^** 3 **-** 2 **X,T,θ,n** **-** 1 **ZOOM** (desplaza hasta 6) **ENTER**

Plot1	Plot2	Plot3
Y1		
Y2		
Y3		
Y4		
Y5		
Y6		
Y7		

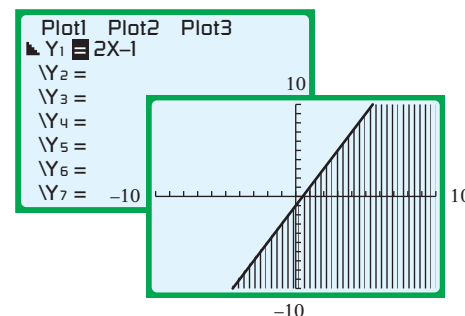
ZOOM	MEMORY
1:	ZBox
2:	Zoom In
3:	Zoom Out
4:	ZDecimal
5:	ZSquare
6:	ZStandard
7↓	ZTrig



Nota: para acceder a las teclas de arriba, no tienes que desplazarte hasta 6. Como alternativa, utiliza **ZOOM** 6. Se seleccionará la ventana de visualización estándar y automáticamente empezará a graficar. Utiliza la tecla **WINDOW** para crear una ventana personalizada para la gráfica.

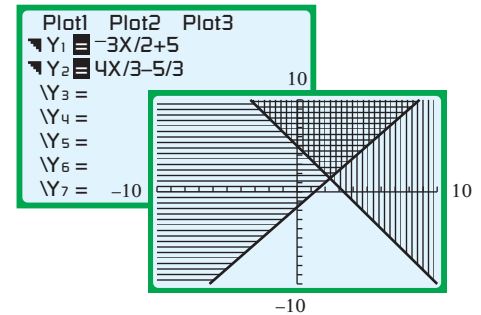
Gráficas de desigualdades

Para ilustrar esta característica, graficaremos $y \leq 2x - 1$. Introduce $2x - 1$ en Y_1 . Debido a que $y \leq 2x - 1$, queremos sombrear debajo de la gráfica. Mueve el cursor hacia la izquierda de Y_1 y oprime **ENTER** tres veces. Oprime **GRAPH**.



Nota: para sombrear por encima de la gráfica, mueve el cursor a la izquierda de Y_1 y pulsa **ENTER** dos veces. Una desigualdad con el símbolo \leq o \geq debe graficarse con una línea continua, y una desigualdad con el símbolo $<$ o $>$ debe graficarse con una línea discontinua. Sin embargo, la gráfica de una desigualdad lineal en una calculadora graficadora no distingue entre una línea continua y una discontinua.

Para graficar la solución de un conjunto del sistema de desigualdades, resuelve cada desigualdad para y y grafícala. El conjunto solución es la intersección de las dos desigualdades. El conjunto solución para $3x + 2y > 10$ y $4x - 3y \leq 5$ se muestra a la derecha.



Intersect

La función INTERSECT se utiliza para resolver un sistema de ecuaciones. Para ilustrar esta función se utilizará el sistema de ecuaciones $2x - 3y = 13$ y $3x + 4y = -6$.

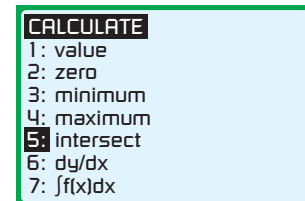
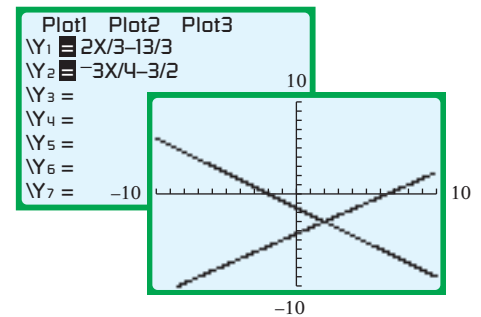
Nota: algunas de las ecuaciones pueden resolverse mediante este método. Revisa la sección “Resolver una ecuación” de la página siguiente. Además, este método se utiliza para encontrar un número en el dominio de una función de un número dado en el intervalo. Revisa la sección “Determinar un elemento del dominio.”

Resuelve cada una de las ecuaciones en el sistema de ecuaciones para y . En este caso, se tiene que $y = \frac{2}{3}x - \frac{13}{3}$ y $y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$.

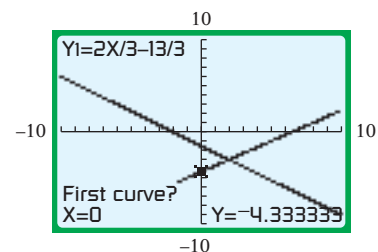
Utiliza el editor $Y=$ para introducir $\frac{2}{3}x - \frac{13}{3}$ en Y_1 y $-\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$ en Y_2 . Grafica las dos funciones en la ventana de visualización estándar. (Si la ventana no muestra el punto de intersección de las dos gráficas, ajústala hasta que la puedas ver.)

Oprime $2ND$ $CALC$ (desplaza hasta 5, intersect) $ENTER$.

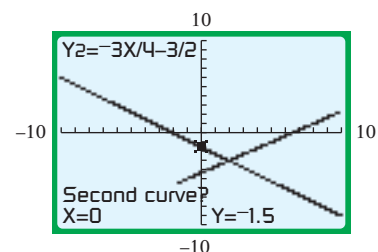
Alternativamente, puedes pulsar $2ND$ $CALC$ 5.



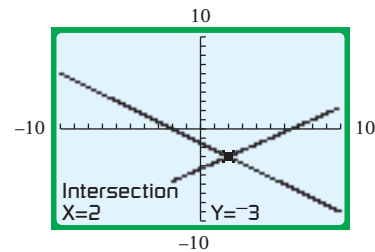
First curve? Se muestra en la parte inferior de la pantalla e identifica una de las dos gráficas en la pantalla. Oprime $ENTER$.



Second curve? Se muestra en la parte inferior de la pantalla e identifica la segunda de las dos gráficas de la pantalla. Oprime $ENTER$.



Guess? Se muestra en la parte inferior de la pantalla y pide utilizar la tecla de las flechas izquierda o derecha para mover el cursor a la ubicación *aproximada* del punto de intersección. (Si hay dos o más puntos de intersección, no importa cuál elijas en primer lugar.) Pulsa **ENTER**.

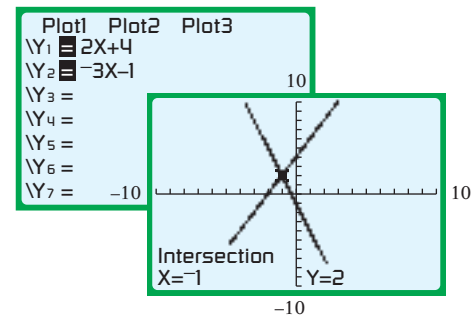


La solución del sistema de ecuaciones es $(2, -3)$.

Resolver una ecuación Para ilustrar los pasos a seguir, se resolverá la ecuación $2x + 4 = -3x - 1$. La idea es escribir la ecuación como el sistema de ecuaciones $y = 2x + 4$ y $y = -3x - 1$ y después utilizar los pasos para resolverlo.

Utiliza el editor **Y=** para introducir los lados tanto izquierdo como derecho de la ecuación en Y_1 y Y_2 . Grafica las dos funciones y después sigue los pasos para **Intersect**.

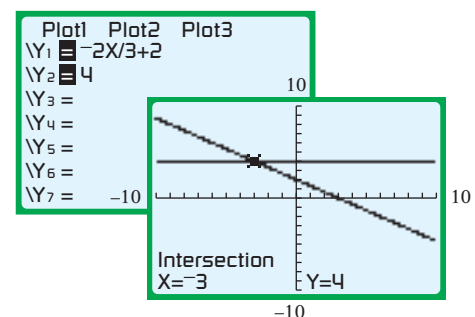
La solución es -1 , la coodenada x del punto de intersección.



Determinar un elemento del dominio Para este ejemplo, se determinará un número en el dominio de $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ que corresponde a 4 en el intervalo de la función. Esto es como resolver las ecuaciones del sistema $y = -\frac{2}{3}x + 2$ y $y = 4$.

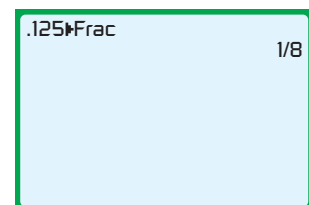
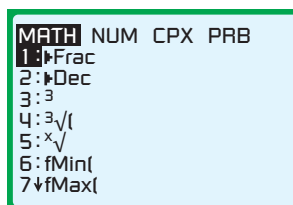
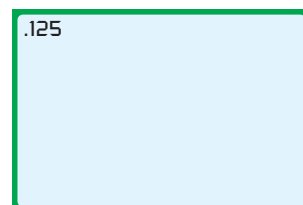
Utiliza el editor **Y=** para introducir la expresión de la función en Y_1 y el resultado deseado, 4, en Y_2 . Grafica las dos funciones y después sigue los pasos para **Intersect**.

El punto de intersección es $(-3, 4)$. El número -3 en el dominio de f produce un resultado de 4 en el rango de f .

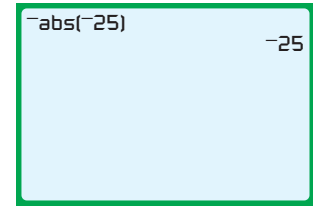
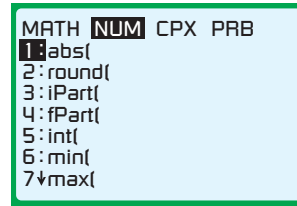
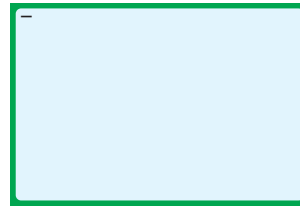


Math

Oprimir **MATH** te da acceso para construir muchas funciones integradas. Las siguientes teclas convertirán 0.125 en una fracción: 0.125 **MATH** 1 **ENTER**.



Las funciones integradas adicionales debajo de **MATH** pueden encontrarse al oprimir **MATH** .
 Por ejemplo, para evaluar $-|-25|$, oprime **(-)** **MATH** **|** 1 **(-)** 25 **)** **ENTER**.

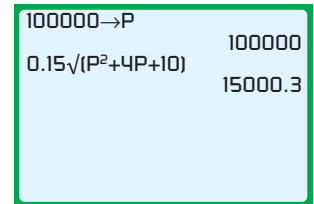


Consulta el manual del propietario para obtener ayuda con otras funciones con la tecla **MATH**.

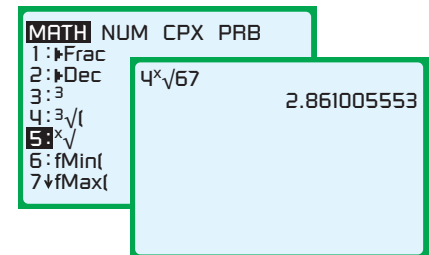
Expresiones radicales

Para evaluar una expresión de raíz cuadrada, oprime **2ND** $\sqrt{}$.

Por ejemplo, para evaluar $0.15\sqrt{p^2 + 4p + 10}$ cuando $p = 100,000$, primero almacena 100,000 en P. Después teclea 0.15 **2ND** $\sqrt{}$ **ALPHA** P **x²** **+** 4 **ALPHA** P **+** 10 **)** **ENTER**.



Para evaluar una expresión radical que no sea una raíz cuadrada, accede a $\sqrt[n]{}$ oprimiendo **MATH**.
 Por ejemplo, para evaluar $\sqrt[4]{67}$, teclea 4 (el índice del radical) **MATH** (desplaza hasta 5) **ENTER** 67 **ENTER**.

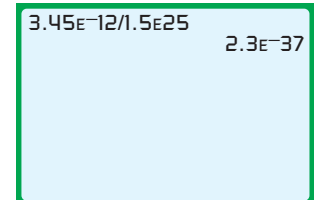


Notación científica

Para introducir un número en notación científica, utiliza **2ND** **EE**.

Por ejemplo, para determinar $\frac{3.45 \times 10^{-12}}{1.5 \times 10^{25}}$, oprime 3.45 **2ND** **EE**

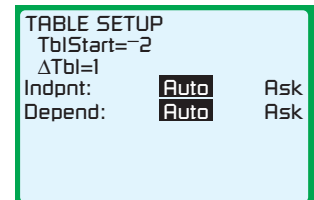
(-) 12 **÷** 1.5 **2ND** **EE** 25 **ENTER**. La respuesta es 2.3×10^{-37} .



Tabla

Existen tres pasos para la creación de una tabla de función de entrada/salida. Primero utiliza el editor **Y=** en la función de entrada. El segundo paso es la creación de la tabla, y el tercero es su visualización.

Para configurar la tabla, oprime **2ND** **TBLSET**. **TblStart** es el primer valor de la variable independiente en la tabla de entrada/salida. ΔTbl es la diferencia entre valores sucesivos. Si se establece en 1 significa que, para esta tabla, los valores de entrada son -2, -1, 0, 1, 2, Si $\Delta\text{Tbl} = 0.5$, entonces los valores de entrada son -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5,



Indpnt es la variable independiente. Cuando ésta se ajusta a **Auto**, sus valores se introducen automáticamente en la tabla. **Depend** es la variable dependiente. Cuando ésta se ajusta a **Auto**, sus valores se introducen automáticamente en la tabla.

Para mostrar la tabla, pulsa **2ND** **TABLE**. Una tabla de entrada/salida para $f(x) = x^2 - 1$ se muestra a la derecha.

Una vez que la tabla está en la pantalla, las teclas de las flechas hacia arriba y hacia abajo se pueden utilizar para mostrar más valores. Para la tabla de la derecha, se utilizó la tecla con la flecha hacia arriba para desplazarse a $x = -7$.

La tabla de entrada/salida para cualquier entrada puede crearse al seleccionar **Ask** para la variable independiente. La tabla de la derecha muestra una tabla de entrada/salida para $f(x) = \frac{4x}{x-2}$ para valores seleccionados de x . Observa que la palabra **ERROR** o **ERR** apareció cuando se introdujo el número 2. Esto ocurrió porque f no está definida cuando $x = 2$.

Plot1	Plot2	Plot3
$Y_1 = X^2 - 1$		
$Y_2 =$	X	Y_1
$Y_3 =$	-2	3
$Y_4 =$	-1	0
$Y_5 =$	0	-1
$Y_6 =$	1	0
$Y_7 =$	2	3
	3	8
	4	15
	$X = -2$	

X	Y_1
-7	48
-6	35
-5	24
-4	15
-3	8
-2	3
-1	0
$X = -7$	

Plot1	Plot2	Plot3
$Y_1 = 4X/(X-2)$		
$Y_2 =$	$TblStart = -2$	
$Y_3 =$	$\Delta Tbl = 1$	
$Y_4 =$	Indpnt: Auto	Ask
$Y_5 =$	Depend: Auto	Ask
$Y_6 =$		
$Y_7 =$		

X	Y_1
3	12
-5	2.8571
0	0
4	8
2	ERROR
-3	2.4
$X =$	

Nota: utilizar la característica de la tabla en el modo **ASK** es lo mismo evaluar una función para valores dados de una variable independiente. Por ejemplo, en la tabla anterior, tenemos que $f(4) = 8$.

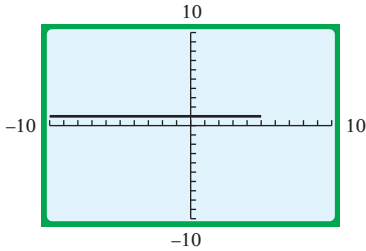
Test

La característica de **TEST** tiene muchos usos, uno de ellos es graficar el conjunto solución de una desigualdad lineal con una variable. Para ilustrar esta característica, graficaremos el conjunto solución de $x - 1 < 4$. Oprime **Y=** **X,T,Y,n** **-** **1** **2ND** **TEST** (desplaza hasta 5) **ENTER** **4** **GRAPH**.

Plot1	Plot2	Plot3
$Y_1 = X - 1$		
$Y_2 =$		
$Y_3 =$		
$Y_4 =$		
$Y_5 =$		
$Y_6 =$		
$Y_7 =$		

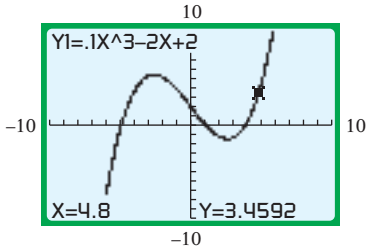
TEST	LOGIC
1: =	
2: \neq	
3: >	
4: \geq	
5: <	
6: \leq	

Plot1	Plot2	Plot3
$Y_1 = X - 1 < 4$		
$Y_2 =$		
$Y_3 =$		
$Y_4 =$		
$Y_5 =$		
$Y_6 =$		
$Y_7 =$		

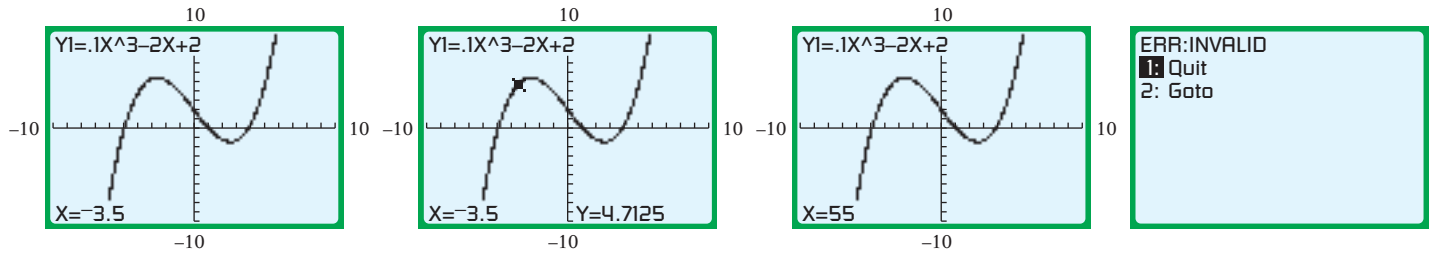


Trace

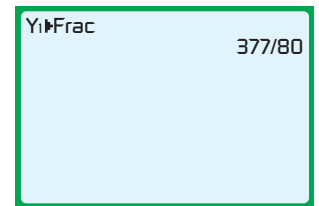
Una vez que la gráfica se dibuja, al oprimir **TRACE** aparecerá el cursor en la pantalla, y las coordenadas del punto debajo del cursor se muestran en la parte inferior de la pantalla. Utiliza las teclas de flecha izquierda y derecha para mover el cursor a lo largo de la gráfica. Para la gráfica de la derecha, tenemos que $f(4.8) = 3.4592$, en donde $f(x) = 0.1x^3 - 2x + 2$ se muestra en la parte superior izquierda de la pantalla.



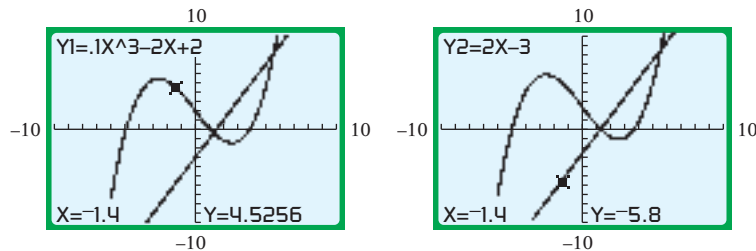
En el modo TRACE puedes evaluar una función para cualquier valor de la variable independiente que esté dentro de Xmin y Xmax. Para realizar esto, primero grafica la función. Ahora oprime **TRACE** (el valor de x) **ENTER**. Para la gráfica en la izquierda inferior, se utiliza $x = -3.5$. Si un valor de x es elegido fuera de la ventana, aparecerá un mensaje de error.



En el ejemplo anterior donde se introdujo -3.5 para x , el valor de la función fue calculado como 4.7125. Esto significa que $f(-3.5) = 4.7125$. Las teclas **2ND** **QUIT** **VAR** **11** **MATH** **1** **ENTER** convertirán el valor decimal en una fracción.

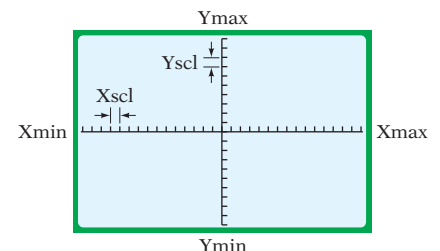


Cuando la función TRACE se utiliza con dos o más gráficas, las teclas de flechas hacia arriba y abajo se utilizan para desplazarse entre las gráficas. Las dos gráficas siguientes son para las funciones $f(x) = 0.1x^3 - 2x + 2$ y $g(x) = 2x - 3$. Mediante las flechas hacia arriba y hacia abajo, se puede colocar el cursor en cualquier parte de la gráfica. Las flechas izquierda y derecha se utilizan para moverse a lo largo de la gráfica.



Window

La ventana de visualización para una gráfica se controla al oprimir **WINDOW**. Xmin y Xmax son el valor mínimo y el valor máximo, respectivamente, de la variable independiente que se muestra en la gráfica. Xscl es la distancia entre las marcas del eje x . Ymin y Ymax son el valor mínimo y el valor máximo, respectivamente, de la variable dependiente que se muestra en la gráfica. Yscl es la distancia entre las marcas en el eje y . Deja Xres como 1.



Nota: en la ventana de visualización estándar, la distancia entre las marcas en el eje x es distinta de la distancia entre las marcas en el eje y . Esto distorsionará la gráfica. Una imagen más precisa de una gráfica se puede crear mediante el uso de una ventana de visualización cuadrada. Ver ZOOM.

Y=

El editor **Y=** se utiliza para introducir la expresión de una función. Existen diez posibles funciones, etiquetadas Y₁ hasta Y₀, que pueden estar activas en cualquier momento. Por ejemplo, para introducir $f(x) = x^2 + 3x - 2$ como Y₁, utiliza las siguientes teclas.

Y= **X,T,θ,n** **x²** **+** **3** **X,T,θ,n** **-** **2**

Nota: si ya se ha introducido una expresión para Y₁, coloca el cursor en cualquier parte de esa expresión y pulsa **CLEAR**.

Plot1	Plot2	Plot3
Y ₁ = x^2+3x-2		
Y ₂ =		
Y ₃ =		
Y ₄ =		
Y ₅ =		
Y ₆ =		
Y ₇ =		

Para introducir $s = \frac{2v-1}{v^3-3}$ en Y₂, coloca el cursor a la derecha del signo igual para Y₂. Después oprime **(** **2** **X,T,θ,n** **-** **1** **)** **÷** **(** **X,T,θ,n** **^** **3** **-** **3** **)**.

Plot1	Plot2	Plot3
Y ₁ = x^2+3x-2		
Y ₂ = $(2X-1)/(X^3-3)$		
Y ₃ =		
Y ₄ =		
Y ₅ =		
Y ₆ =		
Y ₇ =		

Nota: cuando introducimos una ecuación, la variable independiente (v en la expresión anterior) se introduce utilizando **X,T,θ,n**. La variable dependiente (s en la expresión anterior) es una de Y₁ a Y₀. También considera el uso de paréntesis para garantizar el orden correcto de las operaciones.

Observa el rectángulo negro que cubre el signo de igual para los dos ejemplos que se han mostrado. Este rectángulo significa que la función está “activa”. Si oprimiéramos la tecla **GRAPH**, entonces aparecería la gráfica de ambas funciones. Puedes realizar una función inactiva mediante el uso de las teclas con flecha para mover el cursor sobre el signo de igualdad de esa función y después oprimir **ENTER**. Esto eliminará el rectángulo negro. Esto se realizó para Y₂, como se muestra aquí. Ahora bien, si oprimes la tecla **GRAPH**, únicamente se representará Y₁.

Plot1	Plot2	Plot3
Y ₁ = x^2+3x-2		
Y ₂ = $(2X-1)/(X^3-3)$		
Y ₃ =		
Y ₄ =		
Y ₅ =		
Y ₆ =		
Y ₇ =		

También es posible controlar la apariencia de la gráfica moviendo el cursor en la pantalla de **Y=** a la izquierda de cualquier Y. Con el cursor en esta posición, al oprimir **ENTER** cambiará la apariencia de la gráfica. Las opciones se muestran a la derecha.

Plot1	Plot2	Plot3
Y ₁ = Default graph line		
Y ₂ = Bold graph line		
Y ₃ = Shade above graph		
Y ₄ = Shade below graph		
Y ₅ = Draw path of graph		
Y ₆ = Travel path of graph		
Y ₇ = Dashed graph line		

Zero

La función ZERO de una calculadora graficadora se utiliza para realizar varios cálculos: para determinar las intersecciones con el eje x , resolver algunas ecuaciones y determinar el cero en una función.


Intersecciones con el eje x Para ilustrar el procedimiento para determinar las intersecciones con el eje x , se utilizará $f(x) = x^2 + x - 2$.

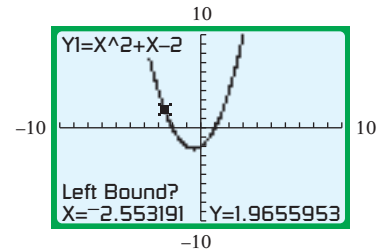
En primer lugar, utiliza el editor **Y=** para introducir la expresión de la función y luego grafica la función en la ventana de visualización estándar. (Puede ser necesario ajustar esta ventana de modo que las intersecciones sean visibles.) Una vez que se visualice esta gráfica, utiliza las teclas de abajo para determinar las intersecciones con el eje x de la gráfica de la función.


Oprime **2ND** **CALC** (desplaza hasta 2 para el cero de la función) **ENTER**.

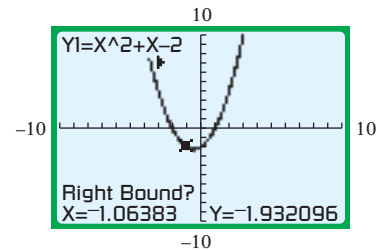
Alternativamente, puedes oprimir **2ND** **CALC** 2.


CALCULATE
1: value
2: zero
3: minimum
4: maximum
5: intersect
6: dy/dx
7: ∫f(x)dx

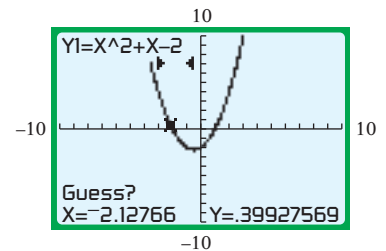
Left Bound? Se muestra en la parte inferior de la pantalla, la cual pide utilizar las teclas de flechas izquierda o derecha para mover el cursor hacia la *izquierda* de la intersección con el eje x deseada. Oprime .



Right Bound? Se muestra en la parte inferior de la pantalla, la cual pide utilizar las teclas de flechas izquierda o derecha para mover el cursor hacia la *derecha* de la intersección con el eje x deseada. Oprime .

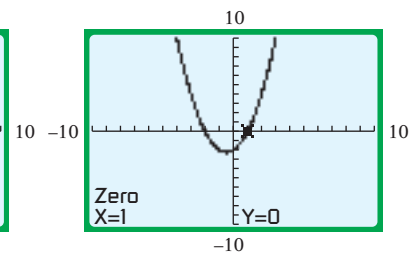
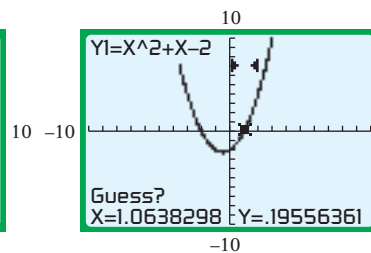
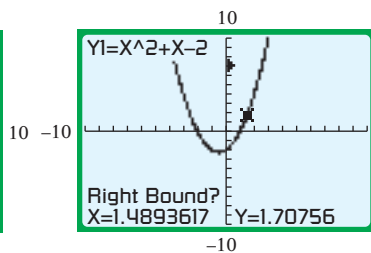
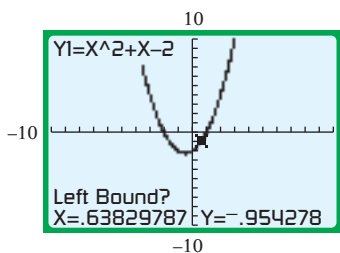
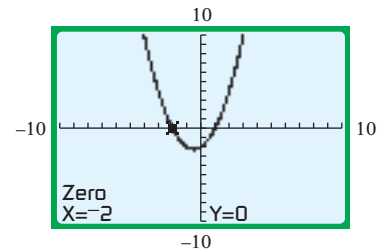


Guess? Se muestra en la parte inferior de la pantalla, la cual pide utilizar las teclas de flechas izquierda o derecha para mover el cursor a la ubicación *aproximada* de la intersección con el eje x deseada. Oprime .



La coordenada x de una intersección x es -2 . Por tanto, la intersección con el eje x es $(-2, 0)$.

Para determinar otras intersecciones con el eje x , sigue los mismos pasos anteriores. Las pantallas para este cálculo se muestran a continuación.



Una segunda intersección con el eje x es $(1, 0)$.

Resolver una ecuación Para utilizar la función ZERO para resolver una ecuación, primero reescribimos la ecuación con todos los términos de un lado. Por ejemplo, una manera de resolver la ecuación $x^3 - x + 1 = -2x + 3$ es primero reescribirla como $x^3 + x - 2 = 0$. Introduce $x^3 + x - 2$ en Y_1 y luego sigue los pasos para determinar las intersecciones con el eje x .

Determinar los ceros reales de una función Para determinar los ceros reales de una función, sigue los pasos para determinar las intersecciones con el eje x .

Zoom

Oprimir la tecla **ZOOM** permite seleccionar algunas ventanas de visualización predeterminadas. Esta tecla también proporciona el acceso a **ZBox**, **Zoom In** y **Zoom Out**. Estas funciones permiten volver a dibujar la parte seleccionada de una gráfica dentro de una nueva ventana. A continuación se muestran algunas ventanas que se utilizan con frecuencia en este libro.

ZOOM MEMORY
1: ZBox
2: Zoom In
3: Zoom Out
4: ZDecimal
5: ZSquare
6: ZStandard
7↓ ZTrig

WINDOW
Xmin = -4.7
Xmax = 4.7
Xscl = 1
Ymin = -3.1
Ymax = 3.1
Yscl = 1
Xres = 1

ZOOM MEMORY
1: ZBox
2: Zoom In
3: Zoom Out
4: ZDecimal
5: ZSquare
6: ZStandard
7↓ ZTrig

WINDOW
Xmin = -15.16129...
Xmax = 15.161290...
Xscl = 1
Ymin = -10
Ymax = 10
Yscl = 1
Xres = 1

ZOOM MEMORY
1: ZBox
2: Zoom In
3: Zoom Out
4: ZDecimal
5: ZSquare
6: ZStandard
7↓ ZTrig

WINDOW
Xmin = -10
Xmax = 10
Xscl = 1
Ymin = -10
Ymax = 10
Yscl = 1
Xres = 1

ZOOM MEMORY
4↑ ZDecimal
5: ZSquare
6: ZStandard
7: ZTrig
8: ZInteger
9: ZoomStat
0: ZoomFit

WINDOW
Xmin = -47
Xmax = 47
Xscl = 10
Ymin = -31
Ymax = 31
Yscl = 10
Xres = 1

Soluciones de los problemas del capítulo

Soluciones de los problemas del capítulo 1

SECCIÓN 1.1

Problema 1

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ • El método de lista encierra entre corchetes una lista de elementos.

Problema 2

$-5 < -1$ • Determina el orden de la relación entre
 $-1 = -1$ cada elemento del conjunto B y -1 .
 $5 > -1$

El elemento 5 es mayor que -1 .

Problema 3

A. El opuesto de -9 es 9.
 B. El opuesto de 62 es -62 .

Problema 4

A. $|-5| = 5$ B. $-|-9| = -9$

SECCIÓN 1.2

Problema 1

A. $-162 + 98 = -64$
 B. $-154 + (-37) = -191$
 C. $-36 + 17 + (-21) = -19 + (-21)$
 $= -40$

Problema 2

$-8 - 14 = -8 + (-14)$ • Reescribe la resta como la suma
 $= -22$ del opuesto.

Problema 3

$4 - (-3) - 12 - (-7) - 20$ • Reescribe la resta
 $= 4 + 3 + (-12) + 7 + (-20)$ como la suma del
 $= 7 + (-12) + 7 + (-20)$ opuesto.
 $= -5 + 7 + (-20)$
 $= 2 + (-20)$
 $= -18$

Problema 4

A. $-38 \cdot 51 = -1938$
 B. $-7(-8)(9)(-2) = 56(9)(-2)$
 $= 504(-2)$
 $= -1008$

Problema 5

A. $(-135) \div (-9) = 15$

$$\text{B. } \frac{84}{-6} = -14$$

$$\text{C. } -\frac{36}{-12} = -(-3) = 3$$

Problema 6

Estrategia Para calcular la temperatura alta promedio diaria:

- Suma las siete lecturas de la temperatura.
- Divide la suma entre 7.

Solución $-5 + (-6) + 3 + 0 + (-4) + (-7) + (-2)$
 $= -11 + 3 + 0 + (-4) + (-7) + (-2)$
 $= -8 + 0 + (-4) + (-7) + (-2)$
 $= -8 + (-4) + (-7) + (-2)$
 $= -12 + (-7) + (-2)$
 $= -19 + (-2)$
 $= -21$
 $-21 \div 7 = -3$

La temperatura alta promedio diaria fue de -3°C .

SECCIÓN 1.3

Problema 1

0.16 • Éste es un decimal finito.

$$\begin{array}{r} 25 \overline{)4.00} \\ \underline{-25} \\ 150 \\ \underline{-150} \\ 0 \end{array}$$
 • El residuo es cero.

$$\frac{4}{25} = 0.16$$

Problema 2

$0.444\ldots$ • Éste es un decimal periódico.

$$\begin{array}{r} 9 \overline{)4.000} \\ \underline{-36} \\ 40 \\ \underline{-36} \\ 40 \\ \underline{-36} \\ 4 \end{array}$$

$$\frac{4}{9} = 0.\overline{4} \quad \bullet \text{ La barra indica que el dígito se repite.}$$

Problema 3

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{9}{14} = \frac{7 \cdot 9}{12 \cdot 14} = \frac{\overset{1}{7} \cdot \overset{1}{3} \cdot 3}{2 \cdot \underset{1}{2} \cdot \underset{1}{3} \cdot 2 \cdot \underset{1}{7}} \quad \bullet \text{ Divide entre los factores comunes.}$$

$$= -\frac{3}{8}$$

Problema 4

$$-\frac{3}{8} \div \left(-\frac{5}{12}\right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{12}{5} \quad \bullet \text{ Cambia la división a la multiplicación e invierte el divisor.}$$

$$= \frac{3 \cdot 12}{8 \cdot 5} = \frac{\overset{1}{3} \cdot \overset{1}{2} \cdot \overset{1}{2} \cdot 3}{2 \cdot \underset{1}{2} \cdot \underset{1}{2} \cdot 5} = \frac{9}{10}$$

Problema 5

$$\begin{array}{r} 5.44 \\ \times 3.8 \\ \hline 4352 \\ 1632 \\ \hline 20.672 \end{array} \quad \bullet \text{ Multiplica los valores absolutos.}$$

$$(-5.44)(3.8) = -20.672 \quad \bullet \text{ El producto es negativo.}$$

Problema 6

$$\begin{array}{r} 4.88 \\ 0.27 \overline{)1.32.00} \\ \underline{-108} \\ 240 \\ \underline{-216} \\ 240 \\ \underline{-216} \\ 24 \end{array} \quad \bullet \text{ Recorre el punto decimal dos posiciones a la derecha en el divisor y el dividendo. Coloca el punto decimal en el cociente.}$$

$$1.32 \div 0.27 \approx 4.9$$

Problema 7

Factorización con números primos de 9 y 12:

$$9 = 3 \cdot 3 \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\text{mcm} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36 \quad \bullet \text{ El mcm es el común denominador.}$$

$$\frac{5}{9} - \frac{11}{12} = \frac{20}{36} - \frac{33}{36} = \frac{20}{36} + \frac{-33}{36}$$

$$= \frac{20 + (-33)}{36} = \frac{-13}{36} = -\frac{13}{36}$$

Problema 8

$$-\frac{7}{8} - \frac{5}{6} + \frac{1}{2} = -\frac{21}{24} - \frac{20}{24} + \frac{12}{24}$$

$$= \frac{-21}{24} + \frac{-20}{24} + \frac{12}{24}$$

$$= \frac{-21 + (-20) + 12}{24} = \frac{-29}{24} = -\frac{29}{24}$$

Problema 9

$$\begin{array}{r} 3.097 \\ 4.9 \\ +3.09 \\ \hline 11.087 \end{array} \quad \bullet \text{ Alínea verticalmente los puntos decimales.}$$

Problema 10

$$\begin{array}{r} 67.910 \\ -16.127 \\ \hline 51.783 \end{array} \quad \bullet \text{ Resta los valores absolutos.}$$

$$16.127 - 67.91 = -51.783 \quad \bullet \text{ Agrega el signo del número con el valor absoluto mayor.}$$

Problema 11

$$125\% = 125\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{125}{100} = 1\frac{1}{4}$$

$$125\% = 125(0.01) = 1.25$$

Problema 12

$$16\frac{2}{3}\% = 16\frac{2}{3}\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{50}{3}\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{1}{6} \quad \bullet \text{ Escribe } 16\frac{2}{3} \text{ como } \frac{50}{3}.$$

Problema 13

$$6.08\% = 6.08(0.01) = 0.0608$$

Problema 14

$$\text{A. } 0.043 = 0.043(100\%) = 4.3\%$$

$$\text{B. } 2.57 = 2.57(100\%) = 257\%$$

Problema 15

$$\frac{5}{9} = \frac{5}{9}(100\%) = \frac{500}{9}\% \approx 55.6\%$$

Problema 16

$$\frac{9}{16} = \frac{9}{16}(100\%) = \frac{900}{16}\% = 56\frac{1}{4}\%$$

SECCIÓN 1.4**Problema 1**

$$(-5)^3 = (-5)(-5)(-5) = 25(-5) = -125 \quad \bullet \text{ Cubo de } -5.$$

$$-5^3 = -(5 \cdot 5 \cdot 5) = -(25 \cdot 5) = -125 \quad \bullet \text{ El opuesto de } 5^3.$$

Problema 2

$$(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = 9(-3) = -27$$

$$(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3)$$

$$= 9(-3)(-3) = -27(-3) = 81$$

Problema 3

$$(3^3)(-2)^3 = (3)(3)(3) \cdot (-2)(-2)(-2)$$

$$= 27 \cdot (-8) = -216$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 5} = \frac{4}{25}$$

Problema 4

$$36 \div (8 - 5)^2 - (-3)^2 \cdot 2$$

$$= 36 \div (3)^2 - (-3)^2 \cdot 2$$

$$= 36 \div 9 - 9 \cdot 2$$

$$= 4 - 9 \cdot 2$$

$$= 4 - 18$$

$$= -14$$

• Simplifica dentro de los símbolos de agrupación.

• Simplifica las expresiones con exponentes.

• Multiplica y divide de izquierda a derecha.

• Suma y resta de izquierda a derecha.

Problema 5

$$27 \div 3^2 + (-3)^2 \cdot 4$$

$$= 27 \div 9 + 9 \cdot 4$$

$$= 3 + 9 \cdot 4$$

$$= 3 + 36$$

$$= 39$$

• Simplifica las expresiones con exponentes.

• Multiplica y divide.

• Suma y resta.

Problema 6

$$\begin{aligned}
 &4 - 3[4 - 2(6 - 3)] \div 2 \\
 &= 4 - 3[4 - 2(3)] \div 2 \quad \bullet \text{ Efectúa las operaciones dentro de los símbolos de agrupación internos.} \\
 &= 4 - 3[4 - 6] \div 2 \\
 &= 4 - 3(-2) \div 2 \quad \bullet \text{ Realiza las operaciones dentro de los símbolos de agrupación externos.} \\
 &= 4 - (-6) \div 2 \\
 &= 4 - (-3) \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

SECCIÓN 1.5**Problema 1**

Para determinar el complemento de 87° , resta 87° de 90° .

$$90^\circ - 87^\circ = 3^\circ$$

3° es el complemento de 87° .

Problema 2

Para determinar el suplemento de 87° , resta 87° de 180° .

$$180^\circ - 87^\circ = 93^\circ$$

93° es el suplemento de 87° .

Problema 3

$m\angle x$ es la suma de las medidas de los dos ángulos.

$$m\angle x = 34^\circ + 95^\circ = 129^\circ$$

Problema 4

$$\begin{aligned}
 \text{Perímetro} &= 4 \cdot \text{lado} \\
 &= 4 \cdot 4.2 \text{ m} = 16.8 \text{ m}
 \end{aligned}$$

El perímetro es 16.8 metros.

Problema 5

$$\begin{aligned}
 \text{Circunferencia} &= \pi \cdot \text{diámetro} \\
 &\approx 3.14 \cdot 5 \text{ pulgadas} \\
 &= 15.7 \text{ pulgadas}
 \end{aligned}$$

La circunferencia es de 15.7 pulgadas.

Problema 6

Estrategia Para determinar el costo de la cinta metálica:

- Calcula la circunferencia de la tabla en pulgadas.
- Convierte las pulgadas a pies.
- Multiplica la circunferencia por el costo por pie de la cinta metálica.

$$\begin{aligned}
 \text{Solución} \quad \text{Circunferencia} &= \pi \cdot \text{diámetro} \\
 &\approx 3.14 \cdot 36 \text{ pulgadas} \\
 &= 113.04 \text{ pulgadas}
 \end{aligned}$$

$$\frac{113.04}{12} = 9.42 \text{ pies}$$

$$\text{Costo: } 9.42(3.21) = 30.2382$$

El costo es \$30.24.

Problema 7

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altura} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ pies} \cdot 3 \text{ pies} = 7.5 \text{ pies}^2
 \end{aligned}$$

El área es 7.5 pies^2 .

Problema 8

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \pi \cdot (\text{radio})^2 \\
 &\approx 3.14 \cdot (6 \text{ pulgadas})^2 \\
 &= 113.04 \text{ pulgadas}^2
 \end{aligned}$$

El área es $113.04 \text{ pulgadas}^2$.

Problema 9

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \text{base} \cdot \text{altura} \\
 &= 28 \text{ pulgadas} \cdot 15 \text{ pulgadas} = 420 \text{ pulgadas}^2
 \end{aligned}$$

El área es de 420 pulgadas^2 .

Problema 10

Estrategia Para determinar cuánto más cara es la alfombra de lana que la de nylon:

- Determina el área de la alfombra.
- Multiplica el área de la alfombra por el costo por pie cuadrado de la alfombra de lana.
- Multiplica el área de la alfombra por el costo por pie cuadrado de la alfombra de nylon.
- Calcula la diferencia entre los costos.

$$\begin{aligned}
 \text{Solución} \quad \text{Área} &= \text{largo} \cdot \text{ancho} \\
 &= 15 \text{ pies} \cdot 4 \text{ pies} = 60 \text{ pies}^2 \\
 \text{Costo de la alfombra de lana} &= \$5.93 \cdot 60 = \$355.80 \\
 \text{Costo de la alfombra de nylon} &= \$3.25 \cdot 60 = \$195 \\
 \text{La diferencia en el costo} &= \$355.80 - \$195 = \$160.80 \\
 \text{La diferencia en el costo es de } & \$160.80
 \end{aligned}$$

Soluciones de los problemas del capítulo 2**SECCIÓN 2.1****Problema 1**

$$-4$$

Problema 2

$$\begin{aligned}
 2xy + y^2 \\
 2(-4)(2) + (2)^2 &= 2(-4)(2) + 4 \quad \bullet \text{ Sustituye cada variable con el número que ésta representa. Luego simplifica} \\
 &= -8(2) + 4 \\
 &= -16 + 4 \\
 &= -12
 \end{aligned}$$

Problema 3

$$\begin{aligned}
 \frac{a^2 + b^2}{a + b} \\
 \frac{(5)^2 + (-3)^2}{5 + (-3)} &= \frac{25 + 9}{5 + (-3)} \quad \bullet \text{ Sustituye cada variable con el número que ésta representa. Luego simplifica.} \\
 &= \frac{34}{2} \\
 &= 17
 \end{aligned}$$

Problema 4

$$\begin{aligned}
 x^3 - 2(x + y) + z^2 \\
 (2)^3 - 2[2 + (-4)] + (-3)^2 \quad \bullet \text{ Sustituye cada variable con el número que ésta representa.} \\
 &= (2)^3 - 2(-2) + (-3)^2 \quad \bullet \text{ Para simplificar, utiliza el orden de las operaciones.} \\
 &= 8 - 2(-2) + 9 \\
 &= 8 + 4 + 9 \\
 &= 12 + 9 \\
 &= 21
 \end{aligned}$$

Problema 5

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

- Fórmula para calcular el volumen de un cono recto circular

$$V = \frac{1}{3}\pi(4.5)^2(9.5)$$

$$\bullet r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}(9) = 4.5$$

$$V = \frac{1}{3}\pi(20.25)(9.5)$$

$$V \approx 201.5$$

- Utiliza la tecla π de tu calculadora.

El volumen es de aproximadamente 201.5 cm³.

SECCIÓN 2.2**Problema 1**

$$7 + (-7) = 0$$

Problema 2

Propiedad asociativa de la suma

Problema 3

$$\text{A. } 9x + 6x = (9 + 6)x = 15x \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva}$$

$$\text{B. } -4y - 7y = [-4 + (-7)]y = -11y \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva}$$

Problema 4

$$\begin{aligned} \text{A. } 3a - 2b + 5a &= 3a + 5a - 2b \\ &= (3a + 5a) - 2b \\ &= 8a - 2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } x^2 - 7 + 9x^2 - 14 &= x^2 + 9x^2 - 7 - 14 \\ &= (x^2 + 9x^2) + (-7 - 14) \\ &= 10x^2 - 21 \end{aligned}$$

Problema 5

$$\begin{aligned} \text{A. } -7(-2a) &= [-7(-2)]a \quad \bullet \text{ Propiedad asociativa de la multiplicación} \\ &= 14a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } -\frac{5}{6}(-30y^2) &= \left[-\frac{5}{6}(-30)\right]y^2 \quad \bullet \text{ Propiedad asociativa de la multiplicación} \\ &= 25y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C. } (-5x)(-2) &= (-2)(-5x) \quad \bullet \text{ Propiedad conmutativa de la multiplicación} \\ &= [-2(-5)]x \quad \bullet \text{ Propiedad asociativa de la multiplicación} \\ &= 10x \end{aligned}$$

Problema 6

$$\begin{aligned} \text{A. } 7(4 + 2y) &= 7(4) + 7(2y) \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva} \\ &= 28 + 14y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } -(5x - 12) &= -1(5x - 12) \\ &= -1(5x) - (-1)(12) \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva} \\ &= -5x + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C. } (3a - 1)5 &= (3a)(5) - (1)(5) \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva} \\ &= 15a - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D. } -3(6a^2 - 8a + 9) &= -3(6a^2) - (-3)(8a) + (-3)(9) \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva} \\ &= -18a^2 + 24a - 27 \end{aligned}$$

Problema 7

$$\begin{aligned} 7(x - 2y) - 3(-x - 2y) &= 7x - 14y + 3x + 6y \\ &= 10x - 8y \end{aligned}$$

- Propiedad distributiva
- Simplificar los términos semejantes

Problema 8

$$\begin{aligned} 3y - 2[x - 4(2 - 3y)] &= 3y - 2[x - 8 + 12y] \\ &= 3y - 2x + 16 - 24y \\ &= -2x - 21y + 16 \end{aligned}$$

- Propiedad distributiva
- Propiedad distributiva
- Simplificar los términos semejantes

SECCIÓN 2.3**Problema 1**

A. Dieciocho menor que el cubo de x .

$$x^3 - 18$$

B. y decrece por la suma de z y de nueve

$$y - (z + 9)$$

C. la diferencia entre q y la suma de r y de t

$$q - (r + t)$$

Problema 2

el número desconocido: n

el cuadrado del número: n^2

el producto de cinco y el cuadrado del número: $5n^2$
 $5n^2 + n$

Problema 3

el número desconocido: n

dos veces el número: $2n$

la suma de siete y el doble del número: $7 + 2n$
 $3(7 + 2n)$

Problema 4

el número desconocido: n

dos veces el número: $2n$

la diferencia entre el doble del número y 17:
 $2n - 17$

$$\begin{aligned} n - (2n - 17) &= n - 2n + 17 \\ &= -n + 17 \end{aligned}$$

Problema 5

el número desconocido: n

tres cuartos del número: $\frac{3}{4}n$

una quinta parte del número: $\frac{1}{5}n$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}n + \frac{1}{5}n &= \frac{15}{20}n + \frac{4}{20}n \\ &= \frac{19}{20}n \end{aligned}$$

Problema 6

el tiempo requerido para el modelo más reciente: t

el tiempo requerido para el modelo más antiguo es el doble del tiempo requerido por el modelo más reciente: $2t$

Problema 7

la longitud de una pieza: L

la longitud de una segunda pieza: $6 - L$

Soluciones de los problemas del capítulo 3

SECCIÓN 3.1

Problema 1

$$5 - 4x = 8x + 2$$

$$5 - 4\left(\frac{1}{4}\right) \quad \left| \quad 8\left(\frac{1}{4}\right) + 2\right.$$

$$5 - 1 \quad \left| \quad 2 + 2\right.$$

$$4 = 4$$

- Sustituye x por $\frac{1}{4}$.
- Evalúa.
- Compara los resultados.

Sí, $\frac{1}{4}$ es la solución.

Problema 2

$$10x - x^2 = 3x - 10$$

$$10(5) - (5)^2 \quad \left| \quad 3(5) - 10\right.$$

$$50 - 25 \quad \left| \quad 15 - 10\right.$$

$$25 \neq 5$$

- Sustituye x por 5.
- Evalúa.
- Compara los resultados.

No, 5 no es la solución.

Problema 3

$$x - \frac{1}{3} = -\frac{3}{4}$$

$$x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$$

$$x + 0 = -\frac{9}{12} + \frac{4}{12}$$

$$x = -\frac{5}{12}$$

- Suma $\frac{1}{3}$ a cada lado.
- Simplifica.
- La forma *variable = constante*

Comprobación

$$x - \frac{1}{3} = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{5}{12} - \frac{1}{3} \quad \left| \quad -\frac{3}{4}\right.$$

$$-\frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$$

- Una ecuación verdadera. La solución se comprueba.

La solución es $-\frac{5}{12}$.

Problema 4

$$-8 = 5 + x$$

$$-8 - 5 = 5 - 5 + x$$

$$-13 = x$$

- Resta 5 a cada lado.
- Simplifica.

La solución es -13 .

Problema 5

$$-\frac{2x}{5} = 6$$

$$\left(-\frac{5}{2}\right)\left(-\frac{2x}{5}\right) = \left(-\frac{5}{2}\right)(6)$$

$$1x = -15$$

$$x = -15$$

- Multiplica cada lado por $-\frac{5}{2}$.
- Simplifica.
- La forma *variable = constante*

La solución es -15 .

Problema 6

$$6x = 10 \quad \text{Comprobación} \quad \frac{6x = 10}{6\left(\frac{5}{3}\right) \quad \left| \quad 10\right.}$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{10}{6}$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$10 = 10$$

La solución es $\frac{5}{3}$.

Problema 7

$$4x - 8x = 16$$

$$-4x = 16$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{16}{-4}$$

$$x = -4$$

- Simplifica los términos semejantes.
- Divide cada lado entre -4 .

La solución es -4 .

SECCIÓN 3.2

Problema 1

$$PB = A$$

$$P(60) = 27 \quad \bullet \quad B = 60, A = 27$$

$$60P = 27$$

$$\frac{60P}{60} = \frac{27}{60} \quad \bullet \quad \text{Divide cada lado entre 60.}$$

$$P = 0.45 \quad \bullet \quad 0.45 = 45\%$$

27 es el 45% de 60.

Problema 2

Estrategia Para calcular el porcentaje de las preguntas respondidas correctamente, resuelve la ecuación básica del porcentaje con $B = 80$ y $A = 72$. El porcentaje es desconocido.

Solución

$$PB = A$$

$$P(80) = 72 \quad \bullet \quad B = 80, A = 72$$

$$80P = 72$$

$$\frac{80P}{80} = \frac{72}{80} \quad \bullet \quad \text{Divide cada lado entre 80.}$$

$$P = 0.9 \quad \bullet \quad 0.9 = 90\%$$

90% de las preguntas fueron respondidas correctamente.

Problema 3

Estrategia Para calcular el impuesto sobre ventas, resuelve la ecuación básica del porcentaje utilizando $B = 895$ y $P = 6\% = 0.06$. El monto es desconocido.

Solución

$$PB = A$$

$$0.06(895) = A \quad \bullet \quad P = 0.06, B = 895$$

$$53.7 = A \quad \bullet \quad \text{Multiplica.}$$

El impuesto sobre ventas es \$53.70.

Problema 4

Estrategia Para determinar cuánto debe depositar ella en la cuenta bancaria:

- Calcula el monto de los intereses ganados por los bonos municipales al resolver la ecuación: $I = Prt$ para I utilizando $P = 1000$, $r = 6.4\% = 0.064$ y $t = 1$.

- Resuelve $I = Prt$ para P utilizando el importe de los intereses ganados en los bonos municipales para $I, r = 8\% = 0.08$ y $t = 1$.

Solución $I = Prt$
 $I = 1000(0.064)(1)$ • $P = 1000, r = 0.064, t = 1$
 $I = 64$ • **Multiplica.**

Los intereses ganados sobre los bonos municipales son \$64.

$$\begin{aligned} I &= Prt \\ 64 &= P(0.08)(1) \quad \bullet \quad I = 64, r = 0.08, t = 1 \\ 64 &= 0.08P \quad \bullet \quad \text{Multiplica.} \\ \frac{64}{0.08} &= \frac{0.08P}{0.08} \quad \bullet \quad \text{Divide cada lado entre 0.08.} \\ 800 &= P \end{aligned}$$

Clarissa debe depositar \$800 en la cuenta bancaria.

Problema 5

Estrategia Determina el número de onzas de cereal en un plato, resuelve la ecuación $Q = Ar$ para A utilizando $Q = 2$ y $r = 25\% = 0.25$.

Solución $Q = Ar$
 $2 = A(0.25)$ • $Q = 2, r = 0.25$
 $\frac{2}{0.25} = \frac{A(0.25)}{0.25}$ • **Divide cada lado entre 0.25.**
 $8 = A$

El plato contiene 8 onzas de cereal.

Problema 6

Estrategia La distancia es de 80 millas. Sin embargo, $d = 80$. Los ciclistas se mueven en distintas direcciones, así que la tasa a la que la distancia entre ellos cambia es la suma de los promedios de los dos ciclistas. El promedio es de $18 \text{ mph} + 14 \text{ mph} = 32 \text{ mph}$. Sin embargo, $r = 32$. Para calcular el tiempo, resuelve la ecuación $d = rt$ para t .

Solución $d = rt$
 $80 = 32t$ • $d = 80, r = 32$
 $\frac{80}{32} = \frac{32t}{32}$ • **Divide cada lado entre 32.**
 $2.5 = t$

Se encontrarán 2.5 horas después de partir.

Problema 7

Estrategia Debido a que el avión vuela con viento en contra, su velocidad es la velocidad del avión con viento en calma (250 mph) menos la velocidad del viento en contra (25 millas por hora): $250 \text{ mph} - 25 \text{ mph} = 225 \text{ mph}$. Por tanto, $r = 225$. El tiempo es 3 horas, por lo que $t = 3$. Para calcular la distancia, resuelve la ecuación $d = rt$ para d .

Solución $d = rt$
 $d = 225(3)$ • $r = 225, t = 3$
 $d = 675$ • **Multiplica.**

El avión puede volar 675 millas en 3 horas.

SECCIÓN 3.3

Problema 1

$$\begin{aligned} 5x + 7 &= 10 \\ 5x + 7 - 7 &= 10 - 7 & \bullet \quad \text{Resta 7 a cada lado.} \\ 5x &= 3 & \bullet \quad \text{Simplifica.} \\ \frac{5x}{5} &= \frac{3}{5} & \bullet \quad \text{Divide cada lado entre 5.} \\ x &= \frac{3}{5} & \bullet \quad \text{La forma variable = constante} \end{aligned}$$

La solución es $\frac{3}{5}$.

Problema 2

$$\begin{aligned} 11 &= 11 + 3x \\ 11 - 11 &= 11 - 11 + 3x & \bullet \quad \text{Resta 11 a cada lado.} \\ 0 &= 3x & \bullet \quad \text{Simplifica.} \\ \frac{0}{3} &= \frac{3x}{3} & \bullet \quad \text{Divide cada lado entre 3.} \\ 0 &= x & \bullet \quad \text{Simplifica.} \end{aligned}$$

La solución es 0.

Problema 3

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} - \frac{2}{3}x &= \frac{1}{2} & \bullet \quad \text{Determina el mcm de los denominadores.} \\ 6\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{3}x\right) &= 6\left(\frac{1}{2}\right) & \bullet \quad \text{El mcm es 6. Multiplica cada lado por 6.} \\ 6\left(\frac{5}{2}\right) - 6\left(\frac{2}{3}x\right) &= 3 \\ 15 - 4x &= 3 & \bullet \quad \text{Propiedad distributiva.} \\ 15 - 15 - 4x &= 3 - 15 & \bullet \quad \text{La ecuación ahora no tiene fracciones.} \\ -4x &= -12 \\ \frac{-4x}{-4} &= \frac{-12}{-4} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

La solución es 3.

Problema 4

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} + \frac{3}{2} &= \frac{3x}{8} & \bullet \quad \text{Determina el mcm de los denominadores.} \\ 8\left(\frac{x}{4} + \frac{3}{2}\right) &= 8\left(\frac{3x}{8}\right) & \bullet \quad \text{El mcm es 8. Multiplica cada lado por 8.} \\ 8\left(\frac{x}{4}\right) + 8\left(\frac{3}{2}\right) &= 3x & \bullet \quad \text{Propiedad distributiva.} \\ 2x + 12 &= 3x & \bullet \quad \text{La ecuación ahora no tiene fracciones.} \\ 2x - 2x + 12 &= 3x - 2x \\ 12 &= x \end{aligned}$$

La solución es 12.

Problema 5

$$\begin{aligned} 5x + 4 &= 6 + 10x \\ 5x - 10x + 4 &= 6 + 10x - 10x & \bullet \quad \text{Resta 10x a cada lado.} \\ -5x + 4 &= 6 & \bullet \quad \text{Simplifica.} \\ -5x + 4 - 4 &= 6 - 4 & \bullet \quad \text{Resta 4 a cada lado.} \\ -5x &= 2 & \bullet \quad \text{Simplifica.} \end{aligned}$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{2}{-5}$$

$$x = -\frac{2}{5}$$

La solución es $-\frac{2}{5}$.

Problema 6

$$5x - 4(3 - 2x) = 2(3x - 2) + 6$$

$$5x - 12 + 8x = 6x - 4 + 6$$

$$13x - 12 = 6x + 2$$

$$13x - 6x - 12 = 6x - 6x + 2$$

$$7x - 12 = 2$$

$$7x - 12 + 12 = 2 + 12$$

$$7x = 14$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

La solución es 2.

Problema 7

$$-2[3x - 5(2x - 3)] = 3x - 8$$

$$-2[3x - 10x + 15] = 3x - 8$$

$$-2[-7x + 15] = 3x - 8$$

$$14x - 30 = 3x - 8$$

$$14x - 3x - 30 = 3x - 3x - 8$$

$$11x - 30 = -8$$

$$11x - 30 + 30 = -8 + 30$$

$$11x = 22$$

$$\frac{11x}{11} = \frac{22}{11}$$

$$x = 2$$

La solución es 2.

Problema 8

Estrategia Para determinar el número de años, sustituye V con 10,200 en la ecuación dada y resuelve para t .

Solución

$$V = 450t + 7500$$

$$10,200 = 450t + 7500$$

$$10,200 - 7500 = 450t + 7500 - 7500$$

$$2700 = 450t$$

$$\frac{2700}{450} = \frac{450t}{450}$$

$$6 = t$$

En 6 años el valor de la inversión será de \$10,200.

Problema 9

Estrategia La palanca es de 14 pies de largo, por lo que $d = 14$. Una vez que la fuerza es de 6 pies desde el punto de apoyo, por lo que $x = 6$. Esta fuerza es de 40 libras, por lo que $F_1 = 40$. Para determinar la otra fuerza, cuyo sistema se balancea, cambia las variables de F_1 , x y d en la ecuación del sistema de palanca con los valores dados, y resuelve para F_2 .

Solución

$$F_1x = F_2(d - x)$$

$$40(6) = F_2(14 - 6) \quad \bullet \quad F_1 = 40, x = 6, d = 14$$

• Divide cada lado entre -5 .

• La forma
variable = constante

• Propiedad distributiva.
• Simplifica.
• Resta $6x$ a cada lado.

• Suma 12 a cada lado.

• Divide cada lado entre 7.

• Propiedad distributiva.
• Simplifica entre corchetes.

• Propiedad distributiva.
• Resta $3x$ a cada lado.

• Suma 30 a cada lado.

• Divide cada lado entre 11.

$$240 = F_2(8)$$

$$240 = 8F_2$$

$$\frac{240}{8} = \frac{8F_2}{8}$$

$$30 = F_2$$

• Simplifica.

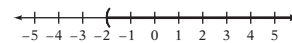
• Divide cada lado entre 8.

En el otro extremo debe aplicarse una fuerza de 30 libras.

SECCIÓN 3.4

Problema 1

El conjunto solución son los números mayores que -2 .



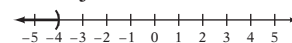
Problema 2

$$x + 2 < -2$$

$$x + 2 - 2 < -2 - 2 \quad \bullet \quad \text{Resta 2 a cada lado.}$$

$$x < -4$$

El conjunto solución es $x < -4$.



Problema 3

$$5x + 3 > 4x + 5$$

$$5x - 4x + 3 > 4x - 4x + 5 \quad \bullet \quad \text{Resta 4x a cada lado.}$$

$$x + 3 > 5$$

$$x + 3 - 3 > 5 - 3 \quad \bullet \quad \text{Resta 3 a cada lado.}$$

$$x > 2$$

El conjunto solución es $x > 2$.

Problema 4

$$-\frac{3}{4}x \geq 18$$

$$-\frac{4}{3}\left(-\frac{3}{4}x\right) \leq -\frac{4}{3}(18) \quad \bullet \quad \text{Multiplica cada lado por } -\frac{4}{3}. \text{ Invierte el símbolo de desigualdad.}$$

$$x \leq -24$$

El conjunto solución es $x \leq -24$.

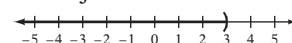
Problema 5

$$3x < 9$$

$$\frac{3x}{3} < \frac{9}{3} \quad \bullet \quad \text{Divide cada lado entre 3.}$$

$$x < 3$$

El conjunto solución es $x < 3$.



Problema 6

$$5 - 4x > 9 - 8x$$

$$5 - 4x + 8x > 9 - 8x + 8x \quad \bullet \quad \text{Suma 8x a cada lado.}$$

$$5 + 4x > 9$$

$$5 - 5 + 4x > 9 - 5 \quad \bullet \quad \text{Resta 5 a cada lado.}$$

$$4x > 4$$

$$\frac{4x}{4} > \frac{4}{4}$$

$$x > 1$$

El conjunto solución es $x > 1$.

Problema 7

$$8 - 4(3x + 5) \leq 6(x - 8)$$

$$8 - 12x - 20 \leq 6x - 48$$

$$-12 - 12x \leq 6x - 48$$

• Propiedad distributiva.

$$\begin{aligned}
 -12 - 12x - 6x &\leq 6x - 6x - 48 & \bullet \text{ Resta } 6x \text{ a cada} \\
 -12 - 18x &\leq -48 & \text{ lado.} \\
 -12 + 12 - 18x &\leq -48 + 12 & \bullet \text{ Suma } 12 \text{ a cada lado.} \\
 -18x &\leq -36 \\
 \frac{-18x}{-18} &\geq \frac{-36}{-18} & \bullet \text{ Divide cada lado entre} \\
 x &\geq 2 & \text{ } -18. \text{ Invierte el símbolo} \\
 & & \text{ de desigualdad.}
 \end{aligned}$$

El conjunto solución es $x \geq 2$.

Soluciones de los problemas del capítulo 4

SECCIÓN 4.1

Problema 1

El número desconocido: n

nueve menos que dos veces un número	es	cinco veces la suma del número y doce
-------------------------------------	----	---------------------------------------

$$\begin{aligned}
 2n - 9 &= 5(n + 12) \\
 2n - 9 &= 5n + 60 \\
 2n - 5n - 9 &= 5n - 5n + 60 \\
 -3n - 9 &= 60 \\
 -3n - 9 + 9 &= 60 + 9 \\
 -3n &= 69 \\
 \frac{-3n}{-3} &= \frac{69}{-3} \\
 n &= -23
 \end{aligned}$$

El número es -23 .

Problema 2

Estrategia ▶ Primer número entero consecutivo: n
 Segundo número entero consecutivo: $n + 1$
 Tercer número entero consecutivo: $n + 2$
 ▶ La suma de los tres números enteros es -12 .

Solución

$$\begin{aligned}
 n + (n + 1) + (n + 2) &= -12 \\
 3n + 3 &= -12 \\
 3n &= -15 \\
 n &= -5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n + 1 &= -5 + 1 = -4 \\
 n + 2 &= -5 + 2 = -3
 \end{aligned}$$

Los tres números enteros consecutivos son -5 , -4 y -3 .

Problema 3

Estrategia Para determinar el número de átomos de carbono, escribe y resuelve una ecuación utilizando n para representar el número de átomos de carbono.

Solución

ocho	representa	dos veces el número de átomos de carbono
------	------------	--

$$\begin{aligned}
 8 &= 2n \\
 \frac{8}{2} &= \frac{2n}{2} \\
 4 &= n
 \end{aligned}$$

En una molécula de gas butano existen 4 átomos de carbono.

Problema 4

Estrategia Para determinar el número de bicicletas de 10 velocidades que se fabrican cada día, escribe y resuelve la ecuación, utilizando n para representar el número de bicicletas de 10 velocidades y $160 - n$ para representar el número de bicicletas de 3 velocidades.

Solución

cuatro veces el número de bicicletas fabricadas de 3 velocidades	es igual a	30 menos que el número de bicicletas fabricadas de 10 velocidades
--	------------	---

$$\begin{aligned}
 4(160 - n) &= n - 30 \\
 640 - 4n &= n - 30 \\
 640 - 4n - n &= n - n - 30 \\
 640 - 5n &= -30 \\
 640 - 640 - 5n &= -30 - 640 \\
 -5n &= -670 \\
 \frac{-5n}{-5} &= \frac{-670}{-5} \\
 n &= 134
 \end{aligned}$$

Existen 134 bicicletas de 10 velocidades fabricadas cada día.

SECCIÓN 4.2

Problema 1

Estrategia ▶ Cada uno de los lados iguales: l
 ▶ Utiliza la ecuación para el perímetro de un cuadrado.

Solución

$$\begin{aligned}
 P &= 4l \\
 52 &= 4l \\
 13 &= l
 \end{aligned}$$

La longitud de cada lado es de 13 pies.

Problema 2

Estrategia Los ángulos marcados son ángulos adyacentes de rectas que se intersectan y son, por tanto, ángulos suplementarios. Para calcular x , escribe una ecuación y resuelve para x .

Solución

$$\begin{aligned}
 x + (3x + 20^\circ) &= 180^\circ \\
 4x + 20^\circ &= 180^\circ \\
 4x &= 160^\circ \\
 x &= 40^\circ
 \end{aligned}$$

Problema 3

Estrategia $2x = y$ debido a que los ángulos exteriores alternos tienen la misma medida.

$y + (x + 15^\circ) = 180^\circ$ debido a que los ángulos adyacentes de rectas que se intersectan son ángulos suplementarios.

Sustituye y por $2x$ y resuelve para x .

Solución

$$\begin{aligned}
 y + (x + 15^\circ) &= 180^\circ \\
 2x + (x + 15^\circ) &= 180^\circ \\
 3x + 15^\circ &= 180^\circ \\
 3x &= 165^\circ \\
 x &= 55^\circ
 \end{aligned}$$

Problema 4

- Estrategia** ► Para calcular la medida de $\angle a$, utiliza el hecho de que $\angle a$ y $\angle y$ son ángulos opuestos por el vértice.
- Para calcular la medida de $\angle b$, utiliza el hecho de que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .
- Para calcular la medida de $\angle d$, utiliza el hecho de que $\angle b$ y $\angle d$ son ángulos suplementarios.

Solución $\angle a = \angle y = 55^\circ$ • $\angle a$ y $\angle y$ son ángulos opuestos por el vértice.

$$\angle a + \angle b + 90^\circ = 180^\circ$$

$$55^\circ + \angle b + 90^\circ = 180^\circ$$

$$145^\circ + \angle b = 180^\circ$$

$$\angle b = 35^\circ$$

• La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

$$\angle b + \angle d = 180^\circ$$

$$35^\circ + \angle d = 180^\circ$$

$$\angle d = 145^\circ$$

• $\angle b$ y $\angle d$ son ángulos suplementarios.

Problema 5

- Estrategia** Para calcular la medida de un tercer ángulo, utiliza el hecho de que la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° . Escribe la ecuación utilizando x para representar la medida del tercer ángulo. Resuelve la ecuación para x .

Solución $x + 90^\circ + 27^\circ = 180^\circ$

$$x + 117^\circ = 180^\circ$$

$$x = 63^\circ$$

La medida del tercer ángulo es 63° .

SECCIÓN 4.3**Problema 1**

- Estrategia** Dado que: $C = \$120$
 $S = \$180$

Margen de utilidad desconocido: r
Utiliza la ecuación $S = C + rC$.

Solución $S = C + rC$

$$180 = 120 + 120r$$

• Sustituye el valor de C y de S .

$$60 = 120r$$

• Resta 120 a cada lado.

$$0.5 = r$$

• Divide cada lado entre 120.

El margen de utilidad es 50%. • Cambia 0.5 a porcentaje.

Problema 2

- Estrategia** Dado que: $r = 40\% = 0.40$
 $S = \$266$

Costo desconocido: C
Utiliza la ecuación $S = C + rC$.

Solución $S = C + rC$

$$266 = C + 0.4C$$

• Sustituye los valores de S y r .

$$266 = 1.40C$$

• $C + 0.40C = 1C + 0.40C$

$$190 = C$$

$= (1 + 0.40)C$

El costo es \$190.

Problema 3

- Estrategia** Dado que: $R = \$39.80$
 $S = \$29.85$

Tasa de descuento desconocida: r
Utiliza la ecuación $S = R - rR$.

Solución $S = R - rR$

$$29.85 = 39.80 - 39.80r$$

• Sustituye S y R .

$$-9.95 = -39.80r$$

• Resta 39.80 a cada lado.

$$0.25 = r$$

• Divide cada lado entre -39.80 .

La tasa de descuento es 25%.

Problema 4

- Estrategia** Dado que: $S = \$43.50$
 $r = 25\% = 0.25$

Precios regulares desconocidos: R
Utiliza la ecuación $S = R - rR$.

Solución $S = R - rR$

$$43.50 = R - 0.25R$$

• Sustituye S y r .

$$43.50 = 0.75R$$

• $R - 0.25R = 1R - 0.25R$

$$58 = R$$

$= (1 - 0.25)R$

El precio regular es \$58.

SECCIÓN 4.4**Problema 1**

- Estrategia** ► Monto invertido al 4%: x
Monto invertido al 6%: $18,000 - x$

	Capital	Tasa	Interés
Monto al 4%	x	0.04	$0.04x$
Monto al 6%	$18,000 - x$	0.06	$0.06(18,000 - x)$

- El interés ganado en una cuenta es igual al interés ganado en la otra.

Solución $0.04x = 0.06(18,000 - x)$ • Las dos cuentas ganaron la misma cantidad de dinero.

$$0.04x = 1080 - 0.06x$$

$$0.1x = 1080$$

• El monto invertido al 4% es \$10,800.

$$x = 10,800$$

Sustituye el valor de x en la expresión del monto invertido al 6%.

$18,000 - x = 18,000 - 10,800 = 7200$
El monto invertido al 4% es \$10,800.
El monto invertido al 6% es \$7200.

SECCIÓN 4.5

Problema 1

Estrategia ► Libras de \$0.75 de fertilizante: x

	Cantidad	Costo	Valor
\$.90 fertilizante	20	0.90	$0.90(20)$
\$.75 fertilizante	x	0.75	$0.75x$
\$.85 fertilizante	$20 + x$	0.85	$0.85(20 + x)$

► La suma de los valores antes de mezclar equivale al valor después de mezclar.

Solución $0.90(20) + 0.75x = 0.85(20 + x)$
 $18 + 0.75x = 17 + 0.85x$
 $18 - 0.10x = 17$
 $-0.10x = -1$
 $x = 10$
Debieron agregarse 10 libras del fertilizante de \$0.75.

• El valor del fertilizante de \$0.90 más el valor del fertilizante de \$0.75 es igual al valor de la mezcla.

Problema 2

Estrategia ► El jugo de naranja natural es 100% jugo de naranja. $100\% = 1.00$
Cantidad de jugo de naranja natural: x

	Cantidad	Porcentaje	Cantidad
Jugo de naranja natural	x	1.00	$1.00x$
Bebida de fruta	5	0.10	$0.10(5)$
Bebida de naranja	$x + 5$	0.25	$0.25(x + 5)$

► La suma de las cantidades antes de mezclarlo es igual a la cantidad resultante después de la mezcla.

Solución $1.00x + 0.10(5) = 0.25(x + 5)$
 $1.00x + 0.5 = 0.25x + 1.25$
 $0.75x + 0.5 = 1.25$
 $0.75x = 0.75$
 $x = 1$
Para elaborar bebida de naranja, se añade a la bebida de fruta 1 cuarto de jugo de naranja natural.

• La cantidad de jugo de naranja natural más la cantidad de bebida de fruta es igual a la cantidad de bebida de naranja.

SECCIÓN 4.6

Problema 1

Estrategia ► Velocidad del primer tren: r
Velocidad del segundo tren: $2r$

	Velocidad	Tiempo	Distancia
Primer tren	r	3	$3r$
Segundo tren	$2r$	3	$3(2r)$

► La suma de las distancias recorridas por cada tren es igual a 306 millas.

Solución $3r + 3(2r) = 306$
 $3r + 6r = 306$
 $9r = 306$
 $r = 34$

• La distancia recorrida por el primer tren más la distancia recorrida por el segundo es de 306 millas.

$2r = 2(34) = 68$

El primer tren viaja a 34 mph.
El segundo tren viaja a 68 mph.

Problema 2

Estrategia ► Tiempo de vuelo a la salida: t
Tiempo de vuelo al regreso: $7 - t$

	Promedio	Tiempo	Distancia
Salida	120	t	$120t$
Regreso	90	$7 - t$	$90(7 - t)$

► La distancia de salida es igual a la distancia de regreso.

Solución $120t = 90(7 - t)$
 $120t = 630 - 90t$
 $210t = 630$
 $t = 3$

• El tiempo de salida fue 3 horas. Calcula la distancia.

Distancia = $120t = 120(3) = 360$ millas
La parcela de tierra era de 360 millas de distancia.

SECCIÓN 4.7

Problema 1

Estrategia Para calcular el precio mínimo de venta, escribe y resuelve una igualdad utilizando S para representar el precio de venta.

Solución $340 < 0.70S$
 $\frac{340}{0.70} < \frac{0.70S}{0.70}$
 $485.71429 < S$

• Divide cada lado entre 0.70.

El precio mínimo de venta es \$485.72.

Problema 2

Estrategia Para determinar el número máximo de millas:
► Escribe una expresión para el costo de cada automóvil utilizando x para representar el número de millas conducidas fuera del radio durante la semana.
► Escribe y resuelve una desigualdad.

el costo de una compañía automotriz A	es menor que	el costo de una compañía automotriz B
---------------------------------------	--------------	---------------------------------------

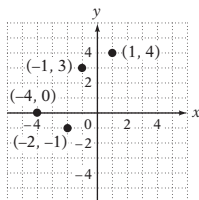
$40(7) + 0.20x < 45(7) + 0.15x$
 $280 + 0.20x < 315 + 0.15x$
 $280 + 0.20x - 0.15x < 315 + 0.15x - 0.15x$
 $280 + 0.05x < 315$
 $280 - 280 + 0.05x < 315 - 280$
 $0.05x < 35$
 $\frac{0.05x}{0.05} < \frac{35}{0.05}$
 $x < 700$

El número máximo de millas es 699.

Soluciones de los problemas del capítulo 5

SECCIÓN 5.1

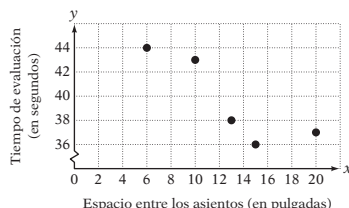
Problema 1



Problema 2

$A(4, 2)$, $B(-3, 4)$, $C(-3, 0)$, $D(0, 0)$

Problema 3



Problema 4

En 1900, la población era de 76 millones: (1900, 76)

En 2000, la población era de 281 millones: (2000, 281)

Tasa de cambio promedio

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} \\
 &= \frac{\text{población en 2000} - \text{población en 1900}}{2000 - 1900} \\
 &= \frac{281 - 76}{2000 - 1900} \\
 &= \frac{205}{100} = 2.05
 \end{aligned}$$

La tasa de cambio promedio de la población fue de 2.05 millones de personas por año.

SECCIÓN 5.2

Problema 1

$$y = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$\begin{array}{r|l}
 -4 & -\frac{1}{2}(2) - 3 \\
 & -1 - 3 \\
 & -4 \\
 \hline
 -4 & = -4
 \end{array}$$

• Sustituye x con 2 y y con -4 .

Sí, $(2, -4)$ es una solución de $y = -\frac{1}{2}x - 3$.

Problema 2

$$y = -\frac{1}{4}x + 1$$

$$= -\frac{1}{4}(4) + 1$$

$$= -1 + 1$$

$$= 0$$

• Sustituye x por 4.

• Resuelve para y .

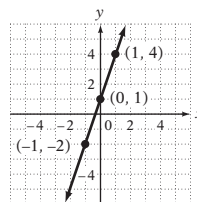
• Cuando $x = 4$, $y = 0$.

El par ordenado que representa la solución es $(4, 0)$.

Problema 3

x	$y = 3x + 1$
0	1
1	4
-1	-2

• Elige tres valores para x . Determina los valores correspondientes de y .

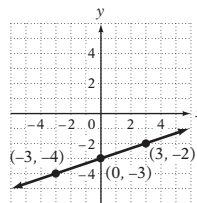


• Grafica los pares ordenados que representan las soluciones. Traza una recta a través de los puntos.

Problema 4

x	$y = \frac{1}{3}x - 3$
0	-3
3	-2
-3	-4

• El valor de m es $\frac{1}{3}$.
Elige tres valores para x que sean múltiplos del denominador 3. Determina los valores correspondientes de y .



• Grafica los pares ordenados que representan las soluciones. Traza una recta a través de los puntos.

Problema 5

$$5x - 2y = 10$$

$$5x - 5x - 2y = -5x + 10$$

$$-2y = -5x + 10$$

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{-5x + 10}{-2}$$

$$y = \frac{-5x}{-2} + \frac{10}{-2}$$

$$y = \frac{5}{2}x - 5$$

• Resta $5x$ a cada lado.

• Divide cada lado entre -2 .

Problema 6

A. $5x - 2y = 10$

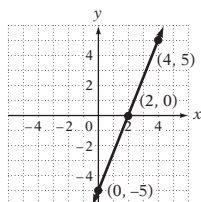
$$-2y = -5x + 10$$

$$y = \frac{5}{2}x - 5$$

• Resuelve la ecuación para y .

x	$y = \frac{5}{2}x - 5$
0	-5
2	0
4	5

• El valor de m es $\frac{5}{2}$.
Elige tres valores para x que sean múltiplos del denominador 2. Determina los valores correspondientes de y .



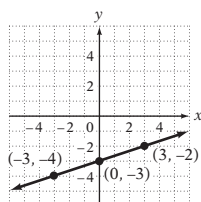
- Grafica los pares ordenados que representan las soluciones. Traza una recta a través de los puntos.

B. $x - 3y = 9$
 $-3y = -x + 9$
 $y = \frac{1}{3}x - 3$

x	$y = \frac{1}{3}x - 3$
0	-3
3	-2
-3	-4

- Resuelve la ecuación para y.

- El valor de m es $\frac{1}{3}$.
 Elige tres valores para x que sean múltiplos del denominador
 3. Determina los valores correspondientes de y.



- Grafica los pares ordenados que representan las soluciones. Traza una recta a través de los puntos.

Problema 7

Intersección con el eje x: $4x - y = 4$

$$4x - 0 = 4 \quad \text{• Para determinar la intersección con el eje x, sea } y = 0.$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

La intersección con el eje x es (1, 0).

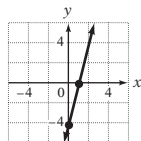
Intersección con el eje y: $4x - y = 4$

$$4(0) - y = 4 \quad \text{• Para determinar la intersección con el eje y, sea } x = 0.$$

$$-y = 4$$

$$y = -4$$

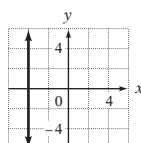
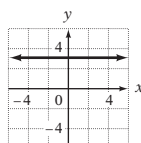
La intersección con el eje y es (0, -4).



- Grafica los pares ordenados que representan las soluciones (1, 0) y (0, -4). Traza una recta a través de los puntos.

Problema 8

- A. La gráfica de la ecuación $y = 3$ es una recta horizontal a través de (0, 3).
 B. La gráfica de la ecuación $x = -4$ es una recta vertical a través de (-4, 0)



SECCIÓN 5.3

Problema 1

A. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$

La pendiente es $\frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 2}{4 - 1} = \frac{-7}{3}$

La pendiente es $-\frac{7}{3}$.

C. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{2 - 2} = \frac{4}{0}$

La pendiente no está definida.

D. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-3)}{-5 - 1} = \frac{0}{-6} = 0$

La pendiente es 0.

Problema 2

Determina la pendiente de la recta entre (-2, -3) y (7, 1).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-3)}{7 - (-2)} = \frac{4}{9}$$

Determina la pendiente de la recta entre (1, 4) y (-5, 6).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{-5 - 1} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{9} \neq -\frac{1}{3}$$

Las pendientes no son iguales. Las rectas no son paralelas.

Problema 3

Determina la pendiente de la recta entre (4, -5) y (-2, 3).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-5)}{-2 - 4} = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}$$

Determina la pendiente de la recta entre (-1, 6) y (-5, 3).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 6}{-5 - (-1)} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{El producto de las pendientes es } \left(-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\right) = -1.$$

Las rectas son perpendiculares.

Problema 4

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8650 - 6100}{1 - 4} = \frac{2550}{-3} = -850$$

Una pendiente de -850 significa que el valor del automóvil disminuye a una tasa de \$850 por año.

Problema 5

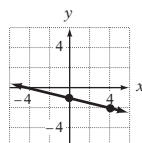
Intersección con el eje y = (0, b) = (0, -1)

$$m = -\frac{1}{4} = \frac{-1}{4}$$

Una pendiente de $-\frac{1}{4}$ significa que hay que recorrer hacia abajo 1 unidad (cambio en y) y después a la derecha 4 unidades (cambio en x).

A partir de la intersección (0, -1), recorrer hacia abajo una unidad y luego a la derecha 4 unidades.

El punto (4, -2) es un segundo punto en la gráfica. Traza una recta a través de (0, -1) y (4, -2).



Problema 6

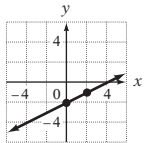
Resuelve la ecuación para y .

$$\begin{aligned}x - 2y &= 4 \\ -2y &= -x + 4 \\ y &= \frac{1}{2}x - 2\end{aligned}$$

La intersección con el eje $y = (0, b) = (0, -2)$; $m = \frac{1}{2}$

A partir de la intersección con el eje y $(0, -2)$, recorre una unidad hacia arriba (cambio en y) y después a la derecha 2 unidades (cambio en x).

El punto $(2, -1)$ es un segundo punto en la gráfica. Traza una recta a través de $(0, -2)$ y $(2, -1)$.

**SECCIÓN 5.4****Problema 1**

$$y = mx + b$$

La pendiente dada, $\frac{4}{3}$, es m . Sustituye m con $\frac{4}{3}$.

$$y = \frac{4}{3}x + b$$

El punto dado, $(0, -1)$, es la intersección con el eje y . Sustituye b con -1 .

$$y = \frac{4}{3}x - 1$$

La ecuación de la recta es $y = \frac{4}{3}x - 1$.

Problema 2

$$y = \frac{3}{2}x + b \quad \bullet \text{ Sustituye } m \text{ con la pendiente dada.}$$

$$\begin{aligned}-2 &= \frac{3}{2}(4) + b & \bullet \text{ Sustituye } x \text{ y } y \text{ por las coordenadas} \\ -2 &= 6 + b & \text{del punto dado.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-8 &= b & \bullet \text{ Resuelve para } b.\end{aligned}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 8 \quad \bullet \text{ Sustituye } b \text{ por su valor.}$$

Problema 3

$$m = \frac{2}{5} \quad (x_1, y_1) = (5, 4)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \bullet \text{ Fórmula punto-pendiente.}$$

$$y - 4 = \frac{2}{5}(x - 5) \quad \bullet \text{ Sustituye } x_1 \text{ por } 5, y_1 \text{ por } 4, \text{ y } m \text{ por } \frac{2}{5}.$$

$$y - 4 = \frac{2}{5}x - 2$$

$$y = \frac{2}{5}x + 2 \quad \bullet \text{ Reescribe en la forma } y = mx + b.$$

Problema 4

Sean $(x_1, y_1) = (-3, -9)$ y $(x_2, y_2) = (1, -1)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-9)}{1 - (-3)} = \frac{8}{4} = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-9) = 2(x - (-3))$$

$$y + 9 = 2(x + 3)$$

$$y + 9 = 2x + 6$$

$$y = 2x - 3$$

• **Fórmula punto-pendiente.**

• **$m = 2$; $(x_1, y_1) = (-3, -9)$**

• **Propiedad distributiva.**

• **Forma pendiente-ordenada al origen.**

La ecuación de la recta es $y = 2x - 3$.

SECCIÓN 5.5**Problema 1**

El dominio es $\{1\}$.

El rango es $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Existen pares ordenados con las mismas primeras coordenadas y distintas segundas coordenadas. La relación no es una función.

Problema 2

$$f(x) = -5x + 1$$

$$f(2) = -5(2) + 1$$

$$f(2) = -10 + 1$$

$$f(2) = -9$$

• **Escribe la función.**

• **Sustituye x por 2 y evalúa.**

• **$f(2)$ es el número que es el par de 2.**

El par ordenado $(2, -9)$ es un elemento de la función.

Problema 3

$$f(x) = 4x - 3$$

$$f(-5) = 4(-5) - 3 = -20 - 3 = -23$$

$$f(-3) = 4(-3) - 3 = -12 - 3 = -15$$

$$f(-1) = 4(-1) - 3 = -4 - 3 = -7$$

$$f(1) = 4(1) - 3 = 4 - 3 = 1$$

• **Escribe la función.**

• **Sustituye x por cada miembro del dominio.**

El rango es $\{-23, -15, -7, 1\}$.

Los pares ordenados $(-5, -23)$, $(-3, -15)$, $(-1, -7)$ y $(1, 1)$ son elementos de la función.

Problema 4

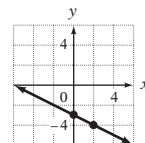
$$f(x) = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 3$$

• **Piensa en la función como la ecuación**

$$y = -\frac{1}{2}x - 3.$$

La gráfica es una recta con intersección con el eje y $(0, -3)$ y pendiente $-\frac{1}{2}$.

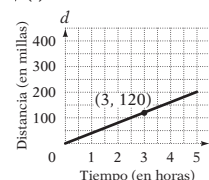
**Problema 5**

A. La distancia d que el automóvil viaja depende de la cantidad de tiempo t que ha viajado. La distancia d es una función del tiempo t .

$$d = 40t$$

$$f(t) = 40t$$

B.



• **Algunos de los pares ordenados de la función son $(1, 40)$, $(2, 80)$ y $(3, 120)$.**

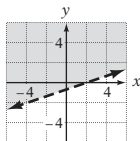
C. El par ordenado $(3, 120)$ significa que en 3 horas el automóvil recorre una distancia de 120 millas.

SECCIÓN 5.6

Problema 1

$$\begin{aligned}
 x - 3y &< 2 \\
 x - x - 3y &< -x + 2 \\
 -3y &< -x + 2 \\
 \frac{-3y}{-3} &> \frac{-x + 2}{-3} \\
 y &> \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

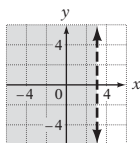
- Resuelve la desigualdad para y .



- Grafica $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ con una línea punteada. Sombrea la parte media superior del plano.

Problema 2

$$x < 3$$



- Grafica $x = 3$ con una línea punteada. Sombrea a la izquierda de la línea.

Soluciones de los problemas del capítulo 6

SECCIÓN 6.1

Problema 1

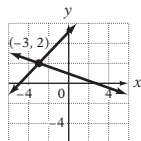
Sustituye x por -1 y y por -2 en cada ecuación.

$$\begin{array}{r|l}
 2x - 5y = 8 & -x + 3y = -5 \\
 2(-1) - 5(-2) & -(-1) + 3(-2) \\
 -2 + 10 & 1 + (-6) \\
 8 & -5 \\
 8 = 8 & -5 = -5
 \end{array}$$

Sí, $(-1, -2)$ es una solución del sistema de ecuaciones.

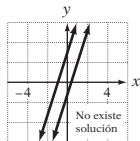
Problema 2

- A. Grafica cada recta.
Determina el punto de intersección.



La solución es $(-3, 2)$.

- B. Grafica cada recta.



Las rectas son paralelas y, por tanto, no existe intersección. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución.

SECCIÓN 6.2

Problema 1

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 7x - y &= 4 \\
 (2) \quad 3x + 2y &= 9 \\
 7x - y &= 4 \\
 -y &= -7x + 4 \\
 y &= 7x - 4
 \end{aligned}$$

- Resuelve para y la ecuación (1).

$$\begin{aligned}
 3x + 2y &= 9 \\
 3x + 2(7x - 4) &= 9 \\
 3x + 14x - 8 &= 9 \\
 17x - 8 &= 9 \\
 17x &= 17 \\
 x &= 1 \\
 7x - y &= 4 \\
 7(1) - y &= 4 \\
 7 - y &= 4 \\
 -y &= -3 \\
 y &= 3
 \end{aligned}$$

- Sustituye y por $7x - 4$ en la ecuación (2).
- Resuelve para x .
- Sustituye el valor de x en la ecuación (1).
- Resuelve para y .

La solución es $(1, 3)$.

Problema 2

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 3x - y &= 4 \\
 (2) \quad y &= 3x + 2 \\
 3x - y &= 4 \\
 3x - (3x + 2) &= 4 \\
 3x - 3x - 2 &= 4 \\
 -2 &= 4
 \end{aligned}$$

- Sustituye y por $3x + 2$ en la ecuación (1).
- Una ecuación falsa.

El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución.

Problema 3

$$\begin{aligned}
 (1) \quad y &= -2x + 1 \\
 (2) \quad 6x + 3y &= 3 \\
 6x + 3y &= 3 \\
 6x + 3(-2x + 1) &= 3 \\
 6x - 6x + 3 &= 3 \\
 3 &= 3
 \end{aligned}$$

- Sustituye y por $-2x + 1$ en la ecuación (2).
- Una ecuación verdadera.

El sistema de ecuaciones es dependiente. La solución son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $y = -2x + 1$.

SECCIÓN 6.3

Problema 1

$$\begin{aligned}
 (1) \quad x - 2y &= 1 \\
 (2) \quad 2x + 4y &= 0 \\
 2(x - 2y) &= 2 \cdot 1 \\
 2x + 4y &= 0 \\
 2x - 4y &= 2 \\
 2x + 4y &= 0
 \end{aligned}$$

- Sustituye y . Multiplica por 2 cada lado de la ecuación (1).

$$\begin{aligned}
 4x &= 2 \\
 x &= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

- Suma las ecuaciones.
- Resuelve para x .

$$\begin{aligned}
 2x + 4y &= 0 \\
 2\left(\frac{1}{2}\right) + 4y &= 0
 \end{aligned}$$

- Sustituye x en la ecuación (2).
- Resuelve para y .

$$\begin{aligned}
 1 + 4y &= 0 \\
 4y &= -1 \\
 y &= -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

La solución es $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$.

Problema 2

(1) $4x = y - 6$

(2) $2x + 5y = 8$

$4x - y = -6$

$2x + 5y = 8$

$4x - y = -6$

$-2(2x + 5y) = -2(8)$

$4x - y = -6$

$-4x - 10y = -16$

$-11y = -22$

$y = 2$

$4x = 2 - 6$

$4x = -4$

$x = -1$

La solución es $(-1, 2)$.**Problema 3**

(1) $2x - 3y = 4$

(2) $-4x + 6y = -8$

$2(2x - 3y) = 2 \cdot 4$

$-4x + 6y = -8$

$4x - 6y = 8$

$-4x + 6y = -8$

$0 + 0 = 0$

$0 = 0$

- Escribe la ecuación (1) en la forma $Ax + By = C$.

- Elimina x . Multiplica por -2 cada lado de la ecuación (2).

- Suma las ecuaciones.

- Resuelve para y .

- Sustituye y por 2 en la ecuación (1).

- Elimina y . Multiplica por 2 cada lado de la ecuación (1).

- Suma las ecuaciones.

- Una ecuación verdadera.

El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $2x - 3y = 4$.

SECCIÓN 6.4**Problema 1****Estrategia** ► Velocidad de la corriente: c Velocidad del canoísta en aguas en calma: r

	Velocidad	Tiempo	Distancia
Con la corriente	$r + c$	3	$3(r + c)$
Contra corriente	$r - c$	4	$4(r - c)$

- La distancia recorrida con la corriente es 24 millas.
La distancia recorrida contra la corriente es 24 millas.

Solución

$3(r + c) = 24 \rightarrow \frac{3(r + c)}{3} = \frac{24}{3} \rightarrow r + c = 8$

$$4(r - c) = 24 \rightarrow \frac{4(r - c)}{4} = \frac{24}{4} \rightarrow r - c = 6$$

$$\begin{array}{r} 2r = 14 \\ r = 7 \\ r + c = 8 \\ 7 + c = 8 \\ c = 1 \end{array}$$

La velocidad de la corriente es 1 mph.

La velocidad del canoísta en aguas en calma es 7 mph.

Problema 2**Estrategia** ► Costo por copia en blanco y negro: x Costo por copia a color: y

Martes:

	Cantidad	Costo unitario	Valor
Blanco y negro	85	x	$85x$
Color	25	y	$25y$

Miércoles:

	Cantidad	Costo unitario	Valor
Blanco y negro	75	x	$75x$
Color	5	y	$5y$

- El total de su viaje el martes fue \$14.20. El total del viaje de su compañero el miércoles fue \$6.90.

Solución

(1) $85x + 25y = 14.20$

(2) $75x + 5y = 6.90$

$85x + 25y = 14.20$

$-5(75x + 5y) = -5(6.90)$

$85x + 25y = 14.20$

$-375x - 25y = -34.50$

$-290x = -20.30$

$x = 0.07$

- Elimina y . Multiplica por -5 cada lado de la ecuación (2).

- Suma las ecuaciones.

- Resuelve para x .

El costo de la copia en blanco y negro es \$0.07.

Soluciones de los problemas del capítulo 7**SECCIÓN 7.1****Problema 1**

$2x^2 + 4x - 3$ • Organiza en la misma columna los términos semejantes.

$5x^2 - 6x$

$7x^2 - 2x - 3$ • Simplifica los términos semejantes en cada columna.

Problema 2

$(-4x^2 - 3xy + 2y^2) + (3x^2 - 4y^2)$

$= (-4x^2 + 3x^2) - 3xy + (2y^2 - 4y^2)$

$= -x^2 - 3xy - 2y^2$

- Agrupa los términos semejantes.
- Simplifica los términos semejantes.

Problema 3El opuesto de $2y^2 - xy + 5x^2$ es $-2y^2 + xy - 5x^2$.

$8y^2 - 4xy + x^2$

$-2y^2 + xy - 5x^2$

$6y^2 - 3xy - 4x^2$

- Escribe en la misma columna los términos semejantes.

- Simplifica los términos semejantes.

Problema 4

$$\begin{aligned}
 &(-3a^2 - 4a + 2) - (5a^3 + 2a - 6) \\
 &= (-3a^2 - 4a + 2) + (-5a^3 - 2a + 6) \quad \bullet \text{ Reescribe la resta como suma del opuesto.} \\
 &= -5a^3 - 3a^2 + (-4a - 2a) + (2 + 6) \\
 &= -5a^3 - 3a^2 - 6a + 8
 \end{aligned}$$

SECCIÓN 7.2**Problema 1**

$$(3x^2)(6x^3) = (3 \cdot 6)(x^2 \cdot x^3) = 18x^5$$

Problema 2

$$\begin{aligned}
 &(-3xy^2)(-4x^2y^3) \\
 &= [(-3)(-4)](x \cdot x^2)(y^2 \cdot y^3) \quad \bullet \text{ Reordena y agrupa los factores.} \\
 &= 12x^3y^5
 \end{aligned}$$

Problema 3

$$\begin{aligned}
 (3x)(2x^2y)^3 &= (3x)(2^3x^6y^3) = (3x)(8x^6y^3) \\
 &= (3 \cdot 8)(x \cdot x^6)y^3 = 24x^7y^3
 \end{aligned}$$

SECCIÓN 7.3**Problema 1**

$$\begin{aligned}
 \text{A. } 5x(3x^2 - 2x + 4) &= 5x(3x^2) - 5x(2x) + 5x(4) \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.} \\
 &= 15x^3 - 10x^2 + 20x \quad \bullet \text{ Regla de la multiplicación de expresiones con exponentes.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B. } (-2y + 3)(-4y) &= (-2y)(-4y) + 3(-4y) \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.} \\
 &= 8y^2 - 12y \quad \bullet \text{ Regla de la multiplicación de expresiones con exponentes.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{C. } -a^2(3a^2 + 2a - 7) &= -3a^4 - 2a^3 + 7a^2
 \end{aligned}$$

Problema 2

$$\begin{array}{r}
 2y^3 + 2y^2 - 3 \\
 \hline
 3y - 1 \\
 -2y^3 - 2y^2 + 3 \\
 \hline
 6y^4 + 6y^3 - 9y \\
 \hline
 6y^4 + 4y^3 - 2y^2 - 9y + 3
 \end{array}$$

Problema 3

$$\begin{array}{r}
 3x^3 - 2x^2 + x - 3 \\
 \hline
 2x + 5 \\
 15x^3 - 10x^2 + 5x - 15 \\
 \hline
 6x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 6x \\
 \hline
 6x^4 + 11x^3 - 8x^2 - x - 15
 \end{array}$$

Problema 4

$$\begin{aligned}
 (4y - 5)(3y - 3) &= 12y^2 - 12y - 15y + 15 \quad \bullet \text{ Utiliza el método PEIU.} \\
 &= 12y^2 - 27y + 15 \quad \bullet \text{ Simplifica los términos semejantes.}
 \end{aligned}$$

Problema 5

$$\begin{aligned}
 (3a + 2b)(3a - 5b) &= 9a^2 - 15ab + 6ab - 10b^2 \quad \bullet \text{ Utiliza el método PEIU.} \\
 &= 9a^2 - 9ab - 10b^2 \quad \bullet \text{ Simplifica los términos semejantes.}
 \end{aligned}$$

Problema 6

$$\begin{aligned}
 (2a + 5c)(2a - 5c) &= (2a)^2 - (5c)^2 \quad \bullet \text{ Producto de la suma y la diferencia de los dos términos.} \\
 &= 4a^2 - 25c^2
 \end{aligned}$$

Problema 7

$$\begin{aligned}
 (3x + 2y)^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(2y) + (2y)^2 \quad \bullet \text{ Cuadrado de un binomio.} \\
 &= 9x^2 + 12xy + 4y^2
 \end{aligned}$$

Problema 8

$$\begin{aligned}
 (6x - y)^2 &= (6x)^2 - 2(6x)(y) + (y)^2 \quad \bullet \text{ Cuadrado de un binomio.} \\
 &= 36x^2 - 12xy + y^2
 \end{aligned}$$

Problema 9

Estrategia Para calcular el área en términos de x , sustituye las variables b y h en la ecuación $A = bh$ con los valores dados. Simplifica la expresión en el lado derecho de la ecuación.

$$\begin{aligned}
 \text{Solución } A &= bh \\
 A &= (x + 7)(x - 4) \\
 A &= x^2 - 4x + 7x - 28 \quad \bullet \text{ Utiliza el método PEIU.} \\
 A &= x^2 + 3x - 28 \quad \bullet \text{ Simplifica los términos semejantes.}
 \end{aligned}$$

El área es de $(x^2 + 3x - 28) \text{ m}^2$.

Problema 10

Estrategia Para calcular el área del triángulo en términos de x , sustituye las variables b y h en la ecuación $A = \frac{1}{2}bh$ con los valores dados, y simplifica.

$$\begin{aligned}
 \text{Solución } A &= \frac{1}{2}bh \\
 A &= \frac{1}{2}(x + 3)(4x - 6) \quad \bullet \text{ Utiliza el método PEIU.} \\
 A &= \frac{1}{2}(4x^2 + 6x - 18) \quad \bullet \text{ Simplifica los términos semejantes.} \\
 A &= 2x^2 + 3x - 9 \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.}
 \end{aligned}$$

El área es $(2x^2 + 3x - 9) \text{ cm}^2$.

SECCIÓN 7.4**Problema 1**

$$\frac{2^{-2}}{2^3} = 2^{-2-3} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

Problema 2

$$\text{A. } x^5y^{-7} = \frac{x^5}{y^7} \quad \bullet \text{ Reescribe } y^{-7} \text{ con un exponente positivo.}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B. } \frac{b^8}{a^{-5}b^6} &= a^5b^{8-6} \quad \bullet \text{ Divide las variables con la misma base mediante la resta de los exponentes.} \\
 &= a^5b^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{C. } 4c^{-3} &= 4 \cdot \frac{1}{c^3} \quad \bullet \text{ Definición de exponentes negativos.} \\
 &= \frac{4}{c^3}
 \end{aligned}$$

Problema 3

A. $\frac{12x^{-8}y^4}{-16xy^{-3}} = -\frac{3x^{-9}y^7}{4} = -\frac{3y^7}{4x^9}$

B. $(-3ab)(2a^3b^{-2})^{-3} = (-3ab)(2^{-3}a^{-9}b^6)$
 $= -\frac{3a^{-8}b^7}{2^3} = -\frac{3b^7}{8a^8}$

Problema 4

A. $57,000,000,000 = 5.7 \times 10^{10}$

B. $0.000000017 = 1.7 \times 10^{-8}$

Problema 5

A. $5 \times 10^{12} = 5,000,000,000,000$

B. $4.0162 \times 10^{-9} = 0.0000000040162$

Problema 6

A. Multiplica 2.4 y 1.6. Suma los exponentes sobre 10.
 $(2.4 \times 10^{-9})(1.6 \times 10^3) = 3.84 \times 10^{-6}$

B. Divide 5.4 entre 1.8. Resta los exponentes sobre 10.
 $\frac{5.4 \times 10^{-2}}{1.8 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^2$

SECCIÓN 7.5**Problema 1**

$$\frac{4x^3y + 8x^2y^2 - 4xy^3}{2xy} = \frac{4x^3y}{2xy} + \frac{8x^2y^2}{2xy} - \frac{4xy^3}{2xy}$$

$$= 2x^2 + 4xy - 2y^2$$

Problema 2

$$\frac{24x^2y^2 - 18xy + 6y}{6xy} = \frac{24x^2y^2}{6xy} - \frac{18xy}{6xy} + \frac{6y}{6xy}$$

$$= 4xy - 3 + \frac{1}{x}$$

Problema 3

$$x - 2 \overline{) \begin{array}{r} x^2 + 2x + 2 \\ x^3 + 0x^2 - 2x - 4 \\ \hline x^3 - 2x^2 \\ \hline 2x^2 - 2x \\ \hline 2x^2 - 4x \\ \hline 2x - 4 \\ \hline 2x - 4 \\ \hline 0 \end{array}}$$

• No existe el término x^2 .
 Introduce $0x^2$ para el término faltante.

$$(x^3 - 2x - 4) \div (x - 2) = x^2 + 2x + 2$$

Soluciones de los problemas del capítulo 8**SECCIÓN 8.1****Problema 1**

$4x^6y = 2 \cdot 2 \cdot x^6 \cdot y$

$18x^2y^6 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^6$

MCD = $2 \cdot x^2 \cdot y = 2x^2y$

• Factoriza cada monomio.

• Los factores de las variables comunes son x^2 y y .

El MCD de $4x^6y$ y $18x^2y^6$ es $2x^2y$.

Problema 2

A. $14a^2 = 2 \cdot 7 \cdot a^2$

$21a^4b = 3 \cdot 7 \cdot a^4 \cdot b$

El mcd es $7a^2$.

$\frac{14a^2}{7a^2} = 2, \frac{-21a^4b}{7a^2} = -3a^2b$

$14a^2 - 21a^4b = 7a^2(2) + 7a^2(-3a^2b)$
 $= 7a^2(2 - 3a^2b)$

B. $6x^4y^2 = 2 \cdot 3 \cdot x^4 \cdot y^2$

$9x^3y^2 = 3 \cdot 3 \cdot x^3 \cdot y^2$

$12x^2y^4 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^4$

El mcd es $3x^2y^2$.

$\frac{6x^4y^2}{3x^2y^2} = 2x^2, \frac{-9x^3y^2}{3x^2y^2} = -3x, \frac{12x^2y^4}{3x^2y^2} = 4y^2$

$6x^4y^2 - 9x^3y^2 + 12x^2y^4$
 $= 3x^2y^2(2x^2) + 3x^2y^2(-3x) + 3x^2y^2(4y^2)$
 $= 3x^2y^2(2x^2 - 3x + 4y^2)$

Problema 3

$a(b - 7) + b(b - 7) = (b - 7)(a + b)$

• Determina el MCD de los términos.

• Divide cada término entre el MCD.

• Escribe cada término como un producto.

• Determina el MCD de los términos.

• Divide cada término entre el MCD.

• Escribe cada término como un producto.

• El factor común del binomio es $b - 7$.

Problema 4

$3y(5x - 2) - 4(2 - 5x)$

$= 3y(5x - 2) + 4(5x - 2)$

$= (5x - 2)(3y + 4)$

• Reescribe $2 - 5x$ como $-(5x - 2)$.

Problema 5

A. $y^5 - 5y^3 + 4y^2 - 20$

$= (y^5 - 5y^3) + (4y^2 - 20)$

$= y^3(y^2 - 5) + 4(y^2 - 5)$

$= (y^2 - 5)(y^3 + 4)$

B. $2y^3 - 2y^2 - 3y + 3$

$= (2y^3 - 2y^2) - (3y - 3)$

$= 2y^2(y - 1) - 3(y - 1)$

$= (y - 1)(2y^2 - 3)$

• Agrupa los términos.

• Factoriza el MCD de cada grupo.

• Factoriza el factor común del binomio.

• Agrupa los términos.

• Factoriza el MCD de cada grupo.

• Obtén el factor común del binomio.

SECCIÓN 8.2**Problema 1**

Factores de 15	Suma
-1, -15	-16
-3, -5	-8

• Ambos factores deben ser negativos.

$x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$

• Escribe los factores.

Problema 2

Factores de -18	Suma
1, -18	-17
-1, 18	17
2, -9	-7
-2, 9	7
3, -6	-3
-3, 6	3

• Los factores deben ser de signos opuestos.

$x^2 + 3x - 18 = (x + 6)(x - 3)$

• Escribe los factores.

Problema 3El MCD es $3b$.

$$3a^2b - 18ab - 81b = 3b(a^2 - 6a - 27)$$

Factoriza el trinomio $a^2 - 6a - 27$.

Factores de -27	Suma
1, -27	-26
-1 , 27	26
3 , -9	-6
-3 , 9	6

- **Determina el mcd**
- **Factoriza el MCD.**
- **Los factores deben ser de signos opuestos.**

$$3a^2b - 18ab - 81b = 3b(a + 3)(a - 9)$$

Problema 4El MCD es 4 .

$$4x^2 - 40xy + 84y^2$$

$$= 4(x^2 - 10xy + 21y^2)$$

Factoriza el trinomio $x^2 - 10xy + 21y^2$.

Factores de 21	Suma
-1 , -21	-22
-3 , -7	-10

- **Determina el MCD.**
- **Factoriza el MCD.**
- **Ambos factores deben ser negativos.**

$$4x^2 - 40xy + 84y^2 = 4(x - 3y)(x - 7y)$$

SECCIÓN 8.3**Problema 1**

Factores de 6	Factores de 5
1, 6	-1 , -5
2 , 3	

Factores de prueba	Término medio
$(x - 1)(6x - 5)$	$-5x - 6x = -11x$

$$6x^2 - 11x + 5 = (x - 1)(6x - 5)$$

Problema 2

Factores de 8	Factores de -15
1, 8	1, -15
2 , 4	-1 , 15
	3 , -5
	-3 , 5

Factores de prueba	Término medio
$(x + 1)(8x - 15)$	$-15x + 8x = -7x$
$(x - 1)(8x + 15)$	$15x - 8x = 7x$
$(x + 3)(8x - 5)$	$-5x + 24x = 19x$
$(x - 3)(8x + 5)$	$5x - 24x = -19x$
$(2x + 1)(4x - 15)$	$-30x + 4x = -26x$
$(2x - 1)(4x + 15)$	$30x - 4x = 26x$
$(2x + 3)(4x - 5)$	$-10x + 12x = 2x$
$(2x - 3)(4x + 5)$	$10x - 12x = -2x$
$(8x + 1)(x - 15)$	$-120x + x = -119x$
$(8x - 1)(x + 15)$	$120x - x = 119x$
$(8x + 3)(x - 5)$	$-40x + 3x = -37x$

$(8x - 3)(x + 5)$	$40x - 3x = 37x$
$(4x + 1)(2x - 15)$	$-60x + 2x = -58x$
$(4x - 1)(2x + 15)$	$60x - 2x = 58x$
$(4x + 3)(2x - 5)$	$-20x + 6x = -14x$
$(4x - 3)(2x + 5)$	$20x - 6x = 14x$

$$8x^2 + 14x - 15 = (4x - 3)(2x + 5)$$

Problema 3

Factores de 24	Factores de -1
1, 24	1, -1
2 , 12	
3 , 8	
4 , 6	

Factores de prueba	Término medio
$(1 - y)(24 + y)$	$y - 24y = -23y$
$(2 - y)(12 + y)$	$2y - 12y = -10y$
$(3 - y)(8 + y)$	$3y - 8y = -5y$
$(4 - y)(6 + y)$	$4y - 6y = -2y$

$$24 - 2y - y^2 = (4 - y)(6 + y)$$

Problema 4El MCD es $2a^2$.

$$4a^2b^2 - 30a^2b + 14a^2$$

$$= 2a^2(2b^2 - 15b + 7)$$

Factoriza el trinomio $2b^2 - 15b + 7$.

Factores de 2	Factores de 7
1, 2	-1 , -7

Factores de prueba	Término medio
$(b - 1)(2b - 7)$	$-7b - 2b = -9b$
$(b - 7)(2b - 1)$	$-b - 14b = -15b$

$$4a^2b^2 - 30a^2b + 14a^2$$

$$= 2a^2(b - 7)(2b - 1)$$

Problema 5

$$a \cdot c = -14$$

$$-1(14) = -14, -1 + 14 = 13$$

- **Calcula $a \cdot c$.**
- **Determina los dos números cuyo producto es -14 y cuya suma es 13 .**

$$2a^2 + 13a - 7$$

$$= 2a^2 - a + 14a - 7$$

$$= (2a^2 - a) + (14a - 7)$$

$$= a(2a - 1) + 7(2a - 1)$$

$$= (2a - 1)(a + 7)$$

- **Escribe $13a$ como $-a + 14a$.**
- **Factoriza por agrupamiento de términos.**

Problema 6

$$a \cdot c = -12$$

$$1(-12) = -12, 1 - 12 = -11$$

- **Determina $a \cdot c$.**
- **Determina dos números cuyo producto es -12 y cuya suma es -11 .**

$$4a^2 - 11a - 3$$

$$= 4a^2 + a - 12a - 3$$

$$= (4a^2 + a) - (12a + 3)$$

$$= a(4a + 1) - 3(4a + 1)$$

$$= (4a + 1)(a - 3)$$

- **Escribe $-11a$ como $a - 12a$.**
- **Factoriza por agrupamiento de términos.**

Problema 7El MCD es $5x$.

$$15x^3 + 40x^2 - 80x = 5x(3x^2 + 8x - 16)$$

$$3(-16) = -48$$

$$-4(12) = -48, -4 + 12 = 8$$

$$3x^2 + 8x - 16$$

$$= 3x^2 - 4x + 12x - 16$$

$$= (3x^2 - 4x) + (12x - 16)$$

$$= x(3x - 4) + 4(3x - 4)$$

$$= (3x - 4)(x + 4)$$

$$15x^3 + 40x^2 - 80x = 5x(3x^2 + 8x - 16)$$

$$= 5x(3x - 4)(x + 4)$$

- Calcula $a \cdot c$.
- Determina dos números cuyo producto es -48 y cuya suma es 8 .
- Escribe $8x$ como $-4x + 12x$.
- Factoriza por agrupamiento de términos.

SECCIÓN 8.4**Problema 1**

A. $25a^2 - b^2 = (5a)^2 - b^2$

$$= (5a + b)(5a - b)$$

B. $6x^2 - 1$ es no factorizable en los números enteros.

C. $n^8 - 36 = (n^4)^2 - 6^2$

$$= (n^4 + 6)(n^4 - 6)$$

- Diferencia de cuadrados.

- Diferencia de cuadrados.

Problema 2

$$n^4 - 81 = (n^2 + 9)(n^2 - 9)$$

$$= (n^2 + 9)(n + 3)(n - 3)$$

- Diferencia de cuadrados.
- Factoriza $n^2 - 9$.

Problema 3

A. $16y^2 = (4y)^2, 1 = 1^2$

$$(4y + 1)^2 = (4y)^2 + 2(4y)(1) + (1)^2$$

$$= 16y^2 + 8y + 1$$

$$16y^2 + 8y + 1 = (4y + 1)^2$$

B. $x^2 = (x)^2, 36 = 6^2$

$$(x + 6)^2 = x^2 + 2(x)(6) + 6^2$$

$$= x^2 + 12x + 36$$

- La factorización se comprueba.
- La factorización no está comprobada.

El polinomio no es un cuadrado perfecto.

$x^2 + 14x + 36$ no es factorizable en los números enteros.

SECCIÓN 8.5**Problema 1**

A. $12x^3 - 75x = 3x(4x^2 - 25)$

$$= 3x(2x + 5)(2x - 5)$$

B. $a^2b - 7a^2 - b + 7$

$$= (a^2b - 7a^2) - (b - 7)$$

$$= a^2(b - 7) - (b - 7)$$

$$= (b - 7)(a^2 - 1)$$

$$= (b - 7)(a + 1)(a - 1)$$

C. $4x^3 + 28x^2 - 120x = 4x(x^2 + 7x - 30)$

$$= 4x(x + 10)(x - 3)$$

SECCIÓN 8.6**Problema 1**

$$2x^2 - 50 = 0 \quad \bullet \text{ Una ecuación cuadrática.}$$

$$2(x^2 - 25) = 0 \quad \bullet \text{ Factorización de 2.}$$

$$x^2 - 25 = 0 \quad \bullet \text{ Divide cada lado entre 2.}$$

$$(x + 5)(x - 5) = 0 \quad \bullet \text{ Factoriza.}$$

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

- Establece cada factor igual a cero.

Las soluciones son -5 y 5 .

Problema 2

$$(x + 2)(x - 7) = 52$$

$$x^2 - 5x - 14 = 52 \quad \bullet \text{ Multiplica.}$$

$$x^2 - 5x - 66 = 0 \quad \bullet \text{ Escribe en forma general.}$$

$$(x - 11)(x + 6) = 0 \quad \bullet \text{ Factoriza.}$$

$$x - 11 = 0$$

$$x + 6 = 0$$

- Establece cada factor igual a cero.

$$x = 11$$

$$x = -6$$

Las soluciones son -6 y 11 .

Problema 3

Estrategia Primer entero positivo: n

Segundo entero positivo: $n + 1$

Cuadrado del primer entero positivo: n^2

Cuadrado del segundo entero positivo: $(n + 1)^2$

La suma de los cuadrados de los dos enteros es 85 .

Solución $n^2 + (n + 1)^2 = 85$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 = 85$$

$$2n^2 + 2n - 84 = 0$$

$$2(n^2 + n - 42) = 0$$

$$n^2 + n - 42 = 0$$

$$(n + 7)(n - 6) = 0$$

$$n + 7 = 0$$

$$n - 6 = 0$$

$$n = -7$$

$$n = 6$$

- Eleva al cuadrado $n + 1$.

- Forma general.

- Factorización de 2 .

- Divide cada lado entre 2 .

- Factoriza.

- Establece cada factor igual a cero.

-7 no es un entero positivo.

$$n + 1 = 6 + 1 = 7$$

Los dos enteros son 6 y 7 .

Problema 4

Estrategia Altura = h

Base = $2h + 3$

El área del rectángulo es 90 m^2 .

Utiliza la ecuación $A = bh$.

Solución $A = bh$

$$90 = (2h + 3)h$$

$$90 = 2h^2 + 3h$$

$$0 = 2h^2 + 3h - 90$$

$$0 = (2h + 15)(h - 6)$$

$$2h + 15 = 0$$

$$h - 6 = 0$$

$$2h = -15$$

$$h = 6$$

$$h = -\frac{15}{2}$$

- Sustituye A con 90 .

- Multiplica.

- Forma general.

- Factoriza.

- Establece cada factor igual a cero.

La altura no puede ser un número negativo.

$$2h + 3 = 2(6) + 3 = 12 + 3 = 15$$

La altura es 6 m . La base es 15 m .

Soluciones de los problemas del capítulo 9

SECCIÓN 9.1

Problema 1

$$\frac{6x^5y}{12x^2y^3} = \frac{\overset{1}{2} \cdot \overset{1}{3} \cdot x^5y}{\overset{1}{2} \cdot \overset{1}{2} \cdot \overset{1}{3} \cdot x^2y^3}$$

$$= \frac{x^3}{2y^2}$$

- Simplifica los coeficientes.
- Simplifica las partes variables.

Problema 2

$$\frac{x^2 + 2x - 24}{16 - x^2} = \frac{(x - 4)(x + 6)}{(4 - x)(4 + x)}$$

$$= \frac{\overset{-1}{(x - 1)}(x + 6)}{\overset{1}{(4 - x)}(4 + x)}$$

$$= -\frac{x + 6}{x + 4}$$

- Factoriza el numerador y el denominador.
- Divide entre los factores comunes.

Problema 3

A. $\frac{12x^2 + 3x}{10x - 15} \cdot \frac{8x - 12}{9x + 18}$

$$= \frac{3x(4x + 1)}{5(2x - 3)} \cdot \frac{4(2x - 3)}{9(x + 2)}$$

$$= \frac{\overset{1}{3}x(4x + 1) \cdot \overset{1}{2} \cdot \overset{1}{2}(2x - 3)}{5(\overset{1}{2x - 3}) \cdot \overset{1}{3} \cdot \overset{1}{3}(x + 2)}$$

$$= \frac{4x(4x + 1)}{15(x + 2)}$$

- Factoriza los numeradores y los denominadores.
- Multiplica. Divide entre los factores comunes.
- Simplifica.

B. $\frac{x^2 + 2x - 15}{9 - x^2} \cdot \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 7x + 6}$

$$= \frac{(x - 3)(x + 5)}{(3 - x)(3 + x)} \cdot \frac{(x + 3)(x - 6)}{(x - 1)(x - 6)}$$

$$= \frac{\overset{-1}{(x - 3)}(x + 5) \cdot \overset{1}{(x + 3)}(x - 6)}{\overset{1}{(3 - x)}(\overset{1}{3 + x}) \cdot \overset{1}{(x - 1)}(\overset{1}{x - 6})}$$

$$= -\frac{x + 5}{x - 1}$$

Problema 4

A. $\frac{a^2}{4bc^2 - 2b^2c} \div \frac{a}{6bc - 3b^2}$

$$= \frac{a^2}{4bc^2 - 2b^2c} \cdot \frac{6bc - 3b^2}{a}$$

$$= \frac{a^2 \cdot \overset{1}{3b(2c - b)}}{2bc(2c - b) \cdot a} = \frac{3a}{2c}$$

- Escribe la división como la multiplicación por el recíproco.
- Multiplica. Divide entre los factores comunes.

B. $\frac{3x^2 + 26x + 16}{3x^2 - 7x - 6} \div \frac{2x^2 + 9x - 5}{x^2 + 2x - 15}$

$$= \frac{3x^2 + 26x + 16}{3x^2 - 7x - 6} \cdot \frac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 + 9x - 5}$$

$$= \frac{\overset{1}{(3x + 2)}(x + 8)}{\overset{1}{(3x + 2)}(\overset{1}{x - 3})} \cdot \frac{\overset{1}{(x + 5)}(\overset{1}{x - 3})}{(2x - 1)(x + 5)}$$

$$= \frac{x + 8}{2x - 1}$$

- Escribe la división como la multiplicación por el recíproco.
- Factoriza. Divide entre los factores comunes.

SECCIÓN 9.2

Problema 1

$$8uv^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot u \cdot v \cdot v$$

$$12uw = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot u \cdot w$$

$$\text{mcm} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot u \cdot v \cdot v \cdot w$$

$$= 24uv^2w$$

- Factoriza cada monomio.
- El mcm es el producto de cada factor al mayor número de veces que se produce en cualquier factorización.

Problema 2

$$m^2 - 6m + 9 = (m - 3)(m - 3)$$

$$m^2 - 2m - 3 = (m + 1)(m - 3)$$

$$\text{mcm} = (m - 3)(m - 3)(m + 1)$$

- Factoriza cada polinomio.
- El mcm es el producto de cada factor al mayor número de veces que se produce en cualquier factorización.

Problema 3

$$\text{El mcd es } 36xy^2z.$$

$$\frac{x - 3}{4xy^2} = \frac{x - 3}{4xy^2} \cdot \frac{9z}{9z} = \frac{9xz - 27z}{36xy^2z}$$

$$\frac{2x + 1}{9y^2z} = \frac{2x + 1}{9y^2z} \cdot \frac{4x}{4x} = \frac{8x^2 + 4x}{36xy^2z}$$

- El producto de $4xy^2$ y $9z$ es el mcd.
- El producto de $9y^2z$ y $4x$ es el mcd.

Problema 4

$$\text{El mcd es } (x + 2)(x - 5)(x + 5).$$

$$\frac{x + 4}{x^2 - 3x - 10} = \frac{x + 4}{(x + 2)(x - 5)} \cdot \frac{x + 5}{x + 5}$$

$$= \frac{x^2 + 9x + 20}{(x + 2)(x - 5)(x + 5)}$$

$$\frac{2x}{x^2 - 25} = \frac{2x}{(x - 5)(x + 5)} \cdot \frac{x + 2}{x + 2}$$

$$= \frac{2x^2 + 4x}{(x + 2)(x - 5)(x + 5)}$$

SECCIÓN 9.3

Problema 1

A. $\frac{3}{xy} + \frac{12}{xy} = \frac{3 + 12}{xy} = \frac{15}{xy}$

- Los denominadores son los mismos. Suma los numeradores.

B. $\frac{2x^2}{x^2 - x - 12} - \frac{7x + 4}{x^2 - x - 12} = \frac{2x^2 - (7x + 4)}{x^2 - x - 12}$

$$= \frac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 - x - 12} = \frac{(2x + 1)(x - 4)}{(x + 3)(x - 4)} = \frac{2x + 1}{x + 3}$$

Problema 2**A.** El mcd es $24y$.

$$\begin{aligned}\frac{z}{8y} - \frac{4z}{3y} + \frac{5z}{4y} &= \frac{z}{8y} \cdot \frac{3}{3} - \frac{4z}{3y} \cdot \frac{8}{8} + \frac{5z}{4y} \cdot \frac{6}{6} \\ &= \frac{3z}{24y} - \frac{32z}{24y} + \frac{30z}{24y} = \frac{3z - 32z + 30z}{24y} = \frac{z}{24y}\end{aligned}$$

B. El mcd es $x - 2$.

$$\begin{aligned}\frac{5x}{x-2} - \frac{3}{2-x} &= \frac{5x}{x-2} - \frac{3}{-(x-2)} \cdot \frac{-1}{-1} \\ &= \frac{5x}{x-2} - \frac{-3}{x-2} = \frac{5x - (-3)}{x-2} = \frac{5x+3}{x-2}\end{aligned}$$

C. El mcd es $y - 7$.

$$\begin{aligned}y + \frac{5}{y-7} &= \frac{y}{1} + \frac{5}{y-7} = \frac{y}{1} \cdot \frac{y-7}{y-7} + \frac{5}{y-7} \\ &= \frac{y^2 - 7y}{y-7} + \frac{5}{y-7} = \frac{y^2 - 7y + 5}{y-7}\end{aligned}$$

Problema 3**A.** El mcd es $(3x - 1)(x + 4)$.

$$\begin{aligned}\frac{4x}{3x-1} - \frac{9}{x+4} &= \frac{4x}{3x-1} \cdot \frac{x+4}{x+4} - \frac{9}{x+4} \cdot \frac{3x-1}{3x-1} \\ &= \frac{4x^2 + 16x}{(3x-1)(x+4)} - \frac{27x-9}{(3x-1)(x+4)} \\ &= \frac{(4x^2 + 16x) - (27x-9)}{(3x-1)(x+4)} \quad \bullet \text{ Resta las fracciones.} \\ &= \frac{4x^2 + 16x - 27x + 9}{(3x-1)(x+4)} \\ &= \frac{4x^2 - 11x + 9}{(3x-1)(x+4)} \quad \bullet \text{ Simplifica el numerador.}\end{aligned}$$

B. El mcd es $(x + 5)(x - 5)$.

$$\begin{aligned}\frac{2x-1}{x^2-25} + \frac{2}{5-x} &= \frac{2x-1}{(x+5)(x-5)} + \frac{2}{-(x-5)} \cdot \frac{-1(x+5)}{-1(x+5)} \\ &= \frac{2x-1}{(x+5)(x-5)} + \frac{-2(x+5)}{(x+5)(x-5)} \\ &= \frac{(2x-1) + (-2)(x+5)}{(x+5)(x-5)} \quad \bullet \text{ Suma las fracciones.} \\ &= \frac{2x-1-2x-10}{(x+5)(x-5)} \quad \bullet \text{ Simplifica el numerador.} \\ &= \frac{-11}{(x+5)(x-5)} = -\frac{11}{(x+5)(x-5)}\end{aligned}$$

SECCIÓN 9.4**Problema 1****A.** El mcd de los denominadores, 3, x , 9, y x^2 , es $9x^2$.

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} - \frac{1}{x} &= \frac{1}{3} - \frac{1}{x} \cdot \frac{9x^2}{9x^2} \quad \bullet \text{ Multiplica por } 9x^2 \text{ el numerador y el denominador de la fracción compleja.} \\ \frac{1}{9} - \frac{1}{x^2} &= \frac{1}{9} - \frac{1}{x^2} \cdot \frac{9x^2}{9x^2} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \cdot 9x^2 - \frac{1}{x} \cdot 9x^2}{9 \cdot 9x^2 - \frac{1}{x^2} \cdot 9x^2} \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.} \\ &= \frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9} = \frac{3x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x}{x+3}\end{aligned}$$

B. El mcd de los denominadores, x y x^2 , es x^2 .

$$\begin{aligned}1 + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} &= \frac{1 + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{10}{x} + \frac{21}{x^2}} \cdot \frac{x^2}{x^2} \quad \bullet \text{ Multiplica por } x^2 \text{ el numerador y el denominador.} \\ &= \frac{1 \cdot x^2 + \frac{4}{x} \cdot x^2 + \frac{3}{x^2} \cdot x^2}{1 \cdot x^2 + \frac{10}{x} \cdot x^2 + \frac{21}{x^2} \cdot x^2} \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.} \\ &= \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 10x + 21} \\ &= \frac{(x+1)(x+3)}{(x+3)(x+7)} = \frac{x+1}{x+7}\end{aligned}$$

SECCIÓN 9.5**Problema 1**El mcd es $3x$.

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{3} &= \frac{4}{3x} \\ 3x\left(x + \frac{1}{3}\right) &= 3x\left(\frac{4}{3x}\right) \quad \bullet \text{ Multiplica cada lado por } 3x. \\ 3x \cdot x + \frac{3x}{1} \cdot \frac{1}{3} &= \frac{3x}{1} \cdot \frac{4}{3x} \\ 3x^2 + x &= 4 \quad \bullet \text{ Ecuación cuadrática.} \\ 3x^2 + x - 4 &= 0 \quad \bullet \text{ Escribe en forma general.} \\ (3x+4)(x-1) &= 0 \quad \bullet \text{ Factoriza.} \\ 3x+4 &= 0 & x-1 &= 0 \\ 3x &= -4 & x &= 1 \\ x &= -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

Tanto $-\frac{4}{3}$ como 1 se comprueban como soluciones. Las soluciones son $-\frac{4}{3}$ y 1.

Problema 2

El mcd es $x + 2$.

$$\frac{5x}{x+2} = 3 - \frac{10}{x+2}$$

$$\frac{(x+2)}{1} \cdot \frac{5x}{x+2} = \frac{(x+2)}{1} \left(3 - \frac{10}{x+2} \right)$$

$$5x = (x+2)3 - 10$$

$$5x = 3x + 6 - 10 \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.}$$

$$5x = 3x - 4 \quad \bullet \text{ Resuelve para } x.$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

-2 no se comprueba como solución. La ecuación no tiene solución.

Problema 3

A. $\frac{2}{5} = \frac{6}{5x+5} \quad \bullet \text{ El mcd es } 5(5x+5).$

$$5(5x+5) \frac{2}{5} = 5(5x+5) \frac{6}{5x+5}$$

$$(5x+5)2 = (5)6$$

$$10x + 10 = 30 \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.}$$

$$10x = 20 \quad \bullet \text{ Resuelve para } x.$$

$$x = 2$$

La solución es 2.

B. $\frac{5}{2x-3} = \frac{10}{x+3} \quad \bullet \text{ El mcd es } (2x-3)(x+3).$

$$(x+3)(2x-3) \frac{5}{2x-3} = (x+3)(2x-3) \frac{10}{x+3}$$

$$(x+3)5 = (2x-3)10$$

$$5x + 15 = 20x - 30 \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.}$$

$$-15x + 15 = -30 \quad \bullet \text{ Resuelve para } x.$$

$$-15x = -45$$

$$x = 3$$

La solución es 3.

Problema 4

Estrategia Para calcular el área total que cubrirán 270 tejas de cerámica, escribe y resuelve una proporción con x para representar el número de pies cuadrados que cubrirán 270 tejas.

Solución $\frac{4}{9} = \frac{x}{270} \quad \bullet \text{ Los numeradores representan los pies cuadrados cubiertos. Los denominadores representan el número de tejas.}$

$$270 \left(\frac{4}{9} \right) = 270 \left(\frac{x}{270} \right) \quad \bullet \text{ Multiplica por el mcd.}$$

$$120 = x$$

En una superficie de 120 pies cuadrados se pueden utilizar 270 tejas de cerámica.

Problema 5

Estrategia Para calcular la cantidad adicional de medicamento necesaria para un adulto de 180 libras, escribe y resuelve la proporción utilizando x para representar el medicamento adicional. Después $3 + x$ es la cantidad total que se requiere para un adulto de 180 libras.

Solución

$$\frac{120}{3} = \frac{180}{3+x}$$

$$\frac{40}{1} = \frac{180}{3+x}$$

$$(3+x)40 = (3+x) \frac{180}{3+x}$$

$$120 + 40x = 180$$

$$40x = 60$$

$$x = 1.5$$

Se requieren 1.5 onzas adicionales para un adulto de 180 libras.

• Los numeradores representan los pesos. Los denominadores representan las cantidades de medicamento.

• Multiplica por el mcd.

Problema 6

Estrategia El triángulo AOB es similar al triángulo DOC . Resuelve la proporción para calcular AO . Después utiliza la fórmula del área de un triángulo para calcular el área del triángulo AOB .

Solución $\frac{CD}{AB} = \frac{DO}{AO}$ • Escribe una proporción.

$$\frac{4}{10} = \frac{3}{x}$$

$$10x \left(\frac{4}{10} \right) = 10x \left(\frac{3}{x} \right) \quad \bullet \text{ Sea } x \text{ que representa } AO.$$

$$4x = 30 \quad \bullet \text{ Multiplica por } 10x.$$

$$x = 7.5 \quad \bullet \text{ Resuelve para } x.$$

$$A = \frac{1}{2}bh \quad \bullet \text{ Fórmula del área}$$

$$A = \frac{1}{2}(10)(7.5) \quad \bullet b = 10, h = 7.5$$

$$A = 37.5$$

El área del triángulo AOB es 37.5 cm^2 .

SECCIÓN 9.6**Problema 1**

Estrategia ► Para determinar la constante de variación, sustituye p con 120 y q con 8 en la forma general de una ecuación de variación directa $p = kq$. Resuelve para k .

► Para escribir la ecuación de la variación directa específica, sustituye k por su valor en la ecuación general de variación directa.

Solución $p = kq$ • Utiliza la forma general de la ecuación de variación directa.

$$120 = k \cdot 8 \quad \bullet \text{ Sustituye } p \text{ por } 120 \text{ y } q \text{ por } 8.$$

$$15 = k \quad \bullet \text{ Resuelve para } k \text{ a fin de dividir ambos lados entre } 8.$$

La constante de variación es 15.

$$p = 15q \quad \bullet \text{ Escribe la ecuación de variación directa específica mediante la sustitución de } k \text{ por } 15 \text{ en } p = kq.$$

La ecuación de la variación directa es $p = 15q$.

Problema 2

Estrategia ► Ésta es una variación directa. Para conocer el valor de k , escribe la forma general de la ecuación de variación directa, sustituye las variables por los valores dados, y resuelve para k .

- Escribe la ecuación de variación directa específica, sustituye k por su valor. Sustituye h por 18 y resuelve para w .

Solución $w = kh$ • Utiliza la forma general de la ecuación de variación directa.

$264 = k \cdot 12$ • Sustituye w por 264 y h por 12.

$22 = k$ • Resuelve para k al dividir ambos lados entre 12.

$w = 22h$ • Escribe la ecuación de variación directa específica al sustituir k por 22.

$w = 22(18)$ • Sustituye h por 18 para determinar w cuando h es 18.

$w = 396$

El salario total de una enfermera por 18 horas de trabajo es \$396.

Problema 3

Estrategia ► Para calcular la constante de variación, sustituye s por 12 y t por 8 en la forma general de una ecuación de variación inversa, $s = \frac{k}{t}$. Resuelve para k .

► Para escribir la ecuación de variación inversa específica, sustituye k por su valor en la ecuación general de variación inversa.

Solución $s = \frac{k}{t}$ • Utiliza la forma general de una ecuación de variación inversa.

$12 = \frac{k}{8}$ • Sustituye s por 12 y t por 8.

$96 = k$ • Resuelve para k al multiplicar ambos lados por 8.

La constante de variación es 96.

$s = \frac{96}{t}$ • Escribe la ecuación de variación inversa específica al sustituir 96 por k en $s = \frac{k}{t}$.

La ecuación de variación inversa es $s = \frac{96}{t}$.

Problema 4

Estrategia ► Ésta es una variación inversa. Para determinar el valor de k , escribe la ecuación general de variación inversa, sustituye las variables por los valores dados, y resuelve para k .

► Escribe la ecuación de variación directa específica, sustituye k por su valor. Sustituye m por 4 y resuelve para h .

Solución $h = \frac{k}{m}$ • Utiliza la forma general de una ecuación de variación inversa.

$9 = \frac{k}{5}$ • Sustituye h por 9 y m por 5.

$45 = k$ • Resuelve para k al multiplicar ambos lados por 5.

$h = \frac{45}{m}$ • Escribe la ecuación de variación inversa específica al sustituir k por 45.

$h = \frac{45}{4}$ • Sustituye m por 4 para determinar h cuando m es 4.

$$h = 11.25$$

Cuatro máquinas de ensamblaje tardan 11.25 horas para completar la cuota diaria.

SECCIÓN 9.7

Problema 1

A. $s = \frac{A + L}{2}$

$2 \cdot s = 2 \left(\frac{A + L}{2} \right)$ • Multiplica cada lado por 2.

$2s = A + L$

$2s - A = A - A + L$ • Resta A a cada lado.

$2s - A = L$

B. $S = a + (n - 1)d$

$S = a + nd - d$ • Propiedad distributiva.

$S - a = a - a + nd - d$ • Resta a a cada lado.

$S - a = nd - d$

$S - a + d = nd - d + d$ • Suma d a cada lado.

$S - a + d = nd$

$\frac{S - a + d}{d} = \frac{nd}{d}$ • Divide cada lado entre d .

$\frac{S - a + d}{d} = n$

C. $S = rS + C$

$S - rS = C$ • Resta rS a cada lado.

$S(1 - r) = C$ • Factoriza S del lado izquierdo.

$S = \frac{C}{1 - r}$ • Divide cada lado entre $1 - r$.

SECCIÓN 9.8

Problema 1

Estrategia ► Tiempo de una impresora para completar el trabajo: t

	Promedio	·	Tiempo	=	Parte
Primera impresora	$\frac{1}{t}$	·	3	=	$\frac{3}{t}$
Segunda impresora	$\frac{1}{t}$	·	5	=	$\frac{5}{t}$

- La suma de las partes de la tarea terminada debe ser igual a 1.

Solución $\frac{3}{t} + \frac{5}{t} = 1$

$t \left(\frac{3}{t} + \frac{5}{t} \right) = t \cdot 1$ • Multiplica cada lado por t , el mcd.

$3 + 5 = t$ • Propiedad distributiva.

$8 = t$

Al trabajar sola, una impresora tarda 8 horas en imprimir la nómina.

Problema 2

Estrategia ► Velocidad al navegar al otro lado del lago: r
Velocidad al navegador de regreso: $2r$

	Distancia	÷	Velocidad	=	Tiempo
A través	6	÷	r	=	$\frac{6}{r}$
De regreso	6	÷	$2r$	=	$\frac{6}{2r}$

► La duración del viaje fue 3 horas.

Solución $\frac{6}{r} + \frac{6}{2r} = 3$ • El tiempo requerido para cruzar hacia un lado, más el tiempo dedicado a navegar de regreso es igual a 3 horas.

$$2r\left(\frac{6}{r} + \frac{6}{2r}\right) = 2r(3) \quad \bullet \text{ Multiplica cada lado por } 2r.$$

$$2r \cdot \frac{6}{r} + 2r \cdot \frac{6}{2r} = 6r \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.}$$

$$12 + 6 = 6r \quad \bullet \text{ Resuelve para } r.$$

$$18 = 6r$$

$$3 = r$$

La velocidad para cruzar el lago fue 3 km/h.

Soluciones de los problemas del capítulo 10

SECCIÓN 10.1**Problema 1**

$$\begin{aligned}\sqrt{216} &= \sqrt{36 \cdot 6} \\ &= \sqrt{36} \sqrt{6} \quad \bullet \text{ Propiedad del producto de las raíces cuadradas.} \\ &= 6\sqrt{6} \quad \bullet \text{ Simplifica } \sqrt{36}.\end{aligned}$$

Problema 2

$$\begin{aligned}-5\sqrt{32} &= -5\sqrt{16 \cdot 2} \\ &= -5\sqrt{16} \sqrt{2} \quad \bullet \text{ Propiedad del producto de las raíces cuadradas.} \\ &= -5 \cdot 4\sqrt{2} \quad \bullet \text{ Simplifica } \sqrt{16}. \\ &= -20\sqrt{2} \quad \bullet \text{ Multiplica } -5 \cdot 4.\end{aligned}$$

Problema 3

$$\sqrt{y^{19}} = \sqrt{y^{18} \cdot y} = \sqrt{y^{18}} \sqrt{y} = y^9 \sqrt{y}$$

Problema 4

A. $\sqrt{45b^7} = \sqrt{9b^6 \cdot 5b}$ • Escribe el radical como el producto de un cuadrado perfecto, así como los factores que no contienen un cuadrado perfecto.

$$= \sqrt{9b^6} \sqrt{5b}$$

• Propiedad del producto de las raíces cuadradas.

$$= 3b^3 \sqrt{5b} \quad \bullet \text{ Simplifica } \sqrt{9b^6}.$$

B. $3a\sqrt{28a^9b^{18}} = 3a\sqrt{4a^8b^{18} \cdot 7a}$

$$= 3a\sqrt{4a^8b^{18}} \sqrt{7a}$$

$$= 3a \cdot 2a^4b^9 \sqrt{7a}$$

$$= 6a^5b^9 \sqrt{7a}$$

Problema 5

49 es un cuadrado perfecto.

$(a + 3)^2$ es un cuadrado perfecto.

$$\sqrt{49(a + 3)^2} = 7(a + 3) = 7a + 21$$

SECCIÓN 10.2**Problema 1**

A. $9\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 18\sqrt{3}$

$$= (9 + 3 - 18)\sqrt{3} \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.}$$

$$= -6\sqrt{3}$$

B. $2\sqrt{50} - 5\sqrt{32}$

$$= 2\sqrt{25 \cdot 2} - 5\sqrt{16 \cdot 2}$$

• Simplifica cada término.

$$= 2\sqrt{25} \sqrt{2} - 5\sqrt{16} \sqrt{2}$$

$$= 2 \cdot 5\sqrt{2} - 5 \cdot 4\sqrt{2}$$

$$= 10\sqrt{2} - 20\sqrt{2}$$

$$= (10 - 20)\sqrt{2} \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.}$$

$$= -10\sqrt{2}$$

Problema 2

A. $y\sqrt{28y} + 7\sqrt{63y^3}$

$$= y\sqrt{4} \sqrt{7y} + 7\sqrt{9y^2} \sqrt{7y}$$

$$= y \cdot 2\sqrt{7y} + 7 \cdot 3y\sqrt{7y}$$

$$= 2y\sqrt{7y} + 21y\sqrt{7y} = 23y\sqrt{7y}$$

B. $2\sqrt{27a^5} - 4a\sqrt{12a^3} + a^2\sqrt{75a}$

$$= 2\sqrt{9a^4} \sqrt{3a} - 4a\sqrt{4a^2} \sqrt{3a} + a^2\sqrt{25} \sqrt{3a}$$

$$= 2 \cdot 3a^2\sqrt{3a} - 4a \cdot 2a\sqrt{3a} + a^2 \cdot 5\sqrt{3a}$$

$$= 6a^2\sqrt{3a} - 8a^2\sqrt{3a} + 5a^2\sqrt{3a} = 3a^2\sqrt{3a}$$

SECCIÓN 10.3**Problema 1**

$$\begin{aligned}\sqrt{5a} \sqrt{15a^3b^4} \sqrt{3b^5} \\ &= \sqrt{225a^4b^9} \quad \bullet \text{ Propiedad del producto de las raíces cuadradas.} \\ &= \sqrt{225a^4b^8} \sqrt{b} \quad \bullet \text{ Simplifica.} \\ &= 15a^2b^4\sqrt{b}\end{aligned}$$

Problema 2

$$\begin{aligned}\sqrt{5x}(\sqrt{5x} - \sqrt{25y}) \\ &= (\sqrt{5x})^2 - \sqrt{125xy} \quad \bullet \text{ Propiedad distributiva.} \\ &= 5x - \sqrt{25} \sqrt{5xy} \quad \bullet \text{ Propiedad del producto de las raíces cuadradas.} \\ &= 5x - 5\sqrt{5xy} \quad \bullet \text{ Simplifica.}\end{aligned}$$

Problema 3

$$\begin{aligned}(3\sqrt{x} - \sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) \\ &= 15(\sqrt{x})^2 - 6\sqrt{xy} - 5\sqrt{xy} + 2(\sqrt{y})^2 \quad \bullet \text{ Utiliza PEIU.} \\ &= 15x - 11\sqrt{xy} + 2y \quad \bullet \text{ Simplifica.}\end{aligned}$$

Problema 4

$$\begin{aligned}(2\sqrt{x} + 7)(2\sqrt{x} - 7) \quad \bullet \text{ Conjugados.} \\ &= (2\sqrt{x})^2 - 7^2 = 4x - 49\end{aligned}$$

Problema 5

A. $\frac{\sqrt{15x^6y^7}}{\sqrt{3x^7y^9}} = \sqrt{\frac{15x^6y^7}{3x^7y^9}} = \sqrt{\frac{5}{xy^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{xy^2}}$

$$= \frac{\sqrt{5}}{y\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{5}}{y\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{5x}}{xy}$$

B. $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y} + 3} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y} + 3} \cdot \frac{\sqrt{y} - 3}{\sqrt{y} - 3} = \frac{y - 3\sqrt{y}}{y - 9}$

$$\begin{aligned} \text{C. } \frac{5 + \sqrt{y}}{1 - 2\sqrt{y}} &= \frac{5 + \sqrt{y}}{1 - 2\sqrt{y}} \cdot \frac{1 + 2\sqrt{y}}{1 + 2\sqrt{y}} \\ &= \frac{5 + 10\sqrt{y} + \sqrt{y} + 2y}{1 - 4y} \\ &= \frac{5 + 11\sqrt{y} + 2y}{1 - 4y} \end{aligned}$$

SECCIÓN 10.4

Problema 1

$$\begin{aligned} \sqrt{4x} + 3 &= 7 & \bullet \text{ Resta 3 a cada lado.} \\ \sqrt{4x} &= 4 \\ (\sqrt{4x})^2 &= 4^2 & \bullet \text{ Eleva ambos lados al cuadrado.} \\ 4x &= 16 & \bullet \text{ Resuelve para } x. \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{4x} + 3 = 7 & \\ \sqrt{4 \cdot 4} + 3 & 7 \\ \sqrt{16} + 3 & 7 \\ 4 + 3 & 7 \\ 7 & 7 \end{array} \quad \bullet \text{ Una ecuación verdadera.}$$

La solución es 4.

Problema 2

$$\begin{aligned} \text{A. } \sqrt{3x - 2} - 5 &= 0 \\ \sqrt{3x - 2} &= 5 & \bullet \text{ Suma 5 a cada lado.} \\ (\sqrt{3x - 2})^2 &= 5^2 & \bullet \text{ Eleva al cuadrado cada lado.} \\ 3x - 2 &= 25 \\ 3x &= 27 & \bullet \text{ Resuelve para } x. \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3x - 2} - 5 = 0 & \\ \sqrt{3 \cdot 9 - 2} - 5 & 0 \\ \sqrt{27 - 2} - 5 & 0 \\ \sqrt{25} - 5 & 0 \\ 5 - 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \quad \bullet \text{ Una ecuación verdadera.}$$

La solución es 9.

$$\begin{aligned} \text{B. } \sqrt{4x - 7} + 5 &= 0 \\ \sqrt{4x - 7} &= -5 & \bullet \text{ Resta 5 a cada lado.} \\ (\sqrt{4x - 7})^2 &= (-5)^2 & \bullet \text{ Eleva al cuadrado cada lado.} \\ 4x - 7 &= 25 \\ 4x &= 32 & \bullet \text{ Resuelve para } x. \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{4x - 7} + 5 = 0 & \\ \sqrt{4 \cdot 8 - 7} + 5 & 0 \\ \sqrt{32 - 7} + 5 & 0 \\ \sqrt{25} + 5 & 0 \\ 5 + 5 & 0 \\ 10 & 0 \end{array} \quad \bullet \text{ Una ecuación falsa.}$$

No tiene solución.

Problema 3

$$\begin{aligned} \sqrt{x} + \sqrt{x + 9} &= 9 \\ \sqrt{x} &= 9 - \sqrt{x + 9} \\ (\sqrt{x})^2 &= (9 - \sqrt{x + 9})^2 & \bullet \text{ Resuelve para un radical.} \\ x &= 81 - 18\sqrt{x + 9} + (x + 9) & \bullet \text{ Eleva al cuadrado cada lado.} \\ 18\sqrt{x + 9} &= 90 & \bullet \text{ Divide cada lado entre 18.} \\ \sqrt{x + 9} &= 5 & \bullet \text{ Un radical discontinuo.} \\ (\sqrt{x + 9})^2 &= 5^2 & \bullet \text{ Eleva cada lado al cuadrado.} \\ x + 9 &= 25 & \bullet \text{ Simplifica.} \\ x &= 16 \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{x} + \sqrt{x + 9} = 9 & \\ \sqrt{16} + \sqrt{16 + 9} & 9 \\ 4 + \sqrt{25} & 9 \\ 4 + 5 & 9 \\ 9 & 9 \end{array} \quad \bullet \text{ Una ecuación verdadera.}$$

La solución es 16.

Problema 4

Estrategia Para calcular la distancia, utiliza el teorema de Pitágoras. La hipotenusa es la longitud de la escalera. Un cateto es la distancia desde la parte inferior de la escalera a la base del edificio. La distancia a lo largo del edificio desde la base hasta la parte superior de la escalera es desconocida.

Solución

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{c^2 - b^2} \\ a &= \sqrt{(12)^2 - (5)^2} & \bullet \text{ } c = 12, b = 5 \\ a &= \sqrt{144 - 25} & \bullet \text{ Simplifica.} \\ a &= \sqrt{119} & \bullet \text{ Utiliza la calculadora.} \\ a &\approx 10.91 \end{aligned}$$

La distancia es 10.91 pies.

Problema 5

Estrategia Calcula la longitud del péndulo, sustituye T en la ecuación con el valor dado y resuelve para L .

Solución

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}} \\ 1.5 &= 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}} & \bullet \text{ } T = 1.5 \\ \frac{1.5}{2\pi} &= \sqrt{\frac{L}{32}} & \bullet \text{ Divide entre } 2\pi. \\ \left(\frac{1.5}{2\pi}\right)^2 &= \left(\sqrt{\frac{L}{32}}\right)^2 & \bullet \text{ Eleva al cuadrado cada lado.} \\ \left(\frac{1.5}{2\pi}\right)^2 &= \frac{L}{32} & \bullet \text{ Resuelve para } L. \\ 32\left(\frac{1.5}{2\pi}\right)^2 &= L & \bullet \text{ Utiliza la tecla de } \pi \text{ en tu calculadora.} \\ 1.82 &\approx L \end{aligned}$$

La longitud del péndulo es 1.82 pies.

Soluciones de los problemas del capítulo 11

SECCIÓN 11.1

Problema 1

$$\frac{3y^2}{2} + y - \frac{1}{2} = 0$$

$$2\left(\frac{3y^2}{2} + y - \frac{1}{2}\right) = 2(0) \quad \bullet \text{ Multiplica cada lado por 2, el mcd.}$$

$$3y^2 + 2y - 1 = 0 \quad \bullet \text{ Forma general de una ecuación cuadrática.}$$

$$(3y - 1)(y + 1) = 0 \quad \bullet \text{ Factoriza el lado izquierdo.}$$

$$3y - 1 = 0 \quad y + 1 = 0 \quad \bullet \text{ Establece cada factor igual a cero.}$$

$$3y = 1$$

$$y = -1$$

$$y = \frac{1}{3}$$

Las soluciones son $\frac{1}{3}y - 1$.

Problema 2

$$4x^2 - 96 = 0$$

$$4x^2 = 96$$

• Resuelve para x^2 .

$$x^2 = 24$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{24}$$

• Aplica la raíz cuadrada a cada lado.

$$x = \pm\sqrt{24}$$

$$x = \pm 2\sqrt{6}$$

• Simplifica. Comprueba las soluciones.

Las soluciones son $2\sqrt{6}y - 2\sqrt{6}$.

Problema 3

$$(x + 5)^2 = 20$$

$$\sqrt{(x + 5)^2} = \sqrt{20}$$

• Aplica la raíz cuadrada a cada lado.

$$x + 5 = \pm\sqrt{20}$$

$$x + 5 = \pm 2\sqrt{5}$$

• Simplifica.

$$x + 5 = 2\sqrt{5}$$

$$x + 5 = -2\sqrt{5}$$

• Resuelve para x .

$$x = -5 + 2\sqrt{5}$$

$$x = -5 - 2\sqrt{5}$$

Las soluciones son $-5 + 2\sqrt{5}y - 5 - 2\sqrt{5}$.

SECCIÓN 11.2

Problema 1

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

• Suma 2 a cada lado.

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$\frac{1}{3}(3x^2 - 6x) = \frac{1}{3} \cdot 2$$

• El coeficiente de x^2 debe ser 1.

$$x^2 - 2x = \frac{2}{3}$$

Multiplica cada lado por $\frac{1}{3}$.

Completa el cuadrado.

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{2}{3} + 1$$

• Suma 1 a cada lado.

$$(x - 1)^2 = \frac{5}{3}$$

• Factoriza el trinomio cuadrado perfecto.

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

• Aplica la raíz cuadrada.

$$x - 1 = \pm\sqrt{\frac{5}{3}}$$

• Simplifica.

$$x - 1 = \pm\frac{\sqrt{15}}{3}$$

• Racionaliza el denominador.

$$x - 1 = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$x - 1 = -\frac{\sqrt{15}}{3}$$

• Resuelve para x .

$$x = 1 + \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$x = 1 - \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

$$= \frac{3 - \sqrt{15}}{3}$$

Las soluciones son $\frac{3 + \sqrt{15}}{3}y \frac{3 - \sqrt{15}}{3}$.

Problema 2

$$x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$x^2 + 8x = -8$$

• Resta 8 a cada lado.

$$x^2 + 8x + 16 = -8 + 16$$

• Completa el cuadrado de $x^2 + 8x$.

$$(x + 4)^2 = 8$$

• Factoriza el trinomio cuadrado perfecto.

$$\sqrt{(x + 4)^2} = \sqrt{8}$$

• Aplica la raíz cuadrada.

$$x + 4 = \pm\sqrt{8}$$

• Resuelve para x .

$$x + 4 \approx \pm 2.828$$

• Utiliza la calculadora.

$$x + 4 \approx 2.828$$

$$x + 4 \approx -2.828$$

$$x \approx -4 + 2.828$$

$$x \approx -4 - 2.828$$

$$\approx -1.172$$

$$\approx -6.828$$

Las soluciones son aproximadamente $-1.172y - 6.828$.

SECCIÓN 11.3

Problema 1

$$A. \quad 3x^2 + 4x - 4 = 0$$

• Ecuación cuadrática en la forma general.

$$a = 3, b = 4, c = -4$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(3)(-4)}}{2 \cdot 3}$$

• Sustituye a, b y c en la fórmula cuadrática. Simplifica.

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{6}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{-4 \pm 8}{6}$$

$$x = \frac{-4 + 8}{6}$$

$$x = \frac{-4 - 8}{6}$$

$$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$= \frac{-12}{6} = -2$$

Las soluciones son $\frac{2}{3}y - 2$.

$$B. \quad x^2 + 2x = 1$$

• Ecuación cuadrática.

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

• Forma genral.

$$a = 1, b = 2, c = -1$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-1)}}{2 \cdot 1}$$

• Sustituye a, b y c en la fórmula cuadrática. Simplifica.

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{2(-1 \pm \sqrt{2})}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

Las soluciones son $-1 + \sqrt{2}y - 1 - \sqrt{2}$.

SECCIÓN 11.4

Problema 1

- A. $\sqrt{-17} = \sqrt{-1 \cdot 17} = \sqrt{-1}\sqrt{17} = i\sqrt{17}$
- B. $\sqrt{-81} = \sqrt{-1 \cdot 81} = \sqrt{-1}\sqrt{81} = i\sqrt{81}$
 $= i \cdot 9 = 9i$
- C. $\sqrt{-63} = \sqrt{-1 \cdot 63} = \sqrt{-1}\sqrt{63} = i\sqrt{63} = i\sqrt{9 \cdot 7}$
 $= i\sqrt{9}\sqrt{7} = i \cdot 3\sqrt{7} = 3i\sqrt{7}$
- D. $4\sqrt{-50} = 4\sqrt{-1 \cdot 50} = 4\sqrt{-1}\sqrt{50} = 4i\sqrt{50}$
 $= 4i\sqrt{25 \cdot 2} = 4i\sqrt{25}\sqrt{2} = 4i \cdot 5\sqrt{2} = 20i\sqrt{2}$

Problema 2

$$\begin{aligned} \frac{5 - 3\sqrt{-50}}{10} &= \frac{5 - 3i\sqrt{50}}{10} && \bullet \sqrt{-50} = i\sqrt{50} \\ &= \frac{5 - 3i\sqrt{25} \cdot \sqrt{2}}{10} = \frac{5 - 3i \cdot 5\sqrt{2}}{10} && \bullet \text{Simplifica } \sqrt{50}. \\ &= \frac{5 - 15i\sqrt{2}}{10} \\ &= \frac{5}{10} - \frac{15i\sqrt{2}}{10} = \frac{1}{2} - \frac{3i\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i && \bullet \text{Escribe la solución en la forma } a + bi. \end{aligned}$$

Problema 3

- A. $(7 - 3i) + (-8 + i) = (7 + (-8)) + (-3 + 1)i$
 $= -1 - 2i$
- B. $(-5 + 4i) - (-3 - 7i) = (-5 - (-3)) + (4 - (-7))i$
 $= -2 + 11i$

Problema 4

$$\begin{aligned} 5i(3 + 6i) &= 15i + 30i^2 && \bullet \text{Utiliza la propiedad distributiva para eliminar el paréntesis.} \\ &= 15i + 30(-1) && \bullet \text{Sustituye } i^2 \text{ con } -1. \\ &= 15i + (-30) \\ &= -30 + 15i && \bullet \text{Escribe la solución en la forma } a + bi. \end{aligned}$$

Problema 5

$$\begin{aligned} (-1 + 5i)(2 - 3i) &= (-1)(2) + (-1)(-3i) && \bullet \text{Utiliza el método PEIU.} \\ &\quad + 5i(2) + 5i(-3i) \\ &= -2 + 3i + 10i - 15i^2 \\ &= -2 + 13i - 15i^2 && \bullet \text{Simplifica los términos semejantes.} \\ &= -2 + 13i - 15(-1) && \bullet \text{Sustituye } i^2 \text{ con } -1. \\ &= -2 + 13i + 15 \\ &= 13 + 13i && \bullet \text{Escribe la solución en la forma } a + bi. \end{aligned}$$

Problema 6

$$\begin{aligned} (5 - 4i)^2 &= (5 - 4i)(5 - 4i) && \bullet \text{Multiplica } 5 - 4i \text{ por sí mismo.} \\ &= 25 - 20i - 20i + 16i^2 && \bullet \text{Utiliza el método PEIU.} \\ &= 25 - 40i + 16i^2 && \bullet \text{Simplifica los términos semejantes} \\ &= 25 - 40i + (-1)16 && \bullet \text{Sustituye } i^2 \text{ con } -1. \\ &= 25 - 40i - 16 \\ &= 9 - 40i && \bullet \text{Escribe la solución en la forma } a + bi. \end{aligned}$$

Problema 7

$$\begin{aligned} (-2 + 5i)(-2 - 5i) &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2; && \bullet (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2; \\ &= (-2)^2 + 5^2 && a = -2, b = 5 \\ &= 4 + 25 = 29 \end{aligned}$$

Problema 8

$$\begin{aligned} \frac{-12 + 8i}{-4i} &= \frac{-12 + 8i}{-4i} \cdot \frac{i}{i} && \bullet \text{Multiplica por } i \text{ el numerador y el denominador.} \\ &= \frac{-12i + 8i^2}{-4i^2} \\ &= \frac{-12i + 8(-1)}{(-4)(-1)} && \bullet i^2 = -1 \\ &= \frac{-12i - 8}{4} = \frac{-12i}{4} - \frac{8}{4} \\ &= -2 - 3i && \bullet \text{Escribe en la forma } a + bi. \end{aligned}$$

Problema 9

$$\begin{aligned} \frac{16 - 11i}{5 + 2i} &= \frac{16 - 11i}{5 + 2i} \cdot \frac{5 - 2i}{5 - 2i} && \bullet \text{Multiplica el numerador y el denominador por el conjugado del denominador.} \\ &= \frac{80 - 32i - 55i + 22i^2}{25 + 4} && \bullet \text{Simplifica los términos semejantes. Simplifica el denominador.} \\ &= \frac{80 - 87i + 22i^2}{25 + 4} \\ &= \frac{80 - 87i + 22(-1)}{29} && \bullet i^2 = -1 \\ &= \frac{80 - 87i - 22}{29} \\ &= \frac{58 - 87i}{29} \\ &= \frac{58}{29} - \frac{87i}{29} = 2 - 3i && \bullet \text{Escribe en la forma } a + bi. \end{aligned}$$

Problema 10

$$\begin{aligned} 8z^2 + 17 &= -7 \\ 8z^2 &= -24 && \bullet \text{Resta 17 a cada lado de la ecuación.} \\ \frac{z^2}{8} &= -3 && \bullet \text{Divide entre 8 cada lado de la ecuación.} \\ \sqrt{z^2} &= \sqrt{-3} && \bullet \text{Aplica la raíz cuadrada a cada lado.} \\ z &= \pm \sqrt{-3} \\ &= \pm i\sqrt{3} && \bullet \text{Reescribe } \sqrt{-3} \text{ como } i\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{array}{l|l} 8z^2 + 17 = -7 & 8z^2 + 17 = -7 \\ 8(i\sqrt{3})^2 + 17 & -7 \\ 8(i^2)(\sqrt{3})^2 + 17 & -7 \\ 8(-1)3 + 17 & -7 \\ -24 + 17 & -7 \\ -7 & = -7 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 8z^2 + 17 = -7 & 8z^2 + 17 = -7 \\ 8(-i\sqrt{3})^2 + 17 & -7 \\ 8(-i)^2(\sqrt{3})^2 + 17 & -7 \\ 8(-1)3 + 17 & -7 \\ -24 + 17 & -7 \\ -7 & = -7 \end{array}$$

Las soluciones son $i\sqrt{3}$ y $-i\sqrt{3}$.

Problema 11

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 4 &= -6 \\ x^2 - 6x + 10 &= 0 && \bullet \text{Suma 6 a cada lado de la ecuación.} \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)} && \bullet a = 1, b = -6, c = 10 \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 40}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} \\ &= \frac{6 \pm i\sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2i}{2} \\ &= \frac{6}{2} \pm \frac{2i}{2} = 3 \pm i && \bullet \text{Reescribe } \sqrt{-4} \text{ como } i\sqrt{4} \text{ y reescribe } i\sqrt{4} \text{ como } 2i. \\ &&& \bullet \text{Escribe en la forma } a + bi. \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{array}{r|l}
 x^2 - 6x + 4 = -6 & \\
 \hline
 (3+i)^2 - 6(3+i) + 4 & -6 \\
 9 + 6i + i^2 - 18 - 6i + 4 & -6 \\
 9 + 6i + (-1) - 18 - 6i + 4 & -6 \\
 -6 & -6 \\
 \hline
 x^2 - 6x + 4 = -6 & \\
 \hline
 (3-i)^2 - 6(3-i) + 4 & -6 \\
 9 - 6i + i^2 - 18 + 6i + 4 & -6 \\
 9 - 6i + (-1) - 18 + 6i + 4 & -6 \\
 -6 & -6
 \end{array}$$

Las soluciones son $3 + i$ y $3 - i$.

SECCIÓN 11.5**Problema 1**

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -x^2 + 5x - 2 \\
 f(-1) &= -(-1)^2 + 5(-1) - 2 && \bullet \text{ Sustituye } x \text{ por } -1. \\
 &= -(1) + 5(-1) - 2 && \bullet \text{ Simplifica.} \\
 &= -1 - 5 - 2 \\
 &= -8
 \end{aligned}$$

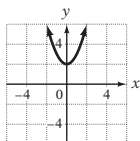
Problema 2

A. $y = x^2 + 2$

$a = 1$. a es positiva.

La parábola abre hacia arriba.

x	y
0	2
1	3
-1	3
2	6
-2	6

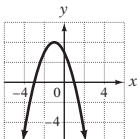


B. $y = -x^2 - 2x + 3$

$a = -1$. a es negativa.

La parábola abre hacia abajo.

x	y
0	3
1	0
-1	4
2	-5
-2	3
-3	0
-4	-5

**Problema 3**

Para determinar la intersección con el eje x , sea $y = 0$ y resuelve para x .

$$y = x^2 - 6x + 9$$

$$0 = x^2 - 6x + 9$$

$$0 = (x - 3)(x - 3)$$

$$x - 3 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = 3$$

La intersección con el eje x es $(3, 0)$.

Para determinar la intersección con el eje y , sea $x = 0$ y resuelve para y .

$$y = x^2 - 6x + 9$$

$$y = 0^2 - 6(0) + 9 = 9$$

La intersección con el eje y es $(0, 9)$.

SECCIÓN 11.6**Problema 1**

Estrategia ► Éste es un problema de geometría.

► Ancho del rectángulo: h

Largo del rectángulo: $h + 3$

► Utiliza la ecuación $A = bh$.

Solución $A = bh$

$$40 = (h + 3)h$$

$$40 = h^2 + 3h$$

$$0 = h^2 + 3h - 40$$

$$0 = (h + 8)(h - 5)$$

$$h + 8 = 0$$

$$h = -8$$

$$h - 5 = 0$$

$$h = 5$$

• Una ecuación cuadrática.

• Escribe en forma general.

• Resuelve por factorización.

La solución -8 no es factible, debido a que el ancho no puede ser negativo. El ancho es de 5 metros.

Respuestas de los ejercicios seleccionados

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 1

EXAMEN DE PREPARACIÓN

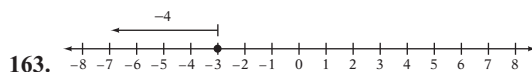
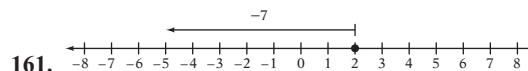
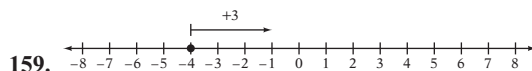
1. 127.16 2. 49,743 3. 4517 4. 11,396 5. 24 6. 24 7. 4 8. $3 \cdot 7$ 9. $\frac{2}{5}$

SECCIÓN 1.1

1. En ocasiones verdadera 3. Siempre verdadera 5. a. Número entero negativo b. Número entero positivo
c. Número entero negativo d. No e. No f. Entero positivo 9. es menor que 11. $>$ 13. $<$ 15. $>$
17. $>$ 19. $<$ 21. $>$ 23. $>$ 25. $<$ 27. i 29. Sí 31. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
33. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 35. $\{-6, -5, -4, -3, -2, -1\}$ 37. 5 39. -23, -18 41. 21, 37 43. -52, -46, 0
45. -17, 0, 4, 29 47. 5, 6, 7, 8, 9 49. -10, -9, -8, -7, -6, -5 51. valor absoluto 53. -22 55. 31
57. 168 59. -630 61. 18 63. -49 65. 16 67. 12 69. -29 71. -14 73. 0 75. -34
77. a. 8, 5, 2, -1, -3 b. 8, 5, 2, 1, 3 79. Verdadero 81. $>$ 83. $<$ 85. $>$ 87. $<$
89. -19, -|-8|, |-5|, 6 91. -22, -(-3), |-14|, |-25| 93. a. 5°F con viento de 20 mph el viento se siente más frío.
b. Con -25°F con viento de 10 mph el viento se siente más frío. 95. -4, 4 97. -3, 11 99. Negativo 101. $-5 < 3$
debido a que -5 está a la izquierda de 3 en la recta numérica. $3 > -5$ debido a que 3 está a la derecha de -5 en la recta numérica.
103. 7 105. -8

SECCIÓN 1.2

1. En ocasiones verdadera 3. Siempre verdadera 5. Siempre verdadera 7. Negativo; menos 11. 8; -3; 5
13. -11 15. -9 17. -3 19. 1 21. -5 23. -30 25. 9 27. 1 29. -10 31. Positivo
35. $(-4); -14$ 37. 8 39. -7 41. 7 43. -2 45. -28 47. -13 49. 6 51. -9 53. 2
55. Negativo 59. -10; 7; -70 61. Positivo; 48 63. 42 65. -20 67. -16 69. 25 71. 0 73. -72
75. -102 77. 140 79. -70 81. 162 83. 120 85. 36 87. Negativo 89. -15; 3
91. $3(-12) = -36$ 93. $-5(11) = -55$ 95. -2 97. 8 99. 0 101. -9 103. -9 105. 9 107. -24
109. -12 111. -13 113. -18 115. 19 117. 26 119. Positivo 121. ii 123. La temperatura es 3°C .
125. La diferencia es 14°C . 127. La diferencia es 399°C . 129. La diferencia en la elevación es 5670 m. 131. La diferencia en la elevación es 6051 m. 133. La diferencia en la elevación es 9261 m. 135. La temperatura baja diaria promedio es -3°C .
137. La temperatura aumentó a 49°C . 139. La diferencia es 86°F . 141. Los totales de los otros jugadores son: Lee Westwood, -13; Anthony Kim, -12; K. J. Choi, -11. 143. 17 145. 3 147. -4, -9, -14
149. -16, 4, -1 151. 5436 153. b 155. a



165. Para modelar $-7 + 4$, coloca 7 fichas rojas y 4 azules en un círculo. Forma tantos pares como sea posible con las fichas rojas y azules. Hay 3 fichas rojas restantes, o -3. Para $-2 + 6$, utiliza 2 fichas rojas y 6 azules. Luego, para formar los pares, hay 4 fichas azules restantes, o +4. Para $-5 + (-3)$, utiliza 5 fichas rojas y luego 3 rojas más. No existen pares rojo/azul, así que hay 8 fichas rojas. La respuesta es -8.

SECCIÓN 1.3

1. Nunca verdadera 3. Siempre verdadera 5. Nunca verdadera 7. 2; 3; Periódico 9. $0.\bar{3}$ 11. 0.25 13. 0.4
15. $0.1\bar{6}$ 17. 0.125 19. $0.\bar{2}$ 21. $0.4\bar{5}$ 23. $0.58\bar{3}$ 25. $0.2\bar{6}$ 27. 0.4375 29. 0.24 31. $0.22\bar{5}$
33. $0.6\bar{8}1$ 35. cuatro 37. $-\frac{3}{8}$ 39. $\frac{1}{10}$ 41. $\frac{15}{64}$ 43. $\frac{3}{2}$ 45. $-\frac{8}{9}$ 47. $\frac{2}{3}$ 49. 4.164 51. $4.34\bar{7}$
53. -4.028 55. a. Negativo b. Positivo 57. 0.75 59. -2060.55 61. 6 63. $\frac{1}{2}$ 65. -1
67. $-\frac{25}{18}$ 69. $\frac{1}{24}$ 71. $\frac{17}{18}$ 73. $-\frac{47}{48}$ 75. $\frac{3}{8}$ 77. $-\frac{7}{60}$ 79. $-\frac{1}{16}$ 81. $-\frac{7}{24}$ 83. 7.29
85. -3.049 87. -1.06

89. -23.845 ➡ 91. -10.7893 ➡ 93. 11.56 95. -60.03 97. -34.99 99. a. 2 b. 0 c. 1 d. -1

103. $\frac{1}{100}, \frac{1}{100}, \frac{4}{5}$ 105. 100%; 100%; 30% 107. $\frac{3}{4}, 0.75$ 109. $\frac{1}{2}, 0.5$ ➡ 111. $\frac{16}{25}, 0.64$ 113. $1\frac{3}{4}, 1.75$

115. $\frac{19}{100}, 0.19$ 117. $\frac{1}{20}, 0.05$ 119. $4\frac{1}{2}, 4.5$ 121. $\frac{2}{25}, 0.08$ ➡ 123. $\frac{1}{9}$ 125. $\frac{5}{16}$ 127. $\frac{1}{200}$ 129. $\frac{1}{16}$

131. 0.073 133. 0.158 ➡ 135. 0.0915 137. 0.1823 139. 15% 141. 5% ➡ 143. 17.5% 145. 115%

147. 0.8% 149. 6.5% 151. 54% 153. 33.3% ➡ 155. 44.4% 157. 250% 159. $37\frac{1}{2}\%$ ➡ 161. $35\frac{5}{7}\%$

163. 125% 165. $155\frac{5}{9}\%$ 167. Mayor que 100% 169. $\frac{2}{5}$ de los encuestados encontraron sus empleos más recientes en Internet.

171. Menos de una cuarta parte de los encuestados encontró sus empleos más recientes por medio de un anuncio en el periódico.

173. Número natural, número entero, entero positivo, número racional, número real 175. Número racional, número real

177. Número irracional, número real 179. a. La diferencia es de 200.0 °F. b. La diferencia es 111.1 °C. 181. La diferencia es de \$138,478 millones. 183. El déficit en 1985 fue 4 veces mayor que en 1975. 185. La temperatura normal promedio en febrero en el Noreste es -3.6 °C. 187. 0.70x

191.

$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{6}$	0
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$

 193. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo: $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{4}; \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}; \frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$

SECCIÓN 1.4

1. 9^5 3. 7^n 5. Falso 7. Verdadero 9. base; exponente; -5; -5; 25 11. 36 ➡ 13. -49 ➡ 15. 9 17. 81

19. $\frac{1}{4}$ 21. 0.09 23. -12 25. -864 27. 12 29. 0.216 ➡ 31. 3 33. Negativo 37. 27; 54 39. 0

➡ 41. -11 43. 20 45. 11 47. -11 ➡ 49. 6 ➡ 51. 741 53. -17 55. 1 57. -1 59. 0.51

61. $\frac{1}{4}$ 63. iii 67. > 69. A la computadora le tomaría 13 segundos. 71. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo: a. $r = \frac{1}{2}$

b. $r = 0$ o $r = 1$ c. $r = 2$ 73. 6 75. 9

SECCIÓN 1.5

1. Verdadero 3. Verdadero 5. Menor que 7. 90° 9. 90° 11. Menor que ➡ 13. 28° 15. 132° 17. 83°

➡ 19. 91° 21. 132° 23. 51° 25. 77° ➡ 27. 79° 29. 292° 31. triángulo ➡ 33. 9.71 cm

35. 15 pies 2 pulg 37. 52 pulg 39. 131.88 cm ➡ 41. 3.768 m 43. El marco de madera costaría \$76.96.

➡ 45. El costo de la encuadernación es \$19.78. 47. 22 unidades 49. ancho ➡ 51. 32 pies² ➡ 53. 378 cm²

➡ 55. 50.24 pulg² 57. 16.81 m² 59. 52.5 cm² 61. 226.865 pulg² 63. El costo de la alfombra de la estancia completa sería \$1,600,000. 65. Se requieren 36 yd² de alfombra. ➡ 67. El costo de construir una ventana es \$603. 69. El área de reserva es de aproximadamente 10,500 mi².

71. Las dimensiones de 5 unidades por 5 unidades darían el área máxima.

73. Perímetro: 176 pies; área: 1008 pies² 75. 8 pies²

CAPÍTULO 1 EJERCICIOS DE REPASO*

1. {1, 2, 3, 4, 5, 6} [1.1.1] 2. 62.5% [1.3.4] 3. -4 [1.1.2] 4. 4 [1.2.2] 5. 18 cm² [1.5.3] 6. $0.\overline{7}$ [1.3.1]

7. -5.3578 [1.3.2] 8. 8 [1.4.2] 9. 4 [1.1.2] 10. -14 [1.2.2] 11. 67.2% [1.3.4] 12. $\frac{159}{200}$ [1.3.4]

13. -9 [1.2.4] 14. 0.85 [1.3.1] 15. $-\frac{1}{2}$ [1.3.2] 16. 9 [1.4.2] 17. 37° [1.5.1] 18. -16 [1.2.1]

19. 90 [1.2.3] 20. -6.881 [1.3.3] 21. -5, -3 [1.1.1] 22. 0.07 [1.3.4] 23. 12 [1.4.1] 24. > [1.1.1]

25. -3 [1.2.1] 26. 34° [1.5.1] 27. $\frac{1}{15}$ [1.3.3] 28. -108 [1.4.1] 29. 277.8% [1.3.4] 30. 2.4 [1.3.4]

31. 152° [1.5.1] 32. -8 [1.2.4] 33. 28.26 m² [1.5.3] 34. 12 [1.4.2] 35. 3 [1.1.2] 36. $166\frac{7}{10}\%$ [1.3.4]

37. a. 12, 8, 1, -7 b. 12, 8, 1, 7 [1.1.2] 38. $0.\overline{63}$ [1.3.1] 39. -11.5 [1.3.2] 40. 8 [1.4.2] 41. -8 [1.2.1]

42. $-\frac{11}{24}$ [1.3.3] 43. -17, -9, 0, 4 [1.1.1] 44. 0.2% [1.3.4] 45. -4 [1.4.1] 46. 3.561 [1.3.3]

47. -17 [1.1.2] 48. -27 [1.2.2] 49. $-\frac{1}{10}$ [1.3.2] 50. < [1.1.1] 51. 44 pulg. [1.5.2] 52. -128 [1.4.1]

53. 7.5% [1.3.4] 54. $54\frac{2}{7}\%$ [1.3.4] 55. -18 [1.2.1] 56. 0 [1.2.3] 57. 9 [1.4.2] 58. $\frac{7}{8}$ [1.3.3]

59. 16 [1.2.4] 60. < [1.1.1] 61. -3 [1.4.1] 62. -6 [1.2.1] 63. 300 [1.2.3] 64. {-3, -2, -1} [1.1.1]

*Los números entre corchetes después de las respuestas de los ejercicios de repaso se refieren al objetivo que corresponde a ese problema. Por ejemplo, la referencia [1.2.1] se refiere a la sección 1.2, objetivo 1. Esta notación se utiliza para todos los Exámenes de preparación, Ejercicios de repaso del capítulo, Exámenes del capítulo y Ejercicios de revisión acumulativos en todo el libro.

65. El costo es \$240.96. [1.5.3] 66. La temperatura es 8 °C. [1.2.5] 67. La temperatura baja promedio fue de -2 °C. [1.2.5]
 68. La diferencia es 108 °F. [1.2.5] 69. La temperatura es -6 °C. [1.2.5] 70. La diferencia es 714 °C. [1.2.5]

CAPÍTULO 1 EXAMEN

1. $\frac{11}{20}$ [1.3.4, Ejemplo 11] 2. -8, -6 [1.1.1, Ejemplo 2] 3. 47° [1.5.1, Ejemplo 3] 4. 0.15 [1.3.1, Ejemplo 1]
 5. $-\frac{1}{14}$ [1.3.2, Problema 3] 6. -15 [1.2.4, Ejemplo 5B] 7. $-\frac{8}{3}$ [1.4.1, Ejemplo 3] 8. 2 [1.2.1, Problema 1C]
 9. {1, 2, 3, 4, 5, 6} [1.1.1, Ejemplo 1] 10. 159% [1.3.4, Ejemplo 14B] 11. 29 [1.1.2, Ejemplo 4A]
 12. > [1.1.1, Ejemplo 2] 13. $-\frac{23}{18}$ [1.3.3, Problema 7] 14. 90 cm² [1.5.3, Ejemplo 9] 15. 3 [1.4.2, Ejemplo 5]
 16. $\frac{5}{6}$ [1.3.2, Problema 4] 17. 23.1% [1.3.4, Ejemplo 15] 18. 0.062 [1.3.4, Ejemplo 13] 19. 14 [1.2.2, Ejemplo 3]
 20. 0.43 [1.3.1, Ejemplo 2] 21. -2.43 [1.3.2, Problema 5] 22. 62° [1.5.1, Ejemplo 1] 23. 640 [1.4.1, Ejemplo 3]
 24. -34 [1.1.2, Ejemplo 4B] 25. 84.78 pulg. [1.5.2, Problema 5] 26. a. 17, 6, -5, -9 [1.1.2, Ejemplo 3] b. 17, 6, 5, 9
 [1.1.2, Ejemplo 4] 27. $69\frac{13}{23}\%$ [1.3.4, Ejemplo 16] 28. -11.384 [1.3.3, Ejemplo 10] 29. 160 [1.2.3, Ejemplo 4B]
 30. -2 [1.4.2, Ejemplo 6] 31. La temperatura es 4 °C. [1.2.5, Ejemplo 6] 32. La temperatura promedio es -48 °F.
 [1.2.5, Ejemplo 6] 33. El costo es \$4564. [1.5.2, Ejemplo 6]

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 2

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. 3 [1.2.2] 2. 4 [1.2.4] 3. $\frac{1}{12}$ [1.3.3] 4. $-\frac{4}{9}$ [1.3.2] 5. $\frac{3}{10}$ [1.3.2] 6. -16 [1.4.1] 7. $\frac{8}{27}$ [1.4.1]
 8. 48 [1.4.1] 9. 1 [1.4.2] 10. 12 [1.4.2]

SECCIÓN 2.1

1. Siempre verdadera 3. En ocasiones verdadera 5. Siempre verdadera 7. -2; 5; 25; -50; 2; -48
 ➡ 9. $-3n^2$; $-4n$; 7 11. $-9b^2$; $-4ab$; a^2 13. $-8n$; $-3n^2$ 15. 12, -8, -1 19. 12 21. -4 23. 6 25. 6
 27. -2 29. -3 31. -5 33. 25 ➡ 35. 0 ➡ 37. 10 39. -11 41. 1 43. $\frac{5}{2}$ 45. $-\frac{5}{6}$
 ➡ 47. 28 49. 5 51. 8 53. 1 55. 22 57. -2 59. 9 61. 8 63. 9 65. 4.96 67. -5.68
 69. a. No, Vno puede ser un número entero. b. No, el volumen no se mide en unidades cuadradas 71. El volumen es 25.8 pulg³
 ➡ 73. El área es 93.7 cm². 75. El volumen es 484.9 m³. 77. 41 79. 21 81. 24 83. 1 85. -8 87. -23
 89. a. 4 b. 5 c. 6 d. $7; n^x > x^n$ si $x \geq n + 1$ 91. $G + 8$ 93. $A - 16$

SECCIÓN 2.2

1. iv 3. Verdadero. La propiedad del neutro multiplicativo 5. Falso 7. Falso 9. Conmutativa 11. recíproco (o
 inverso multiplicativo) 13. 2 15. 5 ➡ 17. 6 19. -8 21. -4 23. La propiedad del inverso aditivo 25. La
 propiedad conmutativa de la suma 27. La propiedad asociativa de la suma 29. La propiedad conmutativa de la multiplicación
 ➡ 31. La propiedad asociativa de la multiplicación 35. $3x$, $5x$ 37. $-8a$; distributiva; -3 39. $14x$ 41. $5a$ ➡ 43. $-6y$
 45. $-3b - 7$ 47. $5a$ 49. $-2ab$ 51. $5xy$ 53. 0 55. $-\frac{5}{6}x$ 57. $-\frac{1}{24}x^2$ 59. $11x$ 61. $7a$ 63. $-14x^2$
 65. $-x + 3y$ ➡ 67. $17x - 3y$ 69. $-2a - 6b$ 71. $-3x - 8y$ 73. $-4x^2 - 2x$ 75. a. Negativo b. Positivo
 c. 0 77. Asociativa; $-48x$ 79. $12x$ 81. $-21a$ 83. $6y$ 85. $8x$ 87. $-6a$ 89. $12b$ 91. $-15x^2$
 93. x^2 95. x ➡ 97. n 99. x 101. n 103. $2x$ 105. $-2x$ 107. $-15a^2$ 109. $6y$ 111. $3y$
 113. $-2x$ 115. Menor que 1 117. $8x - 6$ 119. $-2a - 14$ 121. $-6y + 24$ 123. $-x - 2$ 125. $35 - 21b$
 127. $-9 + 15x$ 129. $15x^2 + 6x$ 131. $2y - 18$ ➡ 133. $-15x - 30$ 135. $-6x^2 - 28$ 137. $-6y^2 + 21$
 139. $3x^2 + 6x - 18$ 141. $-2y^2 + 4y - 8$ 143. $-2a^2 - 4a + 6$ 145. $10x^2 + 15x - 35$ 147. $-3a^2 - 5a + 4$
 149. Positivo 151. 12; 28; 2; 6 153. $-2x - 16$ 155. $-12y - 9$ 157. $7n - 7$ 159. $-2x + 41$
 ➡ 161. $-a - 7b$ 163. $-4x + 24$ 165. $-3x + 21$ ➡ 167. $-7x + 24$ 169. $20x - 41y$ 171. iii 173. 0
 175. $-a + b$ 177. a. Falso; $8 \div 4 \neq 4 \div 8$ b. Falso; $(8 \div 4) \div 2 \neq 8 \div (4 \div 2)$ c. Falso; $(7 - 5) - 1 \neq 7 - (5 - 1)$
 d. Falso; $6 - 3 \neq 3 - 6$ e. Verdadero 179. \diamond 181. \diamond 183. \ddagger 185. Δ

SECCIÓN 2.3

1. Falso 3. Falso 5. Verdadero 7. Menor que, cociente 9. Resta de, producto, cubo 11. $6 + c$ 13. $w + 55$
 15. $16 + y$ 17. $b^2 - 30$ 19. $\frac{4}{5}m + 18$ ➡ 21. $9 + \frac{t}{5}$ 23. $7(r + 8)$ 25. $a(a + 13)$ 27. $\frac{1}{2}z^2 + 14$

29. $9m^3 + m^2$ 31. $s - \frac{s}{2}$ 33. $c^2 - (c + 14)$ 35. $8(b + 5)$ 37. $13 - n$ 39. $\frac{3}{7}n$ 41. $\frac{2n}{5}$ 43. $n(n + 10)$
45. $\frac{3}{4 + n}$ ➡ 47. $n^2 + 3n$ ➡ 49. $7n^2 - 4$ 51. $n^3 - 12n$ 53. i, ii, iii 55. 12; 15; $-3n$ 57. $5n + n; 6n$
59. $(n + 11) + 8; n + 19$ 61. $(n + 9) + 4; n + 13$ 63. $7(5n); 35n$ ➡ 65. $17n + 2n; 19n$ 67. $n + 12n; 13n$
69. $3(n^2 + 4); 3n^2 + 12$ ➡ 71. $\frac{3}{4}(16n + 4); 12n + 3$ 73. $16 - (n + 9); -n + 7$ 75. $6(n + 8); 6n + 48$
77. $7 - (n + 2); -n + 5$ 79. $\frac{1}{3}(n + 6n); \frac{7n}{3}$ 81. $(n - 6) + (n + 12); 2n + 6$ 83. $(n - 20) + (n + 9); 2n - 11$
85. $25 - x$ 87. $\frac{1}{2}L$ 89. Sea x un número; x y $18 - x$ 91. Sea d el diámetro de Dione; $d + 253$ 93. Sea G el número de genes en genoma del ascáride; $G + 11,000$ 95. Sea N el número total de estadounidenses; $\frac{3}{4}N$ 97. Sea s el número de puntos otorgados por seguridad; $3s$ 99. La asistencia a los principales partidos de liga de basquetbol: B ; la asistencia a los principales partidos de liga de beisbol: $B + 50,000,000$ ➡ 101. Sea L la medida del ángulo mayor; $\frac{1}{2}L - 10$ 103. Sea h el número de horas de trabajo; $238 + 89h$ ➡ 105. Sea n el número de monedas de cinco centavos o el número de monedas de diez centavos; n y $35 - n$ 107. $2x$ 109. $\frac{3}{5}x$ 113. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo: la suma de p y 8; el total de p y 8; 8 más que p ; 8 sumado a p ; p aumentó por 8. 115. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo: 4 veces c ; el producto de 4 y c ; 4 multiplicado por c 117. a. Columna 1: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; Columna 2: 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 b. $n + n + 3$, o $2n + 3$

CAPÍTULO 2 EJERCICIOS DE REPASO

1. y^2 [2.2.2] 2. $3x$ [2.2.3] 3. $-10a$ [2.2.3] 4. $-4x + 8$ [2.2.4] 5. $7x + 38$ [2.2.5] 6. 16 [2.1.1]
7. 9 [2.2.1] 8. $36y$ [2.2.3] 9. $6y - 18$ [2.2.4] 10. $-3x + 21y$ [2.2.5] 11. $-8x^2 + 12y^2$ [2.2.4]
12. $5x$ [2.2.2] 13. 22 [2.1.1] 14. $2x$ [2.2.3] 15. $15 - 35b$ [2.2.4] 16. $-7x + 33$ [2.2.5]
17. La propiedad conmutativa de la multiplicación [2.2.1] 18. $24 - 6x$ [2.2.4] 19. $5x^2$ [2.2.2] 20. $-7x + 14$ [2.2.5]
21. $-9y^2 + 9y + 21$ [2.2.4] 22. $2x + y$ [2.2.5] 23. 3 [2.1.1] 24. $36y$ [2.2.3] 25. $5x - 43$ [2.2.5]
26. $2x$ [2.2.3] 27. $-6x^2 + 21y^2$ [2.2.4] 28. 6 [2.1.1] 29. $-x + 6$ [2.2.5] 30. $-5a - 2b$ [2.2.2]
31. $-10x^2 + 15x - 30$ [2.2.4] 32. $-9x - 7y$ [2.2.2] 33. $6a$ [2.2.3] 34. $17x - 24$ [2.2.5]
35. $-2x - 5y$ [2.2.2] 36. $30b$ [2.2.3] 37. 21 [2.2.1] 38. $-2x^2 + 4x$ [2.2.2] 39. $-6x^2$ [2.2.3]
40. $15x - 27$ [2.2.5] 41. $-8a^2 + 3b^2$ [2.2.4] 42. La propiedad de la multiplicación por cero [2.2.1]
43. $b - 7b$ [2.3.1] 44. $n + 2n^2$ [2.3.1] 45. $\frac{6}{n} - 3$ [2.3.1] 46. $\frac{10}{y - 2}$ [2.3.1] 47. $8\left(\frac{2n}{16}\right); n$ [2.3.2]
48. $4(2 + 5n); 8 + 20n$ [2.3.2] 49. Sea h la altura del triángulo; $h + 15$ [2.3.3] 50. Sea b la cantidad de granos de café expreso, o granos de café moca de java; b y $20 - b$ [2.3.3]

CAPÍTULO 2 EXAMEN

1. $36y$ [2.2.3, Ejemplo 5C] 2. $4x - 3y$ [2.2.2, Ejemplo 4B] 3. $10n - 6$ [2.2.5, Ejemplo 7] 4. 2 [2.1.1, Ejemplo 2]
5. Propiedad del neutro multiplicativo [2.2.1, Ejemplo 2] 6. $4x - 40$ [2.2.4, Ejemplo 6A] 7. $\frac{1}{12}x^2$ [2.2.2, Ejemplo 3B]
8. $4x$ [2.2.3, Problema 5C] 9. $-24y^2 + 48$ [2.2.4, Ejemplo 6C] 10. 19 [2.2.1, Problema 1] 11. 6 [2.1.1, Ejemplo 3]
12. $-3x + 13y$ [2.2.5, Ejemplo 7] 13. b [2.2.2, Problema 4A] 14. $78a$ [2.2.3, Ejemplo 5A] 15. $3x^2 - 15x + 12$ [2.2.4, Problema 6D]
16. -32 [2.1.1, Ejemplo 4] 17. $37x - 5y$ [2.2.5, Ejemplo 7] 18. $\frac{n + 8}{17}$ [2.3.1, Ejemplo 1B]
19. $(a + b) - b^2$ [2.3.1, Problema 1C] 20. $n^2 + 11n$ [2.3.1, Problema 2] 21. $20(n + 9); 20n + 180$ [2.3.2, Ejemplo 4]
22. $(n - 3) + (n + 2); 2n - 1$ [2.3.2, Problema 4] 23. $n - \frac{1}{4}(2n); \frac{1}{2}n$ [2.3.2, Ejemplo 5] 24. Sea d la distancia de la Tierra al Sol; $30d$ [2.3.3, Ejemplo 6] 25. Sea L la longitud de una pieza; L y $9 - L$ [2.3.3, Problema 7]

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. -7 [1.2.1] 2. 5 [1.2.2] 3. 24 [1.2.3] 4. -5 [1.2.4] 5. 1.25 [1.3.1] 6. $\frac{3}{5}, 0.60$ [1.3.4]
7. $\{-4, -3, -2, -1\}$ [1.1.1] 8. 8% [1.3.4] 9. $\frac{11}{48}$ [1.3.3] 10. $\frac{5}{18}$ [1.3.2] 11. $\frac{1}{4}$ [1.3.2]
12. $\frac{8}{3}$ [1.4.1] 13. -5 [1.4.2] 14. $\frac{53}{48}$ [1.4.2] 15. -8 [2.1.1] 16. $5x^2$ [2.2.2] 17. $-a - 12b$ [2.2.2]
18. $3a$ [2.2.3] 19. $20b$ [2.2.3] 20. $20 - 10x$ [2.2.4] 21. $6y - 21$ [2.2.4] 22. $-6x^2 + 8y^2$ [2.2.4]
23. $-8y^2 + 20y + 32$ [2.2.4] 24. $-10x + 15$ [2.2.5] 25. $5x - 17$ [2.2.5] 26. $13x - 16$ [2.2.5]
27. $6x + 29y$ [2.2.5] 28. $6 - 12n$ [2.3.1] 29. $5 + (n - 7); n - 2$ [2.3.2] 30. Sea w la velocidad del ñu azul; $4w$ [2.3.3]

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 3

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. -4 [1.2.2] 2. 1 [1.3.2] 3. -10 [1.3.2] 4. 0.9 [1.3.4] 5. 75% [1.3.4] 6. 63 [2.1.1]
 7. $10x - 5$ [2.2.2] 8. -9 [2.2.2] 9. $9x - 18$ [2.2.5]

SECCIÓN 3.1

1. a y d son ecuaciones; b, c y e son expresiones. 3. a, b, y d son ecuaciones de la forma $x + a = b$. 5. En ocasiones verdadera
 7. Nunca verdadera 9. -3 ; 15 ; 27 ; 24 ; 24 ; igual 11. No 13. No 15. Sí ➡ 17. Sí 19. Sí
 21. Sí 23. Sí ➡ 25. No 27. Sí 29. Resta; 7 33. 6 35. 16 37. 7 39. -2 41. 1
 43. 0 ➡ 45. 3 47. -10 49. -3 51. -14 53. 2 55. -9 57. -1 59. -14 61. -5 63. -1
 ➡ 65. 1 67. $-\frac{2}{3}$ 69. $\frac{5}{12}$ 71. $\frac{8}{9}$ 73. 0.6529 75. -0.283 79. $\frac{3}{2}$; -27 83. 3 85. -4 87. -2
 89. 9 91. 5 ➡ 93. -4 95. 0 97. -8 99. 6 101. -10 103. -28 105. 30 107. -24
 ➡ 109. 3 111. -24 113. 9 115. 4 ➡ 117. 3 119. 4.48 121. 2.06 123. No 125. Sí
 127. -21 129. -27 131. 21 133. Una posible respuesta es $x + 7 = 9$. 135. $\frac{7}{11}$ 137. a. iv b. ii c. i
 d. v e. iii

SECCIÓN 3.2

1. Cantidad: 30 ; base: 40 3. Keith 7. 24% 9. 7.2 ➡ 11. 400 13. 9 15. 25% 17. 5 19. 200%
 21. 400 23. 7.7 25. 200 27. 400 29. 20 31. 80% 33. 40% de 80 es igual a 80% de 40 . 35. desconocido;
 30 ; 24 37. 250 de los asientos son sillas de ruedas accesibles. ➡ 39. En el promedio de casas unifamiliares, se utilizan
 diariamente 74 gal de agua por persona. 41. La información es insuficiente. ➡ 43. 12% de las muertes no fueron atribuidas
 a accidentes de vehículos de motor. 45. En este país, 96 100 millones de kilowatts de electricidad por hora se utilizan para la
 iluminación del hogar anualmente. 47. 34.4% de la población de Estados Unidos vio el Super Bowl XLIV. 49. El precio del
 modelo más económico es $\$1423.41$. ➡ 51. La tasa de interés simple anual es de 9% . 53. Sal ganó $\$240$ en interés de las dos
 cuentas. 55. Makana ganó $\$63$ en un año. 57. La tasa de interés de una inversión combinada está entre 6% y 9% .
 ➡ 59. El porcentaje de la concentración de peróxido de hidrógeno es 2% . 61. Apple Dan's tiene la mayor concentración de jugo de
 manzana. 63. 12.5 g de la crema no es glicerina. 65. El porcentaje de concentración de sal en la solución restante es 12.5% .
 67. 20 69. 355 ; 295 71. a. Igual a b. Menor que 73. El tren recorre 245 millas en un periodo de 5 horas.
 75. La tasa promedio de velocidad de un dietista es de 30 mph. 77. Tomará 4 horas completar el viaje. ➡ 79. Se necesitaría
 31.25 segundos para caminar en movimiento de un extremo de la acera a otro. ➡ 81. Los dos corredores se reunirán 40 minutos
 después de empezar. 83. Los ciclistas están separados 8.5 millas. 85. Los trenes están separados 30 millas. 87. El costo de
 la cena fue de $\$80$. 89. El nuevo valor es dos veces el valor original. 91. a. El Noreste: 18.1% ; Medio Oeste: 21.8% ; el Sur:
 36.8% ; el Oeste: 23.4% b. El Sur tiene la mayor población. El mayor porcentaje de la población vive en el Sur. c. El 12.3% de la
 población de Estados Unidos vive en California. d. $520,000$ residentes viven en Wyoming. e. Las respuestas podrían variar.

SECCIÓN 3.3

1. a y i; b y iii; c y ii; d y iv 3. Verdadero 5. Verdadero 7. Verdadero 9. 18 11. Positivo 13. 2 15. 3
 17. -2 19. -2 ➡ 21. 2 23. 2 25. 2 27. 3 29. 1 ➡ 31. 6 33. -7 35. $\frac{1}{2}$ 37. $\frac{7}{3}$
 39. $\frac{7}{8}$ 41. $\frac{1}{3}$ 43. 1 45. 0 47. $\frac{2}{5}$ 49. 18 51. 8 53. -16 ➡ 55. 25 57. 21 59. 15 61. $\frac{7}{6}$
 ➡ 63. $\frac{1}{6}$ 65. -25 67. 1 69. $-\frac{21}{4}$ 71. 2 73. 1 75. 2 77. 3.95 79. -0.8 81. -11 83. 0 85. 12 ; 12 ;
 distributiva; 2 ; 84 ; $2x$; $2x$; 7 ; Divide; 7 ; -12 87. -2 89. 3 91. 8 93. 2 95. -2 97. -3 99. 2
 ➡ 101. -2 103. -2 105. -7 107. 0 109. -2 111. -2 113. 4 115. 10 117. 3 119. $\frac{3}{4}$
 121. $\frac{2}{7}$ 123. $-\frac{3}{4}$ 125. 3 127. 10 129. $\frac{4}{3}$ 131. 3 133. -14 135. 7 137. $3x$; 18 139. i y iii
 141. 3 143. 4 145. 1 147. 2 149. 2 151. -7 ➡ 153. $\frac{4}{7}$ 155. $\frac{1}{2}$ 157. $-\frac{1}{3}$ 159. $\frac{10}{3}$
 ➡ 161. $-\frac{1}{4}$ 163. 0.5 165. 0 167. -1 169. El automóvil se desliza 168 pies. 171. La profundidad del buzo es de
 40 pies. 173. La estatura del adulto es de aproximadamente 182.5 cm. ➡ 175. La velocidad inicial es 8 pies/s. 177. El
 pasajero fue transportado 6 millas. 179. La expresión promedio de la corona del ciprés calvo es de 57 pies. 181. Cometió 8
 errores. 183. El punto de equilibrio es de 350 televisores. 187. El punto de apoyo está 5 pies desde la otra persona.
 189. No 191. No, el sube y baja no está equilibrado. ➡ 193. Debería aplicarse una fuerza de 25 lb al otro extremo de la palanca.
 195. El punto de apoyo se debe colocar a 10 metros de la acróbata de 128 lb 197. No hay solución 199. $-\frac{11}{4}$ 201. 0
 205. 7 207. Sí, el costo de la atención médica es tres veces mayor en 2010 que durante los años de base. 209. Un automóvil
 nuevo habría costado $\$15,617$ durante los años base.

SECCIÓN 3.4

1. $x \leq 4$ incluye al elemento 4; $x < 4$ no lo incluye.

3. a. No

b. No

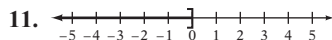
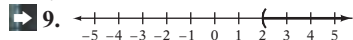
c. Sí

d. No

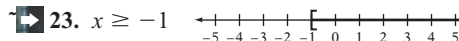
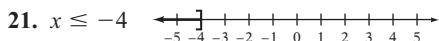
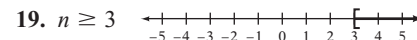
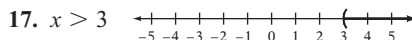
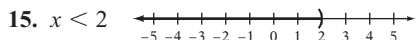
e. No

f. Sí

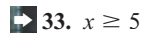
5. Siempre verdadera

7. incluye; \leq 

13. i, iii

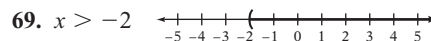
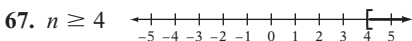
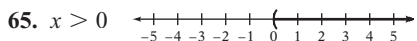
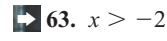
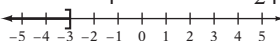


27. Únicamente números positivos

29. $y \geq -9$ 31. $x < 12$ 35. $x < -11$ 37. $x \leq 10$ 39. $x \geq -6$ 41. $x > 2$ 43. $d < -\frac{1}{6}$ 45. $x \geq -\frac{31}{24}$ 47. $x < \frac{5}{4}$ 49. $x > \frac{5}{24}$ 51. $x \leq -1.2$ 53. $x \leq 0.70$ 55. $x < -7.3$

57. i, ii, iii

59. se invierte

61. $x \leq -3$ 71. $x < \frac{5}{3}$ 73. $x \geq 5$ 75. $x > -\frac{5}{2}$ 77. $x \leq -\frac{2}{3}$ 79. $x < -18$ 81. $x > -16$ 83. $b \leq 33$ 85. $n < \frac{3}{4}$ 87. $x \leq -\frac{6}{7}$ 89. $y \leq \frac{5}{6}$ 91. $x > -0.5$ 93. $y \geq -0.8$ 95. $x < -5.4$

97. iv

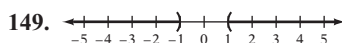
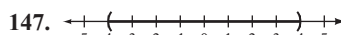
101. $2x; 2x; 3x; 0; 9; -3x; -9;$ 103. $x \leq 5$ 105. $x < 0$ 107. $x < 4$ 109. $x < -4$ 111. $x \geq 1$ 113. $x < 20$ 115. $x > 500$ 117. $x > 2$ 119. $x \leq -5$ 121. $y \leq \frac{5}{2}$ 123. $x < \frac{25}{11}$ 125. $x > 11$ 127. $n \leq \frac{11}{18}$ 129. $x \geq 6$ 131. $x \leq \frac{2}{5}$ 133. $t < 1$

135. 3

137. iii, iv

139. $\{3, 4, 5\}$ 141. $\{10, 11, 12, 13\}$ 143. $x \leq -2$

145. La longitud del tercer lado está entre 6 y 28 pulg



151. Siempre verdadera

153. Nunca verdadera

155. Algunas veces verdadera

CAPÍTULO 3 EJERCICIOS DE REPASO

1. No [3.1.1] 2. 20 [3.1.2] 3. -7 [3.1.3] 4. 7 [3.3.1] 5. 4 [3.3.2] 6. $-\frac{1}{5}$ [3.3.3] 7. 405 [3.2.1]8. 25 [3.2.1] 9. 67.5% [3.2.1] 10. [3.4.1] 11. $x > 2$ [3.4.1]12. $x > -4$ [3.4.2] 13. $x \geq -4$ [3.4.3] 14. $x \geq 4$ [3.4.3] 15. Sí [3.1.1]16. 2.5 [3.1.2] 17. -49 [3.1.3] 18. $\frac{1}{2}$ [3.3.1] 19. $\frac{1}{3}$ [3.3.2] 20. 10 [3.3.3] 21. 16 [3.2.1]22. 125 [3.2.1] 23. $16\frac{2}{3}\%$ [3.2.1] 24. $x < -4$ [3.4.1] 25. $x \leq -2$
 [3.4.2] 26. -2 [3.3.3] 27. $\frac{5}{6}$ [3.1.2] 28. 20 [3.1.3] 29. 6 [3.3.1]
30. 0 [3.3.3] 31. $x < 12$ [3.4.3] 32. 15 [3.2.1] 33. 5 [3.3.1] 34. $x > 5$ [3.4.3] 35. 4% [3.2.1]36. $x > -18$ [3.4.3] 37. $x < \frac{1}{2}$ [3.4.3] 38. La medida del tercer ángulo es 110° . [3.3.4] 39. Debe aplicarse una fuerza

de 24 lb al otro extremo de la palanca. [3.3.4] 40. El ancho es 6 pies [3.3.4] 41. El descuento es de \$41.99.

[3.3.4] 42. Aproximadamente 11,065 plantas y animales están en riesgo de extinción en la Tierra. [3.2.1] 43. La profundidad es

de 80 pies. [3.3.4] 44. El punto de apoyo está a 3 pies desde la fuerza de 25 lb. [3.3.4] 45. La longitud del rectángulo es de

24 pies. [3.3.4] 46. A la lancha le tomará 1.5 h viajar 30 millas. [3.2.2] 47. Ella debe invertir \$625 en una cuenta que gana una

tasa de interés simple anual de 8%. [3.2.1] 48. El porcentaje de concentración de ácido clorhídrico es de 6%. [3.2.1]

CAPÍTULO 3 EXAMEN

1. -12 [3.1.3, Ejemplo 5] 2. $-\frac{1}{2}$ [3.3.2, Ejemplo 5] 3. -3 [3.3.1, Ejemplo 1] 4. No [3.1.1, Ejemplo 1]5. $\frac{1}{8}$ [3.1.2, Problema 3] 6. $-\frac{1}{3}$ [3.3.3, Ejemplo 6] 7. 5 [3.3.1, Ejemplo 1] 8. $\frac{1}{2}$ [3.3.2, Ejemplo 5] 9. -5[3.1.2, Ejemplo 3] 10. -5 [3.3.2, Ejemplo 5] 11. $-\frac{40}{3}$ [3.1.3, Problema 5] 12. $-\frac{22}{7}$ [3.3.3, Ejemplo 6]13. 2 [3.3.3, Ejemplo 6] 14. $\frac{12}{11}$ [3.3.3, Problema 6] 15. -3 [3.3.3, Ejemplo 6] 16. 125% [3.2.1, Problema 1]17. 40 [3.2.1, 1er. Concéntrate, p. 98] 18. [3.4.1, Ejemplo 1] 19. $x \leq -1$
 [3.4.1, Ejemplo 2] 20. $x > -2$ [3.4.2, Ejemplo 4]
21. $x > \frac{1}{2}$ [3.4.1, Ejemplo 2] 22. $x \leq -\frac{9}{2}$ [3.4.3, Ejemplo 7] 23. $x \geq -16$ [3.4.2, Ejemplo 4] 24. $x \leq 2$ [3.4.3, Problema 7] 25. $x \leq -3$ [3.4.3, Ejemplo 7] 26. $x > 2$ [3.4.3, Problema 7] 27. 4 [3.3.2, Ejemplo 5]28. 24 [3.2.1, Ejemplo 1] 29. $x \geq 3$ [3.4.2, Ejemplo 5] 30. Sí [3.1.1, Ejemplo 1]31. El astronauta debería pesar 30 lb en la Luna. [3.2.1, Ejemplo 3] 32. La temperatura final del agua después de mezclarse es de 60°C . [3.3.4, Ejemplo 8] 33. El número de calculadoras fabricadas fue 200. [3.3.4, Ejemplo 8] 34. Se encontrarán 2 horas

después de haber iniciado. [3.2.2, Problema 6] 35. Él debió invertir \$930 en la segunda cuenta. [3.2.1, Problema 4] 36. El porcentaje de concentración de jarabe de chocolate en el chocolate con leche es 25%. [3.2.1, Ejemplo 5]

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. 6 [1.2.2] 2. -48 [1.2.3] 3. $-\frac{19}{48}$ [1.3.3] 4. -2 [1.3.2] 5. 54 [1.4.1] 6. 24 [1.4.2] 7. 6 [2.1.1]
 8. $-17x$ [2.2.2] 9. $-5a - 2b$ [2.2.2] 10. $2x$ [2.2.3] 11. $36y$ [2.2.3] 12. $2x^2 + 6x - 4$ [2.2.4]
 13. $-4x + 14$ [2.2.5] 14. $6x - 34$ [2.2.5] 15. $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$ [1.1.1] 16. $87\frac{1}{2}\%$ [1.3.4]
 17. 3.42 [1.3.4] 18. $\frac{5}{8}$ [1.3.4] 19. Sí [3.1.1] 20. -5 [3.1.2] 21. -25 [3.1.3] 22. 3 [3.3.1]
 23. -3 [3.3.2] 24. 13 [3.3.3] 25. $x < -\frac{8}{9}$ [3.4.2] 26. $x \geq 12$ [3.4.3] 27. $x > 9$ [3.4.3]
 28. $8 - \frac{n}{12}$ [2.3.1] 29. $n + (n + 2); 2n + 2$ [2.3.2] 30. b y $35 - b$ [2.3.3] 31. Sea L la longitud de la pieza más larga; $3 - L$ [2.3.3] 32. 17% del sueldo de un programador de computadoras se deduce para el impuesto sobre la renta. [3.2.1]
 33. La ecuación predice que la primera milla de 4 minutos fue recorrida en 1952. [3.3.4] 34. La temperatura final del agua después de haberla mezclado es de 60°C . [3.3.4] 35. Se debe aplicar una fuerza de 24 lb al otro extremo de la palanca. [3.3.4]

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 4

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. $0.65R$ [2.2.2] 2. $0.03x + 20$ [2.2.5] 3. $3n + 6$ [2.2.2] 4. $5 - 2x$ [2.3.1] 5. 40% [1.3.4] 6. 2 [3.3.3]
 7. 0.25 [3.3.1] 8. $x < 4$ [3.4.3] 9. $20 - n$ [2.3.3]

SECCIÓN 4.1

1. Verdadero 3. Verdadero 5. Verdadero 7. a. $12 - x$ b. $12 - x$ 9. $n - 15 = 7; n = 22$
 11. $7n = -21; n = -3$ 13. $3n - 4 = 5; n = 3$ 15. $4(2n + 3) = 12; n = 0$ ➡ 17. $12 = 6(n - 3); n = 5$
 19. $22 = 6n - 2; n = 4$ 21. $4n + 7 = 2n + 3; n = -2$ 23. $5n - 8 = 8n + 4; n = -4$ 25. $2(n - 25) = 3n; n = -50$
 27. $3n = 2(20 - n); 8$ y 12 29. $3n + 2(18 - n) = 44; 8$ y 10 31. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo:
 $n + n + 10 = 14; n + n - 10 = 14$ 33. consecutivo 37. Los enteros son 17, 18 y 19. 39. Los enteros son 26, 28 y
 30. 41. Los enteros son 17, 19 y 21. 43. Los enteros son 8 y 10. ➡ 45. Los enteros son 7 y 9. 47. Los enteros son -9 ,
 -8 y -7 . 49. Los enteros son 10, 12 y 14. 51. No hay solución 53. ii 55. entera; reducida en grasa ➡ 57. el valor
 original fue \$32,000. 59. Hay 58 calorías en una naranja de tamaño mediano. 61. La cantidad de abono es 15 lb.
 63. La intensidad del sonido es de 140 decibeles. 65. La longitud es de 80 pies. El ancho es de 50 pies. 67. Para reemplazar la
 bomba de agua, se requieren 5 horas de trabajo. 69. Estás comprando 9 boletos. ➡ 71. La longitud de la pieza más corta es de 8
 pies. 73. El ejecutivo utiliza el teléfono 951 min. 75. El cliente paga \$0.15 por más de 300 mensajes de texto. 77. El perímetro
 es de 8 pies. 79. El ciclista terminará su recorrido en 1 hora más. 81. Los enteros son $-12, -10, -8$, y -6 83. Cualquiera de los
 tres enteros impares consecutivos reúnen las condiciones. 87. impares 89. pares 91. pares 93. impares 95. impares

SECCIÓN 4.2

1. Agudo, recto, obtuso, llano 3. i, ii, iii, vi 5. No 7. Verdadero 9. Verdadero 13. a. $0.25L$ b. $L; 0.25L$
 c. $2.5L$ 15. Los lados miden 50 pies, 50 pies y 25 pies. ➡ 17. El largo es de 13 m. El ancho es de 8 m. 19. El largo es
 de 40 pies. El ancho es de 20 pies. 21. Los lados miden 40 cm 20 cm y 50 cm. 23. El largo es de 130 pies. El ancho es de
 39 pies. 25. El largo es de 12 pies. 27. Cada lado mide 12 pulg 29. a. 90° b. 180° c. 360° d. Entre 0° y
 90° e. Entre 90° y 180° 31. 35° 33. 20° 35. 53° 37. 121° 39. 15° 41. 18° 43. 45° 45. 49°
 ➡ 47. 12° 49. Falso 51. Verdadero 53. $\angle a = 122^\circ; \angle b = 58^\circ$ 55. $\angle a = 44^\circ; \angle b = 136^\circ$ 57. Sí 59. 20°
 ➡ 61. 40° 63. 128° ➡ 65. $\angle x = 155^\circ; \angle y = 70^\circ$ 67. $\angle a = 45^\circ; \angle b = 135^\circ$ 69. $90^\circ - x$ 71. 60° 73. 35°
 ➡ 75. 102° 77. $36^\circ, 36^\circ$ y 108° 79. $41^\circ, 41^\circ$ y 98° 81. Falso 83. Falso 85. El largo es de 9 cm. El ancho es de
 3 cm. 87. El largo es de 16x. 89. Los ángulos miden $59^\circ, 60^\circ$ y 61° . 91. a. La suma es de 180° .

SECCIÓN 4.3

1. Reste el costo del precio de venta. 3. Multiplica el costo por la tasa de utilidad. 5. Resta el descuento del precio regular.
 9. 40; desconocido; 0.25 11. El precio de venta es \$56. 13. El precio de venta es \$565.64. ➡ 15. La tasa de utilidad es
 75%. 17. La tasa de utilidad es 25%. 19. El costo de un reproductor de discos compacto es \$120. ➡ 21. El costo del balón
 de basquetbol es \$59. 23. Verdadero 25. La tasa de utilidad es 54%. 29. 318.75; 375; desconocido 31. El precio de
 venta es \$146.25. 33. El precio de descuento es \$218.50. ➡ 35. La tasa de descuento es 25%. 37. La tasa de utilidad es
 38%. ➡ 39. El precio regular es \$710. 41. El precio regular es \$300. 43. Verdadero 45. El margen de utilidad es \$18.
 47. La tasa de utilidad es 25%. 49. El costo de la cámara es \$230. 51. El precio regular es \$160 53. No, el descuento
 sencillo que daría el mismo precio de venta es 28%.

SECCIÓN 4.4

1. P es el principal (la cantidad invertida), r es la tasa de interés simple, e I es el interés simple ganado. 3. a. \$1250
 b. 5% c. \$62.50 5. Verdadero 7. Falso 9. Fila 1: 0.052; 0.052x; Fila 2: $x + 1000$; 0.072; 0.072($x + 1000$)
 11. \$9000 fue invertido al 7%, y \$6000 fue invertido al 6.5% 13. \$1500 fueron invertidos en fondos de inversión.
 ➡ 15. \$200,000 fueron depositados al 10%, y \$100,000 fueron depositados al 8.5%. 17. Teresa tiene \$3000 invertidos en bonos que ganan el 8% de interés simple anual. 19. Ella ha invertido \$2500 al 11%. 21. La cantidad total invertida fue de \$650,000.
 23. La cantidad total invertida fue de \$500,000. 25. a. 3% y 5% b. \$5000 27. La cantidad de la inversión de la consultora de investigación es de \$45,000. 29. El interés total recibido fue de \$3040. 31. El valor de la inversión en 4 años es \$3,859.
 33. a. El consultor debe tener \$298,000 ahorrado para el retiro. b. El retiro del ejecutivo debe estar entre \$524,000 y \$1,144,000.
 c. El administrador de ahorros para el retiro debe estar entre \$28,000 y \$75,000.

SECCIÓN 4.5

1. Verdadero 3. Verdadero 5. Falso 7. Aumenta 9. \$600 11. a. Fila 1: 1.70; 1.70x; Fila 2: $10 - x$; 0.50;
 $0.50(10 - x)$; Fila 3: 10; 1.30; 13 b. $1.70x$; $0.50(10 - x)$; 13 15. Se utilizaron 56 oz de la aleación de \$4.30 y 144 onzas de la
 aleación de \$1.80. 17. Se necesitan 8 lb de té de manzanilla. 19. El costo por onza es \$5.00. ➡ 21. Para preparar la mezcla
 se necesitan 3 lb de caramelo. 23. Se utilizaron 20 lb de virutas de roble y 60 lb de virutas de pino. 25. Se utilizaron 75 gal de
 jugo de fruta y 25 gal de helado. 27. El costo por libra de la mezcla de la casa es \$5.50. 29. El departamento de parques compró
 8 paquetes de árboles y 6 paquetes de plantas cultivadas en macetas. 31. El costo por onza es \$1046.92. 33. iii, v y vi
 35. 0.90; 225 37. 1.5; 8.5 41. El porcentaje de concentración es 24%. 43. 20 gal de la solución al 15% se debe mezclar
 con 5 gal de la solución al 20%. ➡ 45. Se utilizan 30 lb de hilado de lana 25%. 47. 6.25 gal de los alimentos para plantas que
 es 9% de nitrógeno se combinan con el alimento para plantas que es 25% de nitrógeno. 49. El porcentaje de concentración es de
 19%. 51. Se utilizan 30 oz de 60% de lavanda. 53. Para preparar la solución, se utilizan 100 ml de solución al 7% y 200 ml
 de solución al 4%. 55. El porcentaje de concentración es 80%. 57. Hay que añadir 12.5 gal de etanol. 59. El porcentaje
 de concentración es 52%. 61. Falso 63. Se utilizaron 10 lb de nueces y 20 lb de frutas secas. 65. El químico utilizó 3 L de
 ácido puro y 7 L de agua. 67. 85 adultos y 35 niños asistieron a la representación. 69. El porcentaje de concentración de ácido
 fue 50%.

SECCIÓN 4.6

1. d = distancia, r = velocidad, t = tiempo 3. El Boeing 767 ha permanecido en el aire ($t - 1$) hora. 5. La distancia total
 recorrida es de 50 pies. ➡ 7. La velocidad del primer avión es 105 mph. La velocidad del segundo avión es 130 mph.
 9. El segundo patinador alcanza al primero después de 40 s. 11. La lancha de Michael se uniría a la lancha de excursión en 2 horas.
 ➡ 13. El aeropuerto está a 120 millas de las oficinas corporativas. 15. El velero recorrió 36 millas en las primeras 3 horas.
 17. El tren de pasajeros viaja a 50 mph. El tren de carga se mueve a 30 mph. 19. Al segundo barco le toma 1 hora alcanzar al
 primero. 21. Los dos trenes se cruzarán en 4 h. 23. No, el segundo automóvil no superará al primero. 25. El autobús supera
 al automóvil 180 mi desde el punto de partida. 27. El avión voló de 2 horas a 115 km por hora y 3 horas a 125 mph. 29. La
 velocidad del ciclista es 14 mph. 31. Los campistas volvieron corriente abajo a las 10:15 a.m. 33. El camión de carga supera al
 autobús a las 2:15 p.m. 37. Es imposible superar los 60 mph. 39. Chris puede patinar 128 m.

SECCIÓN 4.7

1. Falso 3. Verdadero 5. Falso 7. $n \geq 102$ 9. $n + 0.45n \leq 200$ 11. 11 13. El ingreso mensual de una pareja
 es \$5395 o más. ➡ 15. La organización debe reunir más 440 lb latas. 17. El estudiante debe obtener 78 o más.
 19. El monto en dólares de las ventas debe ser más de \$5714. 21. La altura es 45 pies. ➡ 23. El monto en dólares que el
 agente espera vender es \$20,000 o menos. 25. Hay que añadir 8 oz o menos. 27. Se debe de utilizar más de 80 onzas de la
 aleación. 29. La zona de esquí está a más de 38 mi de distancia. 31. El número máximo de millas que puede conducir es 166.
 33. Los enteros son 1, 3 y 5 o 3, 5 y 7. 35. La tripulación puede preparar 8 a 12 aeronaves en este periodo de tiempo. 37. Se
 deben utilizar más de 50 onzas de pretzels. 39. Se deben utilizar entre 3.3 y 30 lb de té negro.

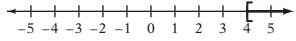
CAPÍTULO 4 EJERCICIOS DE REPASO

1. $2x - 7 = x$; 7 [4.1.1] 2. La longitud de la pieza más corta es 14 pulg [4.1.2] 3. Los dos números son 8 y 13. [4.1.2]
 4. $2x + 6 = 4(x - 2)$; 7 [4.1.1] 5. La tasa de descuento es $33\frac{1}{3}\%$. [4.3.2] 6. \$8000 se invierten al 6%, y \$7000 al
 7%. [4.4.1] 7. Los ángulos miden 65° , 65° y 50° . [4.2.3] 8. La velocidad de un motociclista es de 45 mph [4.6.1]
 9. Las medidas de los tres ángulos son de 16° , 82° y 82° . [4.2.3] 10. La tasa de utilidad es 80%. [4.3.1] 11. La concentración
 de grasa de leche es 14%. [4.5.2] 12. El largo es 80 pies. El ancho es 20 pies. [4.2.1]
 13. Se pueden solicitar un mínimo de 1151 ejemplares. [4.7.1] 14. El precio regular es \$62. [4.3.2] 15. Se utilizaron
 7 cuartos de galón de jugo de arándano y 3 cuartos de galón de jugo de manzana. [4.5.1] 16. Los dos números son 6 y
 30. [4.1.2] 17. \$5600 se deposita en la cuenta al 12%. [4.4.1] 18. Se debe añadir un litro de agua pura. [4.5.2] 19. La
 puntuación más baja que el estudiante puede recibir es 70. [4.7.1] 20. $-7 = \frac{1}{2}x - 10$; 6 [4.1.1] 21. La altura es 1063 pies.
 [4.1.2] 22. Las medidas de los tres ángulos son de 75° , 60° y 45° . [4.2.3] 23. La longitud de la pieza más larga es de 7
 pies. [4.1.2] 24. El número de horas de consulta fue 8. [4.1.2] 25. El costo es \$671.25. [4.3.1] 26. Se reunirán después
 de 4 minutos. [4.6.1] 27. Las medidas de los tres lados son 8 pulg, 12 pulg y 15 pulg. [4.2.1] 28. Los enteros son -17 , -15 y
 -13 . [4.1.1] 29. El ancho máximo es 10 pies. [4.7.1] 30. $\angle a = 138^\circ$, $\angle b = 42^\circ$ [4.2.2]

CAPÍTULO 4 EXAMEN

1. $6n + 13 = 3n - 5$; $n = -6$ [4.1.1, Ejemplo 1] 2. $3n - 15 = 27$; $n = 14$ [4.1.1, Ejemplo 1] 3. Los números 8 y 10. [4.1.1, Ejemplo 2] 4. Las longitudes son 6 pies y 12 pies. [4.1.2, Ejemplo 4] 5. El costo es \$200. [4.3.1, Ejemplo 2]
 6. La tasa de descuento es 20%. [4.3.2, Ejemplo 3] 7. Deberán añadirse 20 gal de solución al 15%. [4.5.2, Problema 2]
 8. El largo es 14 m. El ancho es 5 m. [4.2.1, Concéntrate, página 151] 9. Los enteros son 5, 7 y 9. [4.1.1, Ejemplo 2]
 10. Cinco o más residentes están en el asilo. [4.7.1, Problema 2] 11. \$5000 se invierten al 10%, y \$2000 se invierten al 15%. [4.4.1, Problema 1] 12. Se deben utilizar 8 lb del café de \$7 y 4 lb del café de \$4. [4.5.1, Problema 1] 13. La velocidad del primer avión es 225 mph. La velocidad del segundo avión es 125 mph. [4.6.1, Ejemplo 1] 14. Las medidas de los tres ángulos son 48° , 33° , y 99° . [4.2.3, Ejemplo 5] 15. Las cantidades a depositar son \$1400 al 6.75% y \$1000 al 9.45%. [4.4.1, Problema 1]
 16. El largo mínimo es de 24 pies. [4.7.1, Ejemplo 2] 17. El precio de venta es \$79.20. [4.3.2, Ejemplo 3]

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. -12, -6 [1.1.1] 2. 6 [1.2.2] 3. $-\frac{1}{6}$ [1.4.1] 4. $-\frac{11}{6}$ [1.4.2] 5. -18 [1.1.2] 6. -24 [2.1.1]
 7. $9x + 4y$ [2.2.2] 8. $-12 + 8x + 20x^3$ [2.2.4] 9. $4x + 4$ [2.2.5] 10. $6x^2$ [2.2.2] 11. No [3.1.1]
 12. -3 [3.3.1] 13. -15 [3.1.3] 14. 3 [3.3.1] 15. -10 [3.3.3] 16. $\frac{2}{5}$ [1.3.4] 17. $x \geq 4$
 [3.4.2] 18. $x \geq -3$ [3.4.2] 19. $x > 18$ [3.4.3] 20. $x \geq 4$ [3.4.3] 21. 2.5% [1.3.4]
 22. 12% [1.3.4] 23. 3 [3.2.1] 24. 45 [3.2.1] 25. $8n + 12 = 4n$; $n = -3$ [4.1.1] 26. El área de la cochera es de 600 pies². [4.1.2] 27. El número de horas laborales es 5. [4.1.2] 28. 20% de las bibliotecas tenía el libro de referencia. [3.2.1] 29. La cantidad de dinero depositado es \$2000. [4.4.1] 30. La tasa de utilidad es 75%. [4.3.1]
 31. Se deben utilizar 60 g de aleación del oro. [4.5.1] 32. Se deben añadir 30 oz de agua pura. [4.5.2] 33. La medida de uno de los ángulos iguales es 47° . [4.2.3] 34. La mitad del número entero par es 14. [4.1.1]

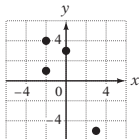
Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 5

EXAMEN DE PREPARACIÓN

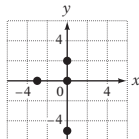
1. -3 [1.4.2] 2. -1 [2.1.1] 3. $-3x + 12$ [2.2.4] 4. -2 [3.3.1] 5. 5 [3.3.1] 6. -2 [3.3.1]
 7. 13 [2.1.1] 8. $\frac{3}{4}x - 4$ [2.2.4] 9. i, ii, iii [3.4.1]

SECCIÓN 5.1

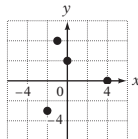
1. Cuadrante II 3. eje y 5. 0 7. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo, $(-3, 2)$ y $(5, 2)$. 9. derecha; abajo
 ➡ 11.



13.



15.

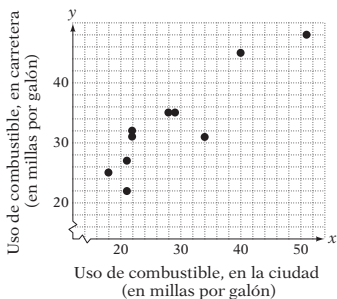


➡ 17.

 $A(2, 3), B(4, 0), C(-4, 1), D(-2, -2)$

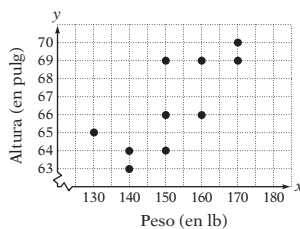
19. $A(-2, 5), B(3, 4), C(0, 0), D(-3, -2)$

➡ 25.

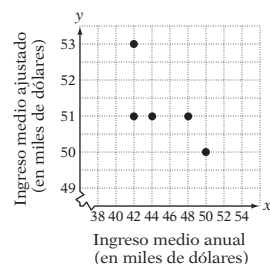


21. a. I b. II c. IV d. III

27.



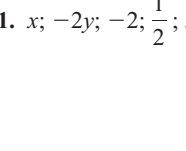
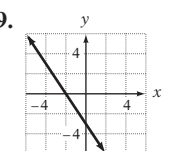
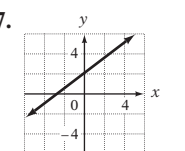
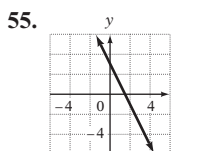
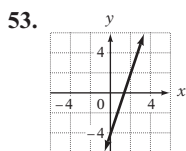
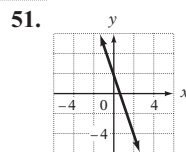
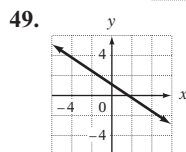
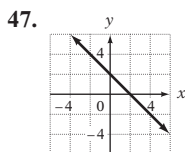
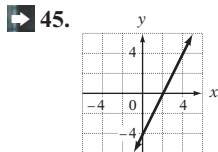
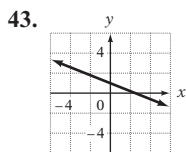
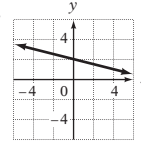
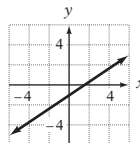
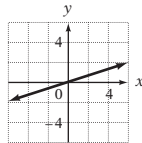
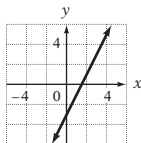
29.



31. Denominador ➡ 33. La tasa de cambio promedio es 4° por hora. 35. a. La tasa de cambio promedio es $0.\bar{3}$ lb por semana.
 b. La tasa de cambio promedio es 0.44 lb por semana. 37. a. La tasa de cambio promedio anual fue 26 alumnos por año.
 b. La tasa de cambio promedio anual fue 566 alumnos por año. c. La tasa de cambio promedio anual en la matrícula de verano entre 2005 y 2009 fue mayor. 39. a. La tasa de cambio promedio anual fue -8.95 centavos. b. La tasa de cambio promedio anual se incrementó a partir de 1975 a 1980. Durante ese periodo, la tasa de cambio promedio anual fue de 2 centavos. 41. La tasa de cambio promedio fue cercana a -1 grado por minuto a partir del 30 al 40 min. 43. 1 unidad 45. 0 unidades 47. 1 unidad
 49. (0, 0)

SECCIÓN 5.2

1. i y ii 3. b y d son gráficas de rectas. 5. a. $Ax + By = C$ b. $y = mx + b$ c. Ninguna
 d. $Ax + By = C$ 7. coordenada x 9. La recta es horizontal. 11. x; y 13. Sí 15. No ➡ 17. No 19. Sí
 21. No 23. (3, 7) 25. (6, 3) 27. (0, 1) ➡ 29. (-5, 0) 31. a. 2 b. Negativo 33. a. -7; -1; -7 ➡ 41.



65. $y = -3x + 10$

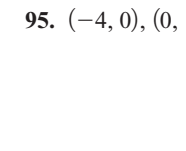
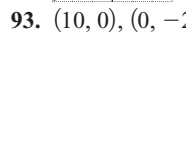
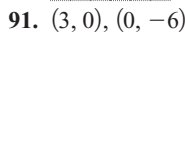
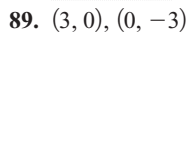
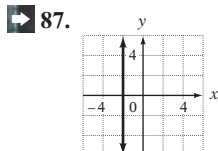
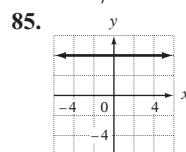
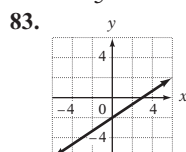
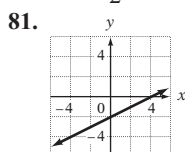
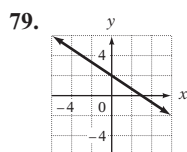
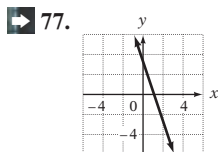
67. $y = 4x - 3$

➡ 69. $y = -\frac{3}{2}x + 3$

71. $y = \frac{2}{5}x - 2$

73. $y = -\frac{2}{7}x + 2$

75. $y = -\frac{1}{3}x + 2$

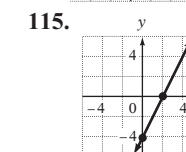
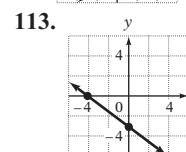
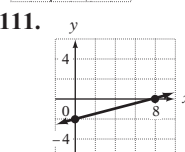
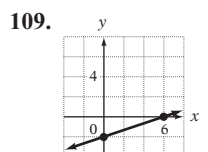
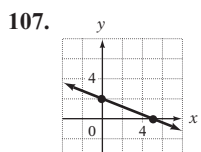
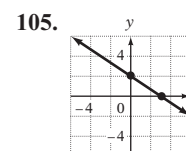
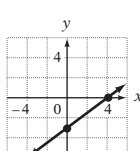


97. (0, 0), (0, 0)

99. (-6, 0), (0, 3)

101.

➡ 103.



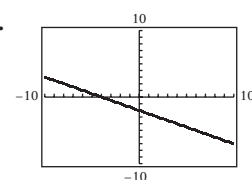
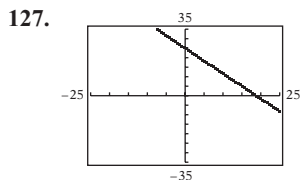
117. Hacia la derecha

119. a. $y = -\frac{1}{2}x - 5$

b. (-2, -4)

121. 1 unidad

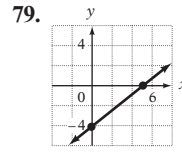
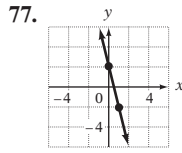
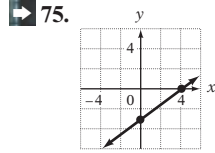
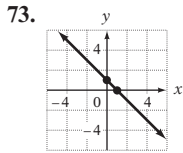
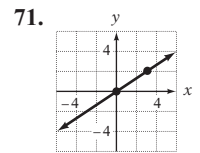
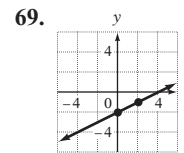
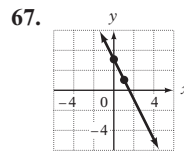
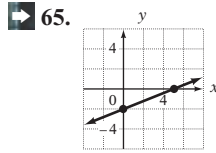
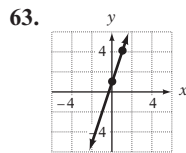
125.



SECCIÓN 5.3

1. m 3. $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 5. -4 7. $-\frac{2}{3}$ 11. 2; -4; 3; 1 13. -2 15. $\frac{1}{3}$ ➡ 17. $-\frac{5}{2}$ 19. $-\frac{1}{2}$ 21. -1
 23. No está definida 25. 0 27. $-\frac{1}{3}$ 29. 0 31. -5 33. No está indefinida 35. $-\frac{3}{3}$ 37. 4 39. 3 41. Sí
 43. Sí ➡ 45. Sí 47. No ➡ 49. No 51. Sí 53. m = 50. El correo electrónico clasifica 50 tipos de piezas de correo por minuto. ➡ 55. m = -0.02. El automóvil utiliza 0.02 gal de gasolina por milla recorrida. 57. m = 0.8. El porcentaje de personas que usa el cinturón de seguridad se ha incrementando 0.8% por año. 59. a. a = c, b ≠ d b. b = d, a ≠ c c. Hacia abajo a la derecha

61. 5; (0, -3)



81. Por encima de; hacia abajo a la derecha

 83. Al incrementar el coeficiente de x aumenta la pendiente.
 el eje y . 87. i y D; ii y C; iii y B; iv y F; v y E; vi y A

 85. Al aumentar el término constante se incrementa la intersección con el eje y . En general, las rectas verticales no intersecan con el eje y . Por ejemplo, $x = 2$ no tiene una intersección con el eje y . 91. La recta a se inclina hacia arriba a la derecha. La recta b se inclina hacia abajo a la derecha. 93. La recta a tiene una intersección con el eje y de (0, 5). La recta b tiene una intersección con el eje y de (0, -5). 95. La recta a es una recta horizontal. La recta b es una recta vertical.

SECCIÓN 5.4

 1. 5; 7 3. 0; 2 5. $y - y_1 = m(x - x_1)$ 7. 3; 1; $3x + 1$ 9. Verifica que el cociente de x esté dado por la pendiente. Verifica que las coordenadas del punto dado sea una solución de tu ecuación. 11. $y = 2x + 2$ 13. $y = -3x - 1$

 15. $y = \frac{1}{3}x$ 17. $y = \frac{3}{4}x - 5$ 19. $y = -\frac{3}{5}x$ 21. $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$ 23. $y = -\frac{2}{3}x - 7$ 27. $-\frac{4}{5}$; 3; $-\frac{4}{5}x + 3$

 29. $y = 2x - 3$ 31. $y = -2x - 3$ 33. $y = \frac{2}{3}x$ 35. $y = \frac{1}{2}x + 2$ 37. $y = -\frac{3}{4}x - 2$ 39. $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$

 41. $y = -\frac{4}{3}x - 9$ 43. a. $y - b = m(x - 0)$ b. Sí 45. pendiente 47. $y = 3x + 4$ 49. $y = -x - 4$

 51. $y = -\frac{6}{5}x + 5$ 53. $y = -\frac{2}{5}x - 7$ 55. $y = 5$ 57. $x = 5$ 59. $y = \frac{4}{5}x + 8$ 61. $y = -\frac{1}{2}x - 2$

 63. $y = -\frac{4}{3}x - 3$ 65. $y = 3x - 3$ 67. $y = 3x$ 69. $x = 3$ 71. Sí; sin embargo, todos los puntos deben estar en la misma recta. 73. Sí; $y = -x + 6$ 75. No 77. 7 79. -1 81. 1 83. (3, 0); (0, 2); $-\frac{2}{3}$; $y = -\frac{2}{3}x + 2$

 85. (-1, 0); (0, -2); -2; $y = -2x - 2$

SECCIÓN 5.5

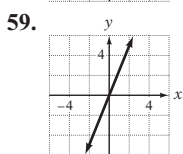
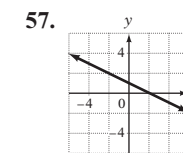
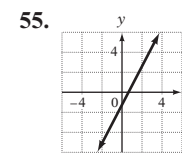
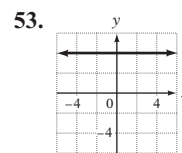
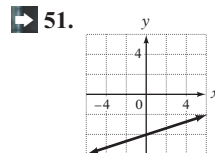
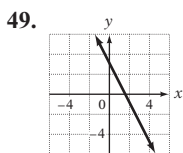
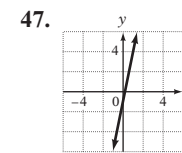
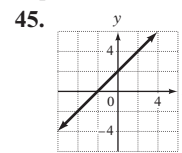
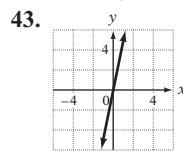
 1. a. Sí; $f(x) = -\frac{3}{5}x - 2$ b. Sí; $f(x) = x + 1$ c. No d. No e. Sí; $f(x) = 2x - 4$ f. Sí; $f(x) = 6$

3. -2, -1, 2, 3 5. pares ordenados; dominio; rango 7. {(35, 7.50), (45, 7.58), (38, 7.63), (24, 7.78), (47, 7.80), (51, 7.86), (35, 7.89), (48, 7.92)}; No 9. No 11. {(4, 411), (5, 514), (6, 618), (7, 720), (8, 823)}; Sí 13. dominio, rango

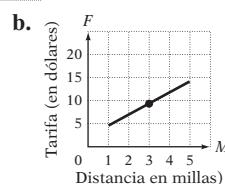
15. Dominio: {0, 2, 4, 6}; rango: {0}; Sí 17. Dominio: {2}; rango: {2, 4, 6, 8}; no 19. Dominio: {0, 1, 2, 3}; rango {0, 1, 2, 3}; sí 21. Dominio: {-3, -2, -1, 1, 2, 3}; rango: {-3, 2, 3, 4}; sí 23. 40; (10, 40) 25. -11; (-6, -11) 27. 12;

 (-2, 12) 29. $\frac{7}{2}$; $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ 31. 2; (-5, 2) 33. 32; (-4, 32) 35. Rango: {-19, -13, -7, -1, 5}; los pares ordenados

(-5, -19), (-3, -13), (-1, -7), (1, -1) y (3, 5) pertenecen a la función. 37. Rango: {1, 2, 3, 4, 5}; pares ordenados (-4, 1), (-2, 2), (0, 3), (2, 4) y (4, 5) pertenecen a la función. 39. Rango: {6, 7, 15}; pares ordenados (-3, 15), (-1, 7), (0, 6), (1, 7)

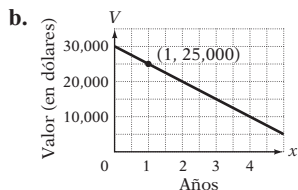
 y (3, 15) pertenecen a la función. 41. x ; y ; $f(x)$


61. a. $f(x) = 2.25M + 2.65$



c. El costo de tres millas en taxi es \$9.40.

63. a. $f(x) = 30,000 - 5000x$



c. El valor de la computadora después de un año es \$25,000.

65. a. $f(2) = 6$

b. $f(1) = 8$

67. a y III; b y IV; c y II; d y I

71. $f(-5) = 11$ y $f(1) = 11$. No

SECCIÓN 5.6

1. a. Sí

b. No

c. No

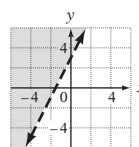
d. Sí

3. $>$, $<$

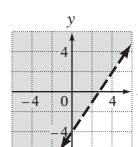
5. Inferior

7. son; no son

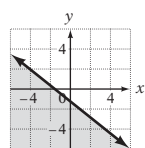
9.



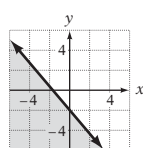
11.



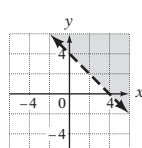
13.



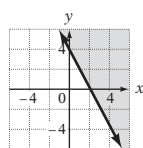
15.



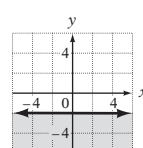
17.



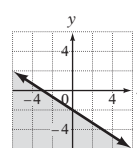
19.



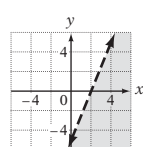
21.



23.



25.

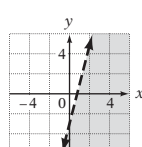


27. Negativo

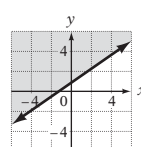
29. $y \geq 2x + 2$

31. $y > 2$

33.



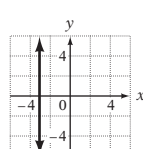
35.

**CAPÍTULO 5 EJERCICIOS DE REPASO**

1. $(3, 0)$ [5.2.1]

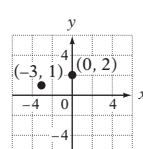
2. $y = 3x - 1$ [5.4.1/5.4.2]

3.



[5.2.3]

4.

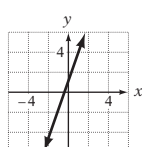


[5.1.1]

5. 79 [5.5.1]

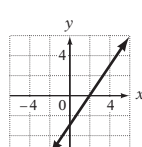
6. 0 [5.3.1]

7.



[5.2.2]

8.

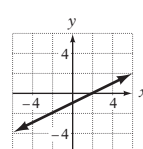


[5.2.3]

9. $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ [5.4.1/5.4.2]

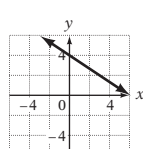
10. $(2, 0), (0, -3)$ [5.2.3]

11.



[5.3.2]

12.



[5.5.2]

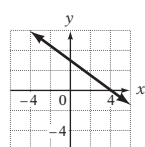
13. $y = \frac{2}{3}x + 3$ [5.4.1/5.4.2]

14. 2 [5.3.1]

15. -4 [5.5.1]

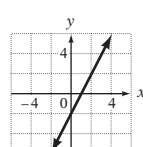
16. Dominio: $\{-20, -10, 0, 10\}$; rango: $\{-10, -5, 0, 5\}$; sí [5.5.1]

17.



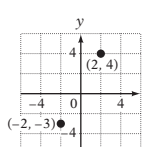
[5.2.2]

18.



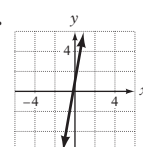
[5.3.2]

19.



[5.1.1]

20.

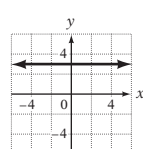


[5.5.2]

21. $(6, 0), (0, -4)$ [5.2.3]

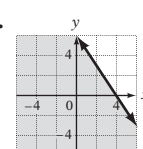
22. $y = 2x + 2$ [5.4.1/5.4.2]

23.

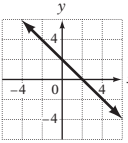
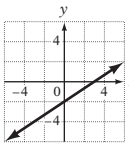


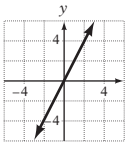
[5.2.3]

24.



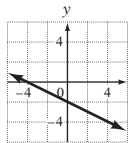
[5.6.1]

25. Sí [5.3.1] 26. $y = \frac{5}{4}x + 9$ [5.4.3] 27.  [5.3.2] 28.  [5.2.3]

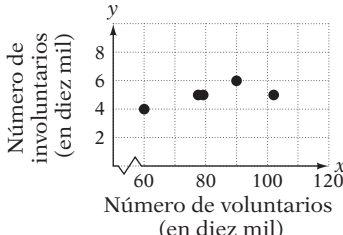
29. $(-2, -5)$ [5.2.1] 30. $y = -3x + 2$ [5.4.1/5.4.2] 31.  [5.5.2] 32. 0 [5.5.1]

33. $y = -\frac{1}{3}x - 2$ [5.4.3] 34. $y = \frac{1}{2}x - 2$ [5.4.1/5.4.2] 35. Sí [5.2.1] 36. $(2, -1)$ [5.2.1]

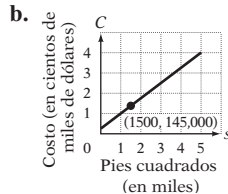
37. $(0, 0); (0, 0)$ [5.2.3] 38. $y = 3$ [5.4.1/5.4.2] 39.  [5.6.1] 40.  [5.3.2]

41. $y = 3x - 4$ [5.4.1/5.4.2] 42.  [5.2.3] 43. Dominio: $\{-10, -5, 5\}$; rango $\{-5, 0\}$; no [5.5.1]

44. Rango: $\{-53, -23, 7, 37, 67\}$ [5.5.1] 45. Rango: $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ [5.5.1] 46. Sí [5.3.1]

47.  [5.1.2] 48. $\{(25, 4.8), (35, 3.5), (40, 2.1), (20, 5.5), (45, 1.0)\}$; Sí [5.5.1]

49. a. $f(s) = 70s + 40,000$

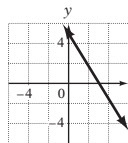
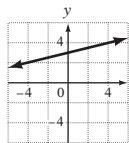


c. Los costos del contratista para construir una casa de 1500 pies² es

\$145,000. [5.5.2] 50. La tasa de cambio promedio anual era de 40.4 centavos por año. [5.1.3]

CAPÍTULO 5 EXAMEN

1. $y = -\frac{1}{3}x$ [5.4.1, Ejemplo 2/5.4.2, Ejemplo 3] 2. $\frac{7}{11}$ [5.3.1, Ejemplo 1B] 3. $(8, 0); (0, -12)$ [5.2.3, Ejemplo 7]

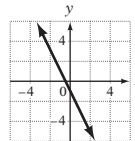
4. $(9, -13)$ [5.2.1, Ejemplo 2] 5.  [5.2.3, Ejemplo 6B] 6.  [5.2.2, Ejemplo 4]

7. 10 [5.5.1, Ejemplo 2] 8. No [5.2.1, Ejemplo 1] 9.  [5.3.2, Ejemplo 5]

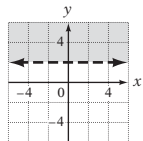
10.  [5.6.1, Ejemplo 1] 11.  [5.1.1, Ejemplo 1] 12.  [5.3.2, Ejemplo 5]

13. $y = \frac{3}{5}x + 8$ [5.4.3, Ejemplo 4] 14. $y = -\frac{2}{5}x + 7$ [5.4.1, Ejemplo 2/5.4.2, Ejemplo 3]

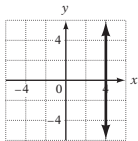
15. $y = 4x - 7$ [5.4.1, Ejemplo 2/5.4.2, Ejemplo 3] 16. 13 [5.5.1, Problema 2] 17. [5.2.2, Ejemplo 3]



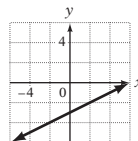
18. [5.6.1, Ejemplo 2]



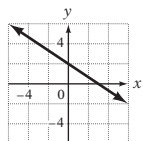
19. [5.2.3, Ejemplo 8B]



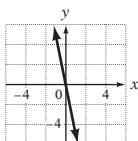
20. [5.3.2, Problema 5]



21. [5.5.2, Ejemplo 4]



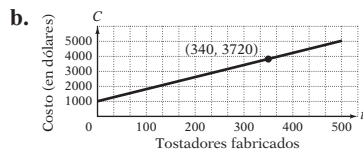
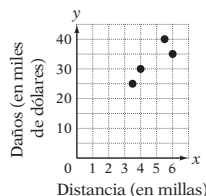
22. [5.5.2, Problema 4]



23. Sí [5.3.1, Ejemplo 3]

24. $\{-22, -7, 5, 11, 26\}$ [5.5.1, Ejemplo 3] 25. No [5.3.1, Ejemplo 2] 26. La tasa de cambio promedio anual fue de 0.5 millones de conductores por año. [5.1.3, Ejemplo 4]

27. [5.1.2, Ejemplo 3] 28. a. $f(t) = 8t + 1000$



c. El costo de fabricar 340 tostadores es \$3720. [5.5.2, Ejemplo 5]

29. $\{(8.5, 64), (9.4, 68), (10.1, 76), (11.4, 87), (12.0, 92)\}$; sí [5.5.1, página 250] 30. La pendiente es 36. El costo de 1000

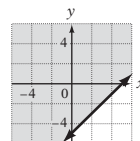
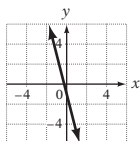
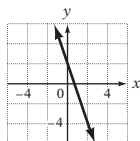
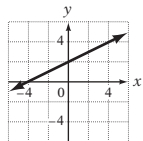
EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. -12 [1.4.2] 2. $-\frac{5}{8}$ [2.1.1] 3. $-17x + 28$ [2.2.5] 4. $\frac{3}{2}$ [3.3.1] 5. 1 [3.3.3] 6. $\frac{1}{15}$ [1.3.4]

7. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ [1.1.1] 8. -4, 0, 5 [1.1.1] 9. $a \geq -1$ [3.4.3] 10. $y = \frac{4}{5}x - 3$ [5.2.3]

11. $(-2, -7)$ [5.2.1] 12. 0 [5.3.1] 13. $(4, 0); (0, 10)$ [5.2.3] 14. $y = -x + 5$ [5.4.1/5.4.2]

15. [5.2.2] 16. [5.2.3] 17. [5.5.2] 18. [5.6.1]



19. Dominio: $\{0, 1, 2, 3, 4\}$; rango: $\{0, 1, 2, 3, 4\}$; sí [5.5.1] 20. -11 [5.5.1] 21. $\{-7, -2, 3, 8, 13, 18\}$ [5.5.1]

22. Se invirtieron \$8000 en la primera cuenta. [3.2.1] 23. El punto de apoyo está a 7 pies desde la fuerza de 80 lb. [3.3.4]

24. La longitud del primer lado es 22 pies. [4.2.1] 25. El precio de venta es \$62.30. [4.3.2]

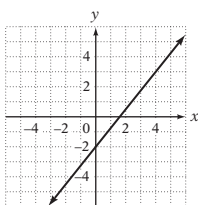
Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 6

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. $y = \frac{3}{4}x - 6$ [5.2.3] 2. 1000 [3.3.3] 3. $33y$ [2.2.5] 4. $10x - 10$ [2.2.5] 5. Sí [5.2.1]

6. $(4, 0)$ y $(0, -3)$ [5.2.3] 7. Sí [5.3.1]

8. [5.2.2]



9. Los dos excursionistas estarán uno al lado del otro después de 1.5 h. [4.6.1]

SECCIÓN 6.1

1. Siempre verdadera 3. En ocasiones verdadera 5. Nunca verdadera 7. No ➡ 9. No 11. No 13. Sí
 15. Sí 19. Independiente 21. Dependiente 23. Inconsistente 25. $(2, -1)$ 27. No hay solución 29. $(-2, 4)$
 31. $(4, 1)$ 33. $(4, 1)$ 35. $(4, 3)$ 37. $(3, -2)$ 39. $(2, -2)$ 41. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución.
 43. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $y = 2x - 2$.
 45. $(1, -4)$ 47. $(0, 0)$ ➡ 49. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. 51. $(0, -2)$
 53. $(1, -1)$ 55. $(2, 0)$ 57. $(-3, -2)$ 59. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. 61. Inconsistente
 63. $y = 2$ 65. $y = x$ 67. a. Siempre verdadera b. Nunca verdadera c. Siempre verdadera 69. a y iii; b y iv; c y i;
 d y ii $y = x + 4$ $y = -x + 2$

SECCIÓN 6.2

1. Siempre verdadero 3. Nunca verdadera 5. Nunca verdadera 7. 2; 1; 2; 1 9. $(2, 1)$ 11. $(4, 1)$ 13. $(-1, 1)$
 15. $(3, 1)$ 17. $(1, 1)$ 19. $(-1, 1)$ ➡ 21. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. 23. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución.
 25. $\left(-\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right)$ 27. $\left(\frac{9}{5}, \frac{6}{5}\right)$ 29. $(-7, -23)$ ➡ 31. $(2, 0)$ 33. $(2, 1)$
 35. $\left(\frac{9}{19}, -\frac{13}{19}\right)$ 37. $(1, 7)$ 39. $\left(\frac{17}{5}, -\frac{7}{5}\right)$ 41. $(2, 0)$ 43. $(0, 0)$ ➡ 45. El sistema de ecuaciones es dependiente.
 Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $2x - y = 2$. 47. $(4, 19)$ 49. $(3, -10)$ 51. $(-22, -5)$
 53. $(-6, -19)$ 55. Inconsistente 57. $(1, 5)$ 59. $(-5, 2)$ 61. $(2, 100)$ 63. 2 65. 2

SECCIÓN 6.3

1. Si las dos ecuaciones son las mismas, el sistema es dependiente. Si las pendientes son las mismas, pero las intersecciones con el eje y son distintas, el sistema es inconsistente. Si ninguna de estas es verdadera, el sistema es independiente. a. Inconsistente
 b. Independiente c. Dependiente d. Independiente 3. Verdadero 5. a. 3 b. -4 7. $(5, -1)$ 9. $(1, 3)$
 11. $(1, 1)$ 13. $(3, -2)$ 15. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $2x - y = 1$.
 ➡ 17. $(3, 1)$ 19. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. 21. $(1, 3)$
 23. $(2, 0)$ 25. $(0, 0)$ 27. $(5, -2)$ 29. $(-17, 7)$ 31. $(3, 4)$ 33. $(1, -1)$ ➡ 35. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son pares ordenados que satisfacen la ecuación $x + 3y = 4$.
 ➡ 37. $(3, 1)$ 39. $\left(1, \frac{1}{3}\right)$
 41. $(1, 1)$ 43. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 45. $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{9}\right)$ 47. $(1, 4)$ 49. $(1, 2)$ 51. $A = 3, B = -1$ 53. $A = 2$ 55. a. 14
 b. $\frac{2}{3}$ c. $\frac{1}{2}$ 57. La gráfica de la suma de las ecuaciones es una recta cuya gráfica contiene el punto de intersección de la gráfica del sistema de ecuaciones.

SECCIÓN 6.4

1. Verdadero 3. Falso 5. Verdadero 7. Fila 1: $b + c$; 2; $2(b + c)$; Fila 2: $b - c$; 3; $3(b - c)$ 9. Mayor que
 11. La velocidad de la ballena en aguas en calma es de 35 mph. La velocidad de la corriente es 5 mph. 13. La velocidad del equipo de remo en aguas en calma era 14 km/h. La velocidad de la corriente era de 6 km/h. 15. La velocidad de la lancha en aguas en calma era 7 mph. La velocidad de la corriente era 3 mph. ➡ 17. La velocidad del avión con viento en calma era 525 mph. La velocidad del viento era 35 mph.
 19. La velocidad del avión con viento en calma era 100 mph. La velocidad del viento era 20 mph. 21. La velocidad del helicóptero con viento en calma era 225 mph. La velocidad del viento era 45 mph. 23. Tabla 1: Fila 1: 4; A; 4A; Fila 2: 2; C; 2C; Tabla 2: Fila 1: 2; A; 2A; Fila 2: 3; C; 3C 25. Menor que 27. El costo es \$65. ➡ 29. El costo del trigo es de \$0.96 por libra. El costo del centeno es \$1.89 por libra. 31. El chef de repostería utilizó 15 oz de la solución al 20% y 35 oz de la solución al 40%. 33. El equipo anotó 21 canastas de dos puntos y 15 canastas de tres puntos. 35. Ambas fórmulas proporcionan la misma masa corporal ideal en 69 pulg. 37. Recorriste 108 mi en ciudad y 100 mi en carretera. 39. \$3000 son invertidos en la cuenta al 5%. 41. $x + y = 90, y = 4x; 18^\circ \text{ y } 72^\circ$ 43. $2L + 2W = 68, L = 3W - 2; 25 \text{ pulg}$

CAPÍTULO 6 EJERCICIOS DE REPASO

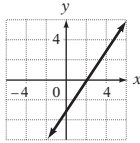
1. $(-1, 1)$ [6.2.1] 2. $(2, -3)$ [6.1.1] 3. $(-3, 1)$ [6.3.1] 4. $(1, 6)$ [6.2.1] 5. $(1, 1)$ [6.1.1]
 6. $(1, -5)$ [6.3.1] 7. $(3, 2)$ [6.2.1] 8. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $8x - y = 25$. [6.3.1] 9. $(3, -1)$ [6.3.1] 10. $(1, -3)$ [6.1.1] 11. $(-2, -7)$ [6.3.1]
 12. $(4, 0)$ [6.2.1] 13. Sí [6.1.1] 14. $\left(-\frac{5}{6}, \frac{1}{2}\right)$ [6.3.1] 15. $(-1, -2)$ [6.3.1] 16. $(3, -3)$ [6.1.1]
 17. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. [6.3.1] 18. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$ [6.2.1] 19. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $y = 2x - 4$. [6.1.1] 20. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $3x + y = -2$. [6.3.1] 21. $(-2, -13)$ [6.3.1]
 22. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $4x + 3y = 12$. [6.2.1] 23. $(4, 2)$ [6.1.1] 24. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. [6.3.1] 25. $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ [6.2.1]
 26. No [6.1.1] 27. $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{6}\right)$ [6.3.1] 28. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. [6.2.1]

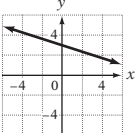
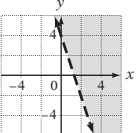
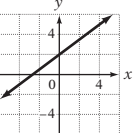
29. $\left(\frac{1}{3}, 6\right)$ [6.2.1] 30. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. [6.1.1] 31. $(0, -1)$ [6.3.1]
 32. $(-1, -3)$ [6.2.1] 33. $(0, -2)$ [6.2.1] 34. $(2, 0)$ [6.3.1] 35. $(-4, 2)$ [6.3.1] 36. $(1, 6)$ [6.2.1]
 37. La velocidad del avión con viento en calma es 180 mph. La velocidad del viento es 20 mph. [6.4.1] 38. Se vendieron 60 boletos para adultos y 140 para niños. [6.4.2] 39. La velocidad del canoísta en aguas en calma fue 8 mph. La velocidad de la corriente era de 2 mph. [6.4.1] 40. Hay 130 envíos que requieren de 46 centavos en gastos de envío. [6.4.2] 41. La velocidad del bote en aguas en calma era de 14 km/h. La velocidad de la corriente era de 2 km/h. [6.4.1] 42. El cliente compró 4 discos compactos a \$15 cada uno y 6 a \$10 cada uno. [6.4.2] 43. La velocidad del avión con viento a favor era 125 km/h. La velocidad del viento era 15 km/h. [6.4.1] 44. La velocidad del bote de remos en aguas en calma era 3 mph. La velocidad de la corriente era 1 mph. [6.4.1] 45. En el silo hay 350 toneladas de lentejas y 200 toneladas de maíz. [6.4.2] 46. La velocidad del avión con viento a favor era 105 mph. La velocidad del viento era 15 mph. [6.4.1] 47. El inversionista compró 1300 acciones de \$6 y 200 de \$25. [6.4.2] 48. La velocidad del equipo de remo en aguas en calma era 9 mph. La velocidad de la corriente era 3 mph. [6.4.1]

CAPÍTULO 6 EXAMEN

1. $(3, 1)$ [6.2.1, Ejemplo 1] 2. $(2, 1)$ [6.3.1, Ejemplo 1] 3. Sí [6.1.1, Problema 1] 4. $(1, -1)$ [6.2.1, Ejemplo 1]
 5. $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ [6.3.1, Ejemplo 1] 6. $(-2, 6)$ [6.1.1, Ejemplo 2A] 7. El sistema de ecuaciones es inconsistente y no tiene solución. [6.2.1, Ejemplo 2] 8. $(2, -1)$ [6.2.1, Ejemplo 1] 9. $(2, -1)$ [6.3.1, Ejemplo 3] 10. $\left(\frac{22}{7}, -\frac{5}{7}\right)$ [6.2.1, Problema 1]
 11. $(1, -2)$ [6.3.1, Ejemplo 1] 12. No [6.1.1, Ejemplo 1] 13. $(2, 1)$ [6.2.1, Problema 1] 14. $(2, -2)$ [6.3.1, Ejemplo 1]
 15. $(2, 0)$ [6.1.1, Problema 2A] 16. $(4, 1)$ [6.2.1, Ejemplo 1] 17. $(3, -2)$ [6.3.1, Ejemplo 1] 18. El sistema de ecuaciones es dependiente. Las soluciones son los pares ordenados que satisfacen la ecuación $3x + 6y = 2$. [6.1.1, Ejemplo 2B]
 19. $(1, 1)$ [6.2.1, Ejemplo 1] 20. $(4, -3)$ [6.3.1, Problema 1] 21. $(-6, 1)$ [6.2.1, Problema 1] 22. $(1, -4)$ [6.3.1, Ejemplo 1]
 23. La velocidad del avión con viento en calma es 100 mph. La velocidad del viento es 20 mph. [6.4.1, Ejemplo 1] 24. La velocidad de la lancha en aguas en calma es 14 mph. La velocidad de la corriente es 2 mph. [6.4.1, Problema 1]

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. $-8, -4$ [1.1.1] 2. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ [1.1.1] 3. 10 [1.4.2] 4. $40a - 28$ [2.2.5] 5. $\frac{3}{2}$ [2.1.1]
 6. $-\frac{3}{2}$ [3.1.3] 7. $-\frac{7}{2}$ [3.3.3] 8. $-\frac{2}{9}$ [3.3.3] 9. $x < -5$ [3.4.3] 10. $x \leq 3$ [3.4.3] 11. 24% [3.2.1]
 12. $(4, 0), (0, -2)$ [5.2.3] 13. $-\frac{7}{5}$ [5.3.1] 14. $y = -\frac{3}{2}x$ [5.4.1/5.4.2] 15.  [5.2.3]

16.  [5.2.2] 17.  [5.6.1] 18.  [5.5.2]

19. Dominio: $\{-5, 0, 1, 5\}$; rango: $\{5\}$; sí [5.5.1] 20. 3 [5.5.1] 21. Sí [6.1.1] 22. $(-2, 1)$ [6.2.1]
 23. $(0, 2)$ [6.1.1] 24. $(2, 1)$ [6.3.1] 25. $\{-22, -12, -2, 8, 18\}$ [5.5.1] 26. Durante el mes se fabricaron 200 cámaras. [3.3.4] 27. Debieron invertirse \$3750 al 9.6%, y \$5000 al 7.2%. [4.4.1] 28. La velocidad del avión con viento en calma es 160 mph. La velocidad del viento es 30 mph. [6.4.1] 29. La velocidad de la lancha en aguas en calma es 10 mph. [6.4.1]
 30. El costo del chocolate con leche es \$5/lb. El costo del chocolate oscuro es \$6/lb. [6.4.2]

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 7

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. 1 [1.2.2] 2. -18 [1.2.3] 3. $\frac{2}{3}$ [1.2.4] 4. 48 [2.1.1] 5. 0 [1.2.4] 6. No [2.2.2]
 7. $5x^2 - 9x - 6$ [2.2.2] 8. 0 [2.2.2] 9. $-6x + 24$ [2.2.4] 10. $-7xy + 10y$ [2.2.5]

SECCIÓN 7.1

1. Binomio 3. Monomio 5. No 7. Sí 9. Sí 11. descendente; semejante 13. $-2x^2 + 3x$ 15. $y^2 - 8$
 17. $5x^2 + 7x + 20$ 19. $x^3 + 2x^2 - 6x - 6$ 21. $2a^3 - 3a^2 - 11a + 2$ 23. $5x^2 + 8x$ 25. $7x^2 + xy - 4y^2$
 27. $3a^2 - 3a + 17$ 29. $5x^3 + 10x^2 - x - 4$ 31. $3r^3 + 2r^2 - 11r + 7$ 33. $-2x^3 + 3x^2 + 10x + 11$ 35. $Q + R$

37. $-7x^2 - 5x + 3$ 39. $4x$ 41. $3y^2 - 4y - 2$ 43. $-7x - 7$ 45. $4x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ 47. $y^3 - y^2 + 6y - 6$
 49. $-y^2 - 13xy$ 51. $2x^2 - 3x - 1$ 53. $-2x^3 + x^2 + 2$ 55. $3a^3 - 2$ 57. $4y^3 - 2y^2 + 2y - 4$
 59. a. Positivo b. Negativo c. Positivo 61. $-a^2 - 1$ 63. $-4x^2 + 6x + 3$ 65. $4x^2 - 6x + 3$
 67. Sí. Por ejemplo, $(3x^3 - 2x^2 + 3x - 4) - (3x^3 + 4x^2 - 6x + 5) = -6x^2 + 9x - 9$ 69. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo, $3x^2 + 5x - 1$ y $4x^2 + x + 6$ 71. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo, $3x^2 - 8$ y $-3x^2 + 9$

SECCIÓN 7.2

1. a. No b. Sí c. No d. No 3. a. Producto b. Potencia c. Potencia d. Producto 5. a. Sí b. No
 c. No d. Sí 7. 7; 2; x^9 9. $2x^2$ 11. $12x^2$ 13. $6a^7$ 15. x^3y^5 17. $-10x^9y$ 19. x^7y^8 21. $-6x^3y^5$
 23. x^4y^5z 25. $a^3b^5c^4$ 27. $-a^5b^8$ 29. $-6a^5b$ 31. $40y^{10}z^6$ 33. $-20a^2b^3$ 35. $x^3y^5z^3$ 37. $-12a^{10}b^7$
 41. 4; 6; 2; 6; $x^{24}y^{12}$ 43. x^9 45. x^{14} 47. 64 49. 4 51. -64 53. x^4 55. $4x^2$ 57. $-8x^6$ 59. x^4y^6
 61. $9x^4y^2$ 63. $27a^8$ 65. $-8x^7$ 67. x^8y^4 69. a^4b^6 71. $16x^{10}y^3$ 73. $-18x^3y^4$ 75. $-8a^7b^5$
 77. $-54a^9b^3$ 79. $-72a^5b^5$ 81. $32x^3$ 83. $-3a^3b^3$ 85. $13x^5y^5$ 87. $27a^5b^3$ 89. $-5x^7y^4$ 91. a^{2n} 93. a^{2n}
 95. $12ab$ 97. a. No; $2^{(3^2)}$ es mayor. $(2^3)^2 = 8^2 = 64$, mientras que $2^{(3^2)} = 2^9 = 512$. b. El orden de las operaciones es $x^{(m^n)}$.

SECCIÓN 7.3

1. Siempre verdadera 3. En ocasiones verdadero 5. Siempre verdadera 7. En ocasiones verdadera 9. En ocasiones verdadera
 11. $-3y$; $-3y$; distributiva; $-3y$; $-3y^2$; $21y$ 13. $x^2 - 2x$ 15. $-x^2 - 7x$ 17. $3a^3 - 6a^2$
 19. $-5x^4 + 5x^3$ 21. $-3x^5 + 7x^3$ 23. $12x^3 - 6x^2$ 25. $6x^2 - 12x$ 27. $-x^3y + xy^3$ 29. $2x^4 - 3x^2 + 2x$
 31. $2a^3 + 3a^2 + 2a$ 33. $3x^6 - 3x^4 - 2x^2$ 35. $-6y^4 - 12y^3 + 14y^2$ 37. $-2a^3 - 6a^2 + 8a$
 39. $6y^4 - 3y^3 + 6y^2$ 41. $x^3y - 3x^2y^2 + xy^3$ 43. $x - 3$; $x - 3$; $x - 3$; $5x$; 15 ; $17x$; 15 45. $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$
 47. $a^3 - 6a^2 + 13a - 12$ 49. $-2b^3 + 7b^2 + 19b - 20$ 51. $-6x^3 + 31x^2 - 41x + 10$
 53. $x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 14x - 8$ 55. $15y^3 - 16y^2 - 70y + 16$ 57. $5a^4 - 20a^3 - 15a^2 + 62a - 8$
 59. $y^4 + 4y^3 + y^2 - 5y + 2$ 61. a. 4 b. 5 63. $4x$; x ; $4x$; 5 ; -3 ; x ; -3 ; 5 65. a. $3d$; d b. $3d$; -1 c. 4 ; d
 d. 4 ; -1 67. $x^2 + 4x + 3$ 69. $a^2 + a - 12$ 71. $y^2 - 5y - 24$ 73. $y^2 - 10y + 21$ 75. $2x^2 + 15x + 7$
 77. $3x^2 + 11x - 4$ 79. $4x^2 - 31x + 21$ 81. $3y^2 - 2y - 16$ 83. $9x^2 + 54x + 77$ 85. $21a^2 - 83a + 80$
 87. $15b^2 + 47b - 78$ 89. $2a^2 + 7ab + 3b^2$ 91. $6a^2 + ab - 2b^2$ 93. $2x^2 - 3xy - 2y^2$ 95. $10x^2 + 29xy + 21y^2$
 97. $6a^2 - 25ab + 14b^2$ 99. $2a^2 - 11ab - 63b^2$ 101. $10x^2 - 21xy - 10y^2$ 103. Positivo 105. $5x$; 1 ; $25x^2$; 1
 107. $y^2 - 25$ 109. $4x^2 - 9$ 111. $x^2 + 2x + 1$ 113. $9a^2 - 30a + 25$ 115. $9x^2 - 49$ 117. $4a^2 + 4ab + b^2$
 119. $x^2 - 4xy + 4y^2$ 121. $16 - 9y^2$ 123. $25x^2 + 20xy + 4y^2$ 125. Cero 127. Positivo
 129. $2x + 5$; $2x - 5$; $4x^2 - 25$ 131. $4x$; $4x$; 1 ; 1 ; $16x^2$; $8x$; 1 133. El área es $(2x^2 - 9x - 18) \text{ m}^2$.
 135. El área es $(32x^2 - 48x + 18) \text{ cm}^2$. 137. El área es $(4x^2 - 12x + 9) \text{ yd}^2$. 139. El área es $(x^2 - 5x - 24) \text{ pulg}^2$.
 141. El área es $(\pi x^2 - 6\pi x + 9\pi) \text{ pies}^2$. 143. El área es $(90x + 2025) \text{ pies}^2$. 145. El de una longitud de $(ax + b)$ pies y un ancho de $(cx + d)$ pies tiene el área mayor. 147. $4ab$ 149. $9a^4 - 24a^3 + 28a^2 - 16a + 4$ 151. $24x^3 - 3x^2$ 153. 1024
 155. $12x^2 - x - 20$ 157. $7x^2 - 11x - 8$ 161. $-x^3 - 1$ 163. $-x^5 - 1$ 165. $-x^7 - 1$

SECCIÓN 7.4

1. Falso 3. Verdadero 5. Falso 9. 4; 10; 3; $4x^7$ 11. y^4 13. a^3 15. p^4 17. $2x^3$ 19. $2k$ 21. m^5n^2
 23. $\frac{3r^2}{2}$ 25. $-\frac{2a}{3}$ 27. $\frac{1}{x^2}$ 29. a^6 31. $\frac{1}{25}$ 33. 64 35. $\frac{1}{27}$ 37. 1 39. $\frac{4}{x^7}$ 41. $5b^8$ 43. $\frac{x^2}{3}$
 45. 1 47. $\frac{1}{y^5}$ 49. $\frac{1}{a^6}$ 51. $\frac{1}{3x^3}$ 53. $\frac{2}{3x^5}$ 55. $\frac{y^4}{x^2}$ 57. $\frac{2}{5m^3n^8}$ 59. $\frac{1}{p^3q}$ 61. $\frac{1}{2y^3}$ 63. $\frac{7xz}{8y^3}$
 65. $-\frac{8x^3}{y^6}$ 67. $\frac{9}{x^2y^4}$ 69. $\frac{2}{x^4}$ 71. $-\frac{5}{a^8}$ 73. $-\frac{a^5}{8b^4}$ 75. $\frac{1}{a^5b^6}$ 77. $\frac{1}{4x^3}$ 79. $\frac{2y}{x^3}$ 81. $-\frac{4b}{9}$
 83. $-\frac{2x^2y^2}{11z^5}$ 85. a. Verdadero b. Falso 87. 1; 10; 10 89. No. 0.8 no está entre 1 y 10. 91. Sí 93. 9; derecha; -9
 95. 7.5×10^4 97. 7.6×10^{-5} 99. 8.19×10^8 101. 9.6×10^{-10} 103. 23,000,000 105. 0.000000921
 107. 5,750,000,000 109. 0.0000000354 111. 1×10^{21} 113. 4×10^{-10} 115. 1.2×10^{10} 117. 5.88×10^{12}
 119. 5,115,600,000,000,000 121. 7.56×10^2 123. 7.2×10^{-11} 125. 2.4×10^{-6} 127. 2.1×10^{11}
 129. Mayor que 131. $\frac{4}{81}$ 133. $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9; 9, 3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ 135. 0.0016 137. a 139. 0 141. Verdadero
 143. Verdadero 147. a. Cada persona debería tener 1047.4 pies² de tierra. b. Cada persona debería tener 90 pies² de tierra.
 c. (i) 57,900 personas cabrían en una milla cuadrada. (ii) se requerirían 120,900 mi². d. A cada persona se le asignarían 5.2 acres. e. La capacidad de carga en la Tierra sería de 3.300 billones de personas.

SECCIÓN 7.5

1. $15x^2 + 12x = 3x(5x + 4)$ 3. Verdadero 5. Verdadero 7. $3y$; $3y$; $6y^4$; 1 9. $2a - 5$ 11. $3a + 2$ 13. $x - 2$
 15. $-x + 2$ 17. $x^2 + 3x - 5$ 19. $x^4 - 3x^2 - 1$ 21. $xy + 2$ 23. $-3y^3 + 5$ 25. $3x - 2 + \frac{1}{x}$

27. $-3x + 7 - \frac{6}{x}$ 29. $4a - 5 + 6b$ 31. $9x + 6 - \frac{3}{y}$ 33. Multiplicar $4x$ y $2x^2 - 3x - 1$.
 $4x(2x^2 - 3x - 1) = 8x^3 - 12x^2 - 4x$ 35. $x + 2$ 37. $2x + 1$ 39. $x + 1 + \frac{2}{x-1}$ 41. $2x - 1 - \frac{2}{3x-2}$
 43. $b - 5 - \frac{24}{b-3}$ 45. $3x + 17 + \frac{64}{x-4}$ 47. $5y + 3 + \frac{1}{2y+3}$ 49. $3x - 5$ 51. $x^2 + 2x + 3 + \frac{5}{x+1}$
 53. $x^2 - 3$ 55. Falso 57. $x + 4; x - 2; 5$ 59. $4y^2$ 61. $x^3 - 4x^2 + 11x - 2$ 63. $x^2 + 2x - 3$

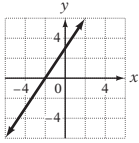
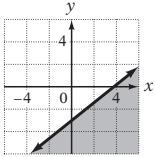
CAPÍTULO 7 EJERCICIOS DE REPASO

1. $21y^2 + 4y - 1$ [7.1.1] 2. $-20x^3y^5$ [7.2.1] 3. $-8x^3 - 14x^2 + 18x$ [7.3.1] 4. $10a^2 + 31a - 63$ [7.3.3]
 5. $6x^2 - 7x + 10$ [7.5.1] 6. $2x^2 + 3x - 8$ [7.1.2] 7. -729 [7.2.2] 8. $x^3 - 6x^2 + 7x - 2$ [7.3.2]
 9. $a^2 - 49$ [7.3.4] 10. 1296 [7.4.1] 11. $x - 6$ [7.5.2] 12. $2x^3 + 9x^2 - 3x - 12$ [7.1.1] 13. $18a^8b^6$ [7.2.1]
 14. $3x^4y - 2x^3y + 12x^2y$ [7.3.1] 15. $8b^2 - 2b - 15$ [7.3.3] 16. $-4y + 8$ [7.5.1] 17. $13y^3 - 12y^2 - 5y - 1$ [7.1.2]
 18. 64 [7.2.2] 19. $6y^3 + 17y^2 - 2y - 21$ [7.3.2] 20. $4b^2 - 81$ [7.3.4] 21. $\frac{b^6c^2}{a^4}$ [7.4.1] 22. $2y - 9$ [7.5.2]
 23. 3.97×10^{-6} [7.4.2] 24. $x^4y^8z^4$ [7.2.1] 25. $-12y^5 + 4y^4 - 18y^3$ [7.3.1] 26. $18x^2 - 48x + 24$ [7.3.3]
 27. 0.0000623 [7.4.2] 28. $-7a^2 - a + 4$ [7.1.2] 29. $9x^4y^6$ [7.2.2] 30. $12a^3 - 8a^2 - 9a + 6$ [7.3.3]
 31. $25y^2 - 70y + 49$ [7.3.4] 32. $\frac{x^4y^6}{9}$ [7.4.1] 33. $x + 5 + \frac{4}{x+12}$ [7.5.2] 34. 240,000 [7.4.2]
 35. $a^6b^{11}c^9$ [7.2.1] 36. $8a^3b^3 - 4a^2b^4 + 6ab^5$ [7.3.1] 37. $6x^2 - 7xy - 20y^2$ [7.3.3] 38. $4b^4 + 12b^2 - 1$ [7.5.1]
 39. $-4b^2 - 13b + 28$ [7.1.2] 40. $100a^{15}b^{13}$ [7.2.2] 41. $12b^5 - 4b^4 - 6b^3 - 8b^2 + 5$ [7.3.2]
 42. $36 - 25x^2$ [7.3.4] 43. $\frac{2y^3}{x^3}$ [7.4.1] 44. $a^2 - 2a + 6$ [7.5.2] 45. $4b^3 - 5b^2 - 9b + 7$ [7.1.1]
 46. $-54a^{13}b^5c^7$ [7.2.1] 47. $-18x^4 - 27x^3 + 63x^2$ [7.3.1] 48. $30y^2 - 109y + 30$ [7.3.3] 49. 9.176×10^{12} [7.4.2]
 50. $-\frac{3y^7}{4x^6}$ [7.4.1] 51. $144x^{14}y^{18}z^{16}$ [7.2.2] 52. $-12x^4 - 17x^3 - 2x^2 - 33x - 27$ [7.3.2]
 53. $64a^2 + 16a + 1$ [7.3.4] 54. $\frac{2}{ab^6}$ [7.4.1] 55. $b^2 + 5b + 2 + \frac{7}{b-7}$ [7.5.2] 56. El área es $(20x^2 - 35x) \text{ m}^2$. [7.3.5]
 57. El área es $(25x^2 + 40x + 16) \text{ pulg}^2$. [7.3.5] 58. El área es $(9x^2 - 4) \text{ pies}^2$. [7.3.5]
 59. El área es $(\pi x^2 - 12\pi x + 36\pi) \text{ cm}^2$. [7.3.5] 60. El área es $(15x^2 - 28x - 32) \text{ mi}^2$. [7.3.5]

CAPÍTULO 7 EXAMEN

1. $3x^3 + 6x^2 - 8x + 3$ [7.1.1, Ejemplo 2] 2. $-4x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 14x + 21$ [7.3.2, Ejemplo 3]
 3. $4x^3 - 6x^2$ [7.3.1, Ejemplo 1A] 4. $-8a^6b^3$ [7.2.2, Ejemplo 3] 5. $-4x^6$ [7.4.1, Ejemplo 3A]
 6. $\frac{6b}{a}$ [7.4.1, Ejemplo 3B] 7. $-5a^3 + 3a^2 - 4a + 3$ [7.1.2, Problema 4] 8. $a^2 + 3ab - 10b^2$ [7.3.3, Ejemplo 5]
 9. $4x^4 - 2x^2 + 5$ [7.5.1, Ejemplo 1] 10. $2x + 3 + \frac{2}{2x-3}$ [7.5.2, Problema 3] 11. $-6x^3y^6$ [7.2.1, Ejemplo 2]
 12. $6y^4 - 9y^3 + 18y^2$ [7.3.1, Ejemplo 1A] 13. $\frac{9}{x^3}$ [7.4.1, Ejemplo 3A] 14. $4x^2 - 20x + 25$ [7.3.4, Ejemplo 8]
 15. $10x^2 - 43xy + 28y^2$ [7.3.3, Ejemplo 5] 16. $x^3 - 7x^2 + 17x - 15$ [7.3.2, Ejemplo 2] 17. $\frac{a^4}{b^6}$ [7.4.1, Ejemplo 3B]
 18. 2.9×10^{-5} [7.4.2, Ejemplo 4B] 19. $16y^2 - 9$ [7.3.4, Ejemplo 6] 20. $3y^3 + 2y^2 - 10y$ [7.1.2, Ejemplo 4]
 21. $9a^6b^4$ [7.2.2, Ejemplo 3] 22. $10a^3 - 39a^2 + 20a - 21$ [7.3.2, Ejemplo 3] 23. $9b^2 + 12b + 4$ [7.3.4, Ejemplo 7]
 24. $-\frac{1}{4a^2b^5}$ [7.4.1, Ejemplo 3A] 25. $4x + 8 + \frac{21}{2x-3}$ [7.5.2, Problema 3] 26. a^3b^7 [7.2.1, Ejemplo 1]
 27. $a^2 + ab - 12b^2$ [7.3.3, Problema 5] 28. 0.000000035 [7.4.2, Ejemplo 5B]
 29. El área es $(4x^2 + 12x + 9) \text{ m}^2$. [7.3.5, Ejemplo 10] 30. El área es $(\pi x^2 - 10\pi x + 25\pi) \text{ pulg}^2$. [7.3.5, Ejemplo 9]

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. $\frac{1}{144}$ [1.3.3] 2. $\frac{25}{9}$ [1.4.1] 3. $\frac{4}{5}$ [1.4.2] 4. 87 [1.1.2] 5. 0.775 [1.3.1] 6. $-\frac{27}{4}$ [2.1.1]
 7. $-x - 4xy$ [2.2.2] 8. $-12x$ [2.2.3] 9. $-22x + 20$ [2.2.5] 10. 8 [2.2.1] 11. -18 [3.1.3]
 12. 16 [3.3.2] 13. 12 [3.3.3] 14. 80 [3.3.2] 15. 24% [3.2.1] 16. $x \geq -3$ [3.4.3] 17. $-\frac{9}{5}$ [5.3.1]
 18. $y = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ [5.4.1/5.4.2] 19.  [5.2.3] 20.  [5.6.1]

21. Dominio: $\{-8, -6, -4, -2\}$; rango: $\{-7, -5, -2, 0\}$; sí [5.5.1] 22. -2 [5.5.1] 23. $(4, 1)$ [6.2.1]

24. $(1, -4)$ [6.3.1] 25. $5b^3 - 7b^2 + 8b - 10$ [7.1.2] 26. $15x^3 - 26x^2 + 11x - 4$ [7.3.2]
 27. $20b^2 - 47b + 24$ [7.3.3] 28. $25b^2 + 30b + 9$ [7.3.4] 29. $-\frac{b^4}{4a}$ [7.4.1] 30. $5y - 4 + \frac{1}{y}$ [7.5.1]
 31. $a - 7$ [7.5.2] 32. $\frac{9y^2}{x^6}$ [7.4.1] 33. $\{1, 9, 17, 21, 25\}$ [5.5.1] 34. $5(n - 12); 5n - 60$ [2.3.2]
 35. $8n - 2n = 18; n = 3$ [4.1.1] 36. El largo es 15 m. El ancho es 6 m. [4.2.1] 37. El precio de venta es \$43.20. [4.3.1] 38. La concentración de jugo de naranja es 28%. [4.5.2] 39. El automóvil alcanza al ciclista 25 millas desde el punto de partida. [4.6.1] 40. El área es $(9x^2 + 12x + 4)$ pies². [7.3.5]

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 8

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. $2 \cdot 3 \cdot 5$ [1.3.3] 2. $-12y + 15$ [2.2.4] 3. $-a + b$ [2.2.4] 4. $-3a + 3b$ [2.2.5] 5. 0 [3.1.3]
 6. $-\frac{1}{2}$ [3.3.1] 7. $x^2 - 2x - 24$ [7.3.3] 8. $6x^2 - 11x - 10$ [7.3.3] 9. x^3 [7.4.1] 10. $3x^3y$ [7.4.1]

SECCIÓN 8.1

1. 4 3. **a** es un producto. **b** es una suma. 5. $c - 6$ 9. **a.** z **b.** 3 **c.** x **d.** y^2 **e.** $3xy^2$ 11. x^3
 13. xy^4 15. xy^4z^2 17. $7a^3$ 19. 1 21. $3a^2b^2$ 23. ab 25. $2x$ 27. $3x$ 29. $5(a + 1)$ 31. $8(2 - a^2)$
 33. $4(2x + 3)$ 35. $6(5a - 1)$ 37. $x(7x - 3)$ 39. $a^2(3 + 5a^3)$ 41. $2x(x^3 - 2)$ 43. $2x^2(5x^2 - 6)$ 45. $xy(x - y^2)$
 47. $2a^5b + 3xy^3$ 49. $6b^2(a^2b - 2)$ 51. $2abc(3a + 2b)$ 53. $6x^3y^3(1 - 2x^3y^3)$ 55. $x(x^2 - 3x - 1)$
 57. $2(x^2 + 4x - 6)$ 59. $b(b^2 - 5b - 7)$ 61. $3x(x^2 + 2x + 3)$ 63. $2x^2(x^2 - 2x + 3)$ 65. $a^2(6a^3 - 3a - 2)$
 67. $x^2(8y^2 - 4y + 1)$ 69. $x^3y^3(4x^2y^2 - 8xy + 1)$ 71. x^a 73. **a.** $4(3x - 2); 3x - 2$ **b.** $5x; 4$ 75. $(a + b)(x + 2)$
 77. $(b + 2)(x - y)$ 79. $(y - 4)(a - b)$ 81. $a(x - 2) + b(x - 2)$ 83. $b(a - 7) - 3(a - 7)$
 85. $x(a - 2b) + y(a - 2b)$ 87. $(x - 2)(a - 5)$ 89. $(y - 3)(b - 3)$ 91. $(x - y)(a + 2)$ 93. $(c + 5)(z - 8)$
 95. $(3x - 4)(w + 1)$ 97. $(x + 4)(x^2 + 3)$ 99. $(y - 4)(3y^2 + 1)$ 101. $(4 + c)(2 + a^2)$ 103. $(y - 5)(2y + 7x)$
 105. $(a + 3)(b - 2)$ 107. $(a - 2)(x^2 - 3)$ 109. $(t + 4)(t - s)$ 111. $(7x + 2y)(3x - 7)$ 113. $(2r + a)(a - 1)$
 115. ii 117. El doble de P . 119. **a.** -1 **b.** $y - x$ **c.** $b - 3a$ 121. **a.** $(x + 3)(2x + 5)$ **b.** $(2x + 5)(x + 3)$
 123. **a.** $(a - b)(2a - 3b)$ **b.** $(2a - 3b)(a - b)$

SECCIÓN 8.2

1. -8 3. $-2y + 6$ 5. Diferente

7.

Factores de 18	Suma
1, 18	19
2, 9	11
3, 6	9

9.

Factores de -21	Suma
1, -21	-20
$-1, 21$	20
3, -7	-4
$-3, 7$	4

11.

Factores de -28	Suma
1, -28	-27
$-1, 28$	27
2, -14	-12
$-2, 14$	12
4, -7	-3
$-4, 7$	3

13. $(x + 1)(x + 2)$ 15. $(x + 1)(x - 2)$ 17. $(a + 4)(a - 3)$

19. $(a - 1)(a - 2)$ 21. $(a + 2)(a - 1)$ 23. $(b + 8)(b - 1)$ 25. $(y + 11)(y - 5)$ 27. $(y - 2)(y - 3)$
 29. $(z - 5)(z - 9)$ 31. $(p + 7)(p - 5)$ 33. $(p - 2)(p - 4)$ 35. $(b + 5)(b + 8)$ 37. $(x + 14)(x - 5)$
 39. $(b + 8)(b - 5)$ 41. $(y + 8)(y - 9)$ 43. $(p + 3)(p + 13)$ 45. No factorizables en los enteros 47. $(x + 2)(x + 19)$
 49. $(x + 9)(x - 4)$ 51. $(a - 3)(a - 12)$ 53. **a.** Positivo **b.** Positivo 55. **a.** común **b.** 5 **c.** $x^2 - 2x - 8$
d. $x + 2; x - 4$ 57. $2(x + 1)(x + 2)$ 59. $3(a + 3)(a - 2)$ 61. $a(b + 5)(b - 3)$ 63. $x(y - 2)(y - 3)$
 65. $2a(a + 1)(a + 2)$ 67. $4y(y + 6)(y - 3)$ 69. $5(z + 4)(z - 7)$ 71. $2a(a + 8)(a - 4)$ 73. $(x - 2y)(x - 3y)$
 75. $(a - 4b)(a - 5b)$ 77. $(x + 4y)(x - 7y)$ 79. No factorizable en los enteros 81. $z^2(z - 5)(z - 7)$
 83. $b^2(b - 10)(b - 12)$ 85. $2y^2(y + 3)(y - 16)$ 87. $x^2(x + 8)(x - 1)$ 89. $3x(x - 3)(x - 9)$ 91. $(x - 3y)(x - 5y)$
 93. $(a - 6b)(a - 7b)$ 95. $3y(x + 21)(x - 1)$ 97. $3x(x + 4)(x - 3)$ 99. **a.** Sí **b.** Sí 101. $x - 1$
 103. $(c + 4)(c + 5)$ 105. $a^2(b - 5)(b - 9)$ 107. 36, 12, -12 , -36 109. 22, 10, -10 , -22 111. 3, 4
 113. 5, 8, 9 115. 2

SECCIÓN 8.3

1. $2x + 5$ 3. $4x - 3$ 5. $4, -5$ 7. $-6x, -2x$ 11. $(x + 1)(2x + 1)$ 13. $(y + 3)(2y + 1)$ 15. $(a - 1)(2a - 1)$
 17. $(b - 5)(2b - 1)$ 19. $(x + 1)(2x - 1)$ 21. $(x - 3)(2x + 1)$ 23. No factorizables en los enteros
 ➤ 25. $(2t - 1)(3t - 4)$ 27. $(x + 4)(8x + 1)$ 29. $(2b - 3)(3b - 5)$ ➤ 31. $(p + 8)(3p - 2)$ 33. $(2x - 3)(3x - 4)$
 35. $(b + 7)(5b - 2)$ 37. $(2a - 3)(3a + 8)$ 39. $(3t + 1)(6t - 5)$ 41. $(3a + 7)(5a - 3)$ 43. $(2y - 5)(4y - 3)$
 45. No factorizables en los enteros 47. $(4 + z)(7 - z)$ ➤ 49. $(1 - x)(8 + x)$ 51. $3(x + 5)(3x - 4)$
 53. $4(2x - 3)(3x - 2)$ 55. $a^2(5a + 2)(7a - 1)$ 57. $5(b - 7)(3b - 2)$ 59. $2x(x + 1)(5x + 1)$
 ➤ 61. $yz(z + 2)(4z - 3)$ 63. $xy(3x + 2)(3x + 2)$ 65. $m y p$ 67. $-18; -17; 18; 17; -9; -7; 9; 7; -6; -3; 6; 3$
 69. $(t + 2)(2t - 5)$ ➤ 71. $(p - 5)(3p - 1)$ 73. $(3y - 1)(4y - 1)$ 75. No factorizables en los enteros
 ➤ 77. $(3y + 1)(4y + 5)$ 79. $(a + 7)(7a - 2)$ 81. $(z + 2)(4z + 3)$ 83. $(y + 1)(8y + 9)$ 85. $(2b - 3)(3b - 2)$
 87. No factorizables en los enteros 89. $(2z - 5)(5z - 2)$ 91. $2(x + 1)(2x + 1)$ 93. $5(y - 1)(3y - 7)$
 95. $x(x - 5)(2x - 1)$ 97. $(a + 2b)(3a - b)$ 99. $(y - 2z)(4y - 3z)$ 101. $(3 - x)(4 + x)$ 103. $4(9y + 1)(10y - 1)$
 105. $8(t + 4)(2t - 3)$ 107. $p(2p + 1)(3p + 1)$ 109. $3(2z - 5)(5z - 2)$ ➤ 111. $3a(2a + 3)(7a - 3)$
 113. $y(3x - 5y)(3x - 5y)$ 115. $xy(3x - 4y)(3x - 4y)$ 117. Dos positivos 119. Dos negativos 121. $2y(y - 3)(4y - 1)$
 123. $ab(a + 4)(a - 6)$ 125. $5t(3 + 2t)(4 - t)$ 127. $(y + 3)(2y + 1)$ 129. $(2x - 1)(5x + 7)$
 131. $(x + 2)(x - 3)(x - 1)$ 133. $7, -7, 5, -5$ 135. $7, -7, 5, -5$ 137. $11, -11, 7, -7$

SECCIÓN 8.4

1. $4; 25x^6; 100x^4y^4$ 3. i y iv 5. Algunas veces verdadero 7. Siempre verdadero 9. a. $3x; 2$ b. $3x + 2; 3x - 2$
 11. Las respuestas pueden variar. Por ejemplo: a. $x^2 - 16$ b. $(x + 7)(x - 7)$ c. $x^2 + 10x + 25$ d. $(x - 3)^2$
 e. $x^2 + 36$ 13. $(x + 2)(x - 2)$ 15. $(a + 9)(a - 9)$ ➤ 17. $(2x + 3)(2x - 3)$ 19. $(y + 3)^2$ 21. $(a - 1)^2$
 23. No factorizable en los enteros 25. $(x^3 + 3)(x^3 - 3)$ 27. $(5x + 2)(5x - 2)$ 29. $(1 + 7x)(1 - 7x)$ 31. $(x + y)^2$
 ➤ 33. $(2a + 1)^2$ 35. No factorizable en los enteros ➤ 37. $(x^2 + y)(x^2 - y)$ 39. $(3x + 4y)(3x - 4y)$
 41. $(4b + 3)^2$ 43. $(2b + 7)^2$ 45. $(5a + 3b)^2$ 47. $(xy + 2)(xy - 2)$ 49. $(x + 1)(9x + 4)$
 51. i y iii 53. $(4x + 3)$ pies por $(4x + 3)$ pies; Sí; $x > -\frac{3}{4}$ 55. $(y + 3)(y^2 - 3y + 9)$ 57. $(x - 1)(x^2 + x + 1)$
 59. $(x - 5)(x^2 + 5x + 25)$ 61. $(3y + 1)(9y^2 - 3y + 1)$ 63. $10, -10$ 65. $16, -16$ 67. 4 69. 25

SECCIÓN 8.5

1. Determine si el polinomio es la diferencia de dos cuadrados. Si es así factoriza. 3. Intenta factorizar el polinomio por agrupamiento.
 5. No factorizable 7. $2(x + 3)(x - 3)$ 9. $x^2(x + 7)(x - 5)$ 11. $5(b + 3)(b + 12)$ 13. No factorizable en los enteros
 ➤ 15. $2y(x + 11)(x - 3)$ 17. $x(x^2 - 6x - 5)$ 19. $3(y^2 - 12)$ 21. $(2a + 1)(10a + 1)$ 23. $y^2(x + 1)(x - 8)$
 25. $5(a + b)(2a - 3b)$ 27. $2(5 + x)(5 - x)$ 29. $ab(3a - b)(4a + b)$ 31. $2(x - 1)(a + b)$ 33. $3a(2a - 1)^2$
 35. $3(81 + a^2)$ 37. $2a(2a - 5)(3a - 4)$ 39. $(x - 2)(x + 1)(x - 1)$ 41. $a(2a + 5)^2$ 43. $3b(3a - 1)^2$
 45. $6(4 + x)(2 - x)$ 47. $(x + 2)(x - 2)(a + b)$ 49. $x^2(x + y)(x - y)$ 51. $2a(3a + 2)^2$ 53. $b(2 - 3a)(1 + 2a)$
 55. $(x - 5)(2 + x)(2 - x)$ 57. $8x(3y + 1)^2$ 59. $y^2(5 + x)(3 - x)$ 61. $y(y + 3)(y - 3)$ 63. $2x^2y^2(x + 1)(x - 1)$
 65. $x^5(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ 67. $2xy(3x - 2)(4x + 5)$ 69. $x^2y^2(2x - 5)^2$ 71. $(m^2 + 16)(m + 4)(m - 4)$
 73. $(y^4 + 9)(y^2 + 3)(y^2 - 3)$ 75. Menor que 77. $(2a + 3 + 5b)(2a + 3 - 5b)$ 79. $(2x + 3 + 2y)(2x + 3 - 2y)$
 81. $(40 + 2)(40 - 2) = 1600 - 4 = 1596; (80 + 4)(80 - 4) = 6400 - 16 = 6384$ 83. 128

SECCIÓN 8.6

1. a. Sí b. No c. Sí 3. a. Sí b. Sí c. No d. Sí e. No f. Sí 5. Falso
 9. $0 = x^2 + x - 2$ 11. $-3, -2$ 13. $7, 3$ 15. $0, 5$ 17. $0, 9$ 19. $0, -\frac{3}{2}$ 21. $0, \frac{2}{3}$ 23. $\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$
 ➤ 25. $-4, -2$ 27. $-7, 2$ 29. $3, 2$ 31. $-\frac{1}{2}, 5$ 33. $-2, 5$ 35. $0, 7$ 37. $-1, -4$ 39. $2, 3$ 41. $\frac{1}{2}, -4$
 43. $\frac{1}{3}, 4$ 45. $3, 9$ 47. $9, -2$ 49. $-1, -2$ 51. $5, -9$ ➤ 53. $-2, -3$ 55. $-8, -5$ 57. $-\frac{3}{2}, -2$
 59. Menor que 61. Uno 63. a. $x + 1; x^2 + (x + 1)^2$ b. $x^2; (x + 1)^2; 113$ 65. El número es 6. 67. Los números son 2 y 4. ➤ 69. Los enteros son 4 y 5. 71. Los enteros son 15 y 16. 73. La base mide 18 pies. La altura mide 6 pies.
 ➤ 75. El largo es 8 pies. El ancho es 8 pies. 77. La longitud del lado del cuadro original es 4 m. 79. El radio del círculo original es 3.81 pulg. 81. Las dimensiones son 4 por 7 pulg. 83. El ancho de la línea es 16 pies. 85. El objeto impactará el suelo 4 segundos más tarde. 87. 15 números naturales consecutivos que inician con 1 darán una suma de 120.
 89. Hay 10 equipos en la liga. 91. El balón volverá al suelo 3 seg. más tarde 93. 93. $\frac{3}{2}, -4$ 95. $-1, -9$ 97. $0, 7$
 99. $18, 1$ 101. 2 o -128 105. La longitud es de 20 pulg. El ancho es de 10 pulg.

CAPÍTULO 8 EJERCICIOS DE REPASO

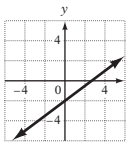
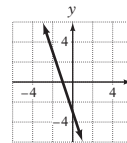
1. $7y^3(2y^6 - 7y^3 + 1)$ [8.1.1] 2. $(a - 4)(3a + b)$ [8.1.2] 3. $(c + 2)(c + 6)$ [8.2.1] 4. $a(a - 2)(a - 3)$ [8.2.2]
 5. $(2x - 7)(3x - 4)$ [8.3.1/8.3.2] 6. $(y + 6)(3y - 2)$ [8.3.1/8.3.2] 7. $(3a + 2)(6a - 5)$ [8.3.1/8.3.2]

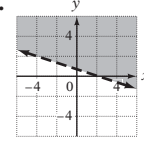
8. $(ab + 1)(ab - 1)$ [8.4.1] 9. $4(y - 2)^2$ [8.5.1] 10. $0, -\frac{1}{5}$ [8.6.1] 11. $3ab(4a + b)$ [8.1.1]
 12. $(b - 3)(b - 10)$ [8.2.1] 13. $(2x + 5)(5x + 2y)$ [8.1.2] 14. $3(a + 2)(a - 7)$ [8.2.2]
 15. $n^2(n + 1)(n - 3)$ [8.2.2] 16. No factorizable en los números enteros [8.3.1/8.3.2] 17. $(2x - 1)(3x - 2)$ [8.3.1/8.3.2]
 18. No factorizable en los números enteros [8.4.1] 19. $2, \frac{3}{2}$ [8.6.1] 20. $7(x + 1)(x - 1)$ [8.5.1]
 21. $x^3(3x^2 - 9x - 4)$ [8.1.1] 22. $(x - 3)(4x + 5)$ [8.1.2] 23. $(a + 7)(a - 2)$ [8.2.1]
 24. $(y + 9)(y - 4)$ [8.2.1] 25. $5(x - 12)(x + 2)$ [8.2.2] 26. $-3, 7$ [8.6.1]
 27. $(a + 2)(7a + 3)$ [8.3.1/8.3.2] 28. $(x + 20)(4x + 3)$ [8.3.1/8.3.2] 29. $(3y^2 + 5z)(3y^2 - 5z)$ [8.4.1]
 30. $5(x + 2)(x - 3)$ [8.2.2] 31. $-\frac{3}{2}, \frac{2}{3}$ [8.6.1] 32. $2b(2b - 7)(3b - 4)$ [8.3.1/8.3.2]
 33. $5x(x^2 + 2x + 7)$ [8.1.1] 34. $(x - 2)(x - 21)$ [8.2.1] 35. $(3a + 2)(a - 7)$ [8.1.2]
 36. $(2x - 5)(4x - 9)$ [8.3.1/8.3.2] 37. $10x(a - 4)(a - 9)$ [8.2.2] 38. $(a - 12)(2a + 5)$ [8.3.1/8.3.2]
 39. $(3a - 5b)(7x + 2y)$ [8.1.2] 40. $(a^3 + 10)(a^3 - 10)$ [8.4.1] 41. $(4a + 1)^2$ [8.4.1]
 42. $\frac{1}{4}, -7$ [8.6.1] 43. $10(a + 4)(2a - 7)$ [8.3.1/8.3.2] 44. $6(x - 3)$ [8.1.1] 45. $x^2y(3x^2 + 2x + 6)$ [8.1.1]
 46. $(d - 5)(d + 8)$ [8.2.1] 47. $2(2x - y)(6x - 5)$ [8.5.1] 48. $4x(x + 1)(x - 6)$ [8.2.2] 49. $-2, 10$ [8.6.1]
 50. $(x - 5)(3x - 2)$ [8.3.1/8.3.2] 51. $(2x - 11)(8x - 3)$ [8.3.1/8.3.2] 52. $(3x - 5)^2$ [8.4.1]
 53. $(2y + 3)(6y - 1)$ [8.3.1/8.3.2] 54. $3(x + 6)^2$ [8.5.1] 55. El largo es 100 yd. El ancho es 50 yd. [8.6.2]
 56. El largo es 100 yd. El ancho es 60 yd. [8.6.2] 57. Los dos números enteros son 4 y 5. [8.6.2]
 58. La distancia es 20 pies. [8.6.2] 59. El ancho del rectángulo más grande es 15 pies. [8.6.2]
 60. El largo del lado del cuadrado original es 20 pies. [8.6.2]

CAPÍTULO 8 EXAMEN

1. $3y^2(2x^2 + 3x + 4)$ [8.1.1, Ejemplo 2B] 2. $2x(3x^2 - 4x + 5)$ [8.1.1, Ejemplo 2A] 3. $(p + 2)(p + 3)$ [8.2.1, Ejemplo 1]
 4. $(x - 2)(a - b)$ [8.1.2, Ejemplo 4] 5. $\frac{3}{2}, -7$ [8.6.1, Concéntrate, p. 381] 6. $(a - 3)(a - 16)$ [8.2.1, Ejemplo 2]
 7. $x(x + 5)(x - 3)$ [8.2.2, Ejemplo 3] 8. $4(x + 4)(2x - 3)$ [8.3.1, Ejemplo 4] 9. $(b + 6)(a - 3)$ [8.1.2, Ejemplo 5B]
 10. $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ [8.6.1, Problema 1] 11. $(2x + 1)(3x + 8)$ [8.3.2, Ejemplo 5] 12. $(x + 3)(x - 12)$ [8.2.1, Ejemplo 2]
 13. $2(b + 4)(b - 4)$ [8.5.1, Ejemplo 1A] 14. $(2a - 3b)^2$ [8.4.1, Ejemplo 3A] 15. $(p + 1)(x - 1)$ [8.1.2, Ejemplo 5A]
 16. $5(x^2 - 9x - 3)$ [8.1.1, Ejemplo 2A] 17. No factorizable en los números enteros. [8.3.2, Concéntrate, parte C, página 368]
 18. $(2x + 7y)(2x - 7y)$ [8.4.1, Problema 1A] 19. $3, 5$ [8.6.1, Ejemplo 2] 20. $(p + 6)^2$ [8.4.1, Problema 3A]
 21. $2(3x - 4y)^2$ [8.5.1, Ejemplo 1C] 22. $2y^2(y + 1)(y - 8)$ [8.2.2, Problema 4] 23. El largo es 15 cm. El ancho es 6 cm. [8.6.2, Problema 4]
 24. El largo de la base es 12 pulg. [8.6.2, Problema 4] 25. Los dos números enteros son -13 y -12 . [8.6.2, Problema 3]

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. -8 [1.2.2] 2. -8.1 [1.3.2] 3. 4 [1.4.2] 4. -7 [2.1.1] 5. La propiedad asociativa de la suma [2.2.1]
 6. $18x^2$ [2.2.3] 7. $-6x + 24$ [2.2.5] 8. $\frac{2}{3}$ [3.1.3] 9. 5 [3.3.3] 10. $\frac{7}{4}$ [3.3.2] 11. 3 [3.3.3]
 12. 35 [3.2.1] 13. $x \leq -3$ [3.4.3] 14. $x < \frac{1}{5}$ [3.4.3] 15.  [5.2.2] 16.  [5.5.2]

17. Dominio: $\{-5, -3, -1, 1, 3\}$; rango: $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$; sí [5.5.1] 18. 61 [5.5.1] 19.  [5.6.1]

20. $(2, -5)$ [6.2.1] 21. $(1, 2)$ [6.3.1] 22. $3y^3 - 3y^2 - 8y - 5$ [7.1.1] 23. $-27a^{12}b^6$ [7.2.2]
 24. $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ [7.3.2] 25. $4x + 8 + \frac{21}{2x - 3}$ [7.5.2] 26. $\frac{y^6}{x^{12}}$ [7.4.1] 27. $(a - b)(3 - x)$ [8.1.2]
 28. $(x + 5y)(x - 2y)$ [8.2.2] 29. $2a^2(3a + 2)(a + 3)$ [8.3.1/8.3.2] 30. $(5a + 6b)(5a - 6b)$ [8.4.1]
 31. $3(2x - 3y)^2$ [8.5.1] 32. $\frac{4}{3}, -5$ [8.6.1] 33. $\{-11, -7, -3, 1, 5\}$ [5.5.1] 34. La temperatura alta promedio

- diaria fue -3 °C. [1.2.5] 35. El largo es 15 cm El ancho es 6 cm. [4.2.1] 36. Las piezas miden 4 pies y 6 pies. [4.1.2]
 37. La distancia máxima que puedes conducir un automóvil de la compañía A es 559 mi. [4.7.1] 38. \$6500 deben invertirse a una tasa anual simple de 11%. [4.4.1] 39. La tasa de descuento es 40%. [4.3.2] 40. Los tres números enteros son 10, 12 y 14. [4.1.1]

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 9

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. 36 [1.3.3] 2. $\frac{3x}{y^3}$ [7.4.1] 3. $-\frac{5}{36}$ [1.3.3] 4. $-\frac{10}{11}$ [1.3.2] 5. $\frac{19}{8}$ [3.3.1] 6. 130° [4.2.2]
 7. $(x-6)(x+2)$ [8.2.1] 8. $(2x-3)(x+1)$ [8.3.1/8.3.2] 9. Jean alcanzará a Anthony a las 9:40 a.m. [4.6.1]

SECCIÓN 9.1

1. Verdadero 3. Falso 5. Falso 11. 2; 2; $2x$; $x-2$; $2x$; $x+2$ ➡ 13. $\frac{2x}{3y^2}$ 15. $2x-1$ 17. -1 19. $\frac{2x}{3}$
 21. $-\frac{2x^2}{3}$ 23. $\frac{x}{2}$ 25. $-\frac{y}{3}$ 27. $\frac{x+2}{x+5}$ ➡ 29. $\frac{a+8}{a+7}$ 31. $\frac{x+4}{x-6}$ 33. $\frac{2-y}{y-5}$ 35. $\frac{x+2}{2(x-2)}$
 37. $\frac{2n-1}{2n+3}$ 39. 2; d ; $12a$; bd 41. $\frac{5ab^2}{12x^2y}$ 43. $\frac{4x^3y^3}{3a^2}$ ➡ 45. $\frac{3}{4}$ 47. ab^2 49. $\frac{x^2(x-1)}{y(x+3)}$ 51. $\frac{y(x-1)}{x^2(x+10)}$
 53. $\frac{x(x+2)}{2(x-1)}$ 55. $\frac{x+5}{x+4}$ 57. 1 59. $-\frac{n-10}{n-7}$ 61. $-\frac{x+2}{x-6}$ 63. $\frac{x+5}{x-12}$ 65. $\frac{3y+2}{3y+1}$ 67. $\frac{7a^3y^2}{40bx}$
 69. $\frac{4}{3}$ 71. $\frac{3a}{2}$ ➡ 73. $\frac{x^2(x+4)}{y^2(x+2)}$ 75. $\frac{x(x-2)}{y(x-6)}$ 77. $\frac{(x+6)(x-3)}{(x+7)(x-6)}$ 79. 1 81. $-\frac{x+8}{x-4}$ 83. $\frac{2n+1}{2n-3}$
 85. $\frac{(5-4x)(2+3x)(5x-4)}{(4x+5)(2x-3)(3x-5)}$ 87. Sí 89. No 91. 2, -5 93. 5, -1 95. $\frac{4}{3}, -\frac{1}{2}$ 97. $\frac{x}{x+8}$

101. a. El porcentaje recomendado de oxígeno es 8%. b. El porcentaje recomendado de oxígeno disminuye. c. El contenido de oxígeno es mayor del porcentaje recomendado.

SECCIÓN 9.2

1. Verdadero 3. Falso 5. Verdadero 7. $24x^3y^2$ ➡ 9. $30x^4y^2$ 11. $8x^2(x+2)$ 13. $6x^2y(x+4)$ 15. $6(x+1)^2$
 17. $(x-1)(x+2)(x+3)$ 19. $(2x+3)^2(x-5)$ 21. $(x-1)(x-2)$ 23. $(x+2)(x-3)(x+4)$
 25. $(x+1)(x+4)(x-7)$ ➡ 27. $(x+6)(x-6)(x+4)$ 29. $(x-10)(x+3)(x-8)$ 31. $(x-3)(3x-2)(x+2)$
 33. $(x+3)(x-5)$ 35. a. Uno b. Cero c. Dos 37. $y(y-3)^2$ 39. y 41. $\frac{4x}{x^2}; \frac{3}{x^2}$
 ➡ 43. $\frac{4x}{12y^2}; \frac{3yz}{12y^2}$ 45. $\frac{xy}{x^2(x-3)}; \frac{6x-18}{x^2(x-3)}$ 47. $\frac{9x}{x(x-1)^2}; \frac{6x-6}{x(x-1)^2}$ 49. $\frac{3x}{x(x-3)}; \frac{5}{x(x-3)}$
 51. $\frac{3}{(x-5)^2}; -\frac{2x-10}{(x-5)^2}$ 53. $\frac{3x}{x^2(x+2)}; \frac{4x+8}{x^2(x+2)}$ 55. $\frac{x^2-6x+8}{(x+3)(x-4)}; \frac{x^2+3x}{(x+3)(x-4)}$
 57. $\frac{3}{(x+2)(x-1)}; \frac{x^2-x}{(x+2)(x-1)}$ ➡ 59. $\frac{5}{(2x-5)(x-2)}; \frac{x^2-3x+2}{(2x-5)(x-2)}$
 61. $\frac{x^2-3x}{(x+3)(x-3)(x-2)}; \frac{2x^2-4x}{(x+3)(x-3)(x-2)}$ 63. $-\frac{x^2-3x}{(x-3)^2(x+3)}; \frac{x^2+2x-3}{(x-3)^2(x+3)}$ 65. $\frac{300}{10^4}; \frac{5}{10^4}$
 67. $\frac{b^2}{b}; \frac{5}{b}$ 69. $\frac{y-1}{y-1}; \frac{y}{y-1}$ 71. $\frac{x^2+1}{(x-1)^3}; \frac{x^2-1}{(x-1)^3}; \frac{x^2-2x+1}{(x-1)^3}$ 73. $\frac{x-2}{(x+y)(x+2)(x-2)}; \frac{x+2}{(x+y)(x+2)(x-2)}$

SECCIÓN 9.3

1. Falso 3. Falso 5. numeradores; $8a$ 7. $\frac{11}{y^2}$ 9. $-\frac{7}{x+4}$ 11. $\frac{8x}{2x+3}$ 13. $\frac{5x+7}{x-3}$ ➡ 15. $\frac{2x-5}{x+9}$
 17. $\frac{-3x-4}{2x+7}$ 19. $\frac{1}{x+5}$ 21. $\frac{1}{x-6}$ 23. $\frac{3}{2y-1}$ 25. $\frac{1}{x-5}$ 27. Sumaron 29. Restaron
 31. común denominador; mcm 33. Falso 35. $\frac{4y+5x}{xy}$ 37. $\frac{19}{2x}$ 39. $\frac{5}{12x}$ 41. $\frac{19x-12}{6x^2}$ 43. $\frac{52y-35x}{20xy}$
 45. $\frac{13x+2}{15x}$ 47. $\frac{7}{24}$ 49. $\frac{x+90}{45x}$ ➡ 51. $\frac{x^2+2x+2}{2x^2}$ 53. $\frac{2x^2+3x-10}{4x^2}$ 55. $\frac{3y^2+8}{3y}$
 57. $\frac{x^2+4x+4}{x+4}$ 59. $\frac{4x+7}{x+1}$ 61. $\frac{-3x^2+16x+2}{12x^2}$ 63. $\frac{x^2-x+2}{x^2y}$ 65. $\frac{16xy-12y+6x^2+3x}{12x^2y^2}$
 67. $\frac{3xy-6y-2x^2-14x}{24x^2y}$ 69. $\frac{9x+2}{(x-2)(x+3)}$ 71. $\frac{2(x+23)}{(x-7)(x+3)}$ 73. $\frac{2x^2-7x-1}{(x+1)(x-3)}$ 75. $\frac{4x^2-34x+5}{(2x-1)(x-6)}$
 77. $\frac{2a-5}{a-7}$ 79. $\frac{2(x+1)}{x-6}$ 81. $\frac{2(b^2+1)}{(b-1)(b+1)}$ 83. $\frac{4x+9}{(x+3)(x-3)}$ 85. $\frac{-x+9}{(x+2)(x-3)}$ ➡ 87. $\frac{14}{(x-5)^2}$

$$\begin{array}{llll}
 89. \frac{-2(x+7)}{(x+6)(x-7)} & 91. \frac{x-2}{2x} & 93. \frac{x^2+x+4}{(x-2)(x+1)(x-1)} & 95. \frac{x-4}{x-6} \\
 97. 2 & 99. \frac{b^2+b-7}{b+4} & 101. \frac{4n}{(n-1)^2} & \\
 103. 1 & 105. \frac{x^2-x+2}{(x+5)(x+1)} & 107. \frac{5}{a} + \frac{4}{b} & 109. \frac{3}{y^2} + \frac{4}{xy} \\
 111. \frac{2n+1}{n(n+1)} & 113. a. \frac{x^2-2x-1}{x^2+x} & b. \frac{6x+5}{4x^2+2x} &
 \end{array}$$

SECCIÓN 9.4

$$\begin{array}{llll}
 1. \frac{2}{2} & 3. \frac{(x-1)(x+4)}{(x-1)(x+4)} & 5. \text{ Verdadero} & 7. \frac{5}{x}, \frac{6}{x^2}, \frac{4}{x^2}, x^2 \\
 9. x^2 - 4; x + 2; x - 2 & 11. \frac{3x}{x-9} & 13. \frac{2}{3} & 15. \frac{y+3}{y-4} \\
 17. \frac{3}{4} & 19. \frac{x-2}{x+2} & 21. \frac{x+2}{x+3} & 23. \frac{x-6}{x+5} \\
 25. -\frac{x-2}{x+1} & 27. x-1 & 29. \frac{1}{2x-1} & 31. \frac{x-3}{x+5} \\
 33. \frac{x-7}{x-8} & 35. \frac{x-2}{x+1} & 37. \frac{x-1}{x+4} & 39. \frac{-x-1}{4x-3} \\
 41. \frac{b+11}{4b-21} & 43. \text{ Verdadero} & 45. \frac{5}{3} & 47. -\frac{1}{x-1} \\
 49. \frac{ab}{b+a} & 53. \frac{6}{5} \text{ ohms} & &
 \end{array}$$

SECCIÓN 9.5

1. Propiedad de la multiplicación de las ecuaciones 3. Se puede eliminar los denominadores en una *ecuación*, como en el inciso a), pero no en una *expresión* como en el inciso b). 5. Una razón es un *cociente*; una proporción es una *ecuación* que establece la igualdad de dos razones (o tasas). 7. a. \overline{ZX} b. \overline{QP} c. $\angle P$ 11. a. $7(x-4)$ b. $3x$ 13. $7; 1; 1$ 15. $0, 9$ 17. 1 19. -3
 21. $\frac{1}{2}$ 23. 5 25. No hay solución 27. $2, 4$ 29. $-\frac{3}{2}, 4$ 31. 3 33. -1 35. 4 37. razón; tasa
 39. 9 41. 12 43. 7 45. 6 47. 1 49. -6 51. 4 53. $-\frac{2}{3}$ 55. Verdadero 57. Menor que
 59. Habrían doce transistores defectuosos. 61. 12.5 millones de niños estadounidenses viven en la pobreza. 63. Aproximadamente 17,500 hogares tienen acceso Wi-Fi. 65. La longitud de la pinza es de aproximadamente 1.28 pulg. 67. Son necesarios 180 paneles. 69. No, el embarque no será aceptado. 71. La estatura de pie de la persona es 64 pulg. 73. La distancia entre las dos ciudades es 175 mi. 75. El cohete consume 127,500 lb de combustible en 45 seg. 77. Se requieren 22.5 gal de pintura amarillas. 79. Serán necesarios 2 gal más. 81. El impuesto sobre ventas es mayor de \$97.50. 83. La longitud del lado AC es 6.7 cm. 85. La altura del triángulo ABC es 2.9 m. 87. El perímetro del triángulo DEF es 22.5 pies.
 89. El área del triángulo ABC es 48 m² 91. Verdadero 93. a. CAE b. CE 95. La longitud de BC es 6.25 cm.
 97. La longitud de BC es 6 pulg. 99. La longitud de OP es 13 cm. 101. El ancho del río es 35 m. 103. 5 o $\frac{1}{5}$
 105. El jugador realizó 210 tiros libres. 107. a. Eratóstenes calculó que la circunferencia de la Tierra era 24,960 mi.
 b. La diferencia es 160 mii.

SECCIÓN 9.6



3. a. Verdadero b. Falso 5. k 7. La constante de variación es de 0.2. La ecuación de variación directa es $t = 0.2s$.
 9. La constante de proporcionalidad es 1.6. La ecuación de variación inversa es $T = \frac{1.6}{S}$. 11. $P = 70$ cuando $L = 80$.
 13. $T = 8$ cuando $S = 2$. 15. $A = 7$ cuando $B = 21$. 17. $L = 2.67$ cuando $W = 90$. 19. $C = 1$ cuando $D = 9$. 21. $4t; 4$
 23. Menos 25. i 27. El sonido viaja 3345 pies en 3 seg. 29. La presión es 5.4 psi cuando la profundidad es de 12 pies.
 31. La corriente es de 3 amperes cuando el voltaje es de 75 watts. 33. 975 artículos se pueden comprar cuando el precio de cada artículo es de \$0.20. 35. La velocidad promedio del viaje de regreso fue 52 mph. 37. La presión es 66.6 psi cuando el volumen es 150 pies³. 39. 2160 computadoras se pueden vender si el precio es \$1500. 43. a. La constante de variación es 0.014. b. La constante de variación representa la tasa de interés mensual, 1.4%. c. El cargo de interés mensual sería de \$4.06 para un saldo pendiente de \$290. 45. Un engrane que tiene 30 dientes gira 32 rpm. 47. La velocidad del engrane B es 375 rpm.

SECCIÓN 9.7

$$\begin{array}{llll}
 1. \text{ Verdadero} & 3. \text{ Verdadero} & 5. R & 7. h = \frac{2A}{b} \\
 9. t = \frac{d}{r} & 11. T = \frac{PV}{nR} & 13. L = \frac{P-2W}{2} & 15. b_1 = \frac{2A-hb_2}{h} \\
 17. h = \frac{3V}{A} & 19. S = C - Rt & 21. P = \frac{A}{1+rt} & 23. w = \frac{A}{S+1} \\
 25. \text{ Sí} & 27. x = \frac{y+5}{c-b} & 29. a. r = \frac{S-C}{C} & b. \text{ La tasa de utilidad es } 66.\overline{6}\%. \\
 c. \text{ La tasa de utilidad es } 36.\overline{36}\%. & 31. a. R_1 = \frac{RR_2}{R_2-R} & b. \text{ La resistencia es de } 20 \text{ ohms.} & c. \text{ La resistencia es de } 10 \text{ ohms.}
 \end{array}$$

SECCIÓN 9.8

1. $\frac{x}{5}$ 3. 1 5. Jen tiene la mayor tasa de trabajo. 7. a. La velocidad de desplazamiento con la corriente es 12 mph.
 b. La velocidad de desplazamiento contra la corriente es 4 mph. 9. Fila 1: $\frac{1}{10}; t; \frac{t}{10}$; Fila 2: $\frac{1}{12}; t; \frac{t}{12}$ 11. Tomará 2 horas para llenar la fuente con dos aspersores funcionando. 13. Se necesitarían 3 horas para mover la tierra. 15. A las computadoras les tomaría 30 horas.

17. Se necesitarían 24 minutos para enfriar la habitación 5 °F.  19. Al segundo soldador le tomaría 15 horas. 21. Al segundo ducto le tomaría 90 minutos llenar el tanque. 23. Se necesitarían 3 horas para cosechar el campo utilizando únicamente la cosechadora más antigua. 25. Al segundo técnico le tomaría 3 hora. 27. A la unidad pequeña le tomaría $14\frac{2}{3}$ h. 29. Al aprendiz le tomará 3 horas terminar las reparaciones 31. Menor que k 33. a. Fila 1: $1440; 380 - r; \frac{1440}{380 - r}$; Fila 2: $1600; 380 + r; \frac{1600}{380 + r}$
b. $\frac{1440}{380 - r}; \frac{1600}{380 + r}$ 35. El campista caminó a una velocidad 4 mph. 37. La velocidad del jet fue 360 mph.
 39. La velocidad del barco durante las primeras 15 mi fue de 7.5 mph. 41. La familia puede viajar 21.6 millas río abajo.
43. El técnico viajó a una velocidad de 20 mph a través del tráfico congestionado. 45. La velocidad de la corriente del río era 5 mph.
47. La velocidad del tren de carga era 30 mph. La velocidad del tren expreso era de 50 mph. 49. La velocidad de la corriente es 2 mph. 51. La velocidad de la corriente de chorro es 50 mph. 53. La velocidad de la corriente es 5 mph. 57. Le tomaría $1\frac{1}{19}$ h llenar el tanque. 59. La cantidad de tiempo en viajar por canoa fue 2 h. 61. El autobús generalmente se desplaza a una velocidad de 60 mph.

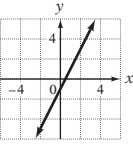
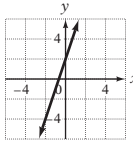
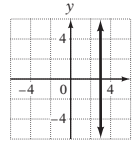
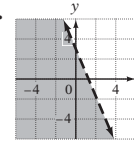
CAPÍTULO 9 EJERCICIOS DE REPASO

1. $\frac{by^3}{6ax^2}$ [9.1.2] 2. $\frac{22x - 1}{(3x - 4)(2x + 3)}$ [9.3.2] 3. $x = -\frac{3}{4}y + 3$ [9.7.1] 4. $\frac{2x^4}{3y^7}$ [9.1.1] 5. $\frac{1}{x^2}$ [9.1.3]
6. $\frac{x - 2}{3x - 10}$ [9.4.1] 7. $72a^3b^5$ [9.2.1] 8. $\frac{4x}{3x + 7}$ [9.3.1] 9. $\frac{3x}{16x^2}; \frac{10}{16x^2}$ [9.2.2] 10. $\frac{x - 9}{x - 3}$ [9.1.1]
11. $\frac{x - 4}{x + 3}$ [9.1.3] 12. $\frac{2y - 3}{5y - 7}$ [9.3.2] 13. $\frac{1}{x}$ [9.1.2] 14. $\frac{1}{x + 3}$ [9.3.1] 15. $15x^4(x - 7)^2$ [9.2.1]
16. 10 [9.5.2] 17. No hay solución [9.5.1] 18. $-\frac{4a}{5b}$ [9.1.1] 19. $\frac{1}{x + 3}$ [9.3.1] 20. El perímetro es de 24 pulg. [9.5.4]
21. 5 [9.5.1] 22. $\frac{x + 9}{4x}$ [9.4.1] 23. $\frac{3x - 1}{x - 5}$ [9.3.2] 24. $\frac{x - 3}{x + 3}$ [9.1.3] 25. $-\frac{x + 6}{x + 3}$ [9.1.1]
26. 2 [9.5.1] 27. $x - 2$ [9.4.1] 28. $\frac{x + 3}{x - 4}$ [9.1.2] 29. 15 [9.5.2] 30. 12 [9.5.2] 31. $\frac{x}{x - 7}$ [9.4.1]
32. $x = 2y + 15$ [9.7.1] 33. $\frac{3(3a + 2b)}{ab}$ [9.3.2] 34. $(5x - 3)(2x - 1)(4x - 1)$ [9.2.1] 35. 3 [9.6.1]
36. 100 [9.6.1] 37. $c = \frac{100m}{i}$ [9.7.1] 38. 40 [9.5.2] 39. 3 [9.5.2] 40. $\frac{7x + 22}{60x}$ [9.3.2]
41. $\frac{8a + 3}{4a - 3}$ [9.1.2] 42. $\frac{3x^2 - x}{(6x - 1)(2x + 3)(3x - 1)}; \frac{24x^3 - 4x^2}{(6x - 1)(2x + 3)(3x - 1)}$ [9.2.2] 43. $\frac{2}{ab}$ [9.3.1]
44. 62 [9.5.2] 45. 6 [9.5.1] 46. $\frac{b^3y}{10ax}$ [9.1.3] 47. Al aprendiz le llevaría 6 h. [9.8.1] 48. El resorte se extendería 8 pulg. [9.5.3] 49. La velocidad del viento es 20 mph. [9.8.2] 50. 10 gal para rociar el jardín requerirán 16 onzas adicionales de insecticida. [9.5.3] 51. Utilizando las dos mangueras, se necesitarían seis horas para llenar la alberca. [9.8.1] 52. La velocidad del automóvil es 45 mph. [9.8.2] 53. Por trabajar 20 horas gana \$410. [9.6.1] 54. La tasa promedio de velocidad en el viaje de regreso fue 44 mph. [9.6.1]

CAPÍTULO 9 EXAMEN

1. $\frac{x + 5}{x + 4}$ [9.1.3, Ejemplo 4B] 2. $\frac{2}{x + 5}$ [9.3.1, Ejemplo 1B] 3. $3(2x - 1)(x + 1)$ [9.2.1, Ejemplo 2]
4. -1 [9.5.2, Ejemplo 2] 5. $\frac{x + 1}{x^3(x - 2)}$ [9.1.2, Ejemplo 3B] 6. $\frac{x - 3}{x - 2}$ [9.4.1, Ejemplo 1B]
7. $\frac{3x + 6}{x(x - 2)(x + 2)}; \frac{x^2}{x(x - 2)(x + 2)}$ [9.2.2, Ejemplo 4] 8. $x = -\frac{5}{3}y - 5$ [9.7.1, Concéntrate, página 445]
9. 2 [9.5.1, Problema 1] 10. $\frac{5}{(2x - 1)(3x + 1)}$ [9.3.2, Ejemplo 3A] 11. 1 [9.1.3, Ejemplo 4B]
12. $\frac{3}{x + 8}$ [9.3.1, Problema 1B] 13. $6x(x + 2)^2$ [9.2.1, Ejemplo 2] 14. $-\frac{x - 2}{x + 5}$ [9.1.1, Problema 2]
15. 4 [9.5.1, Problema 2] 16. $t = \frac{f - v}{a}$ [9.7.1, Ejemplo 1B] 17. $\frac{2x^3}{3y^5}$ [9.1.1, Ejemplo 1]
18. $\frac{3}{(2x - 1)(x + 1)}$ [9.3.2, Ejemplo 3A] 19. 3 [9.5.2, Problema 3B] 20. $\frac{x^3(x + 3)}{y(x + 2)}$ [9.1.2, Ejemplo 3B]
21. $-\frac{3xy + 3y}{x(x + 1)(x - 1)}; \frac{x^2}{x(x + 1)(x - 1)}$ [9.2.2, Ejemplo 4] 22. $\frac{x + 3}{x + 5}$ [9.4.1, Ejemplo 1B]
23. El peso de 28 lb extenderá el resorte 11.2 pulg. [9.6.1, Ejemplo 2] 24. Para 15 litros de agua, se requieren 2 lb adicionales de sal. [9.5.3, Problema 5] 25. La velocidad del viento es 20 mph. [9.8.2, Ejemplo 2] 26. A dos ductos les tomará 6 min llenar el tanque. [9.8.1, Ejemplo 1] 27. El volumen del globo es de 1.25 pies³ [9.6.1, Ejemplo 4]

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

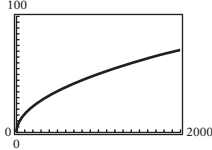
1. -17 [1.1.2] 2. -6 [1.4.1] 3. $\frac{31}{30}$ [1.4.2] 4. 21 [2.1.1] 5. $5x - 2y$ [2.2.2] 6. $-8x + 26$ [2.2.5]
7. -20 [3.3.1] 8. -12 [3.3.3] 9. 10 [3.2.1] 10. $x < \frac{9}{5}$ [3.4.2] 11. $x \leq 15$ [3.4.3]
12.  [5.2.2] 13.  [5.5.2] 14.  [5.2.3] 15.  [5.6.1]
16. $\{-3, 5, 11, 19, 27\}$ [5.5.1] 17. 37 [5.5.1] 18. $\left(\frac{2}{3}, 3\right)$ [6.2.1] 19. $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ [6.3.1] 20. $-6x^4y^5$ [7.2.1]
21. $a^{20}b^{15}$ [7.2.2] 22. $\frac{a^3}{b^2}$ [7.4.1] 23. $a^2 + ab - 12b^2$ [7.3.3] 24. $3b^3 - b + 2$ [7.5.1] 25. $x^2 + 2x + 4$ [7.5.2]
26. $(4x + 1)(3x - 1)$ [8.3.1/8.3.2] 27. $(y - 6)(y - 1)$ [8.2.1] 28. $a(2a - 3)(a + 5)$ [8.3.1/8.3.2]
29. $4(b + 5)(b - 5)$ [8.5.1] 30. $-3y\frac{5}{2}$ [8.6.1] 31. $-\frac{x+7}{x+4}$ [9.1.1] 32. 1 [9.1.3]
33. $\frac{8}{(3x-1)(x+1)}$ [9.3.2] 34. 1 [9.5.1] 35. $a = \frac{f-v}{t}$ [9.7.1] 36. $5x - 18 = -3; x = 3$ [4.1.1]
37. Hay que invertir \$5000 a una tasa de interés simple anual de 11% [4.4.1] 38. Hay 70% de plata en una aleación de 120 gramos. [4.5.2] 39. La base es de 10 pulg. La altura es de 6 pulg. [8.6.2] 40. A ambas ductos les tomará 8 min llenar el tanque. [9.8.1]

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 10

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. -14 [1.1.2] 2. $-2x^2y - 4xy^2$ [2.2.2] 3. 14 [3.1.3] 4. $\frac{7}{5}$ [3.3.2] 5. x^6 [7.2.1] 6. $x^2 + 2xy + y^2$ [7.3.4]
7. $4x^2 - 12x + 9$ [7.3.4] 8. $a^2 - 25$ [7.3.4] 9. $4 - 9v^2$ [7.3.4] 10. $\frac{x^2y^2}{9}$ [7.4.1]

SECCIÓN 10.1

1. signo radical 3. cuadrado perfecto 5. producto 9. 2, 20, 50 13. signo radical; radicando 15. 4 17. 7
- ➡ 19. $4\sqrt{2}$ 21. $2\sqrt{2}$ ➡ 23. $-18\sqrt{2}$ 25. $10\sqrt{10}$ 27. $\sqrt{15}$ 29. $\sqrt{29}$ 31. $-54\sqrt{2}$ 33. $3\sqrt{5}$
35. $48\sqrt{2}$ 37. $10\sqrt{3}$ 39. $49\sqrt{2}$ 41. $2\sqrt{30}$ 43. $4\sqrt{10}$ 45. a. Racional b. Irracional c. Irracional
- d. Un número no real 47. 15.492 49. 16.971 51. 15.652 53. 18.762 57. $4; x^3; y^4$ 59. x^3 61. $y^7\sqrt{y}$
- ➡ 63. a^{10} 65. x^2y^2 67. $2x^2$ 69. $2x\sqrt{6}$ 71. $xy^3\sqrt{xy}$ 73. $ab^5\sqrt{ab}$ ➡ 75. $2x^2\sqrt{15x}$ 77. $7a^2b^4$
79. $3x^2y^3\sqrt{2xy}$ 81. $2x^5y^3\sqrt{10xy}$ 83. $4a^4b^5\sqrt{5a}$ 85. $-8ab\sqrt{b}$ 87. x^3y 89. $-8a^2b^3\sqrt{5b}$ 91. $6x^2y^3\sqrt{3y}$
93. $4x^3y\sqrt{2y}$ ➡ 95. $5a + 20$ 97. $2x^2 + 8x + 8$ 99. $x + 2$ 101. $y + 1$ 103. Racional 105. Irracional
107. a. Un estudiante de primer año tiene un promedio de 2.3 tarjetas de crédito. b. Un estudiante de segundo año tiene un promedio de 3.3 tarjetas de crédito. c. Un estudiante de tercer año tiene un promedio de 4 tarjetas de crédito. d. Un estudiante de último año tiene un promedio de 4.6 tarjetas de crédito. 109. La distancia hacia el horizonte es 84.9 mi. 111. La longitud de un lado del cuadrado es 8.7 cm. 113. $x \geq 0$ 115. $x \geq -5$ 117. $x \leq \frac{5}{2}$ 119. Todos son números reales
123. a.  Los valores Xmin y Xmax representan los radios mínimo y máximo de una curva sin peralte. Los valores de Ymin y Ymax representan las velocidades mínima y máxima de un automóvil. b. A medida que aumenta el radio, aumenta la seguridad máxima de velocidad. En la gráfica, a medida que aumenta r , v aumenta. c. La velocidad máxima segura es 16 mph. d. El radio es 640 pies. e. Mayor que 1 milla

SECCIÓN 10.2

1. Sí 3. Sí 5. No 7. 5; 8; -3 9. $11\sqrt{5}$ 11. $-6\sqrt{5}$ 13. $-8\sqrt{3}$ 15. $5\sqrt{y}$ 17. $-3\sqrt{2a}$
19. $-12\sqrt{5a}$ 21. $-7y\sqrt{3}$ 23. $-7b\sqrt{3x}$ 25. $2\sqrt{xy}$ 27. $-3\sqrt{2}$ 29. $20\sqrt{2}$ 31. $25\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$
33. $41\sqrt{y}$ 35. $-12x\sqrt{3}$ 37. $2xy\sqrt{x} - 3xy\sqrt{y}$ 39. $-9x\sqrt{3x}$ 41. $-13y^2\sqrt{2y}$ 43. $4a^2b^2\sqrt{ab}$ ➡ 45. $7\sqrt{2}$
47. $6\sqrt{x}$ 49. $-3\sqrt{y}$ 51. $-45\sqrt{2}$ 53. $13\sqrt{3} - 12\sqrt{5}$ 55. $32\sqrt{3} - 3\sqrt{11}$ 57. $6\sqrt{x}$ 59. $-34\sqrt{3x}$
61. $10a\sqrt{3b} + 10a\sqrt{5b}$ ➡ 63. $-2xy\sqrt{3}$ 65. $-7b\sqrt{ab} + 4a^2\sqrt{b}$ 67. $3ab\sqrt{2a} - ab + 4ab\sqrt{3b}$ 69. a. Falso
- b. Verdadero c. Falso d. Verdadero 71. $8\sqrt{x+2}$ 73. $2x\sqrt{2y}$ 75. $2ab\sqrt{6ab}$ 77. El perímetro es $(6\sqrt{3} + 2\sqrt{15})$ cm. 79. El perímetro es 22.4 cm.

SECCIÓN 10.3

1. $3 - \sqrt{5}$ 3. $\sqrt{2a} + 8$ 5. $25 - y$ 7. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ 9. 15 11. 5 13. 6 15. $7y$ 17. x^3y^2 ➡ 19. $3ab^6\sqrt{2a}$
21. $12a^4b\sqrt{b}$ 23. $10abc$ 25. $2 - \sqrt{6}$ 27. $4 - 2\sqrt{10}$ 29. $5\sqrt{2} - \sqrt{5x}$ ➡ 31. $x - \sqrt{xy}$ 33. $3a - 3\sqrt{ab}$
35. $x - 6\sqrt{x} + 9$ 37. $26 + 10\sqrt{5}$ 39. $2x - 9\sqrt{x} + 10$ ➡ 41. $15x - 22y\sqrt{x} + 8y^2$ ➡ 43. $2 - y$
45. 19 47. $10x + 13\sqrt{xy} + 4y$ 49. Menor que 53. a. No b. Sí c. No d. No 55. 4 57. 7
59. 3 61. $x\sqrt{5}$ 63. $\frac{a^2}{7}$ 65. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 67. $\sqrt{3}$ 69. $\frac{3\sqrt{x}}{x}$ 71. $\frac{\sqrt{3x}}{x}$ 73. $\frac{\sqrt{2x}}{x}$ 75. $\frac{2x\sqrt{y}}{3y}$ 77. $\frac{1}{2}$
- ➡ 79. $\frac{\sqrt{2ab}}{2b}$ 81. $\frac{y\sqrt{3}}{3}$ 83. $-\frac{\sqrt{2} + 3}{7}$ 85. $\frac{15 - 3\sqrt{5}}{20}$ 87. $\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x - y}$ 89. $\sqrt{2y}$ ➡ 91. $-\frac{\sqrt{10} + 5}{3}$
93. $\frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9}$ 95. $-\frac{1}{2}$ 97. 7 99. -5 101. $7 + 4\sqrt{3}$ 103. $3 + \sqrt{6}$ 105. $-\frac{20 + 7\sqrt{3}}{23}$
- ➡ 107. $\frac{6 + 5\sqrt{x} + x}{4 - x}$ 109. $\frac{6 + 7\sqrt{y} + 2y}{4 - y}$ 111. $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x - y}$ 113. $\frac{5}{8}$ 115. $\frac{5}{4}$ 117. $-\frac{5}{2}$
119. $(62 + 17\sqrt{2}) \text{ m}^2$

SECCIÓN 10.4

1. ii y iii 3. En ocasiones verdadera 5. En ocasiones verdadera 7. 2; 2; $x - 2$; 25; 27;
2 9. 25 11. 144 13. 5 15. 16
- ➡ 17. 8 19. No tiene solución 21. 6 23. 24 25. $-\frac{2}{5}$ 27. $\frac{4}{3}$ 29. -1 ➡ 31. 15 33. 5 35. 1
37. 1 ➡ 39. 1 41. 2 43. No tiene solución 45. iii 47. El número es 1. 49. 90° ; catetos 53. La longitud de la hipotenusa es 10.30 cm. 55. La longitud del otro cateto del triángulo es 9.75 pies. 57. La longitud de la diagonal es 12.1 mi.
59. a. Sí b. Sí c. Sí d. Sí 61. La profundidad del agua es de 12.5 pies.. 63. TEL montículo del lanzador es menos de la mitad entre el home y la segunda base. 65. Si, ella podrá llamar a un amigo en el muelle. ➡ 67. Sí, la escalera será lo suficientemente larga para llegar a las canaletas. ➡ 69. La longitud del péndulo es 7.30 pies. 71. El puente tiene 64 pies de altura. 73. La altura de la pantalla es de 35.5 pulg. 75. 15 77. 30 unidades 79. $r^2(\pi - 2)$ 83. a. $x\sqrt{2}$ pulgadas b. $2x^2 \text{ pulg}^2$ 85. $5\sqrt{2}$ unidades

CAPÍTULO 10 EJERCICIOS DE REPASO

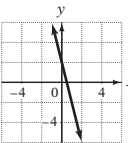
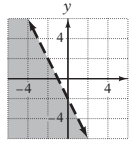
1. $-11\sqrt{3}$ [10.2.1] 2. $-x\sqrt{3} - x\sqrt{5}$ [10.3.2] 3. $x + 8$ [10.1.2] 4. No tien solución [10.4.1] 5. 1 [10.3.2]
6. $7\sqrt{7}$ [10.2.1] 7. $12a + 28\sqrt{ab} + 15b$ [10.3.1] 8. $7x^2 + 42x + 63$ [10.1.2] 9. 12 [10.1.1] 10. 16 [10.4.1]
11. $4x\sqrt{5}$ [10.2.1] 12. $5ab - 7$ [10.3.1] 13. 3 [10.4.1] 14. $\sqrt{35}$ [10.1.1] 15. $7x^2y\sqrt{15xy}$ [10.2.1]
16. $\frac{x}{3y^2}$ [10.3.2] 17. $9x - 6\sqrt{xy} + y$ [10.3.1] 18. $a + 4$ [10.1.2] 19. $20\sqrt{3}$ [10.1.1] 20. $26\sqrt{3x}$ [10.2.1]
21. $\frac{8\sqrt{x} + 24}{x - 9}$ [10.3.2] 22. $3a\sqrt{2} + 2a\sqrt{3}$ [10.3.1] 23. $9a^2\sqrt{2ab}$ [10.1.2] 24. $-6\sqrt{30}$ [10.1.1]
25. $-4a^2b^4\sqrt{5ab}$ [10.2.1] 26. $7x^2y^4$ [10.3.2] 27. $\frac{3}{5}$ [10.4.1] 28. c^9 [10.1.2] 29. $15\sqrt{2}$ [10.1.1]
30. $18a\sqrt{5b} + 5a\sqrt{b}$ [10.2.1] 31. $\frac{16\sqrt{a}}{a}$ [10.3.2] 32. 8 [10.4.1] 33. $a^5b^3c^2$ [10.3.1] 34. $21\sqrt{70}$ [10.1.1]
35. $2y^4\sqrt{6}$ [10.1.2] 36. 5 [10.3.2] 37. 5 [10.4.1] 38. $8y + 10\sqrt{5y} - 15$ [10.3.1] 39. 99.499 [10.1.1]
40. 7 [10.3.1] 41. $25x^4\sqrt{6x}$ [10.1.2] 42. $-6x^3y^2\sqrt{2y}$ [10.2.1] 43. $3a$ [10.3.2] 44. $20\sqrt{10}$ [10.1.1]
45. 20 [10.4.1] 46. $\frac{7a}{3}$ [10.3.2] 47. 10 [10.3.1] 48. $6x^2y^2\sqrt{y}$ [10.1.2] 49. $36x^8y^5\sqrt{3xy}$ [10.1.2]
50. 3 [10.4.1] 51. 20 [10.1.1] 52. $-2\sqrt{2x}$ [10.2.1] 53. 6 [10.4.1] 54. 3 [10.3.1] 55. El entero más grande es 51. [10.4.2]
56. El peso del explorador en la superficie de la Tierra es 144 lb [10.4.2] 57. La longitud del otro cateto es de 14.25 cm. [10.4.2] 58. El radio de la esquina más cerrada es 25 pies. [10.4.2] 59. La profundidad es 100 pies. [10.4.2]
60. La longitud del alambre es de 26.25 pies. [10.4.2]

CAPÍTULO 10 EXAMEN

1. $11x^4y$ [10.1.2, Ejemplo 4A] 2. $-5\sqrt{2}$ [10.2.1, Ejemplo 1B] 3. $6x^2\sqrt{xy}$ [10.3.1, Ejemplo 1]
4. $3\sqrt{5}$ [10.1.1, Ejemplo 1] 5. $6x^3y\sqrt{2x}$ [10.1.2, Ejemplo 4B] 6. $6\sqrt{2y} + 3\sqrt{2x}$ [10.2.1, Ejemplo 2B]
7. $y + 8\sqrt{y} + 15$ [10.3.1, Ejemplo 3] 8. $\sqrt{2}$ [10.3.2, 2do. Concéntrate, página 481] 9. 9 [10.3.2, Ejemplo 5A]
10. 11 [10.4.1, Ejemplo 2A] 11. 22.361 [10.1.1, Concéntrate, parte B, página 467] 12. $4a^2b^5\sqrt{2ab}$ [10.1.2, Ejemplo 4B]
13. $a - \sqrt{ab}$ [10.3.1, Problema 2] 14. $4x^2y^2\sqrt{5y}$ [10.3.1, Ejemplo 1] 15. $7ab\sqrt{a}$ [10.3.2, Ejemplo 5A]
16. 25 [10.4.1, Ejemplo 1] 17. $8x^6y^2\sqrt{3xy}$ [10.1.2, Ejemplo 4B] 18. $4ab\sqrt{2ab} - 5ab\sqrt{ab}$ [10.2.1, Ejemplo 2B]

19. $a - 4$ [10.3.1, Ejemplo 4] 20. $-6 - 3\sqrt{5}$ [10.3.2, Ejemplo 5B] 21. 5 [10.4.1, Ejemplo 2A]
 22. $3\sqrt{2} - x\sqrt{3}$ [10.3.1, Ejemplo 2] 23. $-6\sqrt{a}$ [10.2.1, Ejemplo 1A] 24. $6\sqrt{3}$ [10.1.1, Ejemplo 1]
 25. 7.937 [10.1.1, Concéntrate, parte B, página 467] 26. $6ab\sqrt{a}$ [10.3.2, Ejemplo 5A] 27. No tiene solución [10.4.1, Ejemplo 3]
 28. El menor número entero es 40. [10.4.2, Ejemplo 4] 29. La longitud del péndulo es 5.07 pies. [10.4.2, Problema 5]
 30. La escalera alcanza 15.2 pies de alto en el edificio. [10.4.2, Problema 4]

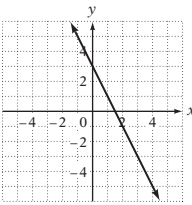
EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. $-\frac{1}{12}$ [1.4.2] 2. $2x + 18$ [2.2.5] 3. $\frac{1}{13}$ [3.3.3] 4. $x \leq -\frac{9}{2}$ [3.4.3] 5. $-\frac{4}{3}$ [5.3.1]
 6. $y = \frac{1}{2}x - 2$ [5.4.1/5.4.2] 7. -18 [5.5.1] 8.  [5.5.2] 9.  [5.6.1]

10. (2, -1) [6.1.1] 11. (1, 1) [6.2.1] 12. (3, -2) [6.3.1] 13. $\frac{6x^5}{y^3}$ [7.4.1] 14. $-2b^2 + 1 - \frac{1}{3b^2}$ [7.5.1]
 15. $3x^2y^2(4x - 3y)$ [8.1.1] 16. $(3b + 5)(3b - 4)$ [8.3.1/8.3.2] 17. $2a(a - 3)(a - 5)$ [8.2.2] 18. $\frac{1}{4(x + 1)}$ [9.1.2]
 19. $\frac{x - 5}{x - 3}$ [9.4.1] 20. $\frac{x + 3}{x - 3}$ [9.3.2] 21. $\frac{5}{3}$ [9.5.1] 22. $38\sqrt{3a} - 35\sqrt{a}$ [10.2.1] 23. 8 [10.3.2]
 24. 14 [10.4.1] 25. El número entero más grande que satisface la desigualdad es -33. [4.7.1] 26. El costo es \$24.50. [4.3.1]
 27. Se debe añadir 56 oz de agua pura. [4.5.2] 28. Los dos números son 6 y 15. [4.1.2] 29. Al ducto menor le tomará 48 h llenar el tanque. [9.8.1] 30. El número entero más pequeño es 24. [10.4.2]

Respuestas de los ejercicios seleccionados del capítulo 11

EXAMEN DE PREPARACIÓN

1. 41 [2.1.1] 2. $-\frac{1}{5}$ [3.3.1] 3. $(x + 4)(x - 3)$ [8.2.1] 4. $(2x - 3)^2$ [8.4.1] 5. Sí [8.4.1] 6. 3 [9.5.2]
 7.  [5.2.2] 8. $2\sqrt{7}$ [10.1.1] 9. $|a|$ [10.1.2] 10. La verede tiene 3.6 mi de largo. [9.8.2]

SECCIÓN 11.1

1. cuadrática 3. general 5. $a = 3, b = -4, c = 1$ 7. $a = 2, b = 0, c = -5$ 9. $a = 6, b = -3, c = 0$
 11. $x^2 - 3x - 8 = 0$ 13. $x^2 - 16 = 0$ 15. $2x^2 + 12x + 13 = 0$ 21. $x + 6; x - 6; 0; 0; -6; 6$
 23. -3 y 5 25. 0 y 7 27. $-\frac{5}{2}y \frac{1}{3}$ 29. -5 y 3 31. 1 y 3 33. -1 y -2 35. 3
 37. 0 y $\frac{3}{2}$ 39. -2 y 5 41. $\frac{2}{3}y 1$ 43. $-3y \frac{1}{3}$ 45. $-\frac{3}{2}y \frac{4}{3}$ 47. $-3y \frac{4}{5}$ 49. $\frac{1}{3}$
 51. -4 y 4 53. $-\frac{2}{3}y \frac{2}{3}$ ➡ 55. $\frac{2}{3}y 2$ 57. $-6y \frac{3}{2}$ 59. $\frac{2}{3}$ 61. -3 y 6 63. 0 y 12
 65. a. Dos positivas b. Una positiva y una negativa c. Una positiva y una negativa 67. 9 69. -6 y 6
 71. -1 y 1 ➡ 73. $-\frac{7}{2}y \frac{7}{2}$ 75. $-\frac{2}{3}y \frac{2}{3}$ 77. $-\frac{3}{4}y \frac{3}{4}$ 79. $2\sqrt{3}$ and $-2\sqrt{3}$ 81. $2\sqrt{6}y - 2\sqrt{6}$
 83. -5 y 7 85. -7 y -3 87. -6 y 4 89. -9 y -1 91. $-\frac{9}{2}y - \frac{3}{2}$ 93. $-\frac{1}{3}y \frac{7}{3}$
 ➡ 95. $4 + 2\sqrt{5}y 4 - 2\sqrt{5}$ 97. $-1 + 3\sqrt{2}y -1 - 3\sqrt{2}$ 99. $\frac{1}{2} + \sqrt{6}y \frac{1}{2} - \sqrt{6}$ 101. Una
 103. Dos 105. 11 y 35 107. $-\frac{1}{2}$ 109. Hay 7 equipos en la liga. 111. La velocidad es 10 m/s.

SECCIÓN 11.2

1. trinomio cuadrado perfecto 3. trinomio cuadrado perfecto 5. 18; 81 7. $x^2 + 12x + 36; (x + 6)^2$
 9. $x^2 + 10x + 25; (x + 5)^2$ 11. $x^2 - x + \frac{1}{4}; \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ 13. -3 y 1 15. $-2 + \sqrt{3}$ y $-2 - \sqrt{3}$ 17. 2
 19. $1 + \sqrt{2}$ y $1 - \sqrt{2}$ 21. $\frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$ y $\frac{-3 - \sqrt{13}}{2}$ 23. -8 y 1 25. $-3 + \sqrt{5}$ y $-3 - \sqrt{5}$
 27. $4 + \sqrt{14}$ y $4 - \sqrt{14}$ 29. 1 y 2 31. $\frac{3 + \sqrt{29}}{2}$ y $\frac{3 - \sqrt{29}}{2}$ 33. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ y $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ 35. $-5 + 4\sqrt{2}$
 y $-5 - 4\sqrt{2}$ 37. $\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$ y $\frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$ 39. $\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ y $\frac{1 - \sqrt{17}}{2}$ 41. $\frac{1}{2}$ y 1 43. -3 y $\frac{1}{2}$
 ➤ 45. $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ y $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 47. $\frac{2 + \sqrt{5}}{2}$ y $\frac{2 - \sqrt{5}}{2}$ 49. $3 + \sqrt{2}$ y $3 - \sqrt{2}$ 51. $1 + \sqrt{13}$ y $1 - \sqrt{13}$
 53. $\frac{3 + 3\sqrt{3}}{2}$ y $\frac{3 - 3\sqrt{3}}{2}$ 55. $4 + \sqrt{7}$ y $4 - \sqrt{7}$ 57. Ambas negativas 59. 1.193 y -4.193 61. 2.766 y -1.266
 ➤ 63. 0.151 y -1.651 65. -3 o 3 67. $22 + 12\sqrt{2}$ y $22 - 12\sqrt{2}$ 69. -3 71. $6 + \sqrt{58}$ y $6 - \sqrt{58}$ 73. 26

SECCIÓN 11.3

1. $\frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ y $\frac{1 - \sqrt{13}}{2}$ 3. Verdadero 5. Falso 9. $4x; 2; x^2 - 4x - 2; 1; -4; -2$ 11. -7 y 1 13. -3 y 6
 15. $1 + \sqrt{6}$ y $1 - \sqrt{6}$ 17. $-3 + \sqrt{10}$ y $-3 - \sqrt{10}$ 19. $\frac{-3 + \sqrt{29}}{2}$ y $\frac{-3 - \sqrt{29}}{2}$ 21. $2 + \sqrt{13}$ y $2 - \sqrt{13}$
 23. 0 y 1 25. $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ y $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 27. $-\frac{3}{2}$ y $\frac{3}{2}$ 29. $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$ y $\frac{3 - \sqrt{3}}{3}$ 31. $\frac{1 + \sqrt{10}}{3}$ y $\frac{1 - \sqrt{10}}{3}$
 ➤ 33. $\frac{4 + \sqrt{10}}{2}$ y $\frac{4 - \sqrt{10}}{2}$ 35. $-\frac{2}{3}$ y 3 37. $\frac{5 + \sqrt{73}}{6}$ y $\frac{5 - \sqrt{73}}{6}$ 39. $\frac{1 + \sqrt{37}}{6}$ y $\frac{1 - \sqrt{37}}{6}$
 41. $\frac{1 + \sqrt{41}}{5}$ y $\frac{1 - \sqrt{41}}{5}$ 43. -3 y $\frac{4}{5}$ 45. $-3 + 2\sqrt{2}$ y $-3 - 2\sqrt{2}$ 47. $\frac{3 + 2\sqrt{6}}{2}$ y $\frac{3 - 2\sqrt{6}}{2}$
 49. $\frac{-1 + \sqrt{2}}{3}$ y $\frac{-1 - \sqrt{2}}{3}$ 51. $-\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$ 53. $\frac{-4 + \sqrt{5}}{2}$ y $\frac{-4 - \sqrt{5}}{2}$ 55. $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{2}$ y $\frac{1 - 2\sqrt{3}}{2}$
 57. $\frac{-5 + \sqrt{2}}{3}$ y $\frac{-5 - \sqrt{2}}{3}$ 59. $\frac{1 + \sqrt{19}}{3}$ y $\frac{1 - \sqrt{19}}{3}$ 61. $\frac{5 + \sqrt{65}}{4}$ y $\frac{5 - \sqrt{65}}{4}$ 63. $6 + \sqrt{11}$ y $6 - \sqrt{11}$
 65. Verdadero 67. 5.690 y -3.690 69. 7.690 y -1.690 71. 4.589 y -1.089 73. 0.118 y -2.118
 75. 1.105 y -0.905 77. $2\sqrt{23}$ 79. $3 + \sqrt{13}$ y $3 - \sqrt{13}$ 83. Sí 85. No. Las soluciones son $4 + \sqrt{30}$ y $4 - \sqrt{30}$.

SECCIÓN 11.4

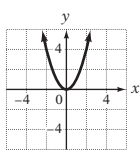
1. -1 3. 7 5. $6 - 5i$ 7. $2 + 8i$ 9. $\frac{1 + 6i}{1 + 6i}$ 11. a. 5 b. -8 13. $9i$ ➤ 15. $35i$ 17. $i\sqrt{13}$
 19. $5i\sqrt{3}$ 21. $-12i\sqrt{6}$ 23. $a - \sqrt{-b^2}$ 25. $5 + 2i$ 27. $-7 - 12i$ 29. $5 + 12i\sqrt{3}$ 31. $7 - 12i\sqrt{7}$
 ➤ 33. $3 + 5i$ 35. $-1 + i\sqrt{6}$ 37. $-\frac{2}{5} - \frac{12\sqrt{10}}{5}i$ 39. $-2; 3; 4 - 5i$ 41. $10i$ 43. $-9i$ 45. $7 + 9i$
 47. $-8 + 7i$ 49. $13 + 2i$ ➤ 51. $2 - 10i$ 53. $-8 - 2i$ 55. 6 57. 0 59. Falso 61. Negativa
 63. $i^2; -1; -28$ 65. -20 67. 18 ➤ 69. $-20 + 10i$ 71. $2 + 23i$ ➤ 73. $-9 - 7i$ 75. $-41 - i$
 77. $-21 + 20i$ ➤ 79. $-3 - 4i$ 81. $29i$ ➤ 83. 20 85. 17 87. Falso 89. $i; i; 3i^2; -3$ 91. $-\frac{9i}{2}$
 93. $\frac{4i}{7}$ 95. $1 - 6i$ 97. $9 - 5i$ 99. ➤ $-2 - 3i$ 101. $-\frac{5}{3} - \frac{2}{3}i$ 103. $\frac{5}{2} + \frac{2}{3}i$ 105. $-\frac{4}{5} - \frac{8}{5}i$ 107. $-3 + 3i$
 ➤ 109. $2 + 5i$ 111. $2 + 5i$ 113. $3 + i$ 115. Falso 117. $-3; -3; 1; -8; 1$ 119. $5i$ y $-5i$ 121. $6i$ y $-6i$
 123. $2i\sqrt{10}$ y $-2i\sqrt{10}$ ➤ 125. $i\sqrt{2}$ y $-i\sqrt{2}$ 127. $3 + 9i$ y $3 - 9i$ 129. $-4 + 3i\sqrt{2}$ y $-4 - 3i\sqrt{2}$
 131. $5 + 2i\sqrt{2}$ y $5 - 2i\sqrt{2}$ 133. $1 + 4i$ y $1 - 4i$ 135. $1 + 2i$ y $1 - 2i$ ➤ 137. $-2 + 2i$ y $-2 - 2i$
 139. $1 + 3i$ y $1 - 3i$ 141. $-1 + 2i\sqrt{3}$ y $-1 - 2i\sqrt{3}$ 143. $-\frac{3}{2} + 2i$ y $-\frac{3}{2} - 2i$ 145. Dos soluciones imaginarias
 147. $5i$ 149. $4 - 6i$ 151. $-2 + 2i$ 153. $14 - 2i$ 155. $2i$ y $-2i$ 157. $-5 + i\sqrt{3}$ y $-5 - i\sqrt{3}$
 159. $3 + i\sqrt{3}$ y $3 - i\sqrt{3}$ 163. a. 1 b. i c. -1 d. $-i$ e. -1 f. $-i$ g. 1 165. Lineal; 2
 167. Lineal; 5

SECCIÓN 11.5

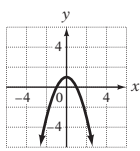
1. Parábola 3. El coeficiente sobre x^2 es positivo 5. Sustituir x por cero y resolver para y . 7. Arriba 9. Abajo

11. Arriba 13. a. $-1; 0; 9$ b. abajo c. $2; -4; 5$ ➡ 15. 4 17. -5 19. -42

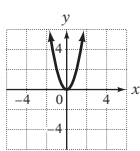
21.



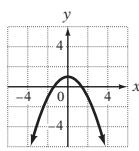
23.



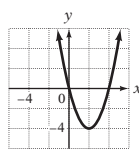
25.



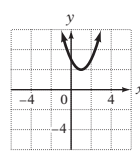
27.



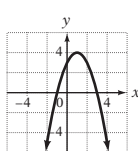
29.



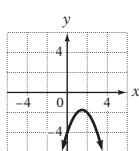
31.



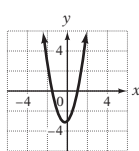
➡ 33.



35.



37.



39. Falso

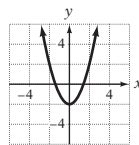
➡ 41.

Las intersecciones con el eje x son $(2, 0)$

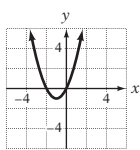
y $(3, 0)$. La intersección con el eje y es $(0, 6)$. 43. Las intersecciones con el eje x son $(-3, 0)$ y $(3, 0)$. La intersección con el eje y es $(0, 9)$. 45. Las intersecciones con el eje x son $(-1 + \sqrt{7}, 0)$ y $(-1 - \sqrt{7}, 0)$. La intersección con el eje y es $(0, -6)$.

47. Las intersecciones con el eje x son $(\frac{3}{2}, 0)$ y $(-1, 0)$. La intersección con el eje y es $(0, -3)$.

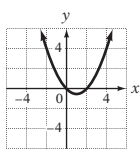
49.



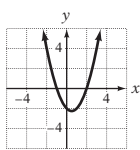
51.



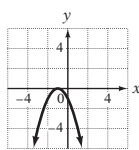
53.



55.



57.



59. Función lineal

61. Ninguna

63. Función cuadrática

65. a. $(-2, 0), (2, 0)$

b. $(0, -4)$

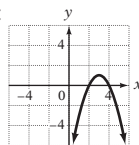
c. Es positivo.

d. $(0, -4)$

e. El eje y

f. -3

67. Las respuestas pueden variar. Ejemplo de respuesta:



69. -2

SECCIÓN 11.6

1. $2W + 3$ 3. $r - 30$ 5. a. $2w - 2$ b. $(2w - 2)w$ c. $(2w - 2)w; 84$ 7. La altura del triángulo es 10 m. El largo de la base es 4 m. 9. El largo es 6 pies. El ancho es 4 pies. ➡ 11. Trabajando solo, al primer desagüe le tomaría 24 minutos.

Trabajando solo, el segundo desagüe le tomaría 8 min. 13. El largo es 100 pies. El ancho es 50 pies. 15. Al primer motor le tomaría 12 h y al segundo motor 6 h.

17. La velocidad del avión con viento en calma era 100 mph. 19. La velocidad del ciclista durante las primeras 150 mi fue 50 mph.

21. La flecha estará 32 pies sobre el suelo en 1 s y en 2 s. 23. La maleza abarcará un área de 10 m^2 después de 25 días.

25. Habrá 50 millones de personas mayores de 65 años en 201. 27. La pelota ha estado en el aire durante 1.58 s. 29. El tiempo de suspensión es de 5.5.

31. Falso 33. Los largos de los catetos son 2 cm y 3 cm.

35. El radio del cono es 7.98 cm. 37. Las dimensiones de la cartulina son 20 por 20 pulg. 39. a. $12 = 2L + 2W$

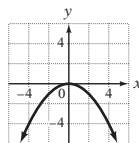
b. $A = LW$ c. $L = 6 - W; A = (6 - W)W; A = -W^2 + 6W$ d. Largo: 3 pies; ancho: 3 pies

CAPÍTULO 11 EJERCICIOS DE REPASO

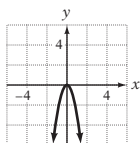
1. $4y - 4$ [11.1.1/11.1.2] 2. $\frac{1 + \sqrt{13}}{2}y - \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$ [11.2.1/11.3.1] 3. $\frac{3 + \sqrt{29}}{2}y - \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$ [11.2.1/11.3.1]

4. $\frac{5}{7}y - \frac{5}{7}$ [11.1.1/11.1.2]

5. [11.5.1]



6. [11.5.1] 7. $6i\sqrt{7}$ [11.4.1]



8. $-\frac{1}{2}y - \frac{1}{3}$ [11.1.1]

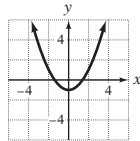
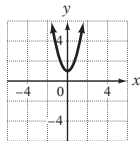
9. $\frac{3}{2}iy - \frac{3}{2}i$ [11.4.5]

10. $\frac{-10 + 2\sqrt{10}}{5}y - \frac{-10 - 2\sqrt{10}}{5}$ [11.2.1/11.3.1]

11. $2 - 4i$ [11.4.2] 12. $6y - 5$ [11.1.1] 13. $\frac{4}{3}y - \frac{7}{2}$ [11.1.1] 14. $2\sqrt{10}y - 2\sqrt{10}$ [11.1.2]

15. $-3 + 5i$ [11.4.2] 16. $1 + \sqrt{11}y - \sqrt{11}$ [11.2.1/11.3.1] 17. $3y^9$ [11.1.1]

18. $16y - 2$ [11.1.2] 19. $\frac{4}{7}$ [11.1.1] 20. $\frac{4}{7}$ [11.5.1] 21. $1y - 9$ [11.1.2]

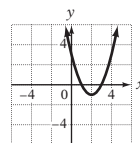
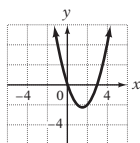


22. $\frac{-4 + \sqrt{23}}{2}y - \frac{-4 - \sqrt{23}}{2}$ [11.2.1/11.3.1] 23. $-\frac{1}{6}y - \frac{5}{4}$ [11.1.1] 24. $2 + 2iy - 2i$ [11.4.5]

25. $20 + 12i$ [11.4.3] 26. $\frac{4}{7}$ [11.1.1] 27. $2y - 1$ [11.1.2] 28. $-2 + 14i$ [11.4.3]

29. $\frac{-7 + \sqrt{61}}{2}y - \frac{-7 - \sqrt{61}}{2}$ [11.2.1/11.3.1] 30. $2y - \frac{5}{12}$ [11.1.1] 31. $3 + \sqrt{5}y - \sqrt{5}$ [11.1.2]

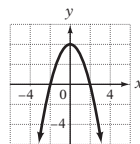
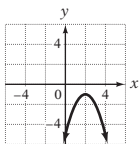
32. $-4 + \sqrt{19}y - 4 - \sqrt{19}$ [11.2.1/11.3.1] 33. $\frac{4}{7}$ [11.5.1] 34. $\frac{4}{7}$ [11.5.1]



35. $-7y - 10$ [11.1.1] 36. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ [11.4.4] 37. $-3 + i\sqrt{3}y - 3 - i\sqrt{3}$ [11.4.5]

38. $-3 + \sqrt{11}y - 3 - \sqrt{11}$ [11.2.1/11.3.1] 39. $3y - \frac{1}{9}$ [11.1.1] 40. $\frac{-5 + \sqrt{33}}{4}y - \frac{-5 - \sqrt{33}}{4}$ [11.2.1/11.3.1]

41. $\frac{4}{7}$ [11.5.1] 42. $-3 - i$ [11.4.4] 43. $1y - \frac{5}{2}$ [11.1.1] 44. $\frac{4}{7}$ [11.5.1]



45. La velocidad del globo aerostático con viento en calma es 25 mph [11.6.1] 46. La altura es de 10 m. La base es 4 m. [11.6.1]

47. La velocidad máxima es 151.6 km/h. [11.6.1] 48. La velocidad de la lancha en aguas en calma es 5 mph. [11.6.1]

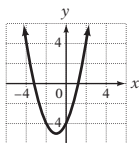
49. El objeto estará 12 pies sobre el suelo en $\frac{1}{2}$ s y $1\frac{1}{2}$ s. [11.6.1] 50. Al ducto menor le llevaría 12 horas y al drenaje mayor 4 h. [11.6.1]

CAPÍTULO 11 EXAMEN

1. $-4 + 2\sqrt{5}y - 4 - 2\sqrt{5}$ [11.1.2, Concéntrate, p. 507] 2. $\frac{-4 + \sqrt{22}}{2}y - \frac{-4 - \sqrt{22}}{2}$ [11.2.1, Ejemplo 1/11.3.1,

Ejemplo 1B] 3. $-4y - \frac{5}{3}$ [11.1.1, Problema 1] 4. $12i\sqrt{5}$ [11.4.1, Ejemplo 1D] 5. $-2 + 2\sqrt{5}y - 2 - 2\sqrt{5}$

[11.2.1, Ejemplo 1/11.3.1, Ejemplo 1A] 6. $\frac{4}{7}$ [11.5.1, Ejemplo 2B] 7. $-2 + \sqrt{2}y - 2 - \sqrt{2}$



[11.2.1, Ejemplo 1/11.3.1, Ejemplo 1A] 8. $-8 + 13i$ [11.4.2, Ejemplo 3B] 9. $-\frac{1}{2}y^3$ [11.1.1, Ejemplo 1]

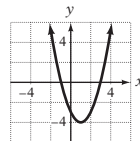
10. $\frac{3 + \sqrt{7}}{2}y - \frac{3 - \sqrt{7}}{2}$ [11.2.1, Ejemplo 1/11.3.1, Ejemplo 1A] 11. $24 + 30i$ [11.4.3, Ejemplo 4]

12. $5 + 3\sqrt{2}y - 5 - 3\sqrt{2}$ [11.1.2, Ejemplo 3] 13. $3 + \sqrt{14}y - \sqrt{14}$ [11.2.1, Ejemplo 1/11.3.1, Ejemplo 1A]

14. $-18 + 13i$ [11.4.3, Ejemplo 5] 15. $\frac{5 + \sqrt{33}}{2}y - \frac{5 - \sqrt{33}}{2}$ [11.2.1, Ejemplo 1/11.3.1, Ejemplo 1B]

16. $\frac{5}{2}y - \frac{1}{3}$ [11.1.1, Ejemplo 1] 17. $\frac{-3 + \sqrt{37}}{2}y - \frac{-3 - \sqrt{37}}{2}$ [11.2.1, Ejemplo 1/11.3.1, Ejemplo 1A]

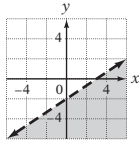
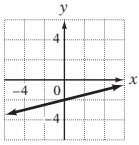
18. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ [11.4.4, Ejemplo 8] 19. $4 + iy - 4 - i$ [11.4.5, Ejemplo 11] 20. $\frac{4}{7}$ [11.5.1, Ejemplo 2A]



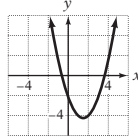
21. $3 + i$ [11.4.4, Ejemplo 9] 22. El largo es 8 pies. El ancho es 5 pies. [11.6.1, Problema 1] 23. La velocidad de la lancha en aguas en calma es 11 mph. [11.6.1, en el texto de problemas de aplicación, pp. 543–544] 24. El número entero impar medio es 5 o -5. [11.6.1, Problema 1] 25. La velocidad de las últimas 8 mi fue 4 mph. [11.6.1, Ejemplo 1]

EJERCICIOS DE REPASO ACUMULATIVOS

1. $-28x + 27$ [2.2.5] 2. $\frac{3}{2}$ [3.1.3] 3. 3 [3.3.3] 4. $x > \frac{1}{9}$ [3.4.3] 5. (3, 0) y (0, -4) [5.2.3]
 6. $y = -\frac{4}{3}x - 2$ [5.4.1/5.4.2] 7. Dominio: $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$; rango: $\{-8, -1, 0, 1, 8\}$; Sí [5.5.1] 8. 37 [5.5.1]
 9. [5.2.2] 10. [5.6.1] 11. (2, 1) [6.2.1] 12. (2, -2) [6.3.1] 13. $-\frac{4a}{3b^2}$ [7.4.1]



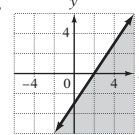
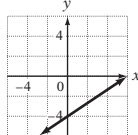
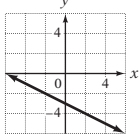
14. $x + 2 - \frac{4}{x-2}$ [7.5.2] 15. $(x-4)(4y-3)$ [8.1.2] 16. $x(3x-4)(x+2)$ [8.3.1/8.3.2]
 17. $\frac{9x^2(x-2)(x-4)}{(2x-3)^2(x+2)}$ [9.1.3] 18. $\frac{x+2}{2(x+1)}$ [9.3.2] 19. $\frac{x-4}{2x+5}$ [9.4.1] 20. $-3y^6$ [9.5.2]
 21. $a-2$ [10.3.1] 22. 5 [10.4.1] 23. $\frac{1}{2}y^3$ [11.1.1] 24. $2 + 2\sqrt{3}y^2 - 2\sqrt{3}$ [11.1.2]
 25. $\frac{2+\sqrt{19}}{3}y - \frac{2-\sqrt{19}}{3}$ [11.2.1/11.3.1] 26. [11.5.1] 27. El costo es \$72. [3.2.1]



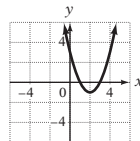
28. El costo es \$4.50 por libra. [4.5.1] 29. Para obtener un dividendo de \$752.50, se requieren de 250 acciones adicionales. [9.5.2] 30. La velocidad del avión con viento en calma es 200 mph. La velocidad del viento es 40 mph. [6.4.1]
 31. El estudiante debe obtener una calificación de 77 o más. [4.7.1] 32. La longitud de la malla es 31.62 m. [10.4.2] 33. El largod es 78 pies. El ancho es 27 pies [11.6.1]

Respuestas del examen final

1. -3 [1.1.2] 2. -6 [1.2.2] 3. 12.5% [1.3.4] 4. -256 [1.4.1] 5. -11 [1.4.2] 6. $-\frac{15}{2}$ [2.1.1]
 7. $9x + 6y$ [2.2.2] 8. $6z$ [2.2.3] 9. $16x - 52$ [2.2.5] 10. -50 [3.1.3] 11. -3 [3.3.3] 12. 15.2 [3.2.1]
 13. $x \leq -3$ [3.4.3] 14. $y \geq \frac{5}{2}$ [3.4.3] 15. $\frac{2}{3}$ [5.3.1] 16. $y = -\frac{2}{3}x - 2$ [5.4.1/5.4.2]
 17. [5.3.2] 18. [5.5.2] 19. $\{-1, 2, 5, 8, 11\}$ [5.5.1] 20. [5.6.1]



21. (6, 17) [6.2.1] 22. (2, -1) [6.3.1] 23. $-3x^2 - 3x + 8$ [7.1.2] 24. $81x^4y^{12}$ [7.2.2]
 25. $6x^3 + 7x^2 - 7x - 6$ [7.3.2] 26. $-\frac{x^8y}{2}$ [7.4.1] 27. $\frac{16y^7}{x^8}$ [7.4.1] 28. $3x^2 - 4x - \frac{5}{x}$ [7.5.1]
 29. $5x - 12 + \frac{23}{x+2}$ [7.5.2] 30. $3.9 \cdot 10^{-8}$ [7.4.2] 31. $2(4-x)(a+3)$ [8.1.2] 32. $(x-6)(x+1)$ [8.2.1]
 33. $(2x-3)(x+1)$ [8.3.1/8.3.2] 34. $(3x+2)(2x-3)$ [8.3.1/8.3.2] 35. $4x(2x-1)(x-3)$ [8.3.1/8.3.2]
 36. $(5x+4)(5x-4)$ [8.4.1] 37. $3y(5+2x)(5-2x)$ [8.5.1] 38. $\frac{1}{2}y^3$ [8.6.1/11.1.1] 39. $\frac{2(x+1)}{x-1}$ [9.1.2]
 40. $\frac{-3x^2 + x - 25}{(2x-5)(x+3)}$ [9.3.2] 41. $x+1$ [9.4.1] 42. 2 [9.5.1] 43. $a=b$ [9.7.1] 44. $7x^3$ [10.1.2]
 45. $38\sqrt{3}a$ [10.2.1] 46. $\sqrt{15} + 2\sqrt{3}$ [10.3.2] 47. 5 [10.4.1] 48. $3 + \sqrt{7}y^3 - \sqrt{7}$ [11.1.2]
 49. $\frac{1+\sqrt{5}}{4}y - \frac{1-\sqrt{5}}{4}$ [11.2.1/11.3.1] 50. [11.5.1] 51. $2x + 3(x-2); 5x - 6$ [2.3.2]



52. El valor original de la máquina fue \$3000. [3.2.1] **53.** La dosis correcta es 20 mg. [9.6.1] **54.** Las medidas de los ángulos son 60° , 50° y 70° . [4.2.3] **55.** La tasa de utilidad es 65%. [4.3.1] **56.** \$6000 adicionales deberán invertirse al 11%. [4.4.1] **57.** El costo es \$3 por libra. [4.5.1] **58.** El porcentaje de concentración es 36%. [4.5.2] **59.** El avión recorrió 215 km durante la primera hora. [4.6.1] **60.** La velocidad de la lancha en aguas en calma es 15 mph. La velocidad de la corriente es 5 mph. [6.4.1] **61.** El largo es 10 m. El ancho es 5 m. [8.6.2] **62.** Se requieren 16 oz de tinte. [9.5.3] **63.** Les tomaría 0.6 h preparar la cena. [9.8.1] **64.** La longitud del otro cateto es 11.5 cm. [10.4.2] **65.** La velocidad del viento es 25 mph. [11.6.1]

Glosario

abscisa El primer número de un par ordenado. Mide la distancia horizontal y también se le llama la primera coordenada. (Sección 5.1)

altura de un paralelogramo La distancia entre la base del paralelogramo y el lado paralelo opuesto. Es perpendicular a la base. (Secc. 1.5)

altura de un triángulo Un segmento de recta perpendicular desde la base del triángulo hasta el vértice opuesto. (Secc. 1.5)

ángulo Figura que se forma cuando dos rayos empiezan desde el mismo punto; se miden en grados. (Sec. 1.5)

ángulo agudo Un ángulo cuya medida está entre 0° y 90° . (Sec. 4.2)

ángulo exterior de un triángulo Un ángulo adyacente al ángulo interior del triángulo. (Secc. 4.2)

ángulo interior de un triángulo Un ángulo dentro de la región delimitada por un triángulo. (Secc. 4.2)

ángulo llano Un ángulo cuya medida es de 180° . (Sec. 1.5, 4.2)

ángulo obtuso El ángulo cuya medida está entre 90° y 180° . (Sec. 4.2)

ángulo recto Un ángulo cuya medida es de 90° . (Sec. 1.5, 4.2)

ángulos adyacentes Dos ángulos que comparten un lado común. (Sec. 4.2)

ángulos complementarios Dos ángulos cuya suma es 90° . (Sec. 1.5)

ángulos correspondientes Dos ángulos que están en el mismo lado de la transversal y ambos son ángulos agudos o ambos son ángulos obtusos. (Secc. 4.2)

ángulos exteriores alternos Dos ángulos adyacentes que están en lados opuestos de la transversal y fuera de las rectas paralelas. (Sec. 4.2)

ángulos interiores alternos Dos ángulos adyacentes que están en lados opuestos de la transversal y entre las rectas paralelas. (Sec. 4.2)

ángulos suplementarios Dos ángulos cuya suma es 180° . (Sec. 1.5)

ángulos verticales Dos ángulos que se encuentran en lados opuestos de la intersección de dos rectas. (Sec. 4.2)

área La medida de la superficie de una región. (Sec. 1.5)

aumento La diferencia entre el precio de venta y el costo. (Sec. 4.3)

base En notación exponencial, la base es el factor que es multiplicado el número de veces indicado por el exponente. (Sec. 1.4)

base de un paralelogramo Uno de los lados paralelos del paralelogramo. (Sec. 1.5)

base de un triángulo El lado de un triángulo en el que el triángulo descansa. (Sec. 1.5)

binomio Un polinomio con dos términos. (Sec. 7.1)

binomio al cuadrado Una expresión de la forma $(a^2 + b^2)$ (SEC. 7.3)

catetos En un triángulo rectángulo, los lados opuestos a los ángulos agudos, o los dos lados más cortos del triángulo. (Secc. 10.4)

centro de un círculo El punto desde el cual todos los puntos de la circunferencia son equidistantes. (Sec. 1.5)

círculo Figura plana en la que todos los puntos están a la misma distancia de su centro. (Sec. 1.5)

circunferencia La medida alrededor de un círculo. (Sec. 1.5)

coeficiente La parte que corresponde al número en términos algebraicos. (Sec. 2.1)

coeficiente numérico La parte numérica de un término algebraico. Cuando el coeficiente numérico es 1 o -1 , el 1 no suele escribirse. (Sec. 2.1)

complejos conjugados Los números complejos en la forma $a + bi$ y $a - bi$. (Sec. 11.4)

completar el cuadrado Añadir al binomio el término constante que hace que sea un trinomio cuadrado perfecto. (Sec. 11.2)

conjugados Binomios que sólo difieren en el signo de un término. Las expresiones $a + bi$ y $a - bi$ son binomios conjugados. (Sec. 10.3)

conjunto Una colección de objetos. (Sec. 1.1)

conjunto solución de una desigualdad Un conjunto de números que, cuando se sustituyen por la variable, resulta una desigualdad cierta. (Sec. 3.4)

constante de variación k en la ecuación de variación. (Secc. 9.6)

coordenada x La abscisa en un sistema de coordenadas xy . (Sec. 5.1)

coordenada y La ordenada en un sistema de coordenadas xy . (Sec. 5.1)

coordenadas de un punto Los pares ordenados que se asocian con un punto. (Secc. 5.1)

costo El precio que una empresa paga por un producto. (Secc. 4.3)

cuadrado Un rectángulo que tiene cuatro lados iguales. (Sec. 1.5)

cuadrado perfecto El cuadrado de un número entero. (Sec. 10.1)

cuadrante Una de las cuatro regiones en las que los ejes de un sistema de coordenadas rectangulares dividen el plano. (Sec. 5.1)

cubo perfecto El cubo de un número entero. (Sec. 8.4)

decimal exacto o finito Un decimal que se obtiene cuando al dividir el numerador de su contraparte fraccional entre el denominador resulta con residuo cero. (Sec. 1.3)

decimal periódico Un decimal que resulta de dividir el numerador de una fracción entre el denominador, en el que un número o una secuencia de dígitos en los decimales se repite infinitamente. (Sec. 1.3)

descuento El monto por el cual un comerciante reduce el precio regular de un producto para una venta promocional. (Secc. 4.3)

desigualdad Una expresión que contiene el símbolo $>$, $<$, \geq (es mayor que o igual a), o \leq (es menor que o igual a). (Secc. 3.4)

despeje de los denominadores Eliminación de los denominadores de una ecuación que contiene fracciones, al multiplicar ambos lados de la ecuación por el mínimo común múltiplo mcm de los denominadores. (Sec. 3.3, 9.5)

diagrama de dispersión Una gráfica de datos recolectados como puntos en un sistema de coordenadas. (Sec. 5.1)

diámetro de un círculo Un segmento de recta que toca ambos extremos del círculo y pasa a través del centro de éste. (Sec. 1.5)

diferencia de cuadrados Un polinomio de la forma $a^2 - b^2$. (Sec. 8.4)

dominio El conjunto de las primeras coordenadas de los pares ordenados en una relación. (Secc. 5.5)

ecuación Una declaración de igualdad entre dos expresiones matemáticas. (Secc. 3.1)

ecuación cuadrática Una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$; también llamada ecuación de segundo grado. (Sec. 8.6, 11.1)

ecuación de segundo grado Una ecuación en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, también llamada ecuación cuadrática. (Sec. 11.1)

ecuación de segundo grado con dos variables Una ecuación de forma $y = ax^2 + bx + c$, donde a es diferente de cero. (Sec. 11.5)

ecuación de variación directa Una ecuación de la forma $y = kx$, donde k es una constante llamada constante de variación. (Sec. 9.6)

ecuación de variación inversa Una ecuación en la forma $y = k/x$, donde k es una constante. (Secc. 9.6)

ecuación literal Una ecuación que contiene más de una variable. (Secc. 9.7)

ecuación radical Una ecuación que contiene una expresión algebraica dentro de un radicando. (Sec. 10.4)

ecuaciones lineales con dos variables Una ecuación de la forma $y = mx + b$, donde m es el coeficiente de x y b es la constante, también llamada una función lineal. (Secc. 5.2)

eje de simetría de una parábola El eje de simetría que pasa a través del vértice de la parábola y es paralelo al eje y de una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$. (Sec. 11.5)

eje x El eje horizontal en un sistema de coordenadas xy . (Sec. 5.1)

eje y El eje vertical en un sistema de coordenadas xy . (Sec. 5.1)

ejes Las dos rectas numéricas que forman un sistema de coordenadas rectangulares; también se llama ejes de coordenadas. (Sec. 5.1)

ejes de coordenadas Las dos rectas numéricas que forman un sistema de coordenadas rectangulares; también se llaman simplemente ejes. (Secc. 5.1)

elemento de un conjunto Uno de los objetos en un conjunto. (Secc. 1.1)

evaluación de una expresión algebraica Sustituir cada variable con su valor y luego simplificar la expresión numérica resultante. (Secc. 2.1)

evaluación de una función Sustituir algún valor de x en $f(x)$ y luego simplificar la expresión numérica que resulte. (Sección 5.5)

expresión algebraica Una expresión que contiene una o más variables. (Sec. 2.1)

expresión racional Una fracción en la que el numerador y el denominador son polinomios. (Sec. 9.1)

exponente En notación exponencial, el número al que se eleva la base, el cual indica cuántas veces se presenta la base en la multiplicación. (Secc. 1.4)

factor En la multiplicación, son los números que se multiplican. (Secc. 1.2)

factor binomia Un factor que tiene dos términos. (Sec. 8.1)

factorización completa Escribir un polinomio como un producto de factores irreducibles sobre los números enteros. (Secc. 8.2)

factorización de un trinomio de la forma

$ax^2 + bx + c$ Expresar el trinomio como el producto de dos binomios. (Secc. 8.3)

factorización por agrupamiento de términos Agrupar y factorizar los términos de un polinomio, de manera que se encuentra un binomio como factor común. (Secc. 8.1)

factorizar un polinomio Escribir el polinomio como el producto de otros polinomios. (Secc. 8.1)

figura plana Figuras que encuentran en su totalidad sobre un plano. (Sec. 1.5)

forma exponencial La expresión 2^5 está en forma exponencial. Comparar la forma factorizada. (Secc. 1.4)

forma factorizada La expresión $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ está en forma factorizada. Comparar la forma exponencial. (Secc. 1.4)

forma general de una ecuación de segundo grado Una ecuación de segundo grado escrita con el polinomio en orden descendente e igual a cero. $ax^2 + bx + c = 0$ está en forma general. (Sec. 8.6, 11.1)

forma pendiente ordenada al origen La forma de la pendiente ordenada al origen de una ecuación de una recta es $y = mx + b$. (Sec. 5.3)

fórmula Una ecuación literal que establece las reglas sobre las medidas. (Secc. 9.7)

fórmula de punto pendiente Si (x_1, y_1) es un punto en una recta con pendiente m , entonces $y - y_1 = m(x - x_1)$. (Sec. 5.4)

fracción compleja Una fracción cuyo numerador o denominador contiene una o más fracciones. (Sec. 9.4)

fracción en su forma más simple Una fracción en la que el numerador y el denominador no tienen factores comunes distintos de 1. (Sec. 1.3, 9.1, 10.1)

función Una relación en la que no hay dos pares ordenados que tengan la misma primera coordenada y diferentes segundas coordenadas. (Secc. 5.5)

función cuadrática Una función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a es diferente de cero. (Sec. 11.5)

función lineal Una ecuación de la forma $f(x) = mx + b$ o $y = mx + b$, donde m es el coeficiente de x y b es una constante; también llamada ecuación lineal con dos variables. (Secc. 5.5)

geometría analítica Geometría en la que se utiliza un sistema de coordenadas para estudiar las relaciones entre las variables. (Sec. 5.1)

grado Unidad utilizada para medir ángulos. (Secc. 1.5, 4.2)

grado de un polinomio con una variable En un polinomio, el exponente más grande que aparece en la variable. (Secc. 7.1)

gráfica de un número entero Un punto encima de ese número en la recta numérica. (Secc. 1.1)

gráfica de un par ordenado El punto trazado en las coordenadas del punto en el plano. (Secc. 5.1)

gráfica de una ecuación con dos variables Una gráfica de los pares ordenados que corresponden a las soluciones de la ecuación. (Secc. 5.2)

gráfica de una función Una gráfica de los pares ordenados (x, y) de la función. (Secc. 5.5)

gráfica de una relación La gráfica de los pares ordenados que pertenecen a la relación. (Secc. 5.5)

gráfica de $x = a$ Una recta vertical que pasa por el punto cuyas coordenadas son $(a, 0)$. (Secc. 5.2)

gráfica de $y = b$ Una recta horizontal que pasa por el punto cuyas coordenadas son $(0, b)$. (Secc. 5.2)

graficar un punto en el plano Colocar un punto en la ubicación dado por el par ordenado; dibujar un punto en el plano. (Secc. 5.1)

hipotenusa En el triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo de 90° . (Secc. 10.4)

intersección x El punto en el que una gráfica cruza el eje x . (Sec. 5.2)

intersección y El punto en el que una gráfica cruza el eje y . (Sec. 5.2)

inverso aditivo Los números que están a una misma distancia de cero en la recta numérica, pero en lados opuestos; también llamados opuestos. (Sec. 1.1)

inverso multiplicativo de un número El recíproco del número. (Sec. 2.2)

jerarquía u orden de las operaciones Conjunto de reglas que nos dicen en qué orden se deben realizar las operaciones que se indican en una expresión numérica. (Sec. 1.4)

rectas de intersección Rectas que se cruzan en un punto del plano. (Secc. 1.5)

rectas paralelas Rectas que nunca se intersecan; la distancia entre ellas es siempre la misma. (Sec. 1.5, 4.2, 5.3)

rectas perpendiculares Intersección de dos rectas que forman ángulos rectos. (Sec. 1.5, 4.2, 5.3)

máximo común divisor de dos monomios El producto del mcd de los coeficientes de los monomios y los factores de las variables comunes. (Secc. 8.1)

máximo común divisor de dos números El número entero más grande que es un factor de los dos números. (Secc. 8.1)

mayor que Un número a es mayor que otro número b , escrito $a > b$, si a está a la derecha de b en la recta numérica. (Secc. 1.1)

mayor o igual que El símbolo, \geq significa “es mayor o igual que”. (Secc. 1.1)

media aritmética de los valores Media que se encuentra al calcular la suma de todos los valores divididos entre el número de valores. (Sec. 1.2)

menor o igual que El símbolo \leq “es menor o igual que”. (Secc. 1.1)

menor que Un número a es menor que otro número b , escrito $a < b$, si a está a la izquierda de b en la recta numérica. (Secc. 1.1)

método de lista Método para describir un conjunto al encerrar la lista de todos los elementos entre llaves. (Sec. 1.1)

método de suma Método algebraico para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales. (Sec. 6.3)

método de sustitución Método algebraico para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones. (Sec. 6.2)

método PEIU Método para encontrar el producto de dos binomios en el que se encuentran la suma de los productos de los primeros términos, de los términos exteriores, de los términos interiores, y de los últimos términos. (Secc. 7.3)

mínimo común denominador El número más pequeño que es múltiplo de cada denominador en cuestión. (Secc. 9.2)

mínimo común múltiplo El número menor que es múltiplo de cada denominador del que se trate. (Sec. 1.3)

mínimo común múltiplo de dos números El número más pequeño que contiene la descomposición en factores primos de cada número. (Sec. 1.3, 9.2)

mínimo común múltiplo de dos polinomios El polinomio de menor grado que contiene los factores de cada polinomio. (Secc. 9.2)

monomio Un número, una variable o un producto de números y variables; un polinomio de un término. (Secc. 7.1)

monomio como factor común Un monomio que es factor de cada término de un polinomio. (Sec. 8.1)

movimiento uniforme El movimiento de un objeto cuya velocidad y dirección no cambian. (Sec. 3.1, 4.6)

notación científica Notación en que se expresa un número como el producto de dos factores, un número entre 1 y 10 y el otro como una potencia de 10. (Sec. 7.4)

notación de función Notación utilizada para escribir aquellas ecuaciones que definen funciones. (Secc. 5.5)

notación decimal Un número que se representa con números enteros, un punto decimal y una parte decimal. (Secc. 1.3)

número complejo Un número de la forma $a + bi$, donde a y b son números reales e $i = \sqrt{-1}$. (Sec. 11.4)

número entero impar Un número entero que no es divisible entre 2. (Sec. 4.1)

número entero par Un número entero que es divisible entre 2. (Secc. 4.1)

número imaginario Un número de forma ai , donde a es un número real e $i = \sqrt{-1}$. (Sec. 11.4)

número irracional Un número que no puede escribirse en la forma a/b , donde a y b son números enteros y b es diferente de cero. (Sec. 1.3, 10.1)

número racional Un número que puede escribirse en la forma a/b , donde a y b son números enteros y b es diferente de cero. (Sec. 1.3)

números enteros Los números..., -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 ,... (Sec. 1.1)

números enteros consecutivos Números enteros que siguen uno de otro en orden. (Secc. 4.1)

números enteros impares consecutivos Números enteros impares que se siguen en orden uno al otro. (Secc. 4.1)

números enteros negativos Los números..., -4 , -3 , -2 , -1 . (Sec. 1.1)

números enteros pares consecutivos Números enteros pares que siguen en orden uno al otro. (Secc. 4.1)

números enteros positivos Los números enteros 1 , 2 , 3 , 4 ,... (Sec. 1.1)

números naturales Los números naturales son 0 , 1 , 2 , 3 ,... (Sec. 1.1)

números opuestos Los números que están a la misma distancia de cero en la recta numérica, pero en lados opuestos; también se les llama inversos aditivos. (Sec. 1.1)

números reales Los números racionales y los números irracionales. (Sec. 1.3)

objetos semejantes Objetos que tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. (Sec. 9.5)

opuesto de un polinomio El polinomio creado cuando el signo de cada término del polinomio original se cambia (Sec. 7.1)

orden descendente Términos de un polinomio en una variable dispuestos de manera que los exponentes de la variable disminuyen de izquierda a derecha. El polinomio $9x^5 - 2x^4 + 7x^3 + x^2 - 8x + 1$ está en orden descendente. (secc. 7.1)

Ordenada El segundo número en un par ordenado. Mide las distancias verticales y también se llama segunda coordenada. (Sec. 5.1)

origen El punto de intersección de los dos ejes coordenados que forman un sistema de coordenadas rectangulares. (Sec. 5.1)

par ordenado Una pareja de números, como (a, b) , que pueden utilizarse para identificar un punto en el plano determinado por los ejes de un sistema de coordenadas rectangulares. (Sec. 5.1)

parábola Nombre dado a la gráfica de una ecuación de segundo grado con dos variables. (Sec. 11.5)

paralelogramo Una figura plana de cuatro lados con lados opuestos paralelos. (Sec. 1.5)

parte imaginaria de un número complejo Para el número complejo $a + bi$, b es la parte imaginaria. (Secc. 11.4)

parte real de un número complejo En un número complejo $a + bi$, a es la parte real. (Sec. 11.4)

parte variable En un término algebraico, la variable o variables y sus exponentes. (Sec. 2.1)

pendiente La medida de la inclinación de una recta. El símbolo de la pendiente es m . (Sec. 5.3)

pendiente cero Una propiedad de una recta horizontal. (Sec. 5.3)

pendiente indefinida Una propiedad de una recta vertical. (Sec. 5.3)

pendiente negativa Característica de una recta que se inclina hacia abajo a la derecha. (Sec. 5.3)

pendiente positiva La propiedad de una recta que se inclina hacia arriba a la derecha. (Sec. 5.3)

perímetro La distancia alrededor de una figura geométrica plana (Sec. 1.5, 4.2)

plano Superficie plana determinada por la intersección de dos rectas. (Sec. 1.5, 5.1)

polinomio Una expresión algebraica en la que los términos son monomios. (Sec. 7.1)

polinomio irreducible sobre los números enteros La descripción de un polinomio que no se puede factorizar cuando sólo se utilizan números enteros. (Sec. 8.2)

porcentaje Partes de 100. (Sec. 1.3)

precio de venta El precio en el cual una empresa vende un producto a un cliente. (Sec. 4.3)

producto En la multiplicación, el resultado de multiplicar dos números. (Sec. 1.2)

promedio de un conjunto de números La suma de los números dividido entre la cantidad de números en el conjunto. (Sec. 1.2)

proporción Una ecuación que establece la igualdad de tasas. (Sec. 9.5)

proporción de trabajo La parte de una tarea que se completa en una unidad de tiempo. (Sec. 9.8)

racionalizar el denominador Eliminar un radical del denominador de una fracción. (Sec. 10.3)

radicando En una expresión radical, la expresión bajo el signo radical. (Sec. 10.1)

radio de un círculo Un segmento de recta desde el centro de un círculo hacia un punto en el círculo. (Sec. 1.5)

raíz cuadrada La raíz cuadrada de un número x positivo es un número a para el que $a^2 = x$. (Sec. 10.1)

raíz cuadrada principal La raíz cuadrada positiva de un número. (Sec. 10.1)

raíz doble Cuando en una ecuación de segundo grado las dos raíces son iguales. (Secc. 11.1)

rango El conjunto de segundas coordenadas de los pares ordenados en una relación. (Sec. 5.5)

rayo Una figura que comienza en un punto y se extiende indefinidamente en una dirección (Sec. 1.5)

razón El cociente de dos cantidades que tienen una misma unidad. (Sec. 9.5)

recíproco de una expresión racional La expresión racional que resulta cuando el numerador y el denominador de una expresión racional se intercambian. (Sec. 9.1)

recíproco de una fracción La fracción que resulta cuando el numerador y el denominador de una fracción se intercambian. (Sec. 1.3, 2.2)

recta Una recta se extiende indefinidamente en dos direcciones en un plano; no tiene ancho. (Secc. 1.5)

rectángulo Un paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos, y lados opuestos iguales (Sec. 1.5)

reducir términos semejantes Utilizar la propiedad distributiva para sumar los coeficientes de términos semejantes; sumar términos semejantes de una expresión algebraica. (Sec. 2.2)

relación Cualquier conjunto de pares ordenados. (Sec. 5.5)

resolver una ecuación Encontrar las soluciones de la ecuación. (Sec. 3.1)

resta El proceso de encontrar la diferencia entre dos números. (Sec. 1.2)

segmento de recta Parte de una recta; ésta tiene dos puntos finales. (Secc. 1.5)

semiplano El conjunto solución de una desigualdad con dos variables. (Secc. 5.6)

símbolos de agrupación Los paréntesis (), corchetes [], llaves { }, el símbolo de valor absoluto y la barra de fracción. (Secc. 1.4)

símbolo del radical El símbolo $\sqrt{\quad}$, el cual se utiliza para indicar la raíz cuadrada positiva de un número, o raíz principal. (Sec. 10.1)

sistema de coordenadas rectangulares El sistema formado por dos rectas numéricas, una horizontal y otra vertical, que se intersectan en el punto cero de cada recta. (Sec. 5.1)

sistema de ecuaciones Las ecuaciones que se consideran al mismo tiempo. (Sec. 6.1)

sistema de ecuaciones dependientes Un sistema de ecuaciones que tiene un número infinito de soluciones. (Secc. 6.1)

sistema de ecuaciones inconsistente Un sistema de ecuaciones que no tiene solución. (Secc. 6.1)

sistema de ecuaciones independientes Un sistema de ecuaciones que tiene una solución. (Secc. 6.1)

sólidos Objetos en el espacio. (Sec. 1.5)

solución de una ecuación Un número que, cuando se sustituye por la variable, produce como resultado una ecuación verdadera. (Sec. 3.1)

solución de un sistema de ecuaciones con dos variables Un par ordenado que es la solución de cada ecuación del sistema. (Sec. 6.1)

solución de una ecuación lineal con dos variables Un par ordenado cuyas coordenadas hacen que la ecuación sea verdadera. (Sec. 5.2)

suma En la adición, el total de dos o más números. (Sec. 1.2)

suma y diferencia de dos términos Una expresión en la forma de $(a + b)(a - b)$. (Sec. 7.3)

sumando En la suma, cada uno de los números que la componen (Sec. 1.2)

tasa El cociente de dos cantidades que tienen unidades diferentes. (Sec. 9.5)

tasa de aumento El porcentaje del costo que un minorista aplica para obtener el precio de venta. (Sec. 4.3)

tasa de cambio promedio La tasa de cambio promedio de y respecto a x es el cambio en y dividido entre el cambio en x . (Sec. 5.1)

tasa de descuento El porcentaje del precio regular que representa el descuento. (Secc. 4.3)

Teorema de Pitágoras Si a y b son las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo y c es la longitud de la hipotenusa, entonces $c^2 = a^2 + b^2$. (Sec. 10.4)

término algebraico Un término formado por un coeficiente numérico y una parte variable. (Sec. 2.1)

término constante Un término que no contiene ninguna parte variable; también llamado constante (Secc. 2.1)

términos de una expresión algebraica Los sumandos de la expresión. (Sec. 2.1)

términos semejantes Términos de una expresión algebraica que tienen la misma parte variable. (Secc. 2.2)

transversal Una recta que interseca a otras dos rectas en dos puntos diferentes. (Sec. 4.2)

triángulo Una figura cerrada formada por tres lados. (Sec. 1.5, 4.2)

triángulo equilátero Un triángulo en el que los tres lados son de igual longitud. (Sec. 1.5, 4.2)

triángulo isósceles Un triángulo que tiene dos ángulos iguales y dos lados iguales. (Sec. 1.5, 4.2)

triángulo rectángulo Un triángulo que contiene un ángulo de 90° . (Sec. 10.4)

triángulos semejantes Triángulos que tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. (Sec. 9.5)

trinomio Un polinomio con tres términos. (Sec. 7.1)

trinomio cuadrado perfecto Un trinomio que es un producto de un binomio por sí mismo. (Sec. 8.4)

unidad imaginaria El número cuyo cuadrado es -1 , designado por la letra i . (Secc. 11.4)

valor absoluto de un número La distancia entre un número y cero en la recta numérica. (Sec. 1.1)

valor de una función El resultado de evaluar una expresión algebraica, representada por el símbolo $f(x)$. (Sec. 5.5)

variable Una letra del alfabeto utilizada para representar el número que se desconoce o que puede cambiar. (Sec. 1.1, 2.1)

variable dependiente En una función, la variable cuyo valor depende del valor de otra conocida como la variable independiente (Secc. 5.5)

variable independiente En una función, la variable que varía de manera independiente y cuyo valor determina el valor de la variable dependiente. (Secc. 5.5)

vértice de un ángulo Punto en el que los dos rayos que forman el ángulo se encuentran. (Sec. 1.5)

vértice de una parábola El punto más bajo de la gráfica de una parábola si la parábola abre hacia arriba. El punto más alto de la gráfica de una parábola si la parábola abre hacia abajo. (Sec. 11.5)

Índice analítico

- π (pi)
 circunferencia del círculo y, 42
 como número irracional, 22
- Abscisa, 202
- Altura, 43
 del paralelogramo, 43
 del triángulo, 43
- Altura, del rectángulo, 150
- Ángulo rectángulo, 40, 152
- Ángulo(s), 40
 adyacentes, 153
 agudos, 152, 153
 complementario, 40, 153
 correspondientes, 154
 de rectas que se intersectan, 152-156
 de triángulos, 155, 156
 exteriores alternos, 154
 exteriores, de un triángulo, 155
 interiores alternos, 154
 interiores, de un triángulo, 155
 medidas de, 40, 41, 152, 153-156
 nombres de, 40
 obtusos, 152, 153
 rectángulo, 40, 152
 vertical, 153
 vértice de, 40
- Ángulos adyacentes, 153
- Ángulos agudos, 152, 153
- Ángulos complementarios, 40
- Ángulos correspondientes, 154
- Ángulos exteriores
 alternos, 154
 de triángulos, 155
- Ángulos interiores
 alternos, 154
 de triángulos, 155
- Ángulos obtusos, 152, 153
- Ángulos suplementarios, 40, 153
- Ángulos verticales, 153
- Aproximadamente igual a (\approx), 22
- Área, 34, 43, 45
- Barra de fracción
 como división, 21
 el orden de las operaciones, 35, 36
- Base
 del paralelogramo, 43
 del triángulo, 43
- en la ecuación del porcentaje, 98
 en la expresión exponencial, 33
- Binomio(s), 308. *Véase también* Multiplicación de polinomios de, 318-321
 cuadrado de, 319-321, 507, 511-515
- Brahmagupta, 21
- Calculadora graficadora. *Véase* Calculadoras y funciones de graficación
- Calculadoras y funciones de graficación
 aproximación de raíces cuadradas, 466
 comprobación de las soluciones de las ecuaciones, 114, 504, 506
 el orden de las operaciones, 39
 evaluación de expresiones algebraicas, 60
 gráfica de una ecuación de segundo grado, 537
 gráfica de una ecuación lineal, 217-219, 228, 235, 253
 solución de un sistema de ecuaciones, 278
 ventana de visualización, 228
- Cantidad
 en la ecuación básica del porcentaje, 98
 en la mezcla de porcentajes, 101, 176, 177
 en los problemas de mezcla de ingredientes, 174-176
 en los problemas de mezcla de porcentajes, 101, 176, 177
- Cantidades inversamente proporcionales, 439
- Centro del círculo, 41
- Cero, 2
 como exponente, 329
 en el denominador de expresiones racionales, 396, 397, 424, 425
 en la división, 13
 propiedad de la multiplicación por, 64
 propiedad del neutro aditivo, 64, 67
 valor absoluto de, 4
- Círculo, 41, 42
 área del, 43
 circunferencia del, 41, 42
- Cociente, 75
 de polinomios, 340
 propiedad del cociente de las raíces cuadradas, 480
- Coefficiente, numérico, 58
- Como máximo, 188
- Como mínimo, 188
- Completar el cuadrado, 511-515, 517, 518
- Común denominador, 24, 25, 406, 407,
 Véase también Mínimo común denominador (mcd)
- Concentración, porcentaje de, 101, 176-178
- Conjugados, 479
 complejos, 526-528
 del denominador, 481, 482
 producto de, 479, 480
- Conjunto solución de la desigualdad
 con dos variables, 260-262
 con una variable, 123
- Conjuntos, 2
 de pares ordenados, 249-251
- Constante, 58
- Constante de variación, 438, 440
- Convertir
 expresiones en ecuaciones, 142-144
 expresiones verbales en expresiones algebraicas, 74-78
 problemas de aplicación en expresiones algebraicas, 77, 78
- Coordenada x, 202
- Coordenadas, 202, 203
- Coordenadas del punto, 202
- Corchetes
 el orden de las operaciones, 35, 36
 en la recta numérica, 123
 propiedad distributiva y, 69
- Corrida, 229
- Costo, 163
 unitario, 174-176
- Cuadrado perfecto, 466-470
- Cuadrado(s)
 área del, 43
 como figura plana, 41
 completar, 511-515, 517, 518
 de ambos lados de una ecuación, 486-488
 de un binomio, 319-321, 507, 511-515
 de un número, 34
 de un número complejo, 526
 de una raíz cuadrada, 478
 de una variable, 75
 diferencia de, 372, 373, 479, 480
 perfecto, 466-470
 perímetro de, 41, 151
- Cuadrantes, 202

- Cubo
de un número, 34
de una variable, 75
perfecto, 377
- Decimal finito, 21
- Decimal periódico, 22
- Decimales
conversión a/de fracciones o porcentajes, 26-28
conversión a/de notación científica, 332, 333
división de, 24
finitos, 21
finitos o periódicos, 22, 466
multiplicación de, 23, 24
repetición, 22
representación de los números irracionales, 22, 466
representación de números racionales, 21, 22
resta de, 26
suma de, 26
- Denominador(es)
común, 24, 406
división entre cero y, 13, 396, 397, 424, 425
eliminación del, 111, 423-425
mínimo común (mcd), 406, 407, 411-413, 419, 423-426
racionalización, 480-482
- Descartes, René, 34, 523
- Descuento, 164-166
- Desigualdades, 123
aplicaciones, 188, 189
con dos variables, 260-262
conjunto solución de las, 123, 260-262
frases verbales para, 188
gráficas de, 123, 260-262
paréntesis en las, 128
propiedad de multiplicación de las, 125-128
propiedad de suma de las, 123-125, 127, 128
símbolos para las, 3, 123
- Desigualdades lineales, 260-262
- Diagramas de dispersión, 203-205
- Diámetro del círculo, 41, 42
- Diferencia, 75
de dos cuadrados, 372, 373, 479, 480
- Diofanto, 314
- Disminución por, 75
- Distancia
en el movimiento uniforme, 102, 103, 183-185, 450-452, 543, 544
unidades de, 425
valor absoluto como, 4
y viento o corriente, 103, 293-295, 450, 451, 543, 544
- Dividendos, en la división de polinomios, 340
- División
barra de fracción y, 21
de decimales, 24
de expresiones con exponentes, 328-332
de expresiones racionales, 399-401
de expresiones radicales, 480-482
de fracciones, 23
de monomios, 328-332
de números complejos, 527, 528
de números enteros, 12, 13
de números racionales, 22-24
de polinomios, 339-341
el cero en, 13
el orden de las operaciones, 35, 36
el uno en la, 13
en notación científica, 333
frases verbales para, 75
reglas de los signos, 13
- Divisor, de un polinomio, 340
- Doble, 75
- Dominio, 250, 251
en las aplicaciones, 254
- Ecuación básica del porcentaje, 97-100
- Ecuación de segundo grado, 504. *Véase también* Ecuaciones cuadráticas
- Ecuación lineal con dos variables, 214.
Véase también Sistemas de ecuaciones lineales
de la forma $Ax + By = C$, 218, 222
de la forma $y = mx + b$, 214, 229, 234-236, 242, 243, 252
encontrarla a partir de dos puntos, 244, 245
encontrarla a partir de la pendiente y un punto, 242-244
gráfica, 216-222, 228, 234-236
solución de, 214, 215
- Ecuación(es), 90. *Véase también* Fórmulas
comprobación de la solución de, 90, 114, 486
conversión de expresiones en, 142-144
cuadrática. *Véase* Ecuaciones cuadráticas
de forma $x + a = b$, 91, 92
de la forma $ax + b = c$, 109-112
de la forma $ax + b = cx + d$, 112, 113
de la forma $Ax + By = C$, 218-222
de la forma $ax = b$, 92-94
de la forma $x = a$, 222, 245
de la forma $y = b$, 222, 245
de la forma $y = mx + b$, 214, 229, 234-236, 242, 243, 252
de segundo grado, 504
básica del porcentaje, 97-100
de mezcla de ingredientes, 174
de movimiento uniforme, 102
de porcentajes de mezcla, 101, 176
del interés simple, 100
elevar al cuadrado ambos lados de la, 486-488
expresiones racionales en, 423-425
fracciones, 92, 93, 111, 112, 423-425
función definida por, 251, 252
gráficas de, 216
lineales. *Véase* Recta(s), Ecuación lineal con dos variables; Sistemas de ecuaciones lineales
literal, 445, 446
paréntesis en, 113, 114
propiedad de multiplicación de las, 92-94
propiedad de suma de las, 91, 92
proporciones, 425-430
radicales, 486-490
resolver, 91
sistemas de. *Véase* Sistemas de ecuaciones lineales
solución(es) de, 90
variación directa, 438, 439
variación inversa, 439-441
- Ecuaciones cuadráticas, 381, 504
aplicaciones de, 383, 384, 543-545
comprobación de soluciones, 504, 506, 528
con dos variables, 536-539
con soluciones de números complejos, 528-531
forma estándar de, 381, 504
gráfica, 536-539
solución con la fórmula cuadrática, 517-520, 529, 530
solución por completar cuadrados, 511-515
solución por factorización, 381-383, 504, 505
solución utilizando raíces, 505-508, 528, 529
- Ecuaciones literales, 445-446
- Ecuaciones radicales, 486-488
aplicaciones, 488-490
- Einstein, Albert, 90, 480
- Eje horizontal, 202
- Eje vertical, 202
- Eje x , 202
- Ejes coordenados, 202
- Ejes de simetría, de la parábola, 538
- Ejes, del sistema de coordenadas, 202
- Elemento de un conjunto, 2
- Elevar, 229
- Eliminación del denominador, 111, 423-425
- Engranes, 444
- “Es igual”, palabras o frases para, 142
- Espacio, 39
- Evaluación de expresiones algebraicas, 58-60
- Evaluación de expresiones con exponentes, 34, 35
- Evaluación de las funciones, 251
cuadráticas, 536
- Exponentes, 33. *Véase también* Potencias
cero como, 329
en la notación científica, 332, 333
negativos, 329, 330
números enteros, 328-332
reglas de los, 331
Exponentes negativos, 329-330

- Expresiones algebraicas, 58. *Véase también*
 Expresiones con exponentes,
 Expresiones racionales
 conversión de expresiones verbales en,
 74-78
 evaluación, 58-60
 polinomios como, 308
 radicales en, 468-470, 475, 478-480
 simplificación, 66-69, 77
 términos semejantes, 66
- Expresiones con exponentes, 33-35
 base de, 33
 división de, 328-332
 el orden de las operaciones, 35, 36
 evaluación, 34, 35
 forma más simple de, 331
 multiplicación de, 313
 simplificación, 314, 331, 332, 397
- Expresiones, convertidas en ecuaciones,
 142-144
- Expresiones racionales, 396
 cero en el denominador, 396, 397, 424,
 425
 división de, 399-401
 ecuaciones que contienen, 423-425
 en los problemas de movimiento
 uniforme, 450-452
 forma más simple de, 396
 mínimo común denominador, 406, 407,
 411-413
 multiplicación de, 398, 399
 recíproco de, 399, 400
 resta de, 410-414
 simplificación, 396-398
 suma de, 410-414
- Expresiones radicales
 división de, 480-482
 forma más simple de, 466, 481
 multiplicación de, 478-480
 numéricas, 466-468, 474, 481
 racionalización del denominador,
 480-482
 resta de, 474, 475
 simplificación, 466-470, 474, 475,
 478-482
 suma de, 474, 475
 variables, 468-470, 475, 478-480
- Expresiones. *Véase* Expresiones con
 exponentes, Expresiones radicales,
 Expresiones racionales; Expresiones
 algebraicas, Expresiones verbales
- Expresiones verbales
 conversión en ecuaciones, 142-144
 conversión en expresiones algebraicas,
 74-78
 para desigualdades, 188
 para "iguales", 142
 para la división, el 75
 para la multiplicación, 75
 para la resta, 75
 para la suma, 74
 para potencias, 75
- Factores comunes
 en el numerador y el denominador, 22,
 23, 396
 factorización de un polinomio, 350-353,
 359, 360, 366, 368, 369
 Factores de prueba, 363-366
 Factores del binomio, 350-353
 Factor(es). *Véase también* Factores comu-
 nes
 de un número, 466
 en la multiplicación, 11
 primos, 23, 405
 Factorización con números primos, 23, 405
 Factorización de polinomios, 350
 aplicaciones de, 383, 384
 completamente, 359, 378
 con factores de prueba, 363-366
 de la forma $ax^2 + bx + c$, 363-369
 de la forma $x^2 + bx + c$, 357-360
 diferencia de dos cuadrados, 372, 373
 estrategia para, 378
 factorización del factor común, 350-353,
 359, 360, 366
 para encontrar al mínimo común múlti-
 plo, 405, 406
 para simplificar expresiones racionales,
 397, 398
 por agrupamiento, 351-353, 367-369
 solución de ecuaciones por, 381-383,
 504, 505
 trinomio cuadrado perfecto, 374, 375
 Factorización especial, 372-375
 Factorización por agrupamiento, 351-353,
 367-369
 Factorización, primos, 23, 405
 Fibonacci, 2
 Figuras planas, 39
 áreas de, 43-45
 perímetros de, 41-43, 150-152
- Forma entera
 de un número complejo, 524
 de una ecuación de segundo grado, 381,
 504
- Forma exponencial, 33
 Forma factorizada, 33
 Forma más simple
 de expresiones radicales, 466, 481
 de una expresión con exponentes, 331
 de una expresión racional, 396
 de una fracción, 22, 23, 396
- Forma pendiente-ordenada al origen, 234-
 236, 242
- Forma punto-pendiente, 243-245
- Fórmula cuadrática, 518
 búsqueda de la intersección, 539
 solución de ecuaciones, 517-520, 529,
 530
- Fórmula de la pendiente, 229
- Fórmulas, 445
 aplicaciones de, 115, 116
 cuadrática, 517-520, 529, 530, 539
 pendiente, 229
 punto-pendiente, 243-245
- Fracciones, 21
 complejas, 418-420
 común denominador de, 24, 25, 406-407
 con polinomios. *Véase* Expresiones
 racionales
 conversión a/de decimales o porcentajes,
 26-28, 98
 división de, 23
 ecuaciones que contienen, 92, 93, 111,
 112, 423-425
 forma más simple de, 22, 23, 396
 impropias, 26
 multiplicación de, 22, 23
 recíproco de, 23, 399-400
 resta de, 24-26
 signo negativo en, 25
 suma de, 24-26
- Función cuadrática, 536-539
- Funciones, 250-252
 cuadráticas, 536-539
 evaluación de, 251
 lineales, 252-254
- Funciones lineales, 252
 aplicaciones de, 253, 254
 gráficas de, 252-254
- Geometría, 39
 ángulos, 40, 41, 152-156
 áreas, 34, 43-45
 conceptos básicos de, 39, 40
 perímetros, 41-43, 150-152
 volumen, 34
- Grado(s)
 de un ángulo, 40, 152
 de un polinomio, 308
- Gráfica
 de datos, 203-205
 de la desigualdad con dos variables,
 260-262
 de la desigualdad con una variable, 123
 de la ecuación con dos variables, 216
 de la ecuación cuadrática con dos varia-
 bles, 536-539
 de la ecuación lineal con dos variables,
 216-222, 228, 234-236
 de un número entero, 2
 de un par ordenado, 202, 203
 de un punto en el plano, 202
 de un sistema de ecuaciones, 276-280
 de una función, 252
 de una función lineal, 252-254
 de una recta horizontal, 222
 de una recta vertical, 222
 de una relación, 250
 diagrama de dispersión, 203-205
- Hipotenusa, 488-489
- i (unidad imaginaria), 523
- Identidad aditiva, 74
- Incrementado por, 74
- Índice de precios al consumidor (IPC), 12

- Interés simple, 100, 169-171
sobre la inversión en dos cuentas, 169-171
- Intersección con el eje x
de la función cuadrática, 537-539
de una recta, 221
- Intersecciones
de la función cuadrática, 537-539
de la recta, 221, 234-236, 242, 243
- Inverso
aditivo, 4, 65
multiplicativo, 65. *Véase también*
Recíproco
- Lados, del triángulo rectángulo, 488, 489
- Leonardo da Vinci, 150
- Línea recta. *Véase* Recta(s)
- Llaves, para el listado de un conjunto, 2
- Longitud, 34
del rectángulo, 150
unidades de, 425
- Margen de utilidad, 163, 164
- Más, 74
- Máximo, 188
- Máximo común divisor (mcd), 350-353, 359, 366, 368, 369
- Mayor o igual que, 3, 188
- Mayor que, 3, 188
como suma, 74
como desigualdad, 188
- mcd (máximo común divisor), 350-353, 359, 366, 368, 369
- Media, 14
- Media aritmética, 14
- Menor o igual que, 3, 188
- Menor que
como desigualdad, 3, 188
como resta, 75
- Menos, 75
- Método de lista, 2
- Método de suma y resta, para resolver sistemas de ecuaciones, 288-291
- Método de sustitución, para resolver sistemas de ecuaciones, 283-286
- Método PEIU
en la factorización de trinomios, 357, 364
para multiplicar binomios, 318-319
para multiplicar expresiones radicales, 479
para multiplicar números complejos, 525, 526
- Mezclas
de ingredientes, 174-176
de porcentajes, 101, 176-178
- Mínimo, 188
- Mínimo común denominador (mcd), 24, 406-407
en la simplificación de fracciones complejas, 419
en la solución de ecuaciones, 111, 112, 423-425
- en la solución de proporciones, 426
- en la suma de expresiones racionales, 411-413
- en la suma de fracciones, 24, 25
- Mínimo común múltiplo (mcm), 405
de los denominadores. *Véase* Mínimo común denominador (mcd)
- de polinomios, 405, 406
- en la solución de ecuaciones, 111, 112
- en la suma de fracciones, 24, 25
- Monomios, 308
división de, 328-332
división de polinomios entre, 339
factorización de polinomios, 350, 351, 359, 366
máximo común divisor de, 350
multiplicación de, 313
multiplicación de polinomios por, 317
potencias de, 314
- Movimiento
con viento o corriente, 103, 293-295, 450, 451, 543, 544
uniforme, 102, 103, 183-185, 450-452, 543, 544
velocidad promedio, 233
- Movimiento uniforme, 102, 103, 183-185
con el viento o la corriente, 103, 293-295, 450, 451, 543, 544
y ecuaciones de segundo grado, 543, 544
y expresiones racionales, 450-452
- Multiplicación, 11
de binomios, 318-321
de decimales, 23, 24
de expresiones con exponentes, 313
de expresiones racionales, 398, 399
de expresiones radicales, 478-480
de fracciones, 22, 23
de monomios, 313
de números complejos, 525-527
de números enteros, 11, 12
de números racionales, 22-24
de polinomios 317-321
del neutro de la, 64, 67, 68
el orden de las operaciones, 35, 36
en notación científica, 333
palabras o frases para la, 75
por cero, 64
propiedad asociativa de la, 64, 67, 68
propiedad conmutativa de la, 63, 67, 68
propiedad del inverso, 65, 67, 68
propiedad distributiva, 65
propiedades, 63-68
regla de los signos, 12
símbolos para, 11
- Newton, Isaac, 329
- No factorizable sobre los números enteros, 359, 373, 539
- Notación científica, 332, 333
- Notación de función, 252
- Notación decimal, 21, 22
- Número imaginario, 523
- Números complejos, 524
como soluciones de la ecuación cuadrática, 528-531
cuadrado de, 526
división de, 527, 528
forma estándar de, 524
multiplicación de, 525-527
parte imaginaria de, 524
parte real de, 524
resta de, 525
suma de, 525
- Números enteros, 2
como exponentes, 328-332
como números racionales, 21
consecutivos, 142, 143
división de, 12, 13
extraño, 142, 143
gráficas de, 2
máximo común divisor, 350
multiplicación, 11, 12
negativos, 2
pares, 142, 143
positivo, 2
problemas, 142, 143, 383
resta de, 10, 11
suma de, 8-10
- Números enteros consecutivos, 142, 143
- Números enteros impares, 142, 143
- Números enteros negativos, 2
- Números enteros pares, 142, 143
- Números enteros positivos, 2
- Números irracionales, 22, 466
- Números naturales, 2
- Números negativos
en la división, 12, 13
en la multiplicación, 12
en la resta, 10
en la suma, 9, 10
raíz cuadrada de, 523
valor absoluto de, 4
- Números racionales, 21. *Véase también*
Decimales, Fracciones
como fracciones, 21
como números reales, 22
división de, 22-24
en notación decimal, 21, 22
multiplicación de, 22-24
resta de, 24-26
suma de, 24-26
- Números reales, 22
propiedades, 63-66
- Números. *Véase también* Números enteros, Números racionales
enteros, 2
imaginarios, 523
irracionales, 22, 466
naturales, 2
opuestos, 4
racionales, 21
reales, 22
valor absoluto de, 4, 5

- Objetos similares, 428
- Opuesto
 - de un número, 4, 65
 - de un polinomio, 309
- Orden de las operaciones, 35, 36
- Orden descendiente, 308
- Ordenada, 202
- Origen, 202
- Par ordenado
 - como coordenadas, 202, 203
 - como solución de un sistema de ecuaciones, 276, 277
 - como solución de una ecuación, 214, 215
 - de una relación, 250
 - de una función, 250
 - gráfica de, 202, 203
- Parábola, 536-539
- Paralelogramo, 41
 - área del, 43
- Paréntesis
 - como símbolos multiplicación, 11
 - en la recta numérica, 123
 - en las desigualdades, 128
 - en las ecuaciones, 113, 114
 - y el orden de las operaciones, 35, 36
 - y la propiedad asociativa, 64
 - y la propiedad distributiva, 65, 68, 69
- Parte imaginaria de un número complejo, 524
- Parte real, de un número complejo, 524
- Parte variable, 58
- Pendiente, 228-234
 - aplicaciones, 233, 234
 - cero, 230
 - de rectas horizontales, 230
 - de rectas paralelas, 231, 232
 - de rectas perpendiculares, 232, 233
 - ecuación de la recta, 242-245
 - gráfica de la ecuación y, 234-236
 - negativa, 230
 - no definida, 231
 - positiva, 230
 - y rectas verticales, 231
- Pendiente cero, 230
- Pendiente negativa, 230
- Pendiente no definida, 231
- Pendiente positiva, 230
- Perímetro, 41-43, 150-152
- Plano, 39
 - coordenadas en el, 202
- Polinomios, 308
 - aplicaciones de, 321, 322, 383, 384
 - división de, 339-341
 - factorización de. *Véase* Factorización de polinomios
 - fracciones que contienen. *Véase* Expresiones racionales
 - grado de, 308
 - mínimo común múltiplo, 405, 406
 - multiplicación de, 317-321
 - no factorizables con números enteros, 359, 373, 539
 - opuesto de, 309
 - resta de, 309, 310
 - suma, 308, 309
- Porcentaje, 26
 - conversión de decimales en fracciones, 26-28, 98
 - ecuación básica del porcentaje, 97-100
 - tasa de descuento como, 164-166
 - tasa de interés como, 100, 169-171
 - tasa de utilidad como, 163, 164
- Potencias, 34. *Véase también* Exponentes
 - de las expresiones con exponentes de diez, 332, 333
 - frases verbales para, 75
- Precio de venta, 163, 164
- Principal, 100
- Principio de aplicar la raíz cuadrada a cada lado de una ecuación, 506
- Problemas de aplicación. *Véase también* Índice de aplicaciones
 - área, 43-45
 - asignación de variables en, 76-78, 543
 - con dos variables, 293-297
 - conversión a ecuaciones, 144
 - conversión a expresiones algebraicas, 77, 78
 - corriente o viento, 103, 293-295, 450, 451, 543, 544
 - de variación directa, 439
 - descuento, 164-166
 - desigualdades, 188, 189
 - ecuación básica del porcentaje en, 97-101
 - ecuaciones de segundo grado, 383, 384, 543-545
 - ecuaciones radicales, 488-490
 - engranes, 444
 - estrategias para resolver, 295, 296, 543
 - factorización en, 383, 384
 - fórmulas, 115, 116
 - funciones lineales en, 253, 254
 - interés simple, 100, 169-171
 - inversiones, 100, 169-171, 427
 - margen de utilidad, 163, 164
 - mezclas de ingredientes, 101, 176-178
 - mezclas de valores, 174-176
 - movimiento uniforme, 102, 103, 183-185, 450-452, 543, 544
 - números enteros en, 142, 143, 383
 - palancas, 115, 116
 - pendiente en, 233, 234
 - perímetro, 41-43, 150-152
 - polinomios en, 321, 322, 383, 384
 - promedio, 14
 - proporciones en, 427, 428
 - sistemas de ecuaciones, 293-297
 - teorema de Pitágoras, 489, 490
 - trabajo, 448-450, 544
 - variación inversa, 440, 441, 444
- Problemas de corriente o viento, 103, 293-295, 450, 451, 543, 544
- Problemas de inversión, 100, 169-171, 427
- Problemas de mezcla de ingredientes, 101, 176-178
- Problemas de trabajo, 448-450, 544
- Problemas de viento o corriente, 103, 293-295, 450, 451, 543, 544
- Producto, 11, 75
 - de la suma y la diferencia de dos términos, 319, 320, 372, 373, 479, 480
 - potencia de un, 314
- Productos cero, propiedad del, 381, 504
- Productos especiales de los binomios, 319-321
- Propiedad asociativa de la multiplicación, 64, 67, 68
- Propiedad asociativa de la suma, 64, 67
- Propiedad conmutativa de la multiplicación, 63, 67, 68
- Propiedad conmutativa de la suma, 63, 66, 67
- Propiedad de elevar al cuadrado ambos lados de una ecuación, 486-488
- Propiedad de la multiplicación por cero, 64
- Propiedad de la multiplicación de las desigualdades, 125-128
- Propiedad de la multiplicación de las ecuaciones, 92-94
- Propiedad de la suma de las desigualdades, 123-125, 127, 128
- Propiedad de la suma de las ecuaciones, 91, 92
- Propiedad del inverso aditivo, 65, 67
- Propiedad del inverso multiplicativo, 65, 67, 68
- Propiedad del neutro aditivo, 64, 67
- Propiedad del neutro multiplicativo, 64, 67, 68
 - en la simplificación de expresiones racionales, 396
- Propiedad del producto cero, 381, 504
- Propiedad del producto de las raíces cuadradas, 466-468
 - en la multiplicación de expresiones radicales, 478
- Propiedad distributiva, 65
 - en la factorización de polinomios, 351
 - en la multiplicación de polinomios, 317-319
 - en la simplificación de expresiones algebraicas, 66, 68, 69
 - en la simplificación de expresiones radicales, 474, 475, 479
 - en la solución de desigualdades, 128
 - en la solución de ecuaciones, 113, 114
- Propiedad(es)
 - asociativa de la multiplicación, 64, 67, 68
 - asociativa de la suma, 64, 67
 - conmutativa de la multiplicación, 63, 67, 68
 - conmutativa de la suma, 63, 66, 67
 - de elevar al cuadrado ambos lados de una ecuación, 486-488
 - de la multiplicación, 63-68
 - de la suma, 63-67

- del cero en la división, 13
- del uno en la división, 13
- de la multiplicación por cero, 64
- de la multiplicación de las desigualdades, 125-128
- de la multiplicación de las ecuaciones, 92-94
- de la suma de las desigualdades, 123-125, 127, 128
- de la suma de las ecuaciones, 91, 92
- del cociente de las raíces cuadradas, 480
- del inverso aditivo, 65, 67
- del inverso multiplicativo, 65, 67, 68
- del neutro aditivo, 64, 67
- del neutro multiplicativo, 64, 67, 68, 396
- del producto de las raíces cuadradas, 466-468, 478
- distributiva, 65, 66, 68, 69, 113, 114, 128, 317-319, 351, 474, 475, 479
- Proporciones, 425-427
 - aplicaciones, 427, 428
 - y objetos similares, 428-430
- Ptolomeo, 2
- Racionalizar el denominador, 480-482
- Radicando, 466
- Radio del círculo, 41, 42
- Raíces cuadradas, 466
 - aproximación con la calculadora, 466
 - cuadrado de, 478
 - de cada lado de una ecuación, 506
 - de expresiones algebraicas, 468-470
 - de los cuadrados perfectos, 466
 - de un número negativo, 523
 - en la solución de ecuaciones cuadráticas, 505-508, 528, 529
 - principal, 466
 - propiedad del cociente de, 480
 - propiedad del producto de, 466-468, 478
- Raíz cuadrada negativa, 466
- Raíz cuadrada principal, 466
 - de un número negativo, 523
- Raíz, doble, 505
- Rango, 250-252
- Ray, 39
- Razones, 425
 - como división, 75
 - y objetos similares, 428
- Recíproco
 - de un número real, 65
 - de una expresión racional, 399, 400
 - de una fracción, 23, 399, 400
- Recta horizontal
 - encontrar la ecuación de, 245
 - gráficas de, 222
 - pendiente cero de, 230
 - perpendicular a la recta vertical, 233
- Recta numérica, 2
 - flecha, 8
 - las desigualdades en la, 3, 123
 - valor absoluto sobre, 4
- Rectángulo, 41
 - área del, 43
 - de oro, 150
 - perímetro del, 41, 42, 150, 151
- Rectángulos áureos, 150
- Recta(s), 39
 - encontrar la ecuación de la, 242-245
 - forma pendiente ordenada al origen, 234-236, 242
 - gráficas con pares ordenados, 216-220
 - gráficas con intersecciones con el eje x y con el eje y , 221
 - gráficas con pendiente e intersección, 234-236
 - horizontal, 222, 230, 233, 245
 - intersección, 40, 152-156, 278
 - intersecciones de, 221, 234-236, 242, 243
 - paralelas, 40, 152, 154, 155, 231, 232, 277, 278
 - pendiente de, 228-236, 242-245
 - perpendiculares, 40, 152, 153, 232, 233
 - vertical, 222, 231-233, 245
- Rectas paralelas, 40, 152
 - pendiente de, 231, 232
 - sistemas de ecuaciones representados por, 277, 278
 - transversal de, 154, 155
 - vertical, 231, 232
- Rectas perpendiculares, 40, 152, 153
 - pendientes de, 232, 233
- Rectas que se intersecan, 40
 - ángulos formados por, 152-156
 - sistema de ecuaciones y , 278
- Recta(s) vertical(es)
 - encontrar la ecuación de, 245
 - gráfica de, 222
 - paralelas, 231, 232
 - pendiente no definida de, 231
 - perpendicular a la recta horizontal, 233
- Regla de los signos
 - para la división, 13
 - para la multiplicación, 12
 - para la resta, 10
 - para la suma, 9
- Regla para dividir expresiones con exponentes, 330
- Regla para multiplicar expresiones con exponentes, 313
- Regla para simplificar potencias de expresiones con exponentes, 314
- Regla para simplificar potencias de productos, 314
- Reglas de los exponentes, 331
- Relación, 250
- Relaciones de orden, 2-4
- Residuo, en la división de polinomios, 340
- Resta, 10
 - de decimales, 26
 - de expresiones racionales, 410-414
 - de expresiones radicales, 474, 475
 - de fracciones, 24-26
 - de números complejos, 525
- de números enteros, 10, 11
- de números racionales, 24-26
- de polinomios, 309, 310
- palabras o frases para la, 75
- regla de los signos, 10
- y el orden de las operaciones, 35, 36
- Segmento de recta, 39
- Semiplano, 260, 261
- Signo negativo
 - como opuesto, 4
 - con paréntesis, 68
 - en fracciones, 25
- Signo radical, 466
 - en número imaginario, 523
- Símbolos de agrupación, 35, 36
- Símbolos. *Véase también* Paréntesis
 - agrupamiento, 35, 36
 - ángulo rectángulo, 40, 152
 - ángulo, 40, 152
 - aproximadamente igual a, 22
 - barra de fracción, 21, 35, 36
 - desigualdades, 3, 123
 - diferente de, 13
 - función, 25
 - grado, 40, 152
 - más o menos, 505
 - mayor que, 3
 - medida de un ángulo, 40
 - menor que, 3
 - multiplicación, 11
 - pendiente, 228
 - rectas paralelas, 40
 - rectas perpendiculares, 40
 - signo de radical, 466
 - signo negativo, 4
 - valor absoluto, 4
- Simplificación de términos semejantes, 66
- Simplificar
 - cociente de números complejos, 528
 - el orden de las operaciones, 35, 36
 - expresiones algebraicas, 66-69, 77
 - expresiones con exponentes, 314, 331, 332, 397
 - expresiones racionales, 396-398
 - expresiones radicales, 466-470, 474, 475, 478-482
 - fracciones complejas, 418-420
- Sistema de coordenadas, rectangular, 202
- Sistema de ecuaciones dependiente, 278, 279, 285, 286, 291
- Sistema de ecuaciones inconsistente, 278, 279, 285, 286, 289, 290
- Sistema de ecuaciones independiente, 278
- Sistemas de ecuaciones lineales, 276
 - aplicaciones de, 293-297
 - dependientes, 278, 279, 285, 286, 291
 - inconsistentes, 278, 279, 285, 286, 289, 290
 - independientes, 278
 - resolver por el método gráfico, 278-280
 - resolver por suma y resta, 288-291

- resolver por sustitución, 283-286
- soluciones de, 276-278
- Sistemas de palanca, 115, 116
- Sistemas lineales. *Véase* Sistemas de ecuaciones lineales
- Sólidos, 39
- Solución(es)
 - comprobación, 90, 114, 486
 - de la ecuación de segundo grado, 504, 505, 528-531
 - de la ecuación lineal con dos variables, 214, 215
 - de la ecuación, 90
 - de un sistema de ecuaciones en dos variables, 276-278
- Suma, 9, 74
 - cero en, 64, 67
 - de expresiones racionales, 410-414
 - de expresiones radicales, 474, 475
 - de fracciones, 24-26
 - de los decimales, 26
 - de los números complejos, 525
 - de números enteros, 8-10
 - de números racionales, 24-26
 - de polinomios, 308, 309
 - orden de las operaciones, 35, 36
 - palabras o frases para, 74
 - propiedad asociativa de la, 64, 67
 - propiedad conmutativa, 63, 66, 67
 - propiedad del inverso aditivo, 65, 67
 - propiedad distributiva, 65
 - propiedades, de la 63-67
 - regla de los signos, 9
- Suma de dos cuadrados, 373
- Suma y diferencia de dos términos, producto, 319, 320, 372, 373, 479, 480
- Sumandos, 9
- Tabla, en la resolución de problemas, 543
- Tasa, 426
 - de descuento, 164, 165
 - de interés, 100, 169-171
 - de margen de utilidad, 163
 - de reducción del precio, 164
 - de trabajo, 448-450, 544
 - del movimiento uniforme, 102, 103, 183-185, 450-452, 543, 544
 - del viento o la corriente, 103, 293-295, 450, 451, 543, 544
- Tasa de cambio, promedio, 205-207, 229
- Tasa de reducción del margen, 164
- Tasa de utilidad, 163
- Teorema de Pitágoras, 489
 - aplicaciones, 489, 490
- Término constante, 58
 - del trinomio cuadrado perfecto, 511
 - grado del, 308
- Términos
 - de un polinomio, 308
 - de una expresión algebraica, 58
 - semejantes, 66
- Términos de variables, 58
- Tiempo
 - e interés simple, 100
 - en el movimiento uniforme, 102, 103, 183-185, 450-452, 543, 544
 - en problemas de trabajo, 448-450, 544
 - y viento o corriente, 103, 293-295, 450, 451, 543, 544
- Total, 74
- Transversal, 154-156
- Trazar un punto en el plano, 202
- Triángulo equilátero, 41, 150
- Triángulo isósceles, 41, 150-152
- Triángulo(s), 41
 - ángulos de, 155, 156
 - área, 43
 - equilátero, 41, 150
 - isósceles, 41, 150-152
 - perímetro, 41, 150-152
 - rectángulo, 488-490
 - semejantes, 428-430
- Triángulos rectángulos, 488, 489
 - aplicaciones, 489, 490
- Triángulos semejantes, 428-430
- Trinomio cuadrado perfecto
 - completar el cuadrado, 511-515
 - factorizar, 374, 375
- Trinomios, 308. *Véase también* Polinomios
 - cuadrado perfecto, 374, 375, 511-515
 - de la forma $ax^2 + bx + c$, 363-369
 - de la forma $x^2 + bx + c$, 357-360
 - factorización, 357-360, 363-369
 - no factorizable con números enteros, 359
- Unidades, 425
 - de superficie, 43
 - razones, 425
 - tasas y, 426
- Unidades cuadradas, 43
- Uno
 - en la división, 13
 - propiedad del neutro multiplicativo, 64, 67, 68
- Valor absoluto, 4, 5
- Valor de una función, 251
- Variable, 3, 58
 - asignación, 76-78, 543
 - dependiente, 252
 - independiente, 252
- Variación
 - directa, 438, 439
 - inversa, 439-441
- Veces, 75
- Velocidad promedio, 233
- Velocidad. *Véase también* Tasa
 - de un engranaje, 444
 - del viento o corriente, 103
 - en el movimiento uniforme, 102, 103, 183-185, 450-452
 - promedio, 233
- Vértice
 - de un ángulo, 40
 - de una parábola, 538
- Volumen, 34

Índice de aplicaciones

- Abastecimiento, 434
Agricultura, 147, 434
Agricultura y ganadería, 304
Alquiler de automóviles, 189, 393
Alzheimer, 547
Andar en bicicleta, 499
Arqueología, 336
Arte, 46, 434
Asignación de tierras, 338
Astronomía, 81, 87, 336, 337
Automóviles, 510
Autopista, rampas en curva, 473
Aviación, 18, 192, 234, 472, 494
- Basquetbol, 387
Bibliotecas, 199
Biofísica, 337
Biología, 81, 88, 336
Bombillas, 296, 297
Botánica, 547
Buceo, 443
Buceo de profundidad en el mar, 405
- Cables tensores, 490, 499, 557
Calculadoras, 39
Calorías, 147
Carpintería, 47, 87, 144, 148, 196, 197, 393
Cartografía, 434
Centro de copiado, 297
Cerámica, 46
Champion trees, 120
Ciencia de los alimentos, 336
Ciencia del fuego, 271
Ciencia forense, 120
Cocina, 434
Cohetes, 434
Colegios de educación profesional técnica, 81
Combustible de etanol, 182
Comisión, 148
Compensación, 191, 197, 443, 462
Compras, 304
Computadoras, 38, 78
Comunicaciones, 493
Conductores, 271
Conservación, 48, 136, 434
Conservación de árboles, 180
Construcción, 48, 199, 433, 434
- Consumo, 106, 108, 109, 148, 191, 192, 300, 443
Consumo de combustible, 238
Contratistas de construcción, 270
Copa Mundial de Fútbol, 211
Costura, 46
- Demografía, 211, 213, 547
Deportes, 81, 82, 190, 300, 327, 387, 388, 391, 437, 493, 510, 546, 547, 557
Deportes de Ligas Mayores, 82
Depreciación, 115, 147, 234, 258, 559
Desarrollo del niño, 211, 212
Descuento, Objetivo de, 4.3.2, 33, 136, 195-198, 273, 393
Diseño de interiores, 45, 47
Dólares, billetes, 139
- Economía del combustible, 300
Educación, 105, 212, 493
Eficiencia del combustible, 209
Elecciones, 433
Electricidad, 433, 448
Empleo, 32, 120
Empresas, 109, 120, 121, 148, 149, 189, 196, 259, 299, 433, 434, 443, 447, 448
Energía, 105, 434, 510
Energía alternativa, 191
Engranajes, 444
Entrega de flores, 198
Entretenimiento, 299
Entretenimiento en el hogar, 494
Esgrima, 42
Estadios, 105
Estructuras, 147, 196
Exploración del espacio, 81
- Facturación, 82
Facturas de reparación, 199
Física, 119, 120, 136, 336, 383, 387, 443, 462, 463, 493, 494, 500, 546, 547, 554
Fósiles, 433
Franqueo, 304
- Genética, 81
Geografía, 18, 148
Geología, 336
Geometría, Secciones 1.5 y 4.2, 53-55, 59, 62, 78, 82, 86, 136, 137, 148, 189, 192, 195-199, 273, 300, 301, 321, 322, 326, 346-348, 356, 377, 384, 386-388, 391-393, 404, 428-431, 435, 436, 443, 464, 473, 477, 485, 492, 494, 495, 498, 545, 548, 553, 555, 559, 560
- Gira de una banda de rock, 81
Gobierno, 32
Gobierno Federal, 105
Gráficas de tiempo-altura, 259
- Hipotecas, 190
Historia, 147, 437
- Impuesto sobre ventas, 33, 100
Impuestos, 139, 434, 556
Índice de precios al consumidor, 122
Industria alimentaria, 434, 548
Industria de las aerolíneas, 204, 269
Informática, 238
Internet, 105, 547
Inversiones, Sección 4.4, 78, 100, 106, 115, 137, 138, 195, 196, 198, 199, 254, 273, 300, 304, 306, 393, 427, 464, 510, 557, 560
- Jardinería, 462
Jardines, 391
Joyería, 295, 296
Juegos Olímpicos, 210, 327
- Lista de materiales, 167
Loterías, 437
- Madera, 272
Mantenimiento del hogar, 490, 493, 500
Manufactura, 138, 144, 271, 306
Maratón de Boston, 106
Maratones, 255
Margen de utilidad, Objetivo 4.3.1, 196, 197, 199, 348, 501, 559
Mascotas, 99
Masonería, 462
Medicina, 204, 428, 439, 559
Mensajes de texto, 149
Metalistería, 82, 149, 548
Metalurgia, 43, 199, 464
Meteorología, 7, 8

- Mezclas, 86
 Mezclas de alimentos, 300, 348, 560
 Mezclas de combustible, 299
 Monedas, 82
 Música, 195
- Navegación, 490, 493
 Neumáticos para automóviles, 270
 Nivel de ruido, 81
 Números enteros, 143, 146, 147, 149, 190, 192, 195-197, 199, 383, 386, 391-393, 492, 498, 499, 501, 548, 555
 Nutrición, 147, 191
- Oro, 443
- Pagos mensuales de la hipoteca, 109
 Paisajismo, 46, 47, 54
 Películas, 391
 Péndulos, 490
 Pesca, 139
 Peso corporal ideal, 300
 Pintura, 434, 560
 Piscinas, 197
 Pista y campo, 139, 204, 233
 Población, 109, 122, 338, 437, 438
 Población de Estados Unidos, 109, 205-207
 Pobreza, 433
 Poleas, 82
 Préstamos, 427
 Problemas de mezcla, Sección 4.5, 101, 106, 107, 137, 138, 141, 191, 192, 196-199, 299, 300, 306, 463, 501, 556, 560
- Problemas de movimiento uniforme, Sección 4.6, Objetivo 9.8.2, 102, 103, 107, 108, 137, 138, 196, 198, 293-295, 297, 298, 304-306, 348, 395, 462, 463, 543, 544, 546, 553-555, 557, 560
 Problemas de velocidad del viento y velocidad de una corriente, 293-295, 297, 298, 304-306, 450-452, 455, 456, 462, 463, 543, 544, 546, 553-555, 557, 560
 Problemas numéricos, 20, 33, 39, 142, 145, 146, 380, 387, 437, 510
 Puentes, 187
 Puntuaciones de golf, 19
- Química, 17, 82, 138, 139, 144
- Recaudación de fondos, 192, 437
 Reciclaje, 149, 190
 Recreación, 56, 304
 Recursos naturales, 105
 Redecorar, 434
 Resultados de los exámenes, 17, 188, 190, 191, 196, 272, 557
 Robots, 148
- Salario mínimo, 212
 Salarios por hora, 270
 Salarios, 82, 300, 439
 Salud, 99, 105, 190, 238; 255, 256
 Seguridad, 105, 148
 Seguridad del tránsito, 472
 Seguro de salud, 433
 Sentido numérico, 19, 38, 39
 Servicio Postal, 238
- Sindicatos, 148
 Sistemas de palanca, 115, 116, 121, 136, 137, 140, 273
 Sonido, 443
 sQuba, 108
 Super Bowl, 106
- Tarifas de taxi, 258
 Tarjetas de crédito, 100, 472
 Tecnología, 336
 Tecnología automotriz, 440, 441
 Televisión, 433
 Temperatura, 14, 17, 18, 32, 33, 54, 56, 144, 211, 213, 393
 Trabajo de oficina, 443
 Trabajo, Objetivo 9.8.1, 462-464, 501, 544, 546, 547, 554, 560
 Transporte, 546
 Trenes, los 107
 Triángulos semejantes, 428-431, 435, 436
 Trotar, 256
 Tsunamis, 499
- Uso del cinturón de seguridad, 239
 Utilidades, 44, 148, 192
- Viajes espaciales, 138, 498
 Viajes, 82, 105, 149, 254, 443, 462, 553

Tabla de ecuaciones y fórmulas

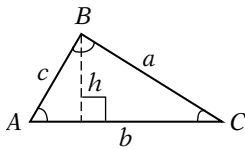
Pendiente de una recta

$$\text{Pendiente} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, x_1 \neq x_2$$

Fórmula punto-pendiente de una recta

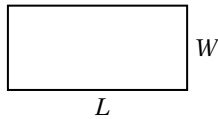
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Perímetro y área de un triángulo y suma de las medidas de los ángulos



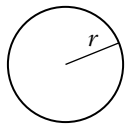
$$\begin{aligned} P &= a + b + c \\ A &= \frac{1}{2}bh \\ \angle A + \angle B + \angle C &= 180^\circ \end{aligned}$$

Perímetro y área de un rectángulo



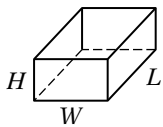
$$\begin{aligned} P &= 2L + 2W \\ A &= LW \end{aligned}$$

Circunferencia y área de un círculo



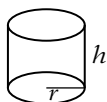
$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \text{ o } C = \pi d \\ A &= \pi r^2 \end{aligned}$$

Volumen y área de la superficie de un paralelepípedo rectangular



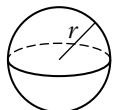
$$\begin{aligned} V &= LWH \\ SA &= 2LW + 2LH + 2WH \end{aligned}$$

Volumen y área de la superficie de un cilindro circular recto



$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ SA &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \end{aligned}$$

Volumen y área de la superficie de una esfera



$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ SA &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

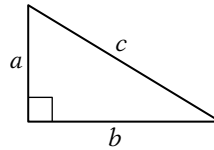
Forma pendiente-ordenada al origen de una recta

$$y = mx + b$$

Fórmula cuadrática

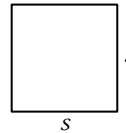
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Teorema de Pitágoras



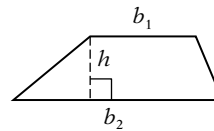
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Perímetro y área de un cuadrado



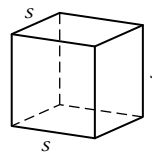
$$\begin{aligned} P &= 4s \\ A &= s^2 \end{aligned}$$

Área del trapecio



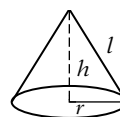
$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$

Volumen y área de la superficie de un cubo



$$\begin{aligned} V &= s^3 \\ SA &= 6s^2 \end{aligned}$$

Volumen y área de la superficie de un cono circular recto



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ SA &= \pi r^2 + \pi rl \end{aligned}$$

Tabla de abreviaturas de las medidas

Sistema inglés					
Longitud		Capacidad		Peso	
in.	pulgadas	oz	onzas líquidas	oz	onzas
ft	pies	c	tazas	lb	libras
yd	yardas	qt	cuartos		
mi	millas	gal	galones		
Sistema métrico					
Longitud		Capacidad		Peso/Masa	
mm	milímetros (0.001 m)	ml	mililitros (0.001 L)	mg	miligramos (0.001 g)
cm	centímetros (0.01 m)	cl	centilitros (0.01 L)	cg	centigramos (0.01 g)
dm	decímetros (0.1 m)	dl	decelitros (0.1 L)	dg	decigramos (0.1 g)
m	metros	L	litros	g	gramos
dam	decámetros (10 m)	dal	decalitros (10 L)	dag	decagramos (10 g)
hm	hectómetros (100 m)	hl	hectolitros (100 L)	hg	hectogramos (100 g)
km	kilómetros (1000 m)	kl	kilolitros (1000 L)	kg	kilogramos (1000 g)
Tiempo					
h	horas	min	minutos	s	segundos

Tabla de símbolos

+	suma	°	grado (para ángulos y temperatura)
−	resta	\sqrt{a}	la raíz cuadrada principal de a
$\cdot, (a)(b)$	multiplicar	$ a $	el valor absoluto de a
$\frac{a}{b}, \div$	dividir		
()	paréntesis, símbolo de agrupación		
[]	corchetes, símbolo de agrupación		
π	pi, un número aproximadamente igual a $\frac{22}{7}$ o 3.14		
$-a$	el opuesto, o inverso aditivo, de a		
$\frac{1}{a}$	el recíproco, o inverso multiplicativo, de a		
=	es igual a		
\approx	es aproximadamente igual a		
\neq	es diferente de		
<	es menor que		
\leq	es menor o igual que		
>	es mayor que		
\geq	es mayor o igual que		
(a, b)	un par ordenado cuyo primer componente es a y cuyo segundo componente es b		

TI-30X IIS

6 $\frac{a}{b}$ 2 $\frac{a}{b}$ 3 + 3 $\frac{a}{b}$ 4 ENTER

Operaciones con fracciones

$$6\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = 7\frac{5}{12}$$

El valor de π

π
3.141592654

La potencia de un número (Ver la nota 1 siguiente.)

13 \wedge 4 ENTER

13^4
28561

Raíz cuadrada de un número

2nd $\sqrt{}$ 36) ENTER

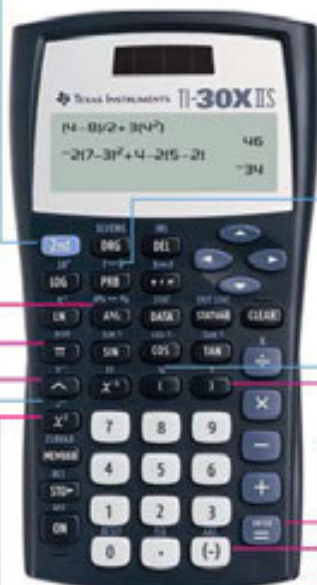
$\sqrt{36}$
6

Cuadrado de un número

7 x^2 ENTER

7^2
49

Acceso a las operaciones en color azul



Fotografía cortesía de Texas Instruments Incorporated

.4 2nd F $\frac{D}{C}$ ENTER

.4 $\frac{F}{D}$
2/5

Cambia el decimal a fracción o la fracción a decimal

3 + 2 (10 - 6) ENTER

$3+2(10-6)$
11

Operaciones con paréntesis

11 \times 25 2nd % ENTER

$11 \times 25\%$
2.75

Operaciones con porcentaje

Se utiliza para realizar una operación

(-) 12 \div 6 ENTER

$-12 \div 6$
-2

Introduce un número negativo (Ver la nota 2 siguiente.)

fx-300MS

$\sqrt{}$ 36 =

Raíz cuadrada de un número

$\sqrt{36}$
6

6 $\frac{a}{b}$ 2 $\frac{a}{b}$ 3 + 3 $\frac{a}{b}$ 4 =

Operaciones con fracciones

$$6\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = 7\frac{5}{12}$$

$6\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$
 $7\frac{5}{12}$

Cuadrado de un número

7 x^2 =

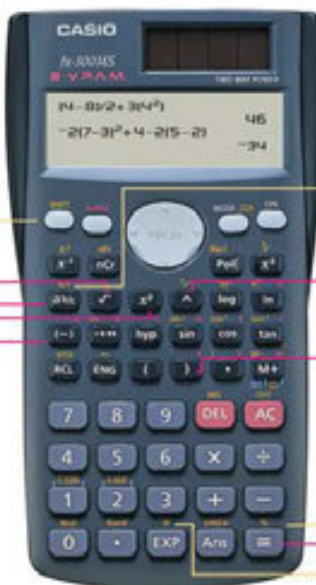
7^2
49

Introduce un número negativo (Ver la nota 2 siguiente.)

(-) 12 \div 6 =

$-12 \div 6$
-2

Acceso a las operaciones en color oro



Fotografía cortesía de Casio, Inc.

.4 = SHIFT d/c

.4 $\frac{D}{C}$
2/5

Cambia de decimal a fracción

13 \wedge 4 =

13^4
28561

Potencia de un número (Ver la nota 1 siguiente.)

3 + 2 (10 - 6) =

$3+2(10-6)$
11

Operaciones con paréntesis

11 \times 25 SHIFT % =

$11 \times 25\%$
2.75

Operaciones con porcentaje

Se utiliza para realizar una operación

SHIFT π =

π
3.141592654

El valor de π

Nota 1. Algunas calculadoras utilizan la tecla y^x para calcular una potencia.

Para estas calculadoras, introduzca 13 y^x 4 = para calcular 13^4 .

Nota 2: Algunas calculadoras utilizan la tecla $\div/-$ para introducir un número negativo.

Para aquellas calculadoras, introduzca 12 $\div/-$ \div 6 = para calcular $-12 \div 6$.

TI-83 Plus/84 Plus*

WINDOW
Xmin = -10
Xmax = 10
Xscl = 1
Ymin = -10
Ymax = 10
Yscl = 1
Xres = 1

STAT PLOT
1: Plot1...On
2: Plot2...Off
3: Plot3...Off
4: PlotsOff

TBLSET
TABLE SETUP
TblStart=0
ΔTbl=1
Indpt: Auto
Depnd: Auto

CALC
CALCULATE
1: value
2: zero
3: minimum
4: maximum
5: intersect
6: dy/dx
7: ∫f(x)dx

TABLE
X Y1
0 -3
1 -1
2 1
3 3
4 5
5 7
6 9
X=0

FUNCTION
1: Y1
2: Y2
3: Y3
4: Y4
5: Y5
6: Y6
7: Y7

VARX Y-VARS
1: Function...
2: Parametric...
3: Polar...
4: DivID...

VARX Y-VARS
1: Window...
2: Zoom...
3: GDB...
4: Picture...
5: Statistics...
6: Table...
7: String...

MATRIX
MATH EDIT
1: [M] 2x4
2: [M] 3x4
3: [M] 4x4
4: [M] 5x4
5: [M] 6x4
6: [M] 7x4

MATH NUM CPX PRB
1: abs
2: round
3: iPart
4: rPart
5: int
6: min
7: max

MATH NUM CPX PRB
1: const
2: real
3: imag
4: angle
5: abs
6: Rect
7: Polar

MATH NUM CPX PRB
1: iFrac
2: iDec
3: i
4: i-y
5: i-y
6: iMin
7: iMax

EDIT CALC TESTS
1: 1-Var Stats
2: 2-Var Stats
3: Med-Med
4: LinReg(ax+b)
5: QuadReg
6: CubicReg
7: QuartReg

EDIT CALC TESTS
1: Edit
2: SortA
3: SortD
4: CList
5: SetupEditor

Normal Sci Eng
2nd 0123456789
Radian Degree
Func: 1st Der 2nd Der 3rd Der
Connected: Dot
Sequences: Simul
Real: a+bi
2nd Horiz G-T

Funciones de acceso y menús escritos en color oro.

Ingresar la variable x

Mover el cursor sobre la pantalla de visualización o desplazarse por el menú

Ingresar un exponente

ENTRY – Presenta el último cálculo

SOLVE – Se utiliza para resolver algunas ecuaciones y para resolver para una variable en cálculos financieros

Se utiliza para realizar una operación

ANS – Presenta la última respuesta

Se utiliza para ingresar un número negativo

x^{-1} = Recíproco de la última entrada

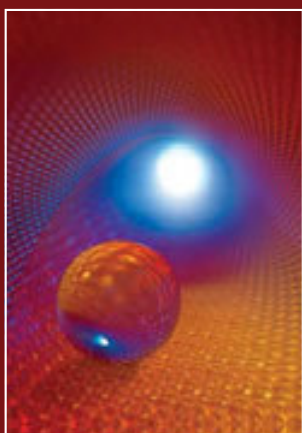
x^2 = Eleva al cuadrado la última entrada

LOG = Logaritmo común (base 10); **10^x** : 1 0 a la x potencia, antilogaritmo de x

LN = Logaritmo natural (base e); **e^x** : Calcula una potencia de e

STO = Almacena un número; **RCL** : Presenta una variable almacenada

*La calculadora que se muestra es una TI-83 Plus. Las operaciones de una TI-84 Plus son exactamente las mismas. Fotografía cortesía de Texas Instruments Incorporated



Entre las muchas preguntas que se plantean al iniciar el proceso de revisión de un libro de texto, la más importante es ¿Cómo podemos mejorar la experiencia de aprendizaje del estudiante? Encontramos respuestas a esta pregunta de diversas maneras, pero con mayor frecuencia al hablar con estudiantes y profesores, así como al evaluar la información escrita que recibimos de nuestros clientes. Nuestra meta final es incrementar el enfoque en el estudiante.

Lo nuevo en esta edición

- Nueva sección *Inténtalo*, cuyas indicaciones se incluyen al final de cada Ejemplo/Problema par.
- La sección *Concéntrate* enfatiza en torno al tipo específico de problema que debes dominar para tener éxito en los ejercicios de tarea o en un examen.
- Los ejercicios de *Aplicación de conceptos* profundizarán tu comprensión de los temas de la sección.
- Nueva sección *En las noticias*, la cual te ayudará a observar la utilidad de las matemáticas en nuestro mundo cotidiano. Se basa en la información obtenida de fuentes de medios de comunicación conocidos, como periódicos, revistas e Internet.
- Ejercicios de *Proyectos o actividades en equipo* se incluyen al final de cada serie de ejercicios.
- Los recuadros *Punto de interés*, que mantienen relación con el tema objeto de discusión de estas cuestiones, pueden ser de naturaleza histórica o de interés general.
- Nueva sección *Cómo se usa*. Estos recuadros se relacionan con el tema en estudio. Presentan escenarios del mundo real que demuestran la utilidad de los conceptos seleccionados en el libro.
 - Los recuadros de *Tecnología* contienen instrucciones para utilizar una calculadora graficadora.
 - El enfoque del libro en la solución de problemas hace hincapié en la importancia de una estrategia bien definida. Las estrategias del modelo se presentan como guías para que a medida que intentes resolver el problema, al mismo tiempo te acompañen en cada ejemplo numerado.

