

Contrôle final Thermodynamique II - Année 2018/19
SMP – S3 – Durée 2h

Exercice 1 : Etude d'une turbine à gaz 6 pts

L'air entre dans une turbine, opérant en régime permanent et d'une manière isentropique, sous les conditions suivantes : $P_1 = 500 \text{ kPa}$, $T_1 = 600 \text{ °C}$ et $c_1 = 80 \text{ m/s}$ et la quitte sous les conditions suivantes : $P_2 = 150 \text{ kPa}$ et $c_2 = 140 \text{ m/s}$. La section de sortie de la turbine est : $A_2 = 30 \text{ cm}^2$.

On donne : $R = 8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, $c_p = 1.093 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\gamma = 1.4$

1. Déterminer les expressions et les valeurs numériques des volumes massiques v_1 et v_2 de l'air à l'entrée et à la sortie de la turbine.
2. Déterminer l'expression et la valeur numérique de la température T_2 de l'air à la sortie de la turbine.
3. Déterminer l'expression et la valeur numérique du débit massique de l'air \dot{m} dans la turbine et de la section d'entrée A_1 .
4. Déterminer l'expression et la valeur numérique du travail isentropique de la turbine $w_{t,s}$ (on admet que les variations de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle sont négligeables).
5. On suppose que la turbine n'est plus isentropique et la température de sortie est $T_{2,r} = 364 \text{ °C}$. Déterminer l'expression et la valeur numérique du volume massique de sortie $v_{2,r}$.
6. Déterminer l'expression et la valeur numérique de la puissance $\dot{w}_{t,r}$ en (kW) et de son rendement isentropique $\eta_{t,s}$.

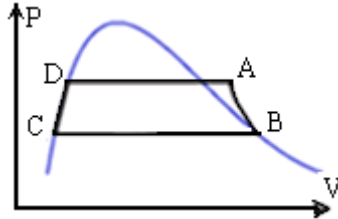
Exercice 2 : Energie libre de Helmholtz 4,5 pts

Une mole d'un gaz réel subit une transformation depuis l'état (P_0, T_0, V_0) jusqu'à l'état (P, T, V) . Son énergie libre s'écrit : $F(T, V) = c_v T(1 - \ln T) - RT \ln(V - b) + \text{cte}$.

1. Trouver l'expression de l'entropie, S , et l'énergie interne, U , de ce fluide.
2. Déterminer l'équation d'état de ce fluide et en donner un commentaire.
3. La transformation subit par ce gaz est une compression, monotherme ($T = T_0$) et irréversible. Calculer le travail minimum, W_{\min} , nécessaire pour cette transformation.
4. Déterminer les variations d'entropie ΔS , de l'énergie interne ΔU et d'enthalpie ΔH .

Exercice 3. Cycle avec changement de phase 9,5 pts

Une mole d'eau décrit le cycle ABCDA représenté dans le diagramme de Clapeyron de la figure ci contre. L'évolution AB est adiabatique. L'évolution CD a lieu le long de la courbe de saturation. Au cours de l'évolution CD, on néglige le travail W_{CD} reçu par l'eau. Les évolutions BC et DA sont isobares avec $P_B = 1 \text{ bar}$ et $T_B = 373 \text{ K}$ et $P_D = 20 \text{ bar}$ et $T_D = 485 \text{ K}$.



On donne :

Les chaleurs latentes molaires de vaporisation de l'eau : $L_{373} = 46.8 \text{ kJ.mol}^{-1}$ et $L_{485} = 40.8 \text{ kJ.mol}^{-1}$ et la constante des gaz parfait : $R = 8.32 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

La capacité calorifique molaire de l'eau saturée est constante, $c_f = 0,0763 \text{ kJ.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

La capacité calorifique molaire à volume constant de la vapeur d'eau est $c_v = 41.40 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et de coefficient isentropique $\gamma = c_p / c_v = 1.20$.

On admet que la vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait même à l'état saturé.

1. Indiquer sous quelle forme (liquide, vapeur, mélange liquide vapeur) se trouve l'eau dans chacun des états A, B, C, D du cycle.
2. Indiquer en justifiant la réponse, le signe du travail, W_{cycle} , décrit par la mole d'eau au cours du cycle ABCDA.
3. L'évolution AB est une transformation adiabatique réversible.
- 3.1 Vérifier que ces données numériques sont compatibles avec la relation de Mayer pour un gaz parfait.
- 3.2 Donner l'expression et la valeur numérique de la température T_A .
- 3.3 Donner l'expression et la valeur numérique du travail W_{AB} échangé par l'eau au cours de l'évolution AB. Quelle est la signification du signe de W_{AB} .
4. Donner les expressions et les valeurs numériques du travail W_{BC} et de la chaleur Q_{BC} échangés par l'eau au cours de l'évolution BC. On néglige le volume molaire de la phase liquide devant celui de la phase vapeur (assimilée à un gaz parfait).
5. Donner l'expression et la valeur numérique du travail W_{DA} échangé par l'eau au cours de l'évolution DA. On néglige le volume molaire de la phase liquide devant celui de la phase vapeur (assimilée à un gaz parfait).
6. Donner les expressions et les valeurs numériques des chaleurs échangées Q_{CD} et Q_{DA} .
7. Calculer le travail du cycle, W_{cycle} , échangé par la mole d'eau pendant son cycle ABCDA.
8. Calculer la chaleur du cycle, Q_{cycle} , échangé par la mole d'eau pendant son cycle ABCDA.
9. Comparer les valeurs obtenues de W_{cycle} et de Q_{cycle} . Le premier principe est-il vérifié ? Commenter votre réponse.

Éléments de réponse à l'examen de Thermodynamique 2 - S3 – 2018-19

Exercice 1 : Etude d'une turbine à gaz 6 pts

1. Calcul des volumes massiques : $v_1 = \frac{RT_1}{MP_1}$ donne $v_1 = 0,5 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$

$$v_2 = v_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1/\gamma} \text{ donne } v_2 = 1,18 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.$$

2. Calcul de la température de sortie : $T_2 = \frac{MP_2 v_2}{R}$ donne $T_2 = 617,39 \text{ K}$;

3. Débit massique et section de sortie : $\dot{m} = \frac{A_2 c_2}{v_2}$ donne $\dot{m} = 0,355 \text{ kg.s}^{-1}$ et $A_1 = \frac{v_1}{c_1} \dot{m}$ donne

$$A_1 = 22,18 \text{ cm}^2$$

4. Travail isentropique : $w_{t,s} = c_p (T_2 - T_1)$ donne $w_{t,s} = -279,38 \text{ kJ.kg}^{-1}$;

5. Volume irréversible : $v_{2,r} = \frac{RT_{2,r}}{MP_2}$ donne $v_{2,r} = 1,18 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$;

6. Puissance réel et rendement : $\dot{w}_{t,r} = \dot{m} c_p (T_{2,r} - T_1)$ donne $\dot{w}_{t,r} = -91,57 \text{ kW}$.

$$\text{Le rendement } \eta_{t,s} = \frac{w_{t,r}}{w_{t,s}} = \frac{\dot{w}_{t,r}}{\dot{w}_{t,s}} \text{ donne } \eta_{t,s} = 0,92$$

Exercice 2 : Energie libre de Helmholtz 4,5 pts

1/ Trouver l'expression de l'entropie et l'énergie interne de ce fluide.

Pour une transformation infinitésimale, on a : $dF = -PdV - SdT$, elle donne $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$, d'où on obtient : $S = c_v \ln T + R \ln(V - b)$.

L'énergie interne est liée à l'énergie libre par la relation $F = U - TS$. Cette relation donne : $U = c_v T + \text{cte}$

2/ Déterminer l'équation d'état de ce fluide et en donner un commentaire.

$$P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \frac{RT}{V - b} \text{ qui donne } P(V - b) = RT$$

3/ On admet que la transformation subit par ce gaz est une compression, monotherme ($T = T_0$) et irréversible. Calculer le travail minimum nécessaire pour la réaliser.

Pour ce type de transformation, on a : $dF \leq \delta W$. Puisque la transformation est une compression alors $\delta W > 0$, il est donc minimisé par la variation de F et on a : $W_{\min} = \Delta F = F_{\text{final}} - F_{\text{initial}}$, ce

qui donne : $W_{\min} = -RT \ln \frac{V}{V_0} = RT \ln \frac{P}{P_0}$.

$$\Delta F = F_F - F_I = RT_0 \ln \frac{V_0 - b}{V - b} \quad \stackrel{\text{d'après l'équation d'état}}{=} \quad RT_0 \ln \frac{P_0}{P} \text{ d'où } W_{\min} = RT_0 \ln \frac{P_0}{P}$$

4/ Déterminer les variations d'entropie ΔS , de l'énergie interne ΔU et d'enthalpie ΔH .

- $\Delta S = c_v \ln T + R \ln(V - b) - c_v \ln T_0 - R \ln(V_0 - b)$; $\Delta S = c_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V - b}{V_0 - b}$.
- $\Delta U = 0$: transformation monotherme.
- Variation d'enthalpie : $\Delta H = PV - P_0 V_0$.

Exercice 3. Cycle avec changement de phase 9,5 pts

1. Dans les états A et B, l'eau est sous forme vapeur. Dans les états C et D, l'eau est sous forme liquide.
2. Le travail W est négatif ; il s'agit d'un cycle moteur. En effet $W_{\text{cycle}} = \int -P dV$: c'est-à-dire $W_{\text{cycle}} = -\text{Aire du cycle dans le diagramme } P - V$. Comme le cycle est décrit dans le sens inverse du sens trigonométrique l'aire est positive et donc le travail est négatif.
3. Transformation $A \rightarrow B$

3.1 Pour un gaz parfait, on a la relation de Mayer : $c_p - c_v = R$ et $c_p = \gamma c_v = 49,68 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ce qui donne : $c_p - c_v = 8,28 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1} = R$

3.2 Calcul de la température T_A

La transformation AB est adiabatique réversible, les lois de Laplace donnent :

$$T_A = T_B \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} \quad \text{donne } T_A = 614 \text{ K}$$

3.3 Le travail W_{AB} pour une mole est : $W_{AB} = \frac{R}{\gamma-1} (T_B - T_A)$ ou $c_v (T_B - T_A)$ ou par intégration. Donne $W_{AB} = -10 \text{ kJ}$. Le signe négatif signifie que le gaz fournit du travail à l'extérieur. En effet le volume augmente dans la transformation AB et donc le gaz repousse l'atmosphère (détente).

4. Le travail W_{BC} : $W_{BC} = -P_B (V_C - V_B) \approx P_B V_B$ qui donne $W_{BC} \approx 3,10 \text{ kJ.mol}^{-1}$.
 $Q_{BC} = -L_{373} = -46,8 \text{ kJ.mol}^{-1}$.
5. Le travail W_{DA} : $W_{DA} = -P_A (V_A - V_D) \approx -P_A V_A$
 $W_{DA} \approx -5,1 \text{ kJ.mol}^{-1}$ et .
6. Les chaleurs Q_{CD} et Q_{DA} : $Q_{CD} = c_f (T_D - T_B)$ donne $Q_{CD} = -5,56 \text{ kJ.mol}^{-1}$
 $Q_{DA} = L_{485} + c_p (T_D - T_B)$ donne $Q_{DA} = 47,20 \text{ kJ.mol}^{-1}$.
7. Travail du cycle W_{cycle} : $W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$ donne
 $W_{\text{cycle}} \approx -12 \text{ kJ.mol}^{-1}$
8. Chaleur du cycle Q_{cycle} : $Q_{\text{cycle}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$ donne
 $Q_{\text{cycle}} \approx 8,94 \text{ kJ.mol}^{-1}$.
9. Vérification du premier principe : $W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} \neq 0$ ce qui veut dire que ce principe n'est pas vérifié. En effet les calculs ne sont qu'approximatifs (incompressibilité des liquides et gaz parfait de la vapeur).